

김 중 훈\*

지난호에서는 최적화 이론이 지하수 펌핑계획에 어떻게 적용될 수 있는지 살펴보았다. 이번호에서는 도시 배수설계에도 최적화 이론이 적용될 수 있음을 알아 보기로 한다.

1. OR 및 수자원시스템공학의 유래
2. 최적화 기법의 소개
3. 관망 시스템에의 적용
4. 맨 운영에의 적용
5. 지하수 펌핑계획에의 적용
6. 도시 배수설계에의 적용
7. 맺음말

## 6. 도시 배수설계에의 적용

배수설계의 문제는 공학적 견지에서 볼 때 크게 유출예측과 시스템설계의 두가지 측면으로 나눌 수 있다. 그동안 도시유역에서의 유출예측을 위해서는 많은 노력이 있어 왔으나 두번째 측면인 배수문제나 설계방법 등은 등한시 되어 온 것이 사실이다. 아무튼 설계모형은 크게 수리학적 설계 모형과 최적화 설계모형의 두 형태로 나누어 볼 수 있다.

수리학적 설계모형은 미리 정해진 하수관 배치계획에 의거하여 수리학적인 면만을 고려하여 하수관의 크기를 결정한다. 이 때 설계의 기본개념은 압력이 아닌 중력에 의한 흐름이면서 설계유량을 통수시킬 수 있는 최소한의 하수관의 크기를 결정하는 것이다. 대부분의 우수관거 설계모형은 하수관

의 배치상황, 크기, 경사 등을 입력하고 하류지점에서의 수문곡선을 출력으로 얻게되는데 많은 시행착오를 거쳐 적절한 시스템을 설계하게 된다. 이런 모형에는 STORM, SWMM 등이 있으며 ILLUDAS 모형은 설계유량을 통수시킬 수 있는 관경을 결정하여 주기는 하나 최적화 개념을 도입한 모형은 아니다.

### 6.1 우수관거시스템의 최소비용설계

우수관거의 설계에는 압력관이나 펌핑을 고려하지 않는다는 점 외에도 합류점이나 맨홀에서는 상류쪽 관의 높이가 하류쪽 관의 높이보다 낮아서는 안되며, 하류쪽 관의 관경이 상류쪽 관의 관경보다 작아서는 안되며, 관의 막힘방지를 위해 최소관경(예, 300mm) 이상이어야 하며, 동파 및 하중에 견딜 수 있도록 충분한 깊이로 묻어야 하는 등의 제약조건들이 따르게 된다.

어떤 설계유량을 통수시키기 위해서는 하수관의 경사를 급하게 할수록 작은 관경의 관을 사용해도 되므로 관비용을 절감할 수 있다. 그러나 관매설을 위한 토공량이 많아지므로 전체 공사비를 고려할 때 결코 경비절감이라 볼 수는 없다. 따라서 우수관거시스템의 최소비용설계에서는 관비용과 토공비와의 "trade-off"을 고려하게 된다. 여기에서는 도시 우수관거 시스템을 위한 최소공사비가 드는 관의 경사, 관경, 맨홀의 깊이 등의 최적의 조합을 결정하는 기법을 소개하기로 한다.

하수관의 경사는 관의 양단에서의 높이에 의해 결정되므로 결정변수는 각 관의 상류와 하류단에

\* 고려대학교 토목환경공학과 조교수

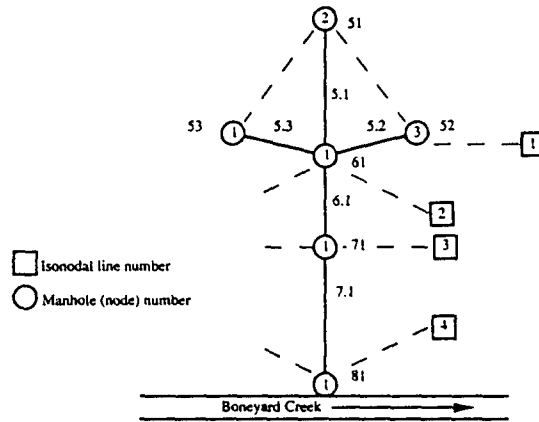


그림 1. 우수관거시스템의 예 (Mays & Tung, 1992)

서의 윗높이(crown elevation), 관경, 맨홀의 깊이가 된다. 각 맨홀의 위치와 각 맨홀로 유입하는 설계유량은 미리 정해진 상태에서 맨홀들을 연결하는 하수관의 최적배치(layout)를 위한 의사 결정도 할 수 있다.

이러한 유형의 문제에는 여러 최적화기법중에서도 동적계획법(DP, dynamic programming)이 주로 사용된다. 동적계획법 역시 선형계획법이나 비선형계획법과 같이 수자원공학분야에 흔히 쓰이는 최적화 기법이므로 그 기법자체에 대한 자세한 설명이 필요하다고 생각되나 지면관계상 이 강좌에서는 부득이 독자들이 이미 동적계획법에 대한 지식이 있다는 가정하에 설명해야 하므로 이점 양해를 구한다. 우선 동적계획법의 기본용어들을 우수관거 시스템에 대하여 정의해보면 다음과 같다.

**Stage :** 우수관거 설계문제에 있어서는 isonodal line 이라는 가상의 선을 사용하여 관망시스템을 그림 1과 같이 분할한다. 이 가상의 선들은 관거시스템의 제일 하류쪽의 출구로부터 같은 갯수의 관(pipe section 또는 link) 만큼 떨어진 맨홀들을 연결한 선이다. Stage란 해석하는 문제에 있어서 의사결정이 내려져야 하는 지점 또는 단계를 말하는데 여기에서는 Stage  $i$ 는 상류쪽의  $i$ 번째 isonodal line과 하류쪽의  $i+1$ 번째 isonodal line 사이를 연결하는 관을 말한다. isonodal line의 작성은 그림 1에서와 같이 하류쪽 출구로부터 시작

해서 상류로 가면서 하나씩 그어나가고 일련 번호는 반대로 제일 상류로부터 하류쪽으로 내려가면서 매긴다.

**State :** 각 stage에서 state는 관의 윗높이(crown elevation)이다. Isonodal line  $i$ 와  $i+1$ 에 위치하는 맨홀  $m_i$ 와  $m_{i+1}$ 을 연결하는 관의 입력 state인  $S_{m_i, m_{i+1}}$ 은 상류단(맨홀  $m_i$ )에서의 윗높이 이고, 이와 마찬가지로 출력state  $\bar{S}_{m_i, m_{i+1}}$ 은 하류단(맨홀  $m_{i+1}$ )에서의 윗높이이다.

**Decisions :** 각 stage에서 내려야 할 결정은 관의 윗높이를 얼마나 내릴 것인가이다. 다시말해서  $D_{m_i, m_{i+1}}$ 은 상류쪽 맨홀  $m_i$ 와 하류쪽 맨홀  $m_{i+1}$ 사이에서의 관높이 내림(drop)의 벡터라고 할 수 있다.(그림 1의 예에서는 [1]과 [2]사이의 stage 1에서는 결정을 내려야 할 관이 세개가 있음). 각 관에서 관높이를 내린다는 것은 관의 경사를 바꾼다는(급하게 하는)것을 의미하며, 내려지는 결정(drop)에 따른 필요관경은 주어진 설계유량에 따라 Manning공식을 이용하여 계산될 수 있다.

**Return :** 각 stage에서의 return은 각 관과 이 관에 연결되어 있는 상류쪽 맨홀의 설치 비용이 된다. 즉, stage  $i$ 에서의 총 return은 다음과 같이 주어진다.

$$r_i = \sum_{m_i}^{m_{i+1}} \gamma_{m_i, m_{i+1}}(S_{m_i, m_{i+1}}, D_{m_i, m_{i+1}})$$

윗식을 풀어서 말하면 상류쪽 isonodal line에 속하는 맨홀은 하류쪽 isonodal line에 속하는 맨홀로 배수시키게 되며 그 결과로 stage i를 통해서 총  $M_i$ 개의 관이 연결되는 것이다.

Transformation : transformation function은, 입력state(관의 상류쪽 윗높이)  $S_{m_i, m_{i+1}}$ 이 결정 변수(관높이의 drop)  $D_{m_i, m_{i+1}}$ 을 통해서 출력state(관의 하류쪽 윗높이)  $\tilde{S}_{m_i, m_{i+1}}$ 으로 변환되는 과정(방식)을 보여준다.

$$\tilde{S}_{m_i, m_{i+1}} = S_{m_i, m_{i+1}} - D_{m_i, m_{i+1}}$$

동적계획법에는 DDDP(discrete differential dynamic programming)라는 기법이 있다. 이 방법은 각 관의 상류 및 하류단에서의 윗높이의 범위를 미리 정해놓고(이것을 corridor라 부름)이 정해진 state space내에서 최소경비의 관거시스템을 구한 후 다시 corridor를 변경해가며 해를 향상 시켜나가는 반복적 기법이다. 이 기법은 state의 갯수가 많은 문제의 경우 corridor를 설정함으로써 동적계획법의 최대걸림돌인 “curse of dimensionality”를 피할 수 있는 장점을 가지고 있다. 이 corridor를 정하기 위한 첫단계는 trial trajectory라 불리우는 일련의 state(윗높이)  $S_{m_i, m_{i+1}}$ 을 가정한 일이다. 이때 지류에서의 관경사는 본류에서의 관경사와 같다고 가정하면 된다.

Trial trajectory가 정해지면 그 주위의 몇몇 State를 포함하여 각 stage에서마다 trial trajectory 주위로 띠의 형태를 만들어야 하는데 이것을 corridor라 부른다.(그림 2참조) 각 state i에서마다 주위의 state를 나타내기 위해  $\Delta Si$ 라는 증가분을 사용한다. 따라서 만약 상류 및 하류단에서 네개의 증가분(또는 다섯개의 state)을 사용하기로 한다면 corridor는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$S_{m_i, m_{i+1}} = \begin{bmatrix} \overline{S_{m_i, m_{i+1}} + 2\Delta Si} \\ \overline{S_{m_i, m_{i+1}} + \Delta Si} \\ \overline{S_{m_i, m_{i+1}}} \\ \overline{S_{m_i, m_{i+1}} - \Delta Si} \\ \overline{S_{m_i, m_{i+1}} - 2\Delta Si} \end{bmatrix}$$

여기서  $S_{m_i, m_{i+1}}$ 은 trial trajectory로 정의 된다. state의 경계조건으로 최소로 요구되는 토사피복두께 등이 있을 수 있으며 따라서 corridor는 이 경계를 범하지 않아야 한다.

각 stage에서의 개개의 관에 대한 recursive equation은 다음과 같이 주어지는데

$$f_i(\tilde{S}_{m_i, m_{i+1}}) = \min_{D_{m_i, m_{i+1}}} [r_{m_i, m_{i+1}}(S_{m_i, m_{i+1}}, D_{m_i, m_{i+1}}) + f_{i-1}(\tilde{S}_{m_i, m_{i+1}})]$$

$$i = 1, \dots, I - 1$$

여기서  $f_i(\tilde{S}_{m_i, m_{i+1}})$ 은 맨홀  $m_i$ 와  $m_{i+1}$ 사이의 관 시스템의 최소경비를 의미한다. 이 경비는 stage i에서의 총  $M_i$ 개의 관 중에 한 관에만 관한 것이다. 따라서 그 stage에서의 모든 관에 관한 recursive equation은

$$\sum_{T_{m_i, m_{i+1}}} f_i(\tilde{S}_{m_i, m_{i+1}}) = \sum_{T_{m_i, m_{i+1}}} \min_{D_{m_i, m_{i+1}}} [r_{m_i, m_{i+1}}(S_{m_i, m_{i+1}}, D_{m_i, m_{i+1}}) + f_{i-1}(\tilde{S}_{m_i, m_{i+1}})]$$

$$i = 1, \dots, I - 1$$

위와 같이 주어지는데 이때  $T_{m_i, m_{i+1}}$ 은 isonodal line i와 i+1 사이에 존재하는 모든( $M_i$ 개의) 관의 연결상태를 의미하는 벡터이다. 예를 들어  $T_{m_i, m_{i+1}} = 0$ 은 상류쪽 맨홀  $m_i$ 는 하류쪽 맨홀  $m_{i+1}$ 에 연결되어 있지 않다는 의미이고 “1”은 이 두 맨홀이 서로 연결되어 있음을 의미한다. 따라서 이 벡터는 전체 관거시스템의 배치상태(layout)를 나타내 준다고 할 수 있다.

DDDP의 해석절차는 다음과 같다. 정해진 corridor내의 state중에서 위에서 주어진 recursive equation을 이용하여 최소비용의 trajectory를 찾게 되는데 이때 사용되는 기법은 일반적인 동적 계획법과 다를 바 없다. 이렇게 구해진 최저비용의 trajectory는 다음단계에서의 trial trajectory가 되고 다시 새로운 corridor를 정의하게 된다. 주어진 corridor내에서 최적 trajectory를 결정하고 이

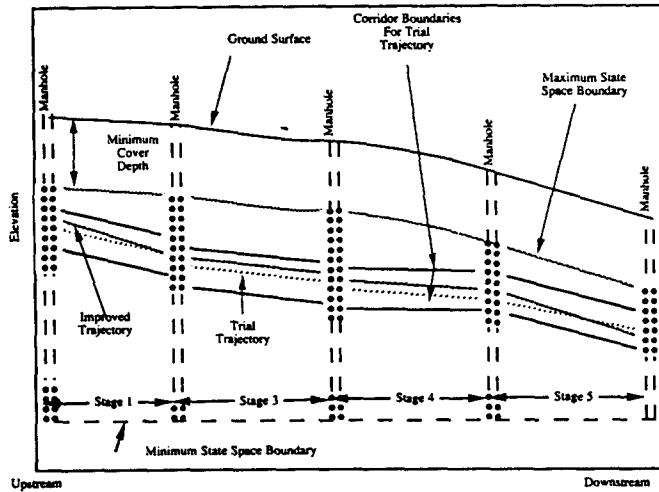


그림 2. DDDP를 이용한 우수관거시스템 해석의 예 (May & Tung, 1992)

에 따른 새로운 corridor를 정의하는 과정을 반복하는 가운데 계산되는 비용이 어떤 주어진 tolerance한계 이상 향상(이 경우는 저감) 되지 않을 경우 일단 반복과정을 중단하고 state의 증가분  $\Delta S$ 를 잘게 세분하여 위의 과정을 다시 반복하게 된다. 이 과정은 미리 정한 어떤  $\Delta S$ 가 될 때까지 혹은  $\Delta S$ 의 세분이 가져오는 비용의 절감이 어떤 tolerance보다 작을때까지 계속된다.

위에서 언급된 stopping criterion을 부여하면 다음과 같다. 어떤 두 반복계산에서의 최소비용간의 상대비율이 미리 정해둔  $E_r$ (예를들어 1%) 보다 작거나 같을 경우, 즉

$$|f_n - f_{n-1}| / f_{n-1} \leq E_r$$

이면 증가분  $\Delta S$ 를 이전값의 절반(예를들면)으로 줄이는 것이다.

이러한 반복계산 과정에 있어서 각각의 stage에서의  $\Delta S$ 값은 다를 수도 있다. 각 stage에서마다 각기 다른  $\Delta S$ 를 적절히 선택함으로써 DDDP의 효율을 높일 수도 있으며, 또한  $\Delta S$ 를 줄여나가는 비율도 계산과정중에 변화시킴으로써 계산의 정확도와 효율을 높일 수도 있다. 마지막으로, 계산의 정확도를 높이고 계산시간의 절감을 위해  $E_r$ 값도 변화를 주는 것이(계산이 반복되어 갈수록 작은

값으로) 효과적이다.

이제까지 설명된 최적화모델에서는 몇가지 가정과 제약조건이 사용되었는데 공학적으로나 실무적으로 볼때도 타당성이 있는 것으로 생각된다. 예를 들면, 중력에 의한 흐름, 관에서의 최대 또는 최소 허용유속, 최소피복 토사두께, 하류방향으로 가면서 관경이 줄어서는 안된다는 것과 관과 맨홀의 비용곡선 등이 바로 그것이다. Mays & Yen (1975), Tang et al.(1975), Mays & Wenzel (1976), Mays et al(1976) 등은 위에서 설명된 모델과 같거나 유사한 모델을 발표한 바 있으며 Mays & Tung(1992)의 Hydrosystems Engineering and Management의 예제 11.4.1에 비교적 간단한 설계의 예가 잘 설명되어 있으니 참고하기 바란다.

## 6.2 우수지 시스템의 최저경비 설계의 예

도시화로 인한 수문학적 영향을 감소시키기 위해 그 유역의 출구쪽에 우수지를 고려하는 방법이 있다. 그러나 이러한 우수지의 설계가 주위의 다른 우수지와와의 연계를 고려하지 않고 각각 독자적으로 계획된다면 그 효용성이 떨어지게 되며 경우에 따라서는 사태를 오히려 악화시킬 수도 있다. 따라서 더 큰 유역에 걸쳐서 전체적으로 여러 우수지의 위치를 선정하고 각 우수지로부터의 방류를 조절할

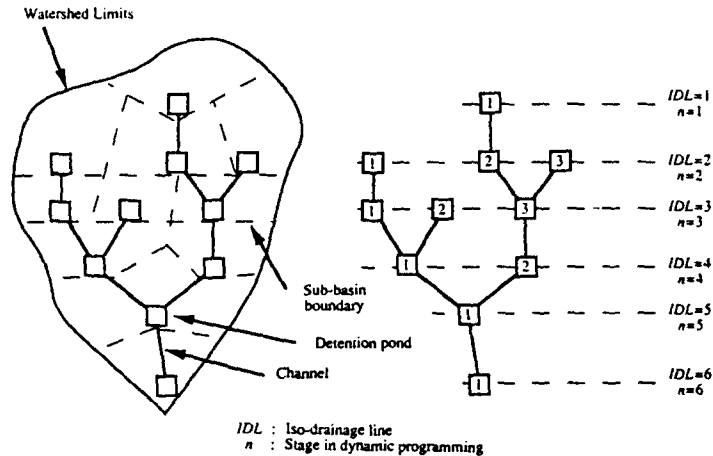


그림 3. 유수지 시스템에 iso-drainage line을 적용시킨 예

수 있다면 홍수량의 조절에 더욱 효과적인 유역관리 시스템을 구축할 수 있을 것이다.

유수지 설계에 있어서 중요한 요소는 유수지의 크기와 위치의 선정이다. 기왕의 설계방법을 이용해서도 시행착오적인 방법을 통해서 어떤 한 유수지의 최적크기 및 위치선정이 가능하다고 본다. 그러나 그러한 방법은 여러 유수지를 포함하는 전체 유역에 걸쳐서 최소비용의 설계에 필요한 여러 구성요소들간의 상호작용(비용측면에서)을 고려할 수는 없는 것이다. 이러한 관점에서 유수지 시스템의 최적설계의 필요성과 의의를 찾을 수 있다.

6.1절에서와 마찬가지로 DP계산과정에 맞추어 그림 3과 같이 전체 유수지 시스템을 iso-drainage line을 이용하여 여러 state로 나눈다. 여기서 iso-drainage line은 6.1절의 isonodal line과 같은 개념으로 보면 된다. stage는 기존의 유수지와 새로 추가될 유수지들에 의해 구성된다. state변수는 각각의 유수지 위치에서 증가분  $\Delta S$ 를 이용하여 끊어주는데 이때 state로는 유수지의 크기와 하류로 방류할 수 있는 유량을 고려할 수 있다. 따라서 결정변수는 각 유수지의 크기와 최대가능 방류량 또는 방류구조물의 설계 등이 된다.

위에서 간략하게 설명된 모델은 Mays & Bedient(1982), Bennett & Mays(1985), Taur et al(1987), 이길성과 이범희(1995)에서 상세한 설명과 함께 적용예를 찾아볼 수 있다.

## 7. 맺음말

이번호를 포함하여 5회에 걸쳐 최적화기법의 수자원공학분야에의 적용예를 살펴보았다. 조금더 열의를 가지고 더 나은 기고를 할 수 있지도 않았나 하는 아쉬움과 함께 죄송스러운 마음도 같이 든다. 그나마 짧은 지면을 통해 아직도 최적화기법이 생소하게 느껴지는, 특히 실무에 종사하는 회원들에게 이 분야의 간단한 소개는 되었다는데 의의를 찾을 수 있겠다. 수학과 컴퓨터프로그래밍에 많이 의존하는 분야이기 때문에 실무자들이 사용을 꺼린다는 점과 함께 자칫 실무를 무시한 설계가 될 수도 있다는 문제점들이 있긴 하나 문제의 정확한 이해와 함께 실무경험자의 의견이 반영되는 설계를 한다면 최적화기법이 가져올 설계의 효용성과 공사비 및 운영경비 절감의 잠재력은 매우 크다고 본다. 아울러 우선 실무자가 거부감 없이 사용하도록 유도하려면 상용패키지화가 되어야 한다는 과제도 남아있다.

참고로 이 강좌시리즈의 많은 부분이 Mays와 Tung이 저술한 Hydrosystem Engineering and Management(1992)에서 발췌되었음을 알려드리며, 이 책과 함께 그동안 참고문헌에 나열되었던 많은 논문들이 이 분야의 연구 및 실무 적용에 많은 도움이 되리라 믿는다.

## 참 고 문 헌

- 원석연, 윤용남(1993), “도시유역의 홍수량 산정을 위한 도시유출모형연구”, 대한토목학회논문집, 제13권, 제5호, pp. 135~146.
- 이길성, 이범희(1995), “동적계획법을 이용한 우수체계의 최적설계”, 한국수자원학회지, 제28권, 제 1호, pp. 153~167.
- Bennett, M. S. and L. W. Mays(1985), “Optimal Design of Detention and Drainage Channel Systems,” Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE, vol. 111, no. 1, pp. 99-112.
- Chow, V. T., D.R. Maidment, and L. W. Mays (1988), Applied Hydrology, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Donohue, J. R., R. H. McCuen, and T. R. Bondelid(1981), “Comparison of Detention Basin Planning and Design Models,” J. Water Res., Planning and Management Div., Am. Soc. Civ. Eng., vol. 107, no. WR2, pp. 85-400.
- Huber, W. C., J. P. Heaney, M. A, Medina, W. A. Peltz, H. Sheikhj, and G. F. Snith(1975), “ Storm Water Management Model(SWMM) User’s Manual, version II, Environmental Protection Technology Series, EPA-670/2-75-017, Municipal Environmental Research Laboratory, USEPA.
- Mays, L. W. and P. B. Bedient(1982), “Model for Optimal Size and Location of Detention Basins,” Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE, vol. 108. no. WR3, p. 220-285.
- Mays, L. W. and Y. K. Tung(1992), Hydrosystems Engineering and Management, McGraw-Hill, Inc, New York.
- Mays, L. W. and H. G. Wenzel Jr.(1976), “Optimal Design of Multilevel Branching Sewer Systems,” Water Resources Research, AGU, vol. 12, no. 5, pp. 913-917.
- Mays, L. W., H. G. Wenzel Jr., and J. C, Liebman(1976), “Model for Layout and Design of Sewer Systems,” Journal of the Water Resources Planning and Management Division, ASCE, vol. 102, on. WR2, pp. 385-405.
- Mays, L. W. and B. C. Yen(1975), “Optimal Cost Design of Branched Sewer Systems.” Water Resources Research, vol. 11, on. 1, pp. 37-47.
- Tang, W. H., L. W. Mays, and B. C. Yen(1975), “Optimal Risk-Based Design of Storm Sewer Networks,” Jownal of Environmental Engineering Division, ASCE, vol. 101, no. EE3, pp. 381-398.
- Taur, C. K., G. Toth, G. E. Oswald, and L. W. Mays(1987), “Austin Detention Basin Optimization Model,” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 113, no. 7, pp. 860-878.
- Terstrip, M., L. and Stall, J. B.(1974), “The Illinois Urban Drainage Simulator, ILLUDAS”, Illinois State Water Survey, Bull. 58.
- Yen. B. C.(1975), “Risk Based Design of Storm Sewers,” Report no. INT 141. Hydraulics Research Station, Wallingford, England.
- U.S. Army Corps of Engineers(1979), Hydrologic Engineering Center, Introduction and Application of Kinematic Water Routing Techniques Using HEC-1 Davis, Calif.
- U.S. Army Corps of Engineers(1977), “Storage, Treatment, Overflow, Runoff Model (STORM): User’s Manual”, Water Resources Support Center.
- Yen. B. C., ed.(1978), Storm Sewer System Design, Department of Civil Engineering. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Yen, B. C., H. G. Wenzel, Jr., L. W. Mays, and W. H. Tang(1976), “Advanced Methodologies for Design of Storm Sewer Systems,” Research Report 112, Water Resources Center. University of Illinois at Urbana-Champaign.