

〈論 文〉

IV 방법을 이용한 잡음이 포함된 베어링 실험 장치의 동특성 파라미터 추출

An Application of the Instrumental Variable Method(IVM) to Parameter Identification of a Noise Contaminated Bearing Test Rig

이용복* · 김창호* · 최동훈**

Yong-Bok Lee, Chang-Ho Kim and Dong-Hoon Choi

(1996년 7월 29일 접수 ; 1996년 9월 12일 심사완료)

Key Words :Least Suare Method(최소자승법), Transfer Matrix(전달 행렬), Stiffness Matrix(강성 행렬), Error Matrix(오차 행렬), Standard Error of Estimate(표준 오차의 평가)

ABSTRACT

The Instrumental Variable Method(IVM), modified from least square algorithm, is applied to parameter identification of a noise contaminated bearing test rig. The signal to noise ratio included in Frequency Response Function(FRF) can cause significant errors in parameter identification. Therefore, among several candidates of parameter identification method, results of the applied IVM were compared with noise-contaminated least square method. This study shows that the noise-contaminated least square method can have inconsistent accuracy depending on the degree of noise level, while the IVM has robuster performance to signal to noise ratio than least square method.

1. 서 론

베어링이나 시일과 같은 유체 기기 요소는 축의 회전 속도가 증가함에 따라 정적 및 동적 특성이 변화하는 데 이러한 변화는 전체 시스템에 영향을 미친다. 특히 동특성은 유체의 관성을 나타내는 질량, 그리고 강성 및 감쇠의 계수로 표현되어지며 때때로 이러한 계수의 변화가 시스템에 악영향을 미치어 불안정성(instability)을 야기시키며 급격한 진동 문제를 일으킨다. 이러한 점을 감안할 때 정확한 동 특성 계수의 예측은 시스템의 안정성 향상면에서 매우 큰 중요성을 띄고 있다. 이러한 유체 기기의 동특성에 관한 연구로는 크게 시간 영역(time base)에서의 해석과 주파수 영역(frequency base)에서의 해석으로

대별되는 데 시간 영역의 해석 기법으로는 Kalman Filter를 이용한 선형 및 비선형계의 파라미터 추출법이 있다. 특히 비선형성이 강한 시스템의 경우 Extended Kalman Filter를 적용한 연구들이 시일과 베어링에 있다^(1,2). 또 다른 방법 중의 하나는 비교적 시간 영역의 해석 방법보다 쉽게 구할 수 있는 전달 함수(transfer function)에 의한 파라미터 추출법으로 R. Nordmann에 의하여 처음으로 제안하여 현재 시일, 베어링과 같은 회전 기기의 동특성 예측 기법으로 널리 사용되고 있다^(3,4).

주파수 영역에서의 해석은 가진에 따른 응답 비율인 전달함수를 각각의 주파수 성분에서의 최소자승법에 의하여 계수를 추출한다. 시스템에 가진되는 방법은 임펄스 햄머에 의한 가진과 유압력의 제어에 따른 유압식 가진기로 구분되며 그에 대한 장단점은 참고문헌 (5)에 잘 기술되어 있다. 측정된 베어링 시스템의 전달 함수의 경우 대개는 잡음이 내포된 신호를 처리하게 되는데 이러한 잡음은 가진에 의한

*정회원, 한국과학기술연구원, 기전연구부

**정회원, 한양대학교 공과대학 기계설계학과

입력 신호와 그 응답의 측정인 변위 센서에서 포함되어진다. 특히 유체 기기의 잡음은 순수 베어링의 동특성을 왜곡시킬 수 있다. 따라서 본 연구에서는 파라미터 추출에 관한 최소 자승 기법(least square method: LSM)을 기본으로 잡음 신호의 영향을 고려한 최소 자승법 및 Fritzen 등이 제안한 instrumental variable method(IVM)⁽⁶⁾ 등을 이용하여 새로이 개발된 고속 회전 베어링 실험장치의 정확한 동특성 파라미터를 예측하였다.

2. 동적 파라미터 추출 이론

2.1 수학적 모델링과 주파수 영역 해석에서의 파라미터 추출법

강성이 매우 큰 축과 하우징 및 베어링으로 되어 있는 시스템의 수학적 모델은 Fig. 1과 같으며 하우징은 반경 방향으로만 움직이는 2자유도 운동을 한다고 가정할 때 계의 선형화된 운동방정식은 다음과 같게 된다.

$$\begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} \\ M_{yx} & M_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 행렬 $[M]$, $[C]$, $[K]$ 는 각각 질량(mass), 감쇠(damping), 강성(stiffness) 행렬을 나타내며 $[F]$ 는 외부 가진에 의한 외력을 나타내는 행렬이다. 베어링에 대한 2자유도의 선형화된 운동방정식 식 (1)은 가진력과 계의 응답 조건을 조화함수라 가정하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$(x = X e^{j\omega t}, y = Y e^{j\omega t}, F_x = F_x e^{j\omega t}, F_y = F_y e^{j\omega t}) \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} K_{xx} - \omega^2 M_{xx} + j\omega C_{xx} & K_{xy} - \omega^2 M_{xy} + j\omega C_{xy} \\ K_{yx} - \omega^2 M_{yx} + j\omega C_{yx} & K_{yy} - \omega^2 M_{yy} + j\omega C_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)에 의해 Receptance matrix $[H]$ (displacement/force)를 구하면

$$\begin{aligned} [H] &= \frac{1}{\Delta} \cdot \\ &\begin{bmatrix} K_{yy} - \omega^2 M_{yy} + j\omega C_{yy} & -(K_{xy} - \omega^2 M_{xy} + j\omega C_{xy}) \\ -(K_{yx} - \omega^2 M_{yx} + j\omega C_{yx}) & K_{xx} - \omega^2 M_{xx} + j\omega C_{xx} \end{bmatrix} \\ \Delta &= (K_{xx} - \omega^2 M_{xx} + j\omega C_{xx})(K_{yy} - \omega^2 M_{yy} + j\omega C_{yy}) \\ &\quad - (K_{xy} - \omega^2 M_{xy} + j\omega C_{xy})(K_{yx} - \omega^2 M_{yx} + j\omega C_{yx}) \\ &= \begin{bmatrix} H'_{xx} + jH^i_{xx} & H'_{xy} + jH^i_{xy} \\ H'_{yx} + jH^i_{yx} & H'_{yy} + jH^i_{yy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

행렬 $[H_{ij}]$ 의 첨자 i, j 는 각각 i 방향 가진에 의한 j 방향의 응답을 측정된 전달함수 행렬을 나타낸다. 실제 실험을 통하여 측정된 전달행렬 $[H]$ 는 해석적인 강성행렬 $[K_{in}]$ 와 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$[H][K_{in}] = [E] + [S]' \quad (5)$$

여기서 $[E]$ 는 단위행렬을 나타낸다.

식 (5)를 전개하면

$$[H]\{[K] - \omega^2[M] + j\omega[C]\} = [E] + [S]' \quad (5)$$

여기서 $[K]$, $[M]$, $[C]$ 는 각각 강성(stiffness), 질량(mass), 감쇠(damping) 행렬이며 $[S]'$ 는 측정시 잡음(noise) 등에 의해서 생기는 오차(error) 행렬이 된다. 식 (6)을 실수부와 허수부로 각각 분해하면

$$\begin{aligned} [H]^r [K] - \omega^2 [H]^r [M] - \omega [H]^r [C] &= [E] + [S]^r \\ [H]^i [K] - \omega^2 [H]^i [M] - \omega [H]^i [C] &= [0] + [S]^i \end{aligned} \quad (7)$$

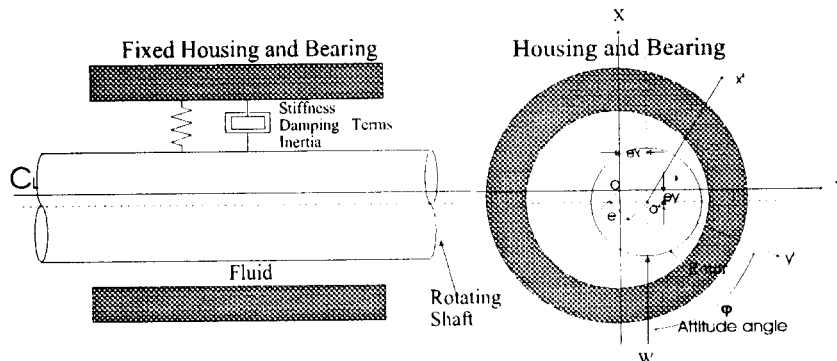


Fig. 1 Mathematical model of the hybrid journal bearing

여기서 첨자 r, i 는 각각 실수부와 허수부를 나타낸다. 식 (7)로부터 하나의 ω 성분에 대하여 실수와 허수부 각각 4개의 방정식으로 표현되며 이를 행렬 형태로 표시하면

$$[A][X]=[E]'+[S]' \quad (8)$$

여기서 $[A]$ 는 가진 진동수 ω 와 F. R. F(frequency response function)의 함수로 이루어져 있으며 $[X]$ 는 미지의 계수 $[M], [C], [K]$ 로 이루어져 있고 행렬 $[S]'$ 는 측정 오차 및 시스템에 미치는 외적 잡음에 대한 Euclidean norm 형태의 잡음 오차 행렬을 나타낸다.

$$[A]=\begin{bmatrix} H'_{xx} & H'_{xy} & -\omega^2 H'_{xx} & -\omega^2 H'_{xy} & -\omega H'_{xx} & -\omega H'_{xy} \\ H'_{yx} & H'_{yy} & -\omega^2 H'_{yx} & -\omega^2 H'_{yy} & -\omega H'_{yx} & -\omega H'_{yy} \\ H^i_{xx} & H^i_{xy} & -\omega^2 H^i_{xx} & -\omega^2 H^i_{xy} & -\omega H^i_{xx} & -\omega H^i_{xy} \\ H^i_{yx} & H^i_{yy} & -\omega^2 H^i_{yx} & -\omega^2 H^i_{yy} & -\omega H^i_{yx} & -\omega H^i_{yy} \end{bmatrix}$$

$$[X]=\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \\ M_{xx} & M_{xy} \\ M_{yx} & M_{xx} \\ C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \quad [E]=\begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.1 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$[A]^T[A][X]=[A]^T[E]'+[A]^T[S]' \quad (9)$$

$$\therefore [X]=([A]^T[A])^{-1}([A]^T[E]'+[A]^T[S]') \quad (10)$$

여기서 미지의 파라미터 $[M], [C], [K]$ 를 구하게 된다.

2.2 Instrumental Variable Method(IVM)

식 (9)와 (10)의 잡음 오차 행렬 $[S]'$ 는 S/N 값이 양호한 이상적인 경우에는 그 값을 무시하여도 되지만 측정시 잡음이나 오차 그리고 외란에 의한 영향이 클 경우에는 그에 대한 영향을 고려하여야만 한다. 일반적으로 오차에 대한 잡음의 고려는 통계적 절차(stochastic process)에 기인한 가우시안 형태의 백색 잡음(Gaussian white noise)을 적용한다. 시스템에 영향을 받는 잡음의 정도에 따라 측정된 진폭의 크기에 대한 비율인 S/N 비로 나타내어진다.

아울러 신호에 대한 잡음의 비가 클 경우 위에 기술한 최소자승 방법과 함께 잡음에 둔감하고 오차를 줄일 수 있는 instrumental variable method(IVM)를 추가로 사용하는데 그 내용은 다음과 같다.

먼저 식 (10)에서 처음으로 구한 $[M]', [C]', [K]'$ 로 해석적인 전달함수인 analytical receptance func-

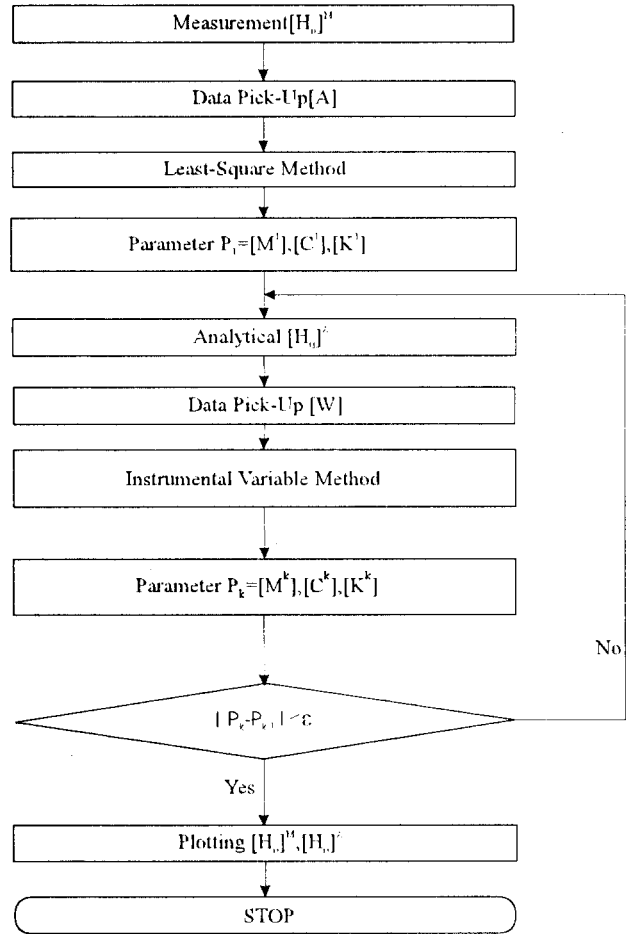


Fig. 2 Flow chart of parameter identification

tion H^A 를 구하고 H^A 를 이용해서 행렬 $[W]^T$ 를 만든다. 이를 식 (9)에 대입하면 아래와 같이 다시 파라미터 $[X]$ 를 구할 수 있게 된다.

$$[W]^T[A][X]=[W]^T[E]'+[W]^T[S]' \quad (11)$$

위의 과정을 계속 반복 시행하여 그때마다 파라미터들을 비교하며 일정한 수렴 조건을 만족시킬 경우에 이 과정을 멈춘다. 위의 최소자승법과 instrumental variable method에 의하여 파라미터를 추출하는 프로그램의 구성 흐름도를 Fig. 2에 나타내었다.

3. 베어링의 동특성 측정 시스템

고속 회전하는 유체 기계의 베어링은 축이 회전함에 따라 유체와 고체 사이의 상대적 전단 마찰(shear friction)에 의하여 내부압력의 변화를 일으키고, 베어링 틈새 내의 강성과 감쇠값이 변화한다. 이러한

동적 파라미터는 축의 회전속도가 어느 속도에 다 다르면 심한 진동을 일으키고 전체 시스템에 불안정성을 일으키는 데 동적 파라미터의 연구를 통하여 불안정성을 억제하는 방향으로 운전을 할 필요가 있다. 이러한 관점에서 고속 회전하는 베어링 시스템의 동적 파라미터의 정확한 추출법은 매우 중요한 의미를 지닌다. Fig. 3에서는 하이브리드 저널 베어링의 실험 장치로 왼쪽 기어 단은 3단의 증속 기어로 최고 35,000rpm의 속도로 회전이 가능하며 축에 동력을 전달하기 위한 연성 커플링으로 연결되어 있다. 양쪽 복렬 볼베어링으로 지지되는 강성의 축은 지름이 50 mm이고 베어링과의 반경 틈새(clearance)는 0.1 mm이다. 또한 L/D 의 비가 1인 8개의 급유구는 하이브리드 베어링이다. 축에 대한 베어링의 상대 움직임을 측정하기 위하여 고분해능의 와전류(eddy current) 타입의 변위 센서(sensitivity: 78.7 mV/ μ m)를 X-Y축 방향으로 베어링의 양면에 각각

설치하였다. 앞서 언급한 바와 같이 전달함수를 구하기 위한 시스템에 부가될 가진력은 마그네틱 임펄스 햄머를 통하여 가진을 시키는데 베어링의 강성 및 감쇠 효과에 따라 응답성 크기가 달라진다. 또한 파라미터의 추출을 위한 다른 방법중에 하나는 유압식 가진기에 의한 가진으로 임펄스 햄머에 의한 가진력에 비하여 그 범위가 상당히 크고 제어를 통한 가진력 및 가진 방법의 제어가 용이하나 설치 및 경제적 비용이 많이 드는 단점이 있다. Fig. 4는 본 실험에 사용된 마그네틱 타입의 임펄스 시스템을 나타내는데 두 개의 임펄스 햄머는 최대 2000N의 임펄스 가진력으로 외부 트리거(trigger) 신호에 의하여 작동이 가능하여 고속 회전하는 회전체에 근접하여 가진해야 하는 위험을 피할 수 있다. 임펄스 가진에 의한 힘 F 와 그에 따른 응답 (X , Y)의 비인 전달함수(H)의 신호는 각각의 측정에 대한 전기적 잡음 및 여러 요소의 잡음이 섞여 있다. 그 가운데는 치차의 회전에 의한 잡음 뿐만 아니라, 고속 회전에 기인한 유체의 진동에 의한 베어링의 가진으로 이는 변위 센서에 잡음 형태로 나타난다.

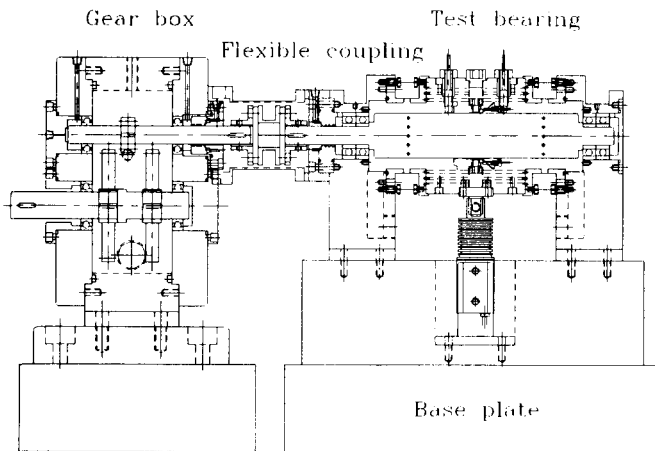


Fig. 3 Hybrid bearing test rig

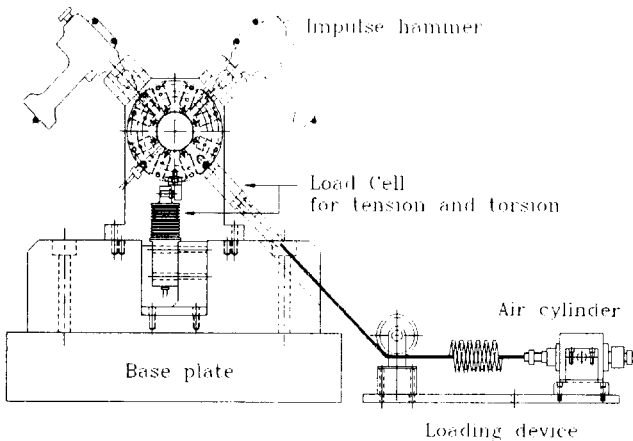


Fig. 4 Excitation mechanism with impulse hammer

4. 동특성 파라미터의 추출

회전하는 베어링의 동특성 파라미터를 추출하기 위한 시스템의 전체 구성은 Fig. 5와 같다. 임펄스 햄머 가진기에 부착된 힘 센서로 들어오는 신호는 증폭되어 F. F. T.의 A채널에 입력되고, 그에 따른 변위 응답 신호는 B채널에 입력되어 F. R. F.(receptance)로 나타내어진다. X-Y 방향의 가진에 따른 측정된 전달함수 $H_{ij}(i, j=X, Y)$ 는 가진 방향과 측정 방향이 같은 경우와 가진 방향과 측정 방향이 다른 모두 네 가지의 전달 함수가 측정된다. 이렇게

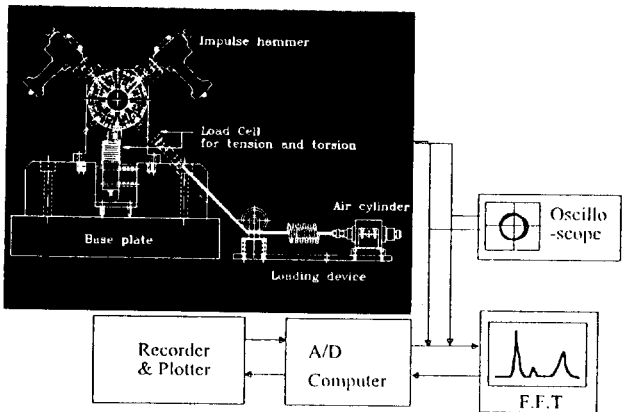


Fig. 5 Schematic diagram of bearing system for the dynamic parameter identification

측정된 전달 함수는 식 (10)에 의하여 각각의 주파수 함수로 커브 피팅되어 동특성 계수를 추출한다.

Fig. 6과 Fig. 7은 공급 압력이 700 kPa이고 축의 회전 속도가 9,000rpm 또한 편심률 (ϵ)이 0.2인 경우 각각의 측정된 전달함수 가운데 $y-y$ 성분에 대한 위상 및 전달 함수의 커브 피팅의 예를 나타낸다. 측정된 전달 함수의 잡음 신호는 변위 센서에서 측

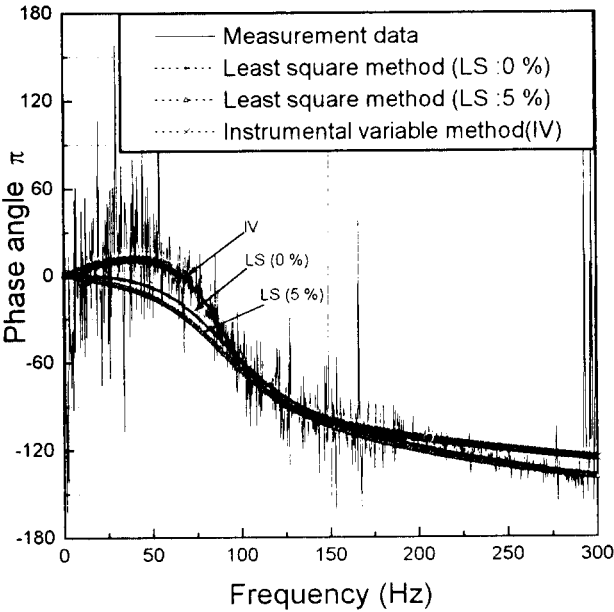


Fig. 6 Phase curve fitting of hybrid journal bearing(9000 rpm, $P_s=7000$ kPa, $\epsilon=0.2$)

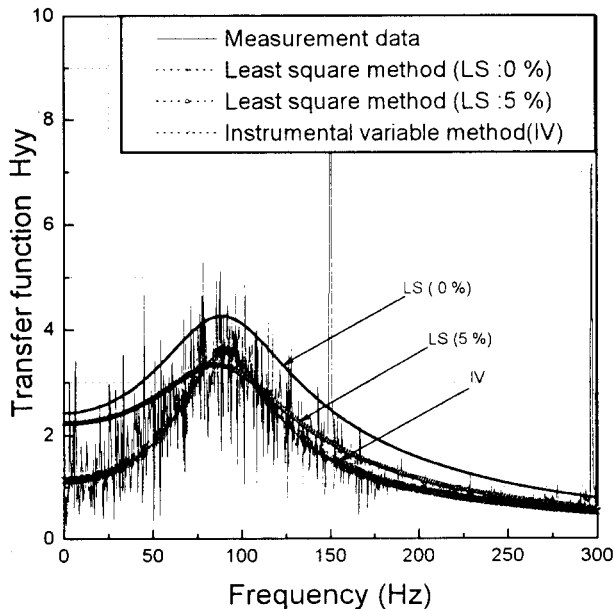


Fig. 7 Frequency response function of hybrid journal bearing(9000 rpm, $P_s=7000$ kPa, $\epsilon=0.2$)

Table 1 Comparison of SEE values of F. R. F and phase with different identification methods

| SEE(Standard error of estimate ref. (7)) | Identification method | SEE _{Angleπ} | SEE _{Hyy} |
|---|-----------------------|--------------------------------------|--------------------|
| SEE= | LSM(0%) | 37.97 | 1.2307 |
| $\left\{ \frac{\sum_{t=1}^N [Y_t - F_t]^2}{N-2} \right\}^{0.5}$ | LSM(5%) | 39.11 | 1.0589 |
| | IVM | 36.52 | 1.0098 |

Y_t : Actual value of the measurement data to be curve fit

F_t : Value of the curve fit

N : Number of data points in the curve fit

정시 포함되어진 것으로 축의 회전시 유체의 유동에 따른 베어링의 가진 및 그 외 전기적 노이즈의 영향이라 사료된다. 주파수 성분 중 150 Hz는 축의 불균형력에 의하여 발생하는 동기(synchronous) 신호로 실제 커브 피팅시는 이러한 성분의 영향을 포함시키지 않았으며 IV기법으로 피팅한 경우 수렴 조건을 파라미터 변화율이 1% 이하의 경우로 수렴 조건을 잡았다.

Table 1은 측정된 네 개의 전달 함수 중 $y-y$ 성분 측정값에 대한 SEE(standare error of estimate)⁽⁷⁾ 값을 피팅의 기법에 따라 비교한 것이다. 일반적으로 SEE의 값은 편차의 제곱에 평균값 즉 오차의 표준 편차 값으로써 정의되며 그 값이 큰 것은 피팅시 그만큼 오차가 큼을 알 수 있다. 적용된 여러 기법 중 IV기법이 SEE값이 가장 적어 측정값에 대한 피팅 오차가 가장 적음을 알 수 있었고 그 이외에 LS 기법은 오차의 고려 정도에 따라 피팅의 정확도가 달라짐을 알 수 있었다.

Table 2는 실제 커브 피팅에 따른 동특성 계수의 값 및 로터의 안정성과 관련한 equivalent whirl frequency ratio⁽⁹⁾의 결과를 비교한 것으로 IVM의 결과에 대하여 LSM에 의한 파라미터의 추출이 변화가 크고 특히 잡음의 영향을 고려하지 않은 경우는 고려한 경우에 비하여 편차가 큼을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 고속 회전하는 베어링의 동특성 파라미터를 정확히 예측하는 방법의 하나로 전달함수를 이용한 최소자승법을 적용하였다. 전달함수에 내포된 잡음의 S/N값은 파라미터를 커브 피팅하는데 오차를 불러 일으킬 수 있으므로 이를 고려한 파라미터 추출법에 대한 연구 중 잡음의 내포에 따른 수

Table 2 Rotordynamic coefficients with different identification method(9,000 rpm, supply pressure 700 kPa, $\epsilon=0.2$)

| Parameter | | LSM(0%) | LSM(5%) | IVM |
|----------------------|-----------|---------|---------|---------|
| MASS (kg) | M_{xx} | 10.61 | 16.18 | 13.59 |
| | M_{xy} | 3.324 | 2.19 | 3.610 |
| | $-M_{yx}$ | 2.475 | 8.05 | 1.088 |
| | M_{yy} | 11.05 | 16.85 | 13.43 |
| DAMPING (N sec/m) | C_{xx} | 1.57e+4 | 1.75e+4 | 2.39e+4 |
| | C_{xy} | 2.48e+3 | 1.23e+3 | 3.42e+3 |
| | $-C_{yx}$ | 1.03e+3 | 5.52e+3 | 0.61e+3 |
| | C_{yy} | 1.57e+4 | 2.00e+4 | 2.95e+3 |
| STIFFNESS (N/m) | K_{xx} | 6.19e+6 | 7.17e+6 | 7.84e+6 |
| | K_{xy} | 7.36e+6 | 6.35e+6 | 1.55e+6 |
| | $-K_{yx}$ | 6.18e+6 | 7.93e+6 | 1.12e+6 |
| | K_{yy} | 6.87e+6 | 8.51e+6 | 7.74e+6 |
| Equivalent-W. F. R. | | 0.4549 | 0.4018 | 0.5318 |

정된 최소 자승법과 instrumental variable method 등을 적용 해석하였다. 최소 자승법은 오차의 내포 정도에 따라 그 정확도가 달라져 잡음 오차에 대한 별도의 고려가 필요하고, instrumental variable method는 반복적 수렴에 의한 시간은 걸리지만 잡음에 대하여 둔감한 장점을 지녀 비교적 정확한 파라미터의 예측을 할 수 있었다.

참고 문헌

- (1) Frizen, C. P. and Seibold, S., 1990, "Identification of Mechanical Systems by Means of the Extended Kalman Filter," Proceedings of the 3rd International Conference of the Rotordynamics, Lyon France, pp. 423~429.
- (2) 이용복, 김창호, 사종성, 김광식, 1992, "시간 영역에서의 Extended Kalman Filter 알고리즘을 이용한 동적 기계시스템의 파라미터 추정에 관한 연구," 한국소음진동공학회지 제2권 제2호, pp. 135~140.
- (3) Nordmann, R., 1984, "Identification of Modal Parameters of an Elastic Rotor with Oil Film Bearings," J. Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 106, pp. 107~112.
- (4) Nordmann, R. and Massmann, H., 1984, "Identification of Dynamic Coefficients of Annular Turbulent Seals," NASA Conference Publication 2338, Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, Proceeding of a Workshop, May 28-30, pp. 295~311.
- (5) Rouvas, C. and Childs, D. W., 1993, "A Parameter Identification Method for the Rotordynamics Coefficients of a High Reynolds Number Hydrostatic Bearing," J. of Vibration and Acoustics, Vol. 115, pp. 264~270.
- (6) Fritzen, C. P., 1985, "Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical Systems," 10th ASME Conference on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati.
- (7) Coleman, H. E. and Steele, W. G., 1989, Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers, John Wiley and Sons, New York.
- (8) 김창호, 1991, "고압 펌프용 로타다이나믹스 및 최적 Sealing 기술 개발," MOST Report UNC709-4162-2.
- (9) Lund, J., 1965, "The Stability of an Elastic Rotor in Journal Bearings with Flexible, Damped Supports," ASME J. of Applied Mechanics, pp. 911~920.