

〈論 文〉

# 광대역 수중 음향 압전 진동체의 등가회로 모델링

## Equivalent Circuit Modeling of Wideband Underwater Acoustic Piezoelectric Vibrator

조치영\* · 김원호\* · 윤형규\*\*

Cheeyoung Joh, Wonho Kim and Hyunggyoo Yoon

(1996년 6월 22일 접수 ; 1996년 9월 2일 심사완료)

**Key Words :** Piezoelectric Vibrator (압전진동체), Wideband (광대역), Equivalent Circuit (등가회로)

### ABSTRACT

In this paper an identification method is presented to obtain the equivalent electric circuit model of a wideband underwater acoustic piezoelectric vibrator. Unknown parameters involved in the equivalent circuit are identified using the measured electrical admittances in air. The proposed method is applied to an example transducer. The validity of equivalent circuit model is demonstrated by the comparison between the experimental measurements and analytical calculations of TVR(transmitting voltage response) in water.

#### 기 호 설 명

- $C_o$  : 압전재료의 제지정전용량(clamped capacitance)
- $N$  : 변환률(turn ratio)
- $R, L, C$  : 등가회로의 저항, 리액턴스, 정전 용량
- $V, I$  : 트랜스듀서의 구동 전압, 전류
- $Z_L$  : 하중 임피던스(load impedance)
- $Y$  : 전기적 입력어드미턴스
- $G, B$  : 전기적 입력어드미턴스의 컨덕턴스와 서셉턴스
- $\omega_0$  : 기계적 공진주파수
- $k_{eff}^2$  : 압전진동체의 유효 전기-기계 결합계수
- $SL$  : 트랜스듀서의 음원준위(source level)

$$SL(P_{ref}) = 20 \log_{10} \left( \frac{P_e(1)}{P_{ref}} \right)$$

$P_{ref}$  = 표준음압 (rms)

$DI$  : 트랜스듀서의 지향지수(directionality index)

$P_e(r)$  = 음원에서  $r$ 만큼 떨어진 곳에서의 음압 (rms)

$$DI = \log_{10} \frac{I_{ax}(r)}{I_s(r)}$$

$I_{ax}(r)$  = 거리  $r$ 에서의 음의 세기 (intensity)

$I_s(r)$  = 같은 출력을 갖는 단순 음원의 거리  $r$ 에서의 음의 세기

$TVR$  : 트랜스듀서의 송신전압감도(transmitting voltage response)

$$TVR = 170.8 + DI + 10 \log_{10} \left( \frac{W}{|E_{IN}|^2} \right)$$

$W$  = 트랜스듀서의 출력

$E_{IN}$  = 트랜스듀서의 입력 전압

### 1. 서 론

수중 소나 시스템용 음향 송출기(projector)에는 압전 세라믹 진동체가 널리 사용되는데, 적용 목적에 따라 샌드위치형, 원통형, 구형 세라믹 등의 여러가지 형태의 진동체를 설계하여 각각의 고유 진동모드로 진동시켜 발생하는 음파를 음원으로 이용한다. 그런데 최근의 송출기는 높은 출력을 요구할 뿐만 아니라 적용하는 목적 및 환경에 따라 고려해야 할 설계 사양이 다양해지고, 구조 또한 더욱 복잡해

\*정회원, 국방과학연구소 수중음향센서연구실

\*\*국방과학연구소 수중음향센서연구실

지는 경향이 있다. 따라서 효율적인 설계를 위해서는 진동체의 동특성을 미리 예측하고 그 결과를 설계에 반영하기 위한 이론적인 해석 모델이 필요하다.

그동안 압전 세라믹 진동체의 동특성 해석을 위한 다양한 해석 기법이 개발되어 왔는데, 비교적 구조가 간단하고 공진 주파수 부근에서의 동특성에만 관심이 있을 경우에는 전기적 등가 회로 모델링이 널리 사용되고 있다<sup>(1)</sup>. 전기적 등가 회로에 관련된 매개 변수들은 진동체의 형상, 크기 뿐만 아니라 여러 가지 재료의 음속, 밀도, 탄성계수 등의 물성치에 따라 결정된다. 그러나 각종 재료의 부정확한 물성치(특히 압전 세라믹에 관련된 압전 상수)에 의해 이론적으로 계산된 동특성과 실험적으로 측정된 값을 비교하면 많은 오차가 발생한다. 따라서 실험적으로 측정된 동특성을 활용한 등가회로 규명이 필요하다.

본 논문에서는 넓은 주파수 범위에서 균일한 송신 출력 특성을 갖는 광대역 수중 음향 압전 진동체를 설계하기 위한 등가 회로 모델을 규명하는 방법을 제시하였다. 공기중에서 실험적으로 측정된 진동체의 전기적 어드미턴스를 이용하여 등가 회로에 관련된 미지 상수를 규명하였다. 3개의 반경 방향으로 분극처리된 원통형 압전 세라믹 진동체를 적층한 광대역 진동체를 설계, 제작하고 이에 대해 제안된 규명 방법을 적용하여 등가 회로 모델을 구했다. 그리고 이를 이용하여 수중에서의 송신 전압 감도를 예측하고 실험치와 비교하여 제안된 방법의 효용성을 검증하였다.

## 2. 등가 회로 모델링

Fig. 1은 광대역 수중 음향 진동체의 기본 구조이다. 광대역 주파수 특성을 구현하기 위하여 공진 주파수가 서로 다른 여러 개의 진동체가 적층되어 있으며, 방사면과 방사 매질(물) 사이에는 특성 임피던스가 물에 가까운 재료로 만들어진 음향 윈도우(acoustic window)가 부착되어 있다. Fig. 2는 원통형 압전 세라믹 진동체에 대해 공진 주파수 부근에서의 동특성을 해석하기 위한 전기적 등가 회로를 그린 것이다. 구성 요소의 내부 특성보다 입·출력 간의 관계에 관심이 있을 경우는 다음과 같이 전송 파라미터를 이용한 관계식이 유용하다<sup>(2)</sup>.

$$\begin{Bmatrix} V \\ I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_L \\ I_L \end{Bmatrix}$$

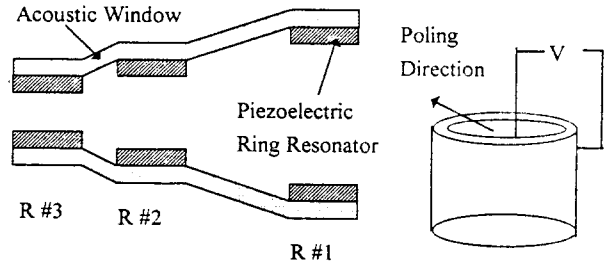


Fig. 1 Wideband underwater acoustic transducer

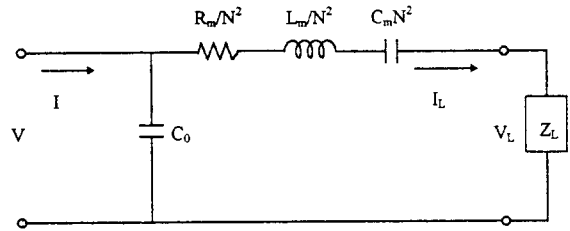


Fig. 2 Equivalent circuit model of piezoelectric ceramic transducer

$$A = 1, B = Z_m, C = j\omega C_0, D = 1 + j\omega C_0 Z_m$$

$$Z_m = \frac{1}{N^2} \left[ R_m + j \left( \omega L_m - \frac{1}{\omega C_m} \right) \right] \quad (1)$$

여기서  $C_0$ 는 압전재료의 제지 정전 용량(clamped capacitance)이며,  $R_m, L_m, C_m$ 은 각각 압전 재료의 기계적 손실, 질량, 강성을 나타내는 전기적 상수이다. 그리고  $V, I$ 는 압전 진동체에 가해지는 구동 전압 및 전류이고,  $V_L, I_L$ 은 하중 임피던스  $Z_L$ 에 부가되는 전압과 전류이다. 그리고  $N$ 은 압전 진동체를 이상적인 변환기로 가정했을 때의 전기-기계 에너지 변환률(turn ratio)로서 다음 식으로 정의된다<sup>(3)</sup>.

$$N = \frac{2\pi(r_2 - r_1) d_{31}}{s_{11}^E} \quad (2)$$

여기서  $s_{11}^E, d_{31}$ 는 각각 압전재료의 탄성 컴플라이언스, 압전 변형률을 나타내며,  $r_1, r_2$ 는 각각 원통형 링의 내·외반경을 나타낸다.

Fig. 2에서 하중 임피던스를 고려하지 않을 경우 ( $Z_L = 0$ ), 진동체의 전기적 입력 어드미턴스  $Y_{IN}$ 은 식 (1)로부터 다음 식으로 표현된다.

$$Y_{IN} = \frac{I}{V} = G + jB$$

$$G = \frac{R_m N^2}{R_m^2 + X^2}$$

$$B = \omega C_0 - \frac{X N^2}{R_m^2 + X^2}$$

$$X = \omega L_m - 1/\omega C_m \quad (3)$$

여기서  $G$ ,  $B$ 는 각각 전기적 컨덕턴스와 서셉턴스를 나타낸다. 그리고 식 (3)에서 어드미턴스의 크기가 최소가 되는 주파수를 반공진 주파수  $\omega_a$ 라고 하며,  $X=0$ 가 되는 주파수를 기계적 공진 주파수  $\omega_0$ 라고 하며 다음 식으로 결정된다.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_m C_m}} \quad (4)$$

한편 등가회로 Fig. 2에서, 압전 진동체의 유효 전기-기계 결합 계수(coupling coefficient)는 다음 식으로 정의된다.

$$k_{eff}^2 = \frac{C_m}{C_0 + C_m} \quad (5)$$

그런데  $R_m$ 이 충분히 작은 경우 유효 결합 계수는 공진 주파수와 반공진 주파수를 이용하여 다음의 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$k_{eff}^2 \approx 1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_a}\right)^2 \quad (6)$$

식 (1), (2)에서 등가 회로에 관련된 미지 상수는 5개, 즉  $N$ ,  $C_0$ ,  $R_m$ ,  $L_m$ ,  $C_m$ 이다. 그런데 식 (3)에서 보면 변환률  $N$ 은 비례 상수 역할만 하므로 식 (2)를 이용하여 직접 계산하고 나머지 4개의 미지수 즉  $C_0$ ,  $R_m$ ,  $L_m$ ,  $C_m$ 을 다음의 방법으로 구할 수 있다.

(1) 먼저 제지 정전 용량  $C_0$ 를 실험적으로 직접 측정한다.

(2) 공진주파수  $\omega_0$ 에서의 전기적 어드미턴스를 측정하여 식 (3)의 컨덕턴스 관계식으로부터  $R_m$ 을 다음과 같이 구한다.

$$R_m = N^2 / G(\omega_0) \quad (7)$$

(3) 실험적으로 측정된 공진 주파수  $\omega_0$ 와 반공진 주파수  $\omega_a$ 로부터 식 (6)을 이용하여 유효 결합계수  $k_{eff}^2$ 를 계산하고 식 (5)로부터  $C_m$ 을 다음 식으로 구한다.

$$C_m = \frac{k_{eff}^2 C_0}{(1 - k_{eff}^2)} \quad (8)$$

(4) 마지막으로 공진주파수 정의식 (4)를 이용하여 다음 식으로  $L_m$ 을 구한다.

$$L_m = \frac{1}{\omega_0^2 C_m} \quad (9)$$

### 3. 광대역 진동체의 수중 거동

Fig. 2의 등가회로에서 단일 진동체의 출력 전력

$P_{out}$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$P_{out} = R_L I_L^2; R_L = \text{Real}(Z_L) \quad (10)$$

따라서 진동체의 수중에서의 출력 특성은 다음과 같이 데시벨 치수로 정의되는 음원 준위  $SL$ (source level)로 나타낼 수 있다<sup>(4)</sup>.

$$SL = 170.8 + 10 \log P_{out} + DI \quad (11)$$

여기서  $DI$ 는 진동체의 지향지수(directionality index)를 나타내는데, 원통형 세라믹의 길이가 반파장에 비해 작은 경우 무시할 수 있다. 그런데 출력 전압  $V_L = Z_L I_L$ 을 식 (1)에 대입하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$V = (AZ_L + B) I_L \quad (12)$$

따라서 식 (10)~(12)로부터  $SL$ 은 다음과 같다.

$$SL = 170.8 + 10 \log R_L - 20 \log (|AZ_L + B|) + 20 \log V + DI \quad (13)$$

결국 단위 전압당 송신 전압 감도,  $TVR$ (transmitting voltage response)은 다음 식으로 결정된다.

$$TVR = 170.8 + 10 \log R_L - 20 \log (|AZ_L + B|) + DI \quad (14)$$

일반적으로 광대역 음향 송출기의 경우는 Fig. 3처럼  $N$ 개의 진동체를 전기적으로 병렬 연결하여 사용하므로 전체 시스템의  $TVR$ 은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$TVR = 170.8 + 10 \log W; W = \sum_{i=1}^N P_{out_i} \quad (15)$$

한편 반경이  $2r$ 이고 길이가 무한히 긴 원통형 음

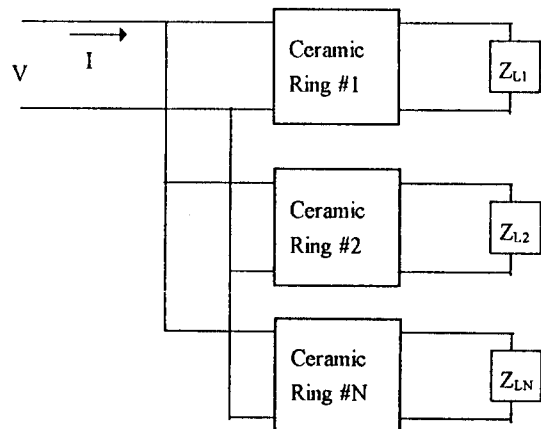


Fig. 3 Equivalent circuit model of wideband transducer

원의 수중에서의 방사 임피던스  $Z_w$ 는 다음 식으로 계산된다<sup>(5)</sup>.

$$Z_w = j\rho_w c_w \frac{H_0^{(2)}(\kappa r)}{H_1^{(2)}(\kappa r)}; H_n^{(2)}(\kappa r) = J_n(\kappa r) - jY_n(\kappa r) \quad (16)$$

여기서  $\rho_w, c_w$ 는 물의 밀도와 음속이며,  $\kappa(=\omega/c_w)$ 는 파수(wave number)이며,  $J_n(x), Y_n(x), H_n^{(2)}(x)$ 는 각각 제  $n$ 차 1종, 2종, 3종 Bessel 함수이다. 따라서 등가회로 Fig. 2에 있는 하중 임피던스  $Z_L$ 은 진동체의 변환율  $N$ 을 고려하여 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$Z_L(j\omega) = Z_w/N^2 \quad (17)$$

#### 4. 등가 회로의 적용 예

본 논문에서는 3개의 PZT4 계열의 압전 세라믹 링을 적층하여 설계, 제작된 광대역 진동체를 예제로 선택하여 등가회로를 규명하고 수중에서의 송신 특성을 예측하고 이를 실험 결과와 비교하였다. 각 진동체의 크기는 Table 1에 요약하였다. 그리고 진동체의 방사면에 있는 음향 윈도우는 특성 임피던스가 물에 가까운 폴리우레탄 재질( $\rho_w c_w = 1.7 \times 10^6$  Pa·s/m)로 선택하여 두께를 4 mm로 물딩하여 부착하였다. 진동체에 사용된 압전 세라믹 재료인 PZT4의 물성치는 다음과 같다.

$$s_{11}^E = 12.3 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}, \\ d_{31} = -123 \times 10^{-12} \text{ C/N}$$

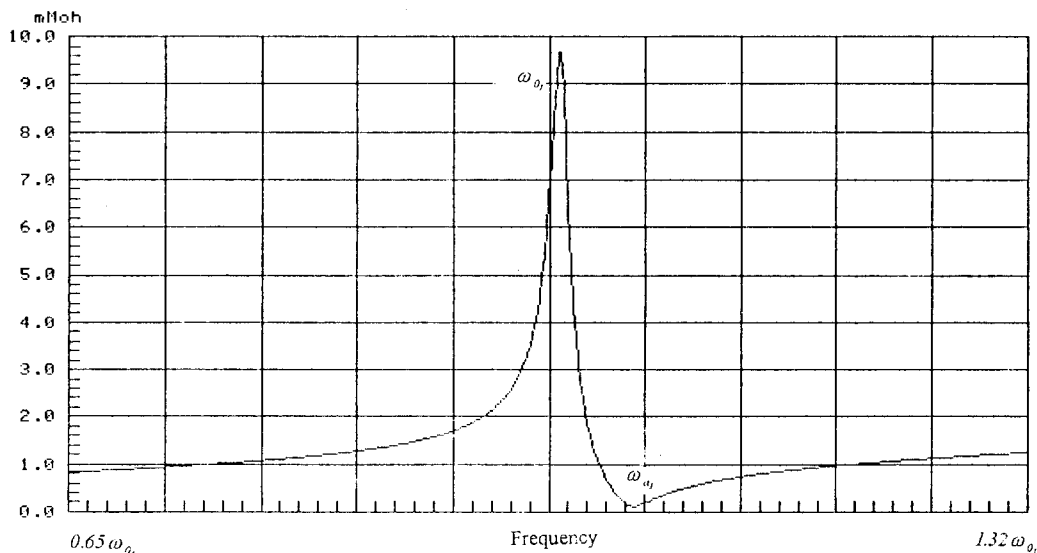
**Table 1** Dimensions of resonators unit : mm

세라믹 링	치수(외경×길이×두께)
#1	$D_1 \times 25.4 \times 5.1$
#2	$0.75D_1 \times 25.4 \times 3.15$
#3	$0.5D_1 \times 12.7 \times 3.15$

**Table 2** Identified equivalent circuit parameters of resonators

구분	#1	#2	#3
$N^2$	0.1027	0.0392	0.0392
$C_0(nF)$	8.56	10.14	3.10
$R_m(\Omega)$	10.63	1.76	5.35
$\omega_o$	$\omega_{o1}$	$\omega_{o2}$	$\omega_{o3}$
$\omega_a$	$1.053\omega_{o1}$	$1.049\omega_{o2}$	$1.057\omega_{o3}$
$\kappa_{eff}^2$	0.098	0.091	0.105
$C_m(nF)$	0.93	0.84	0.36
$L_m(mH)$	$L_{m1}$	$L_{m2}$	$L_{m3}$

임피던스 분석기(HP4194A)를 이용하여 음향 윈도우를 부착하지 않은 3개의 각 진동체에 대해  $C_0$ 를 측정하고 공기중 어드미턴스를 측정하여 Figs. 4~6에 그렸다. 먼저 PZT4의 물성치를 식 (2)에 대입하여  $N$ 을 계산하고 Figs. 4~6으로부터  $\omega_o, \omega_a$ 를 읽어 제안된 방법으로 등가회로에 관련된 상수를 규명하



**Fig. 4** Magnitude of admittance of resonator #1 in air

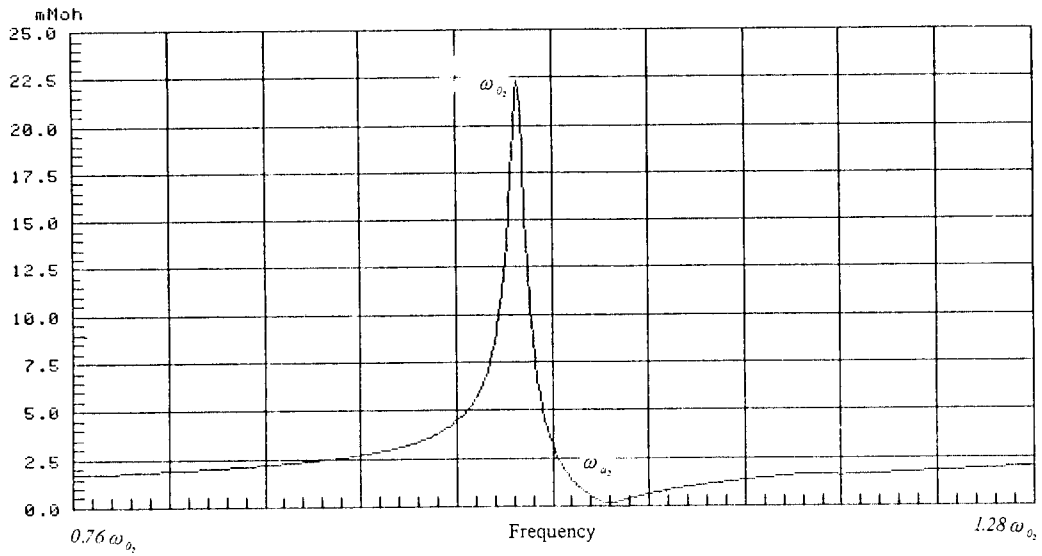


Fig. 5 Magnitude of admittance of resonator #2 in air

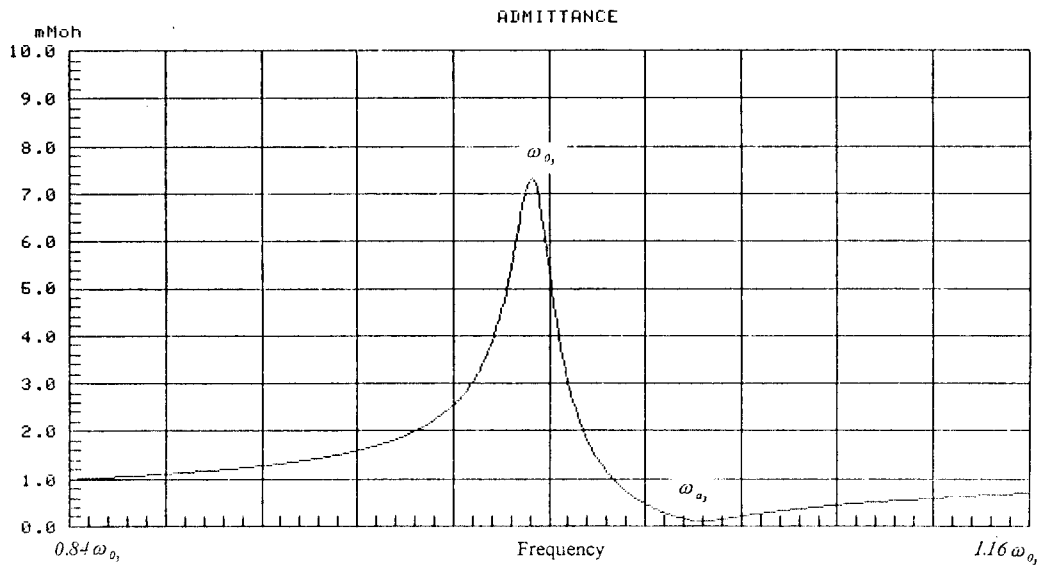


Fig. 6 Magnitude of admittance of resonator #3 in air

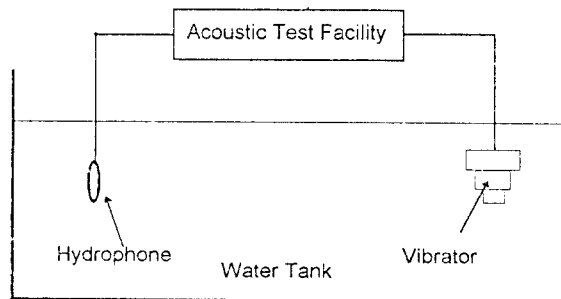


Fig. 7 Experimental setup for measurement of TVR

여 Table 2에 요약하였다.

한편 규명된 등가 회로 모델의 타당성 및 효율성을 검토하기 위해 Fig. 7에 있는 것처럼 음향 수조에 광대역 진동체와 표준 하이드로폰을 설치하여 수중에서의 TVR을 측정하고 식 (14), (15)를 이용하여 이론적인 TVR을 계산하여 Figs. 8~11에 비교하였다. Fig. 10에 있는 #3의 진동체가 최대 약 7dB의 감도 차이를 보이고 있지만, #1, #2 및 전체 시스템의 TVR은 모든 주파수 영역에서 그 특성이 비교적

잘 일치함을 알 수 있다. 그리고 실험값과 이론값과의 오차의 주요 원인은 등가회로 모델에 고려하지 못한 폴리우레탄 음향 윈도우의 영향과 부정확한 수중에서의 자기 및 상호 방사 임피던스에 의한 것으로 판단된다. 그러나 전체적인 시스템의 TVR 특성에서 보면 규명된 등가 회로는 제작된 광대역 진동체의 특성 해석 및 성능 예측을 위한 모델로 효과적으로 사용 가능함을 보이고 있다.

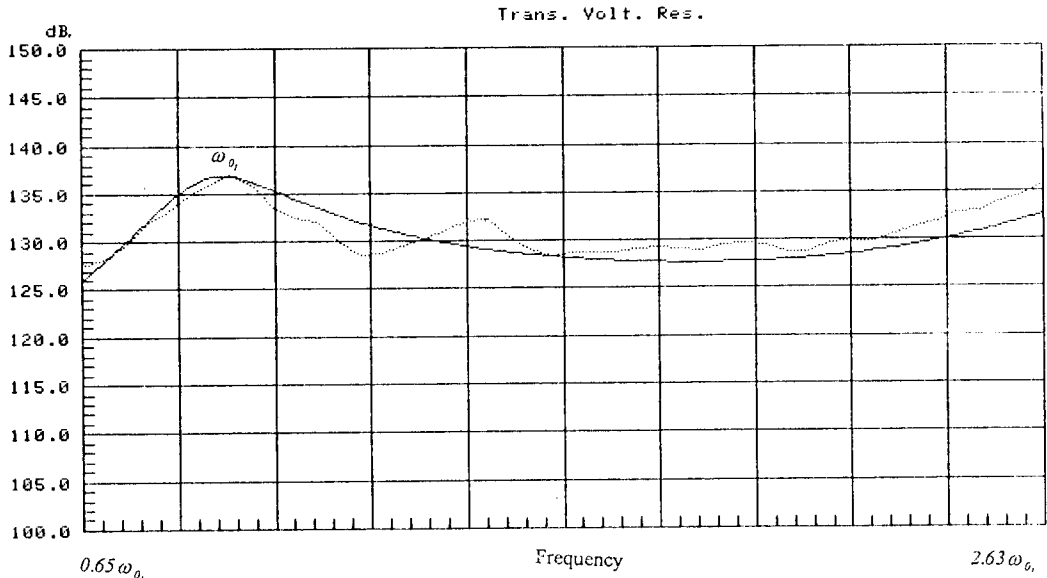


Fig. 8 TVR of resonator #1 in water

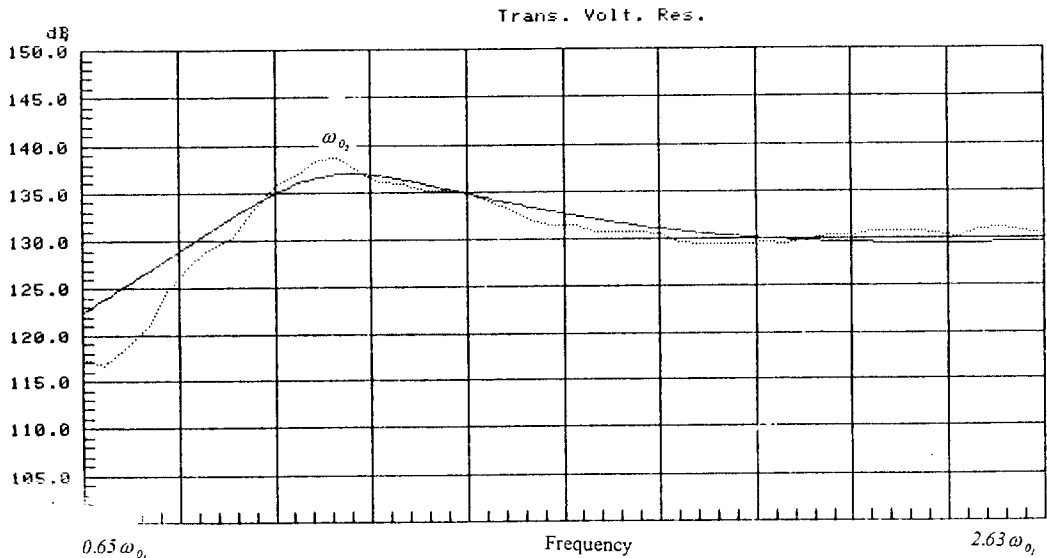


Fig. 9 TVR of resonator #2 in water

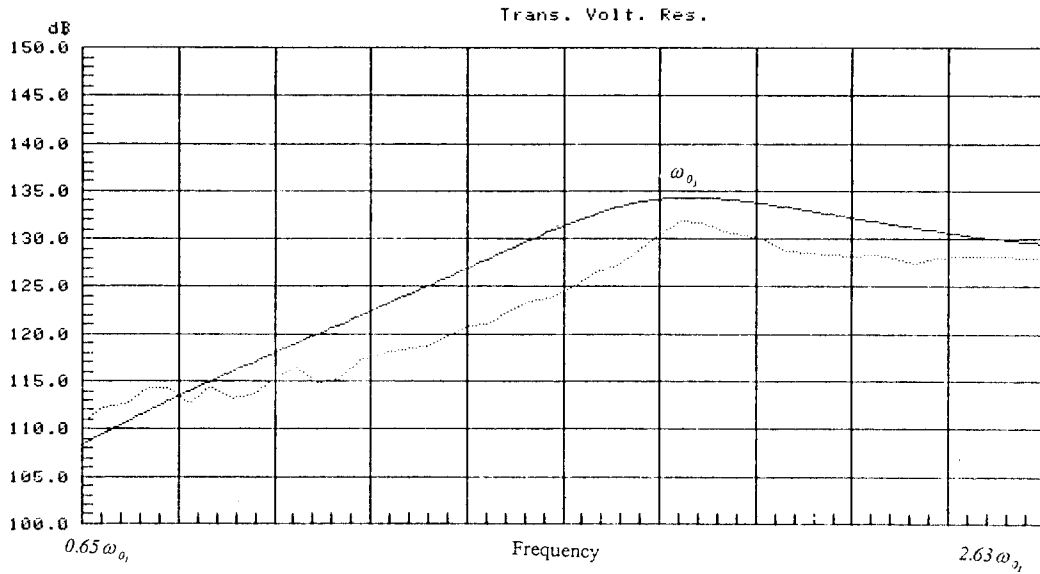


Fig. 10 TVR of resonator #3 in water

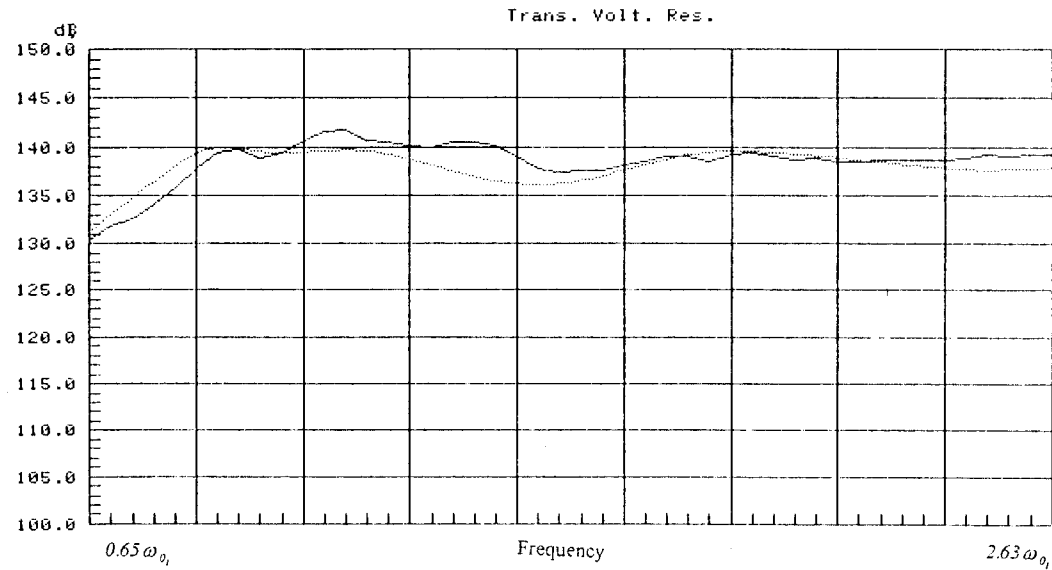


Fig. 11 TVR of wideband transducer in water

## 5. 결 론

본 논문에서는 공기중에서 실험적으로 측정된 진동체의 전기적 어드미턴스를 이용하여 광대역 수중 음향 압전 진동체를 설계하기 위한 등가 회로 모델을 규명하는 방법을 제시하였다. 3개의 진동체를 적층한 광대역 진동체를 설계, 제작하고 이에 대해 제안된 규명 방법을 적용하여 등가 회로를 모델을 구했다. 그리고 이를 이용하여 수중에서의 송신 전압 감도를 예측하고 실험치와 비교하여 제안된 방법의

효용성을 검증하였다. 그러나 보다 정확한 모델링을 위해서는 음향 원도우의 영향을 등가 회로에 고려할 필요가 있으며, 아울러 자기 및 상호 방사 임피던스의 예측 또한 중요하다고 판단된다. 그리고 보다 균일한 주파수 특성을 구현하기 위해서는 전체 시스템의 전기적 정합회로 설계에 관한 추가적인 연구가 수행될 필요가 있다.

## 참고 문헌

- (1) Church, D. and Pincock, D., 1985, "Predicting the

- Electrical Equivalent of Piezoceramic Transducers for Small Acoustic Transmitters," IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, Vol. SU-32, No. 1, pp. 61~64.
- (2) Kinsler, L. E., 1982, *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley & Sons.
- (3) Mason, W. P., 1964, *Physical Acoustics. Principles and Methods*, Volume. I. Academic Press.
- (4) Urick, R. J., 1983, *Principles of Underwater Sound*, McGraw-Hill.
- (5) Kikuchi, Y., 1969, *Ultrasonic Transducers*, Corona Publishing Co., LTD..