

〈論 文〉

파라메타 오차에 강인한 독립모달공간 제어기법에 대한 연구

A Study on the Robust Controller in Independent Modal Space for Parameter Errors

황재혁* · 김준수** · 박대성** · 박명호***

Jai-Hyuk Hwang, Joon-Soo Kim, Dae-Sung Park and Myung-Ho Park

(1996년 5월 31일 접수 ; 1996년 9월 2일 심사완료)

Key Words : Robustness Analysis(강인성 해석), Parameter Error(파라메타 오차), Vibration Control(진동 제어), Asymptotic Stability Condition(점근안정조건), Control Structure(제어기 구조)

ABSTRACT

If the control force designed on the basis of the mathematical model with parameter errors is applied to control the actual system, the closed-loop performance of the actual system will be degraded depending on the degree of the errors. In this study, the effect of parameter errors on the robustness of several natural controls has been analyzed and compared. Every asymptotic stability condition for the natural controls has been derived using Lyapunov approach, and the characteristics of the stability conditions has also been compared. The extent of deviation of the closed-loop performance from the designed one for the natural controls is derived using operator techniques, and evaluated by numerical method. It has been found that the optimal control, acceleration feedback control, and acceleration-position feedback control among the considered natural controls would be robust one with respect to the parameter errors.

1. 서 론

유연성을 갖는 구조물의 운동을 편미분방정식으로 표현할 때, 운동방정식에 포함되는 파라메타에는 오차가 항상 존재할 수 있다. 또한 운동방정식을 정확하게 표현했다고 하더라도 계의 복잡성때문에 정확한 고유해를 얻기는 일반적으로 불가능하다. 이와 같은 경우, 유한요소법 등과 같은 근사적 방법을 이용하여 고유해를 계산해야 한다. 만약 이와 같은 파라메타의 오차 및 고유해의 오차를 갖고 있는 정보를 근거로 하여 제어력을 계산하고 그 제어력을 실제계에 적용했을 때, 페루프의 성능이 어떻게 변할

것인가 하는 질문을 할 수 있다. 즉 제어계가 강인한가 하는 문제이다.

유연성을 갖는 구조물의 진동제어기법으로 지금까지 많은 제어기법^(1~5)들이 제안되었으나, 대부분의 제어기법은 계의 자유도가 증가할수록 제어계인을 계산하고 실제로 적용하는데 어려움이 많다. Meirovitch와 공동연구자^(6~12)들은 구조물의 진동제어를 위해 독립된 모달공간에서 제어기를 간단하고 쉽게 설계할 수 있는 독립모달공간 제어기법(Independent Modal Space Control)을 제안하였다. 이 기법은 모달행렬을 변환행렬로 하여 구조물의 운동방정식을 모달좌표계의 비결합된 방정식으로 분리시킨 후 모달공간에서 제어기를 설계한다. 이 경우, 제어기의 설계는 각 모드별로 모달 상태를 이용하여 독립적으로 수행되므로 모델의 자유도 수에 관계없이 설계가 항상 간단하다. 이 제어기법에서는 모달 제어력을 먼저 설계하고, 좌표변환을 통해 실제 제

*정회원, 한국항공대학교 항공기계공학과

**한국항공대학교 대학원

***대전전문대학 기계자동차학부

어력을 계산하게 된다. 독립모달공간 제어기법에서 제어하고자 하는 모드의 수와 작동기의 수만 같으면 가제어성은 항상 만족하고 제어 스펙오버는 최소화할 수 있다. 또한 제어하고자 하는 모드를 추정(Identify)하기에 충분한 개수의 감지기와 모달 필터를 사용하면 관측 스펙오버도 방지할 수 있다. 그러나 이 제어기법은 제어모드 수만큼 작동기의 수가 필요하다는 단점을 갖고 있다.

본 연구에서는 독립모달공간 제어기법의 강인성을 연구하고 독립모달공간 상에서 강인성이 우수한 제어기의 구조를 제안하고자 한다. 강인성의 해석을 위해 모델의 불확실성은 파라메타 오차와 unmodelled 동역학으로 크게 나눌 수 있다. 그러나 모달필터를 이용하여 모달상태를 추정하고, 독립된 모달공간에서 제어기를 설계하면 unmodelled 동역학에 의한 스펙오버 현상은 배제할 수 있으므로, 본 연구에서는 파라메타 오차가 페루프의 안정성 및 성능에 미치는 영향을 강인성 해석의 초점으로 본다. 일반적으로 고유해를 계산할 때 발생하는 오차의 모양은 파라메타 오차와 동일하므로 본 연구를 통해 모두 파라메타 오차라 부르며, 따라서 파라메타 오차는 2 종류의 오차를 포함하고 있다.

본 연구에서는 강인성 해석방법으로 황재혁^(13~15) 등이 제안한 독립모달공간 제어기법의 강인성 해석기법의 결과를 발전시키고, 여러가지 독립모달공간 제어기법의 Lyapunov 점근안정성을 얻기 위한 필요충분 조건을 유도하고 비교하였다. 또한 파라메타 오차가 존재할 때 페루프의 성능이 설계치로부터 벗어나는 응답오차의 상한(upper bound)을 연산자이론을 사용하여 유도하고 비교하였다. 일반적으로 페루프 응답오차의 상한은 파라메타 오차의 크기에 비례하며, 비례상수는 제어기의 구조에 의존하고 있다. 이와 같이 독립된 모달공간에서 설계된 여러 제어기법의 강인성을 비교한 연구는 거의 없는 실정이며 본 연구가 처음으로 생각된다.

2. 파라메타 오차를 갖는 진동계의 페루프 방정식

본 절에서는 파라메타 오차를 갖고 있는 진동계에 여러가지 독립모달공간 제어기법을 적용하여 페루프 방정식을 유도하였다. 독립모달공간 제어기법은 그 이름이 뜻하는 바와 같이 모달공간에서 제어기를 독립적으로 설계하므로 설계절차와 계산량이 매우 간단하고 적다. 따라서 차수가 큰 구조물의 진동제어에 효과적으로 적용할 수 있다.

유연성을 갖는 분포계의 운동방정식은 다음과 같은 편미방정식으로 표현된다.

$$Lu(P, t) + M(P) \frac{\partial^2 u(P, t)}{\partial t^2} = f(P, t), P \in D \quad (1)$$

이 식에서 P 는 영역 D 의 각 점을 뜻하며, $u(P, t)$ 는 P 점의 변위이다. 또한 L 은 차수가 $2p$ 인 미분연산자이며, $M(P)$ 는 분포질량, $f(P, t)$ 는 분포제어력을 뜻한다. 식 (1)은 파라메타 오차를 갖고 있지 않다고 가정한다.

다음 진동계를 모델링할 때 파라메타 오차가 포함되었다고 가정하면 식 (1)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{L}u(P, t) + \bar{M}(P) \frac{\partial^2 u(P, t)}{\partial t^2} = f(P, t), P \in D \quad (2)$$

이 식에서 \bar{L} 와 $\bar{M}(P)$ 는 파라메타 오차를 포함하고 있는 연산자이다.

구조물의 변위를 다음과 같이 확장의 원리(expansion theorem)를 사용하여 표현할 때

$$u(P, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \psi_i(P)$$

$\psi_i(P)$ 는 파라메타 오차를 갖고 있는 질량 및 강성연산자로 부터 구한 근사적 고유함수라고 가정한다. 단, $\psi_i(P)$ 는 그 근사적 질량 및 강성연산자에 대해 직교적인 성질을 갖고 있도록 결정되었으며, 또한 질량행렬에 대해 정규화 되었다. $q_i(P)$ 는 $\psi_i(P)$ 에 대응되는 일반좌표를 뜻하며, 개수 n 은 계의 응답을 나타내기에 충분히 큰 정수이어야 한다. 식 (3)을 식 (2)에 대입하고 $\psi_j(P)$ 를 앞에서 곱하여 전 영역에 대해 적분하면 진동계의 운동방정식은 다음과 같은 상미분방정식으로 근사화될 수 있다^(15,16).

$$I_c \ddot{q}_c(t) + \Lambda_c q_c(t) = f_c(t) \quad (4)$$

여기서 I_c 는 크기가 n 인 단위행렬이며, Λ_c 는 대각성분이 고유진동수의 제곱으로 구성된 대각행렬이다. 즉 $\Lambda_c = \text{diag}[\omega_1^2 \cdots \omega_n^2]$ 이다. 그리고 $f_c(t)$ 는 크기가 n 인 모달힘 벡터이다. 여기서 $q_c(t)$ 는 제어기의 설계시 사용되는 모달변위 벡터이다. 또한 식 (1)을 얻는 과정에서 구조물의 감쇠력은 없는 것으로 간주하였다. 이 가정은 구조물의 진동특성 해석 및 진동제어기 설계시 보편적으로 받아들여지고 있다. 그러나 구조물의 감쇠력을 고려하는 경우에도 본 연구의 안정성에 대한 결과를 쉽게 변형하여 적용할 수 있다.

이제 실제 진동계의 운동을 기술하기 위해 식 (3)을 식 (1)에 대입하고 동일한 절차를 수행하면 다음 형태의 운동방정식을 얻는다.

$$M_c \ddot{v}_c(t) + K_c v_c(t) = f_c(t) \quad (5)$$

여기서 계수행렬 M_c , K_c 는 다음과 같이 정의되며, 크기는 $n \times n$ 인 대칭행렬이다.

$$M_{ij} = \int_D M(P) \psi_i(P) \psi_j(P) dD, \quad i, j=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

$$K_{ij} = \int_D \psi_j(P) L \psi_i(P) dD, \quad i, j=1, 2, \dots, n \quad (7)$$

식 (5)에서는 모델의 모달변위 벡터와 구분하기 위해 다른 변수 v_c 를 사용하였다. 여기서 M_c 와 K_c 는 대칭이며 양한정(positive definite)하나 더이상 대각행렬은 되지 않는다. 이는 파라메타 오차를 갖는 수학적 모델에서 얻어진 고유함수가 실제계에 대해서는 직교성을 만족시키지 못하기 때문이다. 여기서 파라메타 오차의 크기는 강인성을 해석하기 위해 임의의 알려진 값으로 가정하였다. 파라메타 오차가 비교적 적을 때는 M_c 와 K_c 는 각각 L_c 와 A_c 에 가깝게 접근하게 된다. 만일 수학적 모델을 근거로 하여 독립된 모달공간에서 제어를 설계한 후 실제계에 적용하면, 실제계가 안정성과 성능면에서 좋은 강인성을 갖게 될 것인지 의심이 생기게 된다. 모달공간 상에서 독립적으로 f_c 를 구하는 방법이 여러가지가 있다. 본 연구에서 고려하고 있는 제어기법은 (1) 전 상태 피드백과 같은 PD형태⁽⁷⁻⁸⁾(이 형태에서는 계인을 구하는 방법에 따라 모달최적제어, 극점 배치기법 등이 있다), (2) 1차 필터를 이용한 양 위치 피드백(positive position feedback) 기법⁽¹²⁾, (3) 2차 필터를 사용한 양 위치 피드백 기법⁽⁴⁻⁵⁾, (4) 가속도, 속도 및 위치의 적절한 조합을 피드백하는 방법(이 경우에는 작동기 동역학을 고려)이다. 본 연구에서 고려하는 제어기법은 다음과 같은 식으로 통합하여 표현할 수 있다.

$$f_c = -G\eta \quad (8)$$

$$\ddot{\eta} + D_a \dot{\eta} + \Omega_a \eta = \Omega_a (K_a \dot{q}_c + K_v \dot{q}_c + K_p q_c) \quad (9)$$

여기서 η 는 작동기의 모달변위 벡터이고, 계인행렬인 G , K_a , K_v , K_p 는 크기가 $n \times n$ 인 양한정 대각행렬이며, 작동기 동역학 계수행렬인 D_a 및 Ω_a 도 크기가 $n \times n$ 이며 양한정 대각행렬이다. 식 (8), (9)는 작동기 동역학을 고려하고, 가속도, 속도 및

위치를 모두 피드백하는 제어기법을 나타내고 있으나, 식 (8), (9)에서 각각 다음 조건을 만족하면 위에서 언급한 여러 제어기법으로 분류될 수 있다.

(a) 작동기 동역학 무시 ($\ddot{\eta} = \dot{\eta} = 0$), $K_a = 0$, $G = L_c$ 일 때 \rightarrow PD 형태 제어기

(b) $G =$ 음한정 행렬, $\dot{\eta} = 0$, $K_a = K_v = 0$ 일 때 \rightarrow 1차 필터를 사용한 양위치 피드백

(c) $G =$ 음한정 행렬, $K_a = K_v = 0$ 일 때 \rightarrow 2차 필터를 사용한 양위치 피드백

파라메타 오차를 갖고 있는 계에서 적절한 성능이 만족되도록 제어가 설계되었을 때, 그 페루프 계의 운동방정식은 식 (4), (8) 및 (9)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$I_c \ddot{q}_c + A_c q_c = -G\eta \quad (10)$$

$$\ddot{\eta} + D_a \dot{\eta} + \Omega_a \eta = \Omega_a (K_a \ddot{q}_c + K_v \dot{q}_c + K_p q_c) \quad (11)$$

이렇게 설계된 제어를 실제 진동계에 적용했을 때 페루프 방정식은 식 (5), (8) 및 (9)로부터 구할 수 있다.

$$M_c \ddot{v}_c + K_c v_c = -G\eta \quad (12)$$

$$\ddot{\eta} + D_a \dot{\eta} + \Omega_a \eta = \Omega_a (K_a \ddot{v}_c + K_v \dot{v}_c + K_p v_c) \quad (13)$$

일반적으로 수학적 모델의 파라메타 오차는 실제계의 거동을 원래 설계된 대로 일어나지 않게 한다. 또한 식 (12), (13)에서 보듯이 실제계의 페루프 방정식은 파라메타 오차 때문에 결합되므로 엄격한 관점에서 독립모달공간 제어기법이 되지 못한다. 따라서 실제 구조물의 페루프 계의 안정성 및 성능은 저하될 것이며, 그 크기는 파라메타 오차의 크기에 의존하게 된다.

3. 페루프의 안정성 해석

본 절에서는 수학적 모델의 파라메타 오차가 실제 페루프 계의 안정성에 어떠한 영향을 미치는지를 고찰하고자 한다. 이러한 고찰을 통해 어떠한 제어기법이 안정성의 관점에서 파라메타 오차에 대해 강인한 제어기법인지를 평가할 수 있다. 파라메타 오차가 실제계의 안정성에 미치는 영향을 보기 위해, 식 (12) 및 (13)으로 구성되는 계의 안정조건을 유도하고자 한다. 그러나 식 (12), (13)으로 연결구성되는 실제계는 계수행렬이 비대칭성을 갖고 있음을 주의해야 한다. 이와 같이 비대칭 계수행렬을 갖는 페루프 계의 점근적 안정조건을 유도하기 위해, 먼저 식

(13)을 다음과 같이 변형한다.

$$\eta = -\Omega_a^{-1}(\dot{ij} + D_a \dot{\eta}) + K_a \dot{\nu}_c + K_v \dot{\nu}_c + K_p \nu_c \quad (14)$$

식 (14)를 (12)에 대입하면

$$(M_c + GK_a) \dot{\nu}_c + GK_v \dot{\nu}_c + (K_c + GK_p) \nu_c = G\Omega_a^{-1}(\dot{ij} + D_a \dot{\eta}) \quad (15)$$

식 (15) 및 (13)에서 계수행렬의 대칭성을 좀 더 갖도록 하기 위해, 비특이 변환(non-singular transformation) $\eta = D_a^{-1} \Omega_a G^{-1/2} K_v^{1/2} \psi$ 를 도입하고, 식 (13)에 $K_v^{-T/2} G^{T/2} \Omega_a^{-1}$ 를 앞에 곱하면 식 (15) 및 (13)은 각각 다음과 같이 된다.

$$(M_c + GK_a) \dot{\nu}_c + GK_v \dot{\nu}_c + (K_c + GK_p) \nu_c = G^{1/2} D_a^{-1} K_v^{1/2} \dot{\psi} + G^{1/2} K_v^{1/2} \dot{\psi} \quad (16)$$

$$D_a^{-1} \dot{\psi} + \dot{\psi} + \Omega_a D_a^{-1} \psi = K_v^{-T/2} K_a G^{T/2} \dot{\nu}_c + K_v^{-T/2} G^{T/2} \dot{\nu}_c + K_v^{-T/2} K_p G^{T/2} \nu_c \quad (17)$$

이제 식 (16)과 (17)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L \begin{bmatrix} \dot{\nu}_c \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} \dot{\nu}_c \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + N \begin{bmatrix} \nu_c \\ \psi \end{bmatrix} = 0 \quad (18)$$

여기서 계수행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$L = \begin{bmatrix} M_c + GK_a & -G^{1/2} D_a^{-1} K_v^{1/2} \\ -K_v^{-1/2} K_a G^{T/2} & D_a^{-1} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} GK_v & -G^{1/2} K_v^{1/2} \\ -K_v^{-T/2} G^{T/2} & I_c \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} K_c + GK_p & 0 \\ -K_v^{-T/2} K_p G^{T/2} & \Omega_a D_a^{-1} \end{bmatrix}$$

이 식의 계수행렬들을 살펴보면 행렬 M 은 대칭행렬이 되나, L 과 N 은 비대칭이다. 만일 속도 피드백 계인 $K_v=0$ 이면 모든 계수행렬이 대칭이 된다. 식 (18)의 양변에 L^{-1} 를 앞에서 곱하면 다음과 같은 식을 얻는다

$$\dot{x}(t) + A \dot{x}(t) + Bx(t) = 0 \quad (19)$$

여기서 $A=L^{-1}M$, $B=L^{-1}N$ 이고 $x=[\nu_c \ \psi]^T$ 이다. 식 (19)에 대해 다음과 같은 Lyapunov 후보 함수 V 를 정의한다.

$$V(t) = x^T [B + B^T] x + [x^T A^T + \dot{x}^T] [Ax + \dot{x}] + \dot{x}^T x \quad (20)$$

위 식에서 두번째 및 세번째 항은 항상 양한정하므로 첫번째 항만 양한정하다면 $V(t)$ 가 양한정하게 된다. 따라서 그 조건은 다음과 같다.

$$B + B^T > 0 \quad (21)$$

Lyapunov 후보함수를 시간에 대해 한번 미분하고 식 (19)를 $\dot{V}(t)$ 에 대입하면 다음과 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V}(t) = -x^T [A^T B + B^T A] x - x^T [B^T - B] \dot{x} - \dot{x}^T [B - B^T] x - \dot{x}^T [A + A^T] \dot{x}$$

이 식은 다음과 같은 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$\dot{V}(t) = -z^T Q z \quad (22)$$

여기서

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2^T \\ Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = Q_1^T = A^T B + B^T A$$

$$Q_2 = -Q_2^T = B - B^T$$

$$Q_3 = Q_3^T = A + A^T$$

식 (22)에서 행렬 Q 가 양한정하면 $\dot{V}(t)$ 는 음한정하게 되고 폐루프계는 점근적 안정성을 갖게 된다. 행렬 Q 가 양한정하다는 조건을 좀 더 간단하게 기술하기 위해 다음과 같은 변환기법을 사용한다.

$$z = Ty \quad (23)$$

여기서

$$T = \begin{bmatrix} I & -Q_1^{-1} Q_2^T \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

따라서 식 (22)는 다음과 같은 형태로 기술할 수 있다.

$$\dot{V}(t) = -y^T T^T Q T y = -y_1^T Q_1 y_1 - y_2^T [Q_3 - Q_2 Q_1^{-1} Q_2^T] y_2 \quad (24)$$

이 식으로 부터 Q_1 과 $Q_3 - Q_2 Q_1^{-1} Q_2^T$ 가 양한정하면 $\dot{V}(t)$ 가 음한정함을 알 수 있다. 또한 Q_2 가 왜대칭(skew-symmetric)행렬이므로, $Q_3 - Q_2 Q_1^{-1} Q_2^T > 0$ 은 $Q_3 + Q_2 Q_1^{-1} Q_2 > 0$ 으로 나타낼 수 있다. 결과적으로 $V(t)$ 가 Lyapunov 함수가 될 조건식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$B + B^T > 0 \quad (25a)$$

$$Q_1 > 0 \quad (25b)$$

$$Q_3 + Q_2 Q_1^{-1} Q_2 > 0 \quad (25c)$$

위 조건식만 만족하면 실제계의 폐루프 방정식은 상태 전 영역에서 점근적 안정성을 갖게 된다. 위에서 얻어진 점근적 안정조건은 본 연구에서 고려한 제어 기법 중 가장 일반적인 경우이므로 복잡하다. 즉 작

동기 동역학을 고려하고, 가속도와 속도 및 변위 모두를 피드백 시킨 경우에 대한 조건식이다. 그러나 다른 제어기법에 대한 점근적 안정조건식을 위 결과식을 간략화 함으로써 쉽게 얻을 수 있다. 그 결과들을 요약하면 다음과 같다.

(1) 전상태 피드백과 같은 PD 형태 제어기법 ;

이 제어 기법은 무조건적인 점근적 안정성을 갖는다. 또한 강성행렬이 양의 반한정할 때 (강제 모드를 포함한 경우), 이 제어기법으로 강제모드도 제어할 수 있다.

(2) 1차 및 2차 필터를 이용한 양 위치 피드백 제어기법 ;

이 제어기법의 안정조건식은 $K_c - GK_p > 0$ 으로 표현되며, 안정조건은 강성행렬에 기여하는 파라메타 오차에 의존하고 있다.

(3) 위치만 피드백하는 경우(작동기 동역학 포함) ;

이 제어기법의 안정조건식은 $K_c + GK_p > 0$ 으로 표현되나, 이 조건식은 항상 만족하므로 무조건적으로 점근적 안정성을 갖는다.

(4) 가속도만 피드백 하는 경우(작동기 동역학 포함) ;

이 경우에는 무조건적으로 점근적 안정성을 갖게 된다.

(5) 가속도 및 위치를 피드백하는 경우(작동기 동역학 포함) ;

이 제어기법의 안정조건식은 $M_c + GK_a > 0$, $K_c + GK_p > 0$ 으로 표현되나, 이 조건식은 항상 만족하므로 무조건적으로 점근적 안정성을 갖는다.

(6) 기타의 경우의 안정조건은 식 (25)로 표현된다. 이 경우에 속하는 제어기법은 가속도-속도-위치 피드백 제어기법, 속도 피드백 제어기법, 가속도-속도 피드백 제어기법, 속도-위치 피드백 제어기법이다. 이 기법들의 점근적 안정조건은 모두 질량행렬과 강성행렬에 기여하는 파라메타 오차에 의존하고 있으므로 안정조건식 (25)를 반드시 점검하여야 한다. 이 경우에 속하는 제어기법 중 가속도-속도-위치 피드백 제어기법 및 속도-위치 제어기법은 강제 모드를 제어할 수 있는 특성을 갖고 있다. 이러한 특성은 페루프 계의 특성방정식을 Routh 판별식으로 검사하면 쉽게 확인할 수 있다.

4. 파라메타 오차가 진동제어 응답 성능에 미치는 영향

본 절에서는 플랜트 모델의 파라메타 오차가 실제

계의 진동제어 응답성능에 미치는 영향을 고찰하고자 한다. 또한 이러한 관점에서 본 논문에서 고려한 제어기법 중 어떤 기법이 가장 효율적인지 평가하고자 한다. 이를 위해 식 (12)의 계수행렬 M_c , K_c 를 다음과 같이 표현한다.

$$M_c = I_c + \Delta M_c, \quad K_c = \Lambda_c + \Delta K_c \quad (26)$$

이 식에서 ΔM_c 과 ΔK_c 는 실제계와 수학적 모델 사이에 존재하는 파라메타 오차에 기인하는 행렬이다. 만일 파라메타 오차가 매우 작다면, 행렬 ΔM_c 및 ΔK_c 의 각 요소는 0에 가깝게 되며 아울러 I_c 및 Λ_c 의 대각항들에 비해 상대적으로 매우 작게 된다. 실제계의 변위벡터 v_c 와 모델의 변위벡터 q_c 의 차이를 $e = v_c - q_c$ 라고 정의할 때 e 에 대한 지배방정식은 식 (10)~(13)에서 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$I_c \ddot{e} + \Lambda_c e = -G\eta - \Delta M_c \ddot{v}_c - \Delta K_c v_c \quad (27)$$

$$\dot{\eta} + D_a \dot{\eta} + \Omega_a \eta = \Omega_a (K_a \ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e) \quad (28)$$

여기서 η 는 의미가 없는 변수(dummy variable)이다. 이 식에서 $e(t)$ 는 파라메타 오차 ΔM_c , ΔK_c 에 의해 가진되고 있음을 알 수 있다. 만일 모델의 파라메타 오차가 0이면, $\Delta M_c = \Delta K_c = 0$ 이 되며 실제계의 변위벡터는 모델의 변위벡터와 일치하게 된다. 즉 $e(t) = 0$, $t \geq 0$ 이 된다. 또한 식 (27), (28)로부터 $e(t)$ 의 거동은 독립된 모달공간에서 사용되는 제어 알고리즘의 종류에 의존하고 있음을 알 수 있다.

본 연구에서 주어진 파라메타 오차에 대해 $e(t)$ 의 상한을 얻기 위해 L_∞ -놈(norm)을 이용한다. 식 (27) 및 (28)에 라플라스 변환을 적용하고, 초기조건 $e(0) = \dot{e}(0) = 0$ 을 사용하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & [(I_c s^2 + \Lambda_c) (I_c s^2 + D_a s + \Omega_a) \\ & + G\Omega_a (K_a s^2 + K_v s + K_p)] \bar{e}(s) \\ & = -(\Delta M_c s^2 + \Delta K_c) (I_c s^2 + D_a s + \Omega_a) \bar{v}_c(s) \end{aligned} \quad (29)$$

이 식에서 $\bar{e}(s)$, $\bar{v}_c(s)$ 는 각각 $e(t)$ 와 $v_c(t)$ 의 라플라스 변환된 벡터이다. 다음과 같은 $n \times n$ 행렬을 정의하면

$$\begin{aligned} \bar{H}_1(s) = & -[(I_c s^2 + \Lambda_c) (I_c s^2 + D_a s + \Omega_a) \\ & + G\Omega_a (K_a s^2 + K_v s + K_p)]^{-1} \cdot \\ & s^2 (I_c s^2 + D_a s + \Omega_a) \Delta M_c \end{aligned} \quad (30a)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_2(s) = & -[(I_c s^2 + \Lambda_c) (I_c s^2 + D_a s + \Omega_a) \\ & + G\Omega_a (K_a s^2 + K_v s + K_p)]^{-1} \cdot \\ & (I_c s^2 + D_a s + \Omega_a) \Delta K_c \end{aligned} \quad (30b)$$

식 (29)는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{e}(s) = [\bar{H}_1(s) + \bar{H}_2(s)] \bar{\nu}_c(s) \quad (31)$$

식 (31)은 다음과 같은 컨볼루션 적분으로 나타내면 다음과 같다.

$$e(t) = (H_1 * \nu_c)(t) + (H_2 * \nu_c)(t) \\ = \int_0^t [H_1(t-\tau) + H_2(t-\tau)] \nu_c(\tau) d\tau \quad (32)$$

여기서 $H_1 = \mathcal{L}^{-1}[\bar{H}_1(s)]$, $H_2 = \mathcal{L}^{-1}[\bar{H}_2(s)]$ 이다. 지금까지 $e(t)$ 에 대해 유도과정에서 아무런 근사화 과정이 없었다. 식 (32)를 간단히 표현하기 위해 다음과 같은 두개의 선형연산자를 정의한다.

$$\hat{H}_1(\nu_c) = (H_1 * \nu_c)(t) \quad (33a)$$

$$\hat{H}_2(\nu_c) = (H_2 * \nu_c)(t) \quad (33b)$$

식 (32)와 (33)을 이용하여 $e(t)$ 의 상한, $\|e(t)\|$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\|e(t)\| = \|\hat{H}_1(\nu_c) + \hat{H}_2(\nu_c)\| \leq (\|\hat{H}_1\| + \|\hat{H}_2\|) \|\nu_c\| \quad (34)$$

여기서 $\|\hat{H}_1\|$, $\|\hat{H}_2\|$ 는 각각 선형연산자 \hat{H}_1 , \hat{H}_2 의 L_∞ -유도놈(induced norm)이다. L_∞ -유도놈 $\|\hat{H}_1\|$, $\|\hat{H}_2\|$ 는 Desoer와 Vidyasaga⁽¹⁷⁾의 결과를 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\|\hat{H}_1\| = \max_{1 \leq i \leq n} \sigma_{1i} \int_0^\infty |h_{1i}(\tau)| d\tau \quad (35a)$$

$$\|\hat{H}_2\| = \max_{1 \leq i \leq n} \sigma_{2i} \int_0^\infty |h_{2i}(\tau)| d\tau \quad (35b)$$

이 식에서 σ_{1i} , σ_{2i} , $i=1, \dots, n$ 은 각각 행렬 ΔM_c , ΔK_c 의 i -번째 행에서 각 요소의 절대값의 합이다.

즉 $\sigma_{1i} = \sum_{j=1}^n |m_{ij}|$, $\sigma_{2i} = \sum_{j=1}^n |k_{ij}|$ 이다. 그리고 함수 $h_{1i}(t)$, $h_{2i}(t)$ 는 각각 다음과 같다.

$$h_{1i} = L^{-1} \left\{ \frac{-s^2(s^2 + 2\zeta_{ai}\omega_{ai}s + \omega_{ai}^2)}{(s^2 + \omega_i^2)(s^2 + 2\zeta_{ai}\omega_{ai}s + \omega_{ai}^2) + g_i\omega_{ai}^2(k_{ais}^2 + k_{vis} + k_{pi})} \right\} \quad (36a)$$

$$h_{2i} = L^{-1} \left\{ \frac{-(s^2 + 2\zeta_{ai}\omega_{ai}s + \omega_{ai}^2)}{(s^2 + \omega_i^2)(s^2 + 2\zeta_{ai}\omega_{ai}s + \omega_{ai}^2) + g_i\omega_{ai}^2(k_{ais}^2 + k_{vis} + k_{pi})} \right\} \quad (36b)$$

여기서 $2\zeta_{ai}\omega_{ai}$, ω_{ai}^2 은 각각 대각행렬 D_a , Ω_a 의 요소이다. 식 (35)와 식 (36)을 사용하여 $\|\hat{H}_1\|$, $\|\hat{H}_2\|$ 에 대한 적분을 해석적으로 수행하기는 매우 어려우나, 수치적 적분은 쉽게 수행할 수 있다. 수치적분의 수렴성은 함수 $h_{1i}(t)$, $h_{2i}(t)$, $i=1, \dots, n$ 가 지수적으로 감소하는 함수이므로 쉽게 확인할 수 있다. L_∞ -유도놈의 정의에 의해, 식 (34)는 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다⁽¹⁸⁾.

$$\|e(t)\| \leq m \|\nu_c\| \quad (37)$$

여기서 m 은 $\|\hat{H}_1\| + \|\hat{H}_2\|$ 를 뜻한다. $\|\hat{H}_1\|$ 과 $\|\hat{H}_2\|$ 는 각각 σ_{1i} 와 σ_{2i} 에 의존하고 있으며, 모두 고유진동수 ω_i 에 의존하고 있다. 이 식들에서 파라메타 오차의 크기가 $\|e(t)\|$ 에 미치는 영향을 확인할 수 있다. 만일 질량행렬에 나타나는 파라메타 오차 σ_{1i} 가 매우 적다면 $\|\hat{H}_1\|$ 의 값은 매우 적게 되고, 강성행렬에 나타나는 파라메타 오차 σ_{2i} 가 적다면 $\|\hat{H}_2\|$ 의 값은 매우 적게 된다. 따라서 전반적인 파라메타 오차가 적다면 $\|e(t)\|$ 도 매우 적게 됨을 알 수 있다. 또한 식 (34)와 식 (35)에서 알 수 있듯이, $\|e(t)\|$ 와 파라메타 오차의 크기 사이에는 선형관계를 이루고 있으며, 비례계수는 제어기법의 구조에 의존하고 있다. 아울러 식 (37)이 의미하는 바를 다음과 같이 설명할 수 있다. 모델링오차(ΔM_c , ΔK_c)가 있는 시스템에서 제어기를 설계하면, 실제 페루프 구조물의 성능은 설계값에 비해 변화가 있으며, 그 크기는 항상 $m\|\nu_c\|$ 보다 적으며 따라서 $e(t)$ 는 항상 $\pm m\|\nu_c\|$ 의 밴드 안에 있게 된다. 본 절에서 유도한 안정성의 조건 및 성능변화의 상한값의 계산 결과는 제어력 $f(t)$ 와 더불어 외란 입력 $d(t)$ 가 존재하여도 동일하게 적용될 수 있다.

5. 예 제

본 절에서는 지금까지 얻어진 결과를 설명하기 위해 6개의 자유도를 모델링한 구조물을 예제로 사용하였다. 제어기에 사용된 수학적 모델은 다음과 같다.

$$A_c = \text{diag}[0.1554 \ 2.494 \ 12.6243 \ 39.904 \\ 97.4166 \ 202.061]$$

또한 실제계의 질량행렬 및 강성행렬은 다음과 같이 3종류가 있다고 가정한다.

Case (i)

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0.8294 & -0.0019 & -0.0007 & 0.0037 & -0.0750 & -0.0076 \\ -0.0019 & 0.8322 & -0.0669 & 0.0055 & -0.0005 & 0.0027 \\ -0.0007 & -0.0669 & 0.8271 & 0.0036 & -0.0070 & 0.0725 \\ 0.0037 & 0.0055 & 0.0036 & 0.8265 & 0.0746 & -0.0740 \\ -0.0750 & -0.0005 & -0.0070 & 0.0746 & 0.8265 & 0.0039 \\ -0.0076 & 0.0027 & 0.0725 & -0.0740 & 0.0039 & 0.8266 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 167.8360 & -0.0086 & -0.0156 & 0.3196 & -10.4790 & 0.3846 \\ -0.0086 & 0.1291 & -0.0418 & 0.0138 & -0.0027 & 0.0051 \\ -0.0156 & -0.0418 & 2.0650 & 0.0386 & -0.1098 & 0.4069 \\ 0.3196 & 0.0138 & 0.0386 & 32.9980 & 4.6496 & -1.6604 \\ -10.4790 & -0.0027 & -0.1098 & 4.6496 & 80.5400 & 0.1399 \\ 0.3846 & 0.0051 & 0.4069 & -1.6604 & 0.1399 & 10.441 \end{bmatrix}$$

Case (ii)

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1.569 & 0.00004 & 0.0002 & -0.0012 & 0.0247 & -0.0025 \\ 0.00004 & 1.0558 & 0.0223 & -0.0018 & 0.0002 & -0.0009 \\ 0.0002 & 0.0223 & 1.0576 & -0.0012 & 0.0023 & -0.0241 \\ -0.0012 & -0.0018 & -0.0012 & 1.0578 & -0.0248 & 0.0247 \\ 0.0247 & 0.0002 & 0.0023 & -0.0248 & 1.0578 & -0.0013 \\ -0.0025 & -0.0009 & -0.0241 & 0.0247 & -0.0013 & 1.0578 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 213.4696 & 0.0028 & 0.0052 & -0.0654 & 3.4930 & -0.1282 \\ 0.0028 & 0.1646 & 0.0134 & -0.0046 & 0.0009 & -0.0017 \\ 0.0052 & 0.0134 & 2.6373 & -0.0129 & 0.0366 & -0.1352 \\ -1.0654 & -0.0046 & -0.0129 & 42.2050 & -1.5495 & 0.5535 \\ 3.4930 & 0.0009 & 0.0366 & -1.5495 & 103.0420 & 0.0467 \\ -0.1282 & -0.0017 & -0.1352 & 0.5535 & -0.0467 & 13.3536 \end{bmatrix}$$

Case (iii)

$M_3 = M_2$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 163.8000 & -0.0356 & -0.1361 & 2.1964 & -13.7000 & 2.3640 \\ -0.0356 & 0.1150 & -0.1300 & 0.0585 & -0.0170 & 0.0310 \\ -0.1361 & -0.1300 & 2.0200 & 0.1364 & -0.6980 & 2.6900 \\ 2.1964 & 0.0585 & 0.1364 & 31.6000 & 7.6000 & -5.4000 \\ -13.7000 & -0.0170 & -0.6980 & 7.6000 & 75.6000 & 0.7000 \\ 2.3640 & 0.0310 & 2.6900 & -5.4000 & 0.7000 & 7.4000 \end{bmatrix}$$

위에서 언급한 실제계의 질량행렬 및 강성행렬은 제어기의 설계 및 해석에서 사용된 변수 M_c , K_c 에 해당된다. 각 실제계의 경우에서, 파라메타 오차는 관계식 $M_c = I_c + \Delta M_c$, $K_c = \Lambda_c + \Delta K_c$ 을 이용하여 쉽게 확인할 수 있다. 그리고 본 연구에서 고려한 제어기법은 9가지 종류로 다음과 같다. (1) PD형태의 최적제어기법(optimal), (2) 1차필터를 사용한 양 위치 피드백 제어기법(PPF1), (3) 2차필터를 사용한 양위치 피드백 제어기법(PPF2), (4) 가속도-속도-위치 피드백 제어기법(AVP), (5) 가속도-위치 피드백 제어기법(AP), (6) 가속도-속도 피드백 제어기법(AV), (7) 속도-위치 피드백 제어기법(VP), (8) 가속도 피드백 제어기법(A), (9) 속도 피드백 제어기법(V)으로 구성된다. 위의 3종류의 파라메타 오차가 본 연구에서 고려한 여러 제어기법의 안정성에 미치는 영향을 확인하기 위해 페루프 계의 고유치를 구하였고, 그 결과의 일부를 Table 1에 정리하였다. 양위치 피드백 제어기법(PPF1, PPF2)을 제외한 다른 기법들은 이 예제에서 고려한 3종류의 파라메타 오차에 대해 점근적 안정성을 갖고 있다. 이 결과는 본 연구에서 유도한 안정성의 필요충분 조건식과 일치하고 있다. 그러나 양위치 피드백 제어기법은 Case (i) 및 (ii)의 파라메타 오차에 대해 안정

성의 필요충분 조건식 $K_c - GK_p > 0$ 을 만족하나 Case (iii)의 파라메타 오차에 대해서는 $K_c - GK_p > 0$ 가 만족하지 않는다. 따라서 실제계가 불안정하게 됨을 확인할 수 있다. 따라서 본 예제에서 확인할 수 있듯이 안정성의 강인성 관점에서는 무조건적으로 안정성을 유지하는 PD형태의 최적제어기법, 가속도 피드백 제어기법, 가속도-위치 피드백 제어기법 등이 가장 우수하다.

Table 1에 나타낸 페루프 계의 고유치는 일반적으로 구조물의 고유치와 필터(제어기)의 고유치로 나뉘어진다. 실제계의 페루프 고유치는 모델의 파라메타 오차에 의해 원래 설계된 값으로부터 변화가 있다. 이 고유치의 변화의 크기는 파라메타 오차 ΔM_c , ΔK_c 의 크기에 의존하고 있으며, ΔM_c , ΔK_c 의 크기가 증가함에 따라 고유치의 변화가 모노토닉(monotonic)하게 증가하고 있음을 확인할 수 있다.

파라메타 오차가 페루프 계의 모달 감쇠비에 미치는 영향을 Table 2에서 정리하였다. 본 예제의 모든 제어기법에서 각 모드의 모달 감쇠비는 플랜트 모델에서 약 10%가 되도록 제어기를 설계하였다. 그러나 파라메타의 오차는 모달 감쇠비에 영향을 주게 되며, 다음에서 정의하는 계수를 이용하여 영향의 크기를 구하였다. Table 2에서는 지면관계상 실제계 Case (i)에 대한 결과만 요약하였다.

$$\xi_{\%} = \left| \frac{\xi_{model} - \xi_{actual}}{\xi_{model}} \right| \times 100$$

파라메타 오차가 모달 감쇠비에 가장 큰 영향을 미치는 경우는 양위치 피드백 제어기법(PPF1) 및 속도 피드백 제어기법의 경우이며, 가장 적게 영향을 미치는 경우는 가속도-위치 피드백(AP), 가속도-속도 피드백(AV), 그리고 가속도-속도-위치 피드백(AVP) 제어기법이다.

본 예제에서 사용한 3종류의 실제계에 대한 시간영역 모드응답을 구한 후, 그 결과의 일부를 Fig. 1~3에 나타냈었다. 이 응답을 구할 때 모든 경우에 동일한 초기조건(처음 3개 모드에 동일한 초기속도를 부가)을 사용하였다. 안정성 해석에서 예측한 바와 같이 양위치 피드백 제어기법(PPF1, PPF2)을 제외하고 모든 제어기법이 3종류의 파라메타 오차에 대한 점근적 안정성을 갖고 있다. 또한 Case (i)의 응답은 Case (ii)에 비해 감쇠가 더 빠르게 나타났다. 이는 본 예제의 모델이 실제계 Case (i)보다 더 두껍고 강한 것으로 모델링되어 있기 때문에 모델의 진동을 제어하도록 설계된 제어력은 실제 구조물의

진동을 제어하는데 충분하게 된다. 그러나 본 예제의 Case (ii)는 반대의 경우이며, 모델의 진동을 제어하도록 설계된 제어력은 실제 구조물의 진동을 제

어하는데 부족하며 진동의 감쇠률은 설계된 값보다 적게 나타난다.

모델의 파라메타 오차 ΔM_c , ΔK_c 가 실제 구조물

Table 1 Comparison of the closed-loop eigenvalues between model and actual systems

		Model	Case (i)	Case (ii)	Case (iii)
Optimal	Structure Poles	$-0.0398 \pm 0.3942i$	$-0.0480 \pm 0.3926i$	$-0.0377 \pm 0.3949i$	$-0.0440 \pm 0.2846i$
		$-0.1599 \pm 1.5792i$	$-0.1959 \pm 1.5786i$	$-0.1513 \pm 1.5796i$	$-0.1803 \pm 0.8232i$
		$-0.3576 \pm 3.5530i$	$-0.4394 \pm 3.5508i$	$-0.3384 \pm 3.5540i$	$-0.3141 \pm 2.6619i$
		$-0.6368 \pm 6.3169i$	$-0.7832 \pm 6.3116i$	$-0.6026 \pm 6.3182i$	$-0.5993 \pm 5.4610i$
		$-0.9987 \pm 9.8699i$	$-1.2286 \pm 9.8600i$	$-0.9452 \pm 9.8723i$	$-0.9416 \pm 8.4290i$
		$-1.4415 \pm 14.2146i$	$-1.7541 \pm 14.2131i$	$-1.3647 \pm 12.2158i$	$-1.3607 \pm 12.5814i$
Positive Position Feedback (2nd order)	Structure Poles	$-0.0404 \pm 0.4021i$	$-0.0496 \pm 0.4049i$	$-0.0381 \pm 0.4017i$	$0.6387, -1.4759$
		$-0.1619 \pm 1.6107i$	$-0.1989 \pm 1.6312i$	$-0.1530 \pm 1.6068i$	$-0.0609 \pm 0.3565i$
		$-0.3642 \pm 3.6238i$	$-0.4479 \pm 3.6712i$	$-0.3441 \pm 3.6153i$	$-0.5189 \pm 2.2458i$
		$-0.6476 \pm 6.4428i$	$-0.7953 \pm 6.5277i$	$-0.6118 \pm 6.4273i$	$-1.0052 \pm 5.3901i$
		$-1.0118 \pm 10.0666i$	$-1.2413 \pm 10.1986i$	$-0.9558 \pm 10.0427i$	$-1.5471 \pm 8.3523i$
		$-1.4572 \pm 14.4979i$	$-1.7654 \pm 14.6845i$	$-1.3776 \pm 14.4613i$	$-1.9113 \pm 12.6465i$
	Filter Poles	$-0.2355 \pm 0.2323i$	$-0.2266 \pm 0.2171i$	$-0.2379 \pm 0.2358i$	$-0.2226 \pm 0.22299i$
		$-0.9436 \pm 0.9306i$	$-0.9073 \pm 0.8643i$	$-0.9525 \pm 0.9447i$	$-1.0668 \pm 1.1587i$
		$-2.1229 \pm 2.0938i$	$-2.0397 \pm 1.9400i$	$-2.1431 \pm 2.1255i$	$-1.7283 \pm 2.5703i$
		$-3.7743 \pm 3.7226i$	$-3.6257 \pm 3.4452i$	$-3.8100 \pm 3.7787i$	$-3.4022 \pm 3.7760i$
		$-5.8972 \pm 5.8164i$	$-5.6650 \pm 5.3828i$	$-5.9531 \pm 5.9039i$	$-5.3370 \pm 5.8219i$
		$-8.4932 \pm 8.3768i$	$-8.1872 \pm 7.8361i$	$-8.5729 \pm 8.5032i$	$-7.9310 \pm 8.3450i$
Acceleration-Position Feedback	Structure Poles	$-0.0395 \pm 0.3918i$	$-0.0496 \pm 0.3890i$	$-0.0370 \pm 0.3928i$	$-0.233 \pm 0.2861i$
		$-0.1573 \pm 1.5551i$	$-0.1993 \pm 1.5398i$	$-0.1475 \pm 1.5583i$	$-0.0011 \pm 0.8908i$
		$-0.3524 \pm 3.4992i$	$-0.4484 \pm 3.4631i$	$-0.3306 \pm 3.5064i$	$-0.1396 \pm 2.6248i$
		$-0.6337 \pm 6.2194i$	$-0.8089 \pm 6.1502i$	$-0.5945 \pm 6.2319i$	$-0.4007 \pm 5.3047i$
		$-0.9795 \pm 9.7202i$	$-1.2516 \pm 9.6108i$	$-0.9190 \pm 9.7397i$	$-0.6175 \pm 8.1574i$
		$-1.4283 \pm 13.9946i$	$-1.8073 \pm 13.8632i$	$-1.3403 \pm 14.0207i$	$-1.0312 \pm 12.1807i$
	Filter Poles	$-0.2365 \pm 0.3183i$	$-0.2263 \pm 0.3269i$	$-0.2389 \pm 0.3162i$	$-0.2500 \pm 0.3331i$
		$-0.9482 \pm 1.3789i$	$-0.061 \pm 1.4422i$	$-0.9579 \pm 1.3643i$	$-1.0411 \pm 1.4473i$
		$-2.1347 \pm 3.1011i$	$-2.0394 \pm 3.2464i$	$-2.1566 \pm 3.0682i$	$-2.3780 \pm 3.1821i$
		$-3.7882 \pm 5.5197i$	$-3.6158 \pm 5.7849i$	$-3.8275 \pm 5.4610i$	$-4.0162 \pm 5.6249i$
		$-5.9295 \pm 8.6149i$	$-5.6634 \pm 9.0293i$	$-5.9902 \pm 8.5240i$	$-6.2857 \pm 8.8137i$
		$-8.5221 \pm 12.4229i$	$-8.1337 \pm 12.9800i$	$-8.6097 \pm 12.2921i$	$-8.9654 \pm 12.6949i$

Table 2 Deviation of modal damping ratio ($\left| \frac{\zeta_{model} - \zeta_{actual}}{\zeta_{model}} \right| \times 100$)

Mode	Optimal	PPF1	PPF2	AVP	AP	AV	VP	A	V
1	20.8016	29.0975	21.4641	26.8748	26.2128	25.6062	17.1231	26.3744	18.0672
2	22.2426	29.8375	21.0602	4.5135	27.5682	20.4696	16.9890	28.2891	18.0674
3	22.6466	30.1613	21.0932	7.0787	28.1406	10.4567	16.5683	28.9126	17.7379
4	22.7857	30.1762	20.9292	28.7363	28.6415	2.5473	28.7277	30.4356	28.9712
5	22.8147	30.1000	20.8132	7.5787	28.8063	2.0353	29.0058	29.7058	29.5557
6	21.3980	26.8419	19.3575	8.3661	27.3190	4.6202	30.4224	27.5676	30.7639

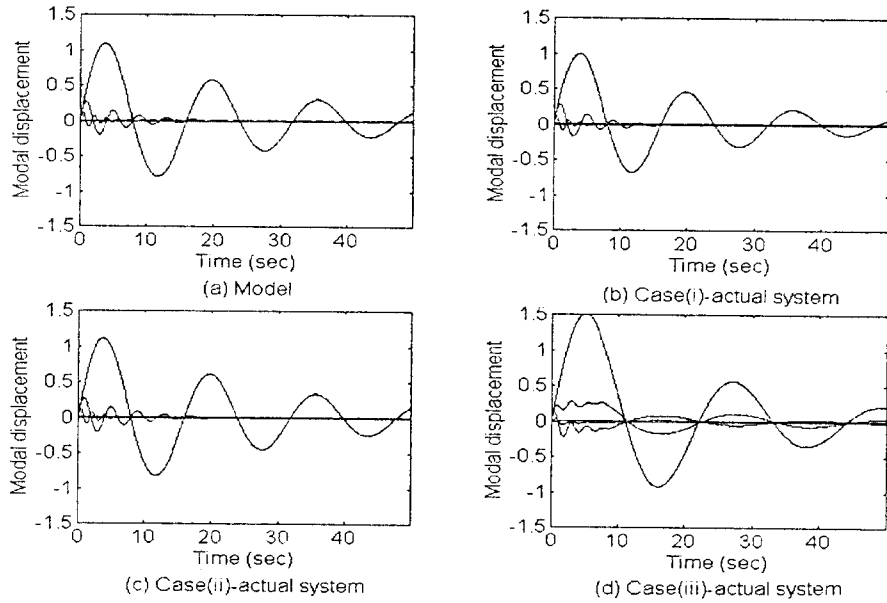


Fig. 1 Modal displacement response of model and actual systems-Optimal control

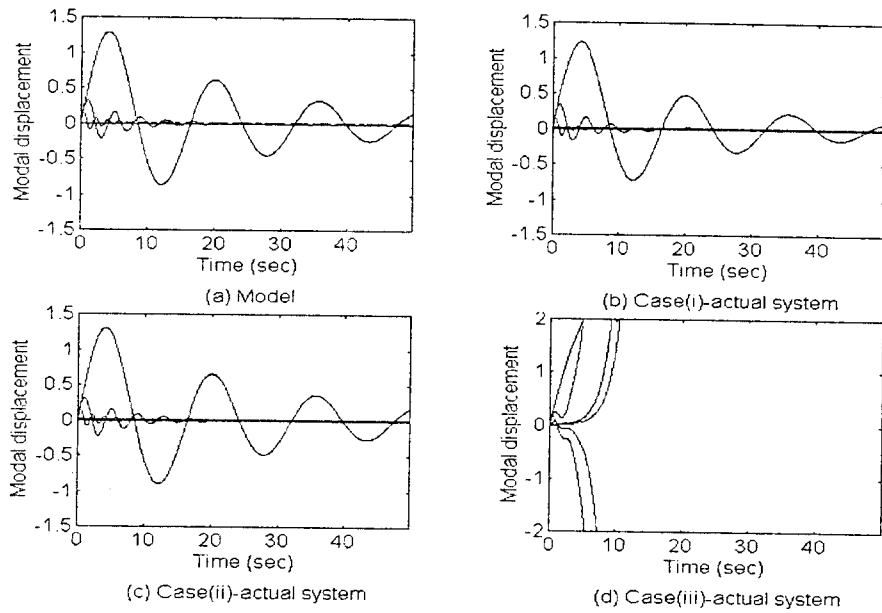


Fig. 2 Modal displacement response of model and actual systems-PPF2

의 페루프의 성능에 미치는 영향을 평가하기 위해, 응답 오차벡터 $e(t)$ 의 상한을 식 (35)를 이용하여 수치적으로 계산하였다. 그 결과 중 실제계 Case (i)에 대한 결과를 Table 3에 나타내었다. 이 오차 벡터의 상한 $\|e(t)\|$ 은 모델의 파라메타 오차 ΔM_c , ΔK_c 가 존재할 때 실제계의 성능과 모델의 설계된 성능과의 차이의 상한을 뜻한다. 식 (34) 및 (35)에서 알 수 있듯이 파라메타 오차 ΔM_c , ΔK_c 의 크기

와 $\|e(t)\|$ 의 관계는 선형관계에 있으며, 그 비례상수는 제어기법의 형태에 의존하고 있다. 그러나 Table 3에서 정리한 바와 같이 각 제어기법의 비례상수는 그 크기의 차이가 크지 않는 특징을 갖고 있다. 본 연구에서 고려한 제어기법 중 양위치 피드백 제어기법(PPF1)과 최적제어기법이 가장 작은 비례상수를 갖고 있다.

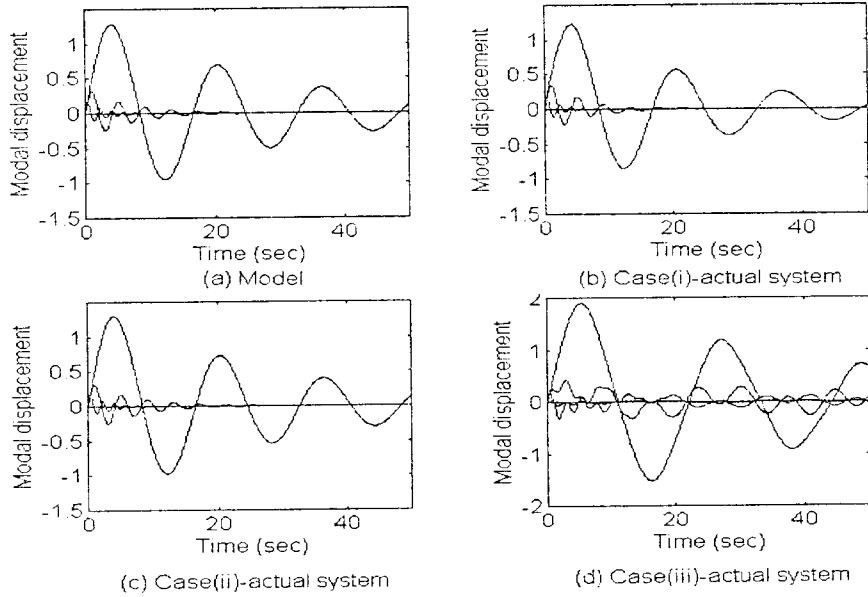


Fig. 3 Modal displacement response of model and actual systems-AP

Table 3 Upper bounds of the deviation vector ($\|e(t)\| \leq m \|v_c(t)\|$)

	Optimal	PPF1	PPF2	AVP	AP	AV	VP	A	V
m	6.1519	5.4963	6.6929	6.6517	7.1383	6.8364	6.2877	7.1113	6.3550

6. 결 론

본 연구에서는 독립된 모달공간에서 설계될 수 있는 여러 선형제어기법이 모델의 파라메타 오차에 대해 얼마나 강인한지를 해석하였고, 그 특징을 비교하였다. 이를 위해 본 연구에서 고려한 독립모달공간 제어기법들의 Lyapunov 점근 안정성을 얻기 위한 필요충분 조건을 유도하여 비교하였다. 또한 파라메타 오차가 각 제어기법의 모달 감쇠비에 미치는 영향을 평가하고 비교하였다. 그리고 파라메타 오차가 존재할 때 페루프 성능이 설계치로 부터 벗어나는 응답오차의 상한을 연산자 이론을 사용하여 유도하고, 그 수치적 결과를 비교하였다. 본 연구에서 얻어진 주 결과는 다음과 같이 요약된다.

(1) 일반화된 실제 진동계의 페루프 방정식이 Lyapunov 점근 안정성을 갖기위한 필요충분 조건식 (25)를 유도하였다. 이 조건식을 세분화하면 본 연구에서 고려하고 있는 여러 제어기법의 점근안정조건을 얻을 수 있다.

(2) 본 연구에서 고려된 제어기법 중 최적제어기법, 가속도 피드백 제어기법, 가속도-위치 피드백

제어기법이 안정성의 관점에서 파라메타 오차에 대한 강인성이 가장 우수하다.

(3) 파라메타 모달 감쇠비의 변화에 미치는 관점에서 가속도-위치 피드백 제어기법, 가속도-속도-위치 피드백 제어기법이 가장 우수하다.

(4) 응답오차의 상한 $\|e(t)\|$ 은 파라메타 오차 $\Delta M_c, \Delta K_c$ 의 크기와 선형관계에 있으며, 그 비례상수는 제어기법의 형태에 의존하고 있다. 그러나 각 제어기법의 비례상수는 비교적 크기가 비슷하며 큰 차이가 없다. 본 연구에서 고려한 제어기법 중 가장 작은 비례상수를 갖는 제어기법은 양위치 피드백 제어기법(PPF1)이다.

본 연구에서 고려된 여러 제어기법 중 가장 우수한 제어기법을 제시하는 것이 단편적인 면에서는 곤란하지만, 얻어진 결과를 종합적으로 검토하면 파라메타 오차에 대해 강인하고 우수한 독립모달공간 제어기법은 최적제어기법, 가속도-위치 피드백 제어기법, 가속도 피드백 제어기법으로 제시할 수 있다.

후 기

본 연구는 1995년도 한국과학재단 핵심연구과제

(과제번호 951-1008-075-1)의 지원을 받아 수행되었 으며 이에 관계자에게 감사드린다.

참 고 문 헌

- (1) Balas, M. J., 1979, "Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structures," J. Guidance and Control, Vol. 2, pp. 252~253.
- (2) Balas, M. J., 1978, "Active Control of Flexible System," J. Optimization Theory and Applications, Vol. 25, pp. 415~436.
- (3) Chen, C. L., 1982, "Direct Output feedback Control of Large Structures," Dynamics Laboratory Report DYNL-82-1, Cal Tech., Pasadena, CA.
- (4) Goh, C. J. and Caughey, T. K., 1985, "On the Stability Problem Caused by Finite Actuator Dynamics in the Collocated Control of Large Space Structures," Int. J. Control, Vol. 41, pp. 787~802.
- (5) Fanson, J. L. and Caughey, T. K., 1990, "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures," AIAA J., Vol. 28, pp. 717~724.
- (6) Meirovitch, L. and Baruh, H., 1982, "Control of Self-Adjoint distributed-Parameter Systems," J Guidance and Control, Vol. 5, pp. 60~66.
- (7) Meirovitch, L. and Baruh, H., 1983, "Robustness of the Independent Modal-Space Control Method," J. Guidance and Control, Vol. 6, pp. 20~25.
- (8) Meirovitch, L., 1990, Dynamics and Control of Structures. John Wiley & Sons, New York.
- (9) Meirovitch, L., Baruh, H. and Oz, H., 1983, "A Comparison of Control Techniques for Large Flexible Systems," J Guidance and Control, Vol. 6, pp. 302~310.
- (10) Hale, A. L. and Rahn, G. A., 1984, "Robust Control of Self-Adjoint Distributed Parameter Structures," J. Guidance and Control, Vol. 7, pp. 265~273.
- (11) Baruh, H. and Silverberg, L., 1985, "Robust Natural Control of Distributed Systems," J. Guidance and Control, Vol. 6, pp. 717~724.
- (12) Baz, A., Poh, S. and Fedor, J., 1992, "Independent Modal Space Control With Positive Position Feedback," ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 114, pp. 96~103.
- (13) 황재혁, 1993, "독립된 모달공간에서 분포계의 진동제어법의 강인성", 한국항공우주학회지, 제21권 2호, pp. 37~49.
- (14) 황재혁, 백승호, 1994, "독립된 모달공간에서 양 위치피드백 제어기법의 강인성", 한국소음진동 공학회지, 제4권 2호, pp. 177~185.
- (15) Hwang, J. H., Kim, D. M. and Lim, K. H., 1996, "Robustness of Natural Controls of Distributed Parameter Systems," ASME J. Vibration and Acoustics, Vol. 118, pp. 56~63.
- (16) Inman, D. J., 1989, Vibration with Control, Measurement, and Stability, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- (17) Desoer, C. A. and Vidyasaga, M., 1975, Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic Press, New York.
- (18) Stakgold, I., 1979, Green's Functions and Boundary Value Problems, Wiley Interscience, New York.