

## 점성댐퍼를 갖는 엔진 축계의 비선형 비틀림강제진동

박용남\* · 송성옥\* · 김의간\*\* · 전효중\*\*

Nonlinear Forced Torsional Vibration for  
the Engine Shafting System with Viscous Damper

Y. N. Park · S. O. Song · U. K. Kim · H. J. Jeon

**Key words :** Torsional Vibration(비틀림진동), Nonlinear Forced Vibration(비선형 강제진동), Duffing's Oscillator(듀핑 진동계), Engine Shafting System(엔진 축계), Viscous Damper(점성댐퍼), Complex Damping Coefficient(복소감쇠계수)

### Abstract

The torsional vibration of the propulsion shafting system equipped with viscous damper is investigated. The equivalent system is modeled by a two mass softening system with Duffing's oscillator and the vibratory motion is described by non-linear differential equations of second order. The damper casing is fixed at the front-end of crankshaft and the damper's inertia ring floats in viscous silicon fluid inside of the damper casing. The excitation frequency is proportional to the rotational speed of engine. The steady state response of the equivalent system is analyzed by the computer and for this analyzing, the harmonic balance method is adopted as a non-linear vibration analysis technique. Frequency response curves are obtained for 1st order resonance only. Jump phenomena are explained. The discriminant for the solutions of the steady state response is derived. Both theoretical and measured results of the propulsion shafting system are compared with and evaluated. As a result of comparisions with both data, it was confirmed that Duffing's oscillator can be used in the modeling of the propulsion shafting system attached with viscous damper with non-linear stiffness.

### 1. 서 론

증 · 고속엔진의 축계 비틀림진동은 크랭크축

선단에 점성댐퍼를 장착하여 제어하는 경우가 많다. 점성댐퍼는 댐퍼 케이싱과 관성링 사이의 좁은 틈에 고점도의 실리콘유가 충진된 구조로 되어 있

\* 정회원, 한국선급

\*\* 정회원, 한국해양대학교

으며, 운전중에는 관성링과 케이싱의 상대운동으로 실리콘유에 전단 저항력이 발생하여 비틀림 감쇠력이 증가하는 기능을 갖는다.<sup>1)</sup>

점성댐퍼를 갖는 엔진 축계를 등가진동계로 모델링할 때 일반적으로 점성댐퍼는 점성감쇠만 있다고 가정한다. 그러나, Iwamoto 등은 점성댐퍼 내의 실리콘유는 댐퍼 케이싱과 관성링의 상대속도에 비례한 감쇠력 외에 진동수가 높게 되면 위상지연을 가져와 변위에 비례하는 강성도 존재함을 보고하고 있다.<sup>2),3)</sup> 이들은 실리콘유의 복소점도를 진동점도계로 측정한 결과, 감쇠력은 허수부인 탄성효과도 포함된 복소수 형태로 계산하는 것이 바람직하다고 보고하였다. 또한, 진동수가 높은 고속 엔진에서 실리콘유의 동점도가  $3 \times 10^6$  cSt보다 큰 경우에는 복소감쇠의 실수부인 감쇠계수는 작아지고, 허수부인 변위 비례형 강성계수가 오히려 증가하여 탄성스프링에 가까운 특성을 갖는 것을 확인하였다.

Hayama도 점성댐퍼의 유체역학적 특성을 경계층 이론으로 해석하여, 감쇠력이 복소감쇠력을 가지며, 이에 따라 강성효과도 존재함을 보고하고 있다.<sup>4)</sup> 그러나 이들의 연구는 점성댐퍼 자체의 특성에 관한 것이며, 점성댐퍼를 갖는 엔진 축계의 비틀림진동은 선형으로 해석하였다.

필자들은 점성댐퍼를 갖는 중·고속 엔진 축계의 비틀림진동을 측정하여 분석한 결과, 비선형 진동의 일종인 도약현상이 발생하고 있음을 확인하였다(Fig. 5 참조). 이는 점성댐퍼가 Iwamoto와 Hayama가 보고한 것과 같이 각변위에 비례하는 강성계수 외에 각변위의 3승에 비례하는 비선형 강성도 함께 갖고 있어, 이 결과 Duffing진동계의 특성을 보이는 것으로 판단된다.

비선형 진동은 중첩의 원리가 적용되는 선형계와는 달리 운동방정식이 비선형 미분방정식으로 되므로, 이를 이론적으로 해석하는 데에는 어려움이 있다. 대개는 선형에 근거한 근사해법에 의존하는 것이 일반적이며, 조화균형법(harmonic balance method), 섭동법(perturbation method)이 주로 이용되고 있다.<sup>5),6)</sup>

본 연구에서는 점성댐퍼를 갖는 엔진 축계를 2질점계의 비선형 Duffing진동계로 모델링하여 비선형 운동방정식을 유도하고, 조화균형법을 적용

하여 엔진 축계의 비선형 비틀림강제진동을 해석하기 위한 전산 프로그램을 개발한다. 또한 실제 엔진 축계의 비틀림진동을 측정하고 계산결과와 비교하여 본 연구에서 제안한 비선형 비틀림 강제감쇠진동 해석법의 타당성을 확인하고자 한다.

## 2. 엔진 축계의 비선형 등가진동계

점성댐퍼(Fig. 1)를 부착한 엔진 축계를 집중질량계로 모델링하면 Fig. 2와 같이 된다. Fig. 2에서  $C^*$ 은 복소감쇠계수를 의미하며, Iwamoto의 연구 결과를 적용하여 정리하면 식(1)과 같이 된다.

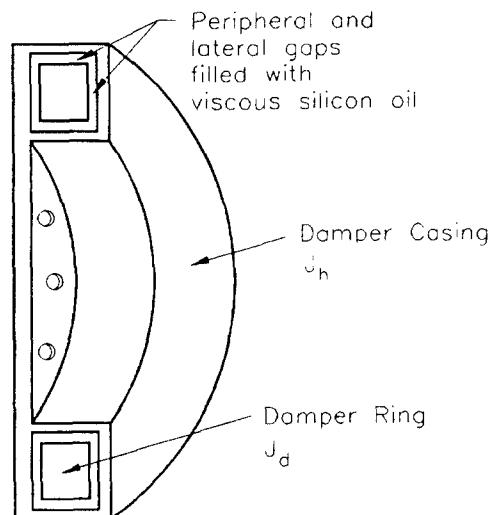


Fig. 1 Sectional assembly of viscous damper.

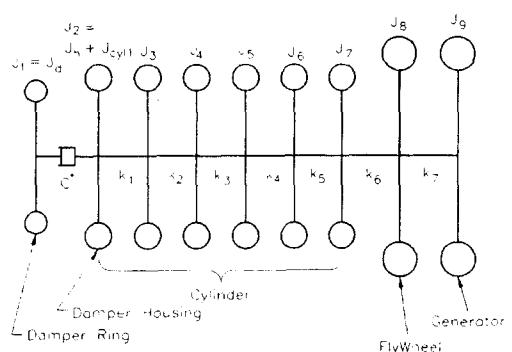


Fig. 2 Equivalent mass system for propulsion shafting.

$$C^* = K\mu^* = K(\mu' + \frac{G'}{j\omega}) = K\mu' - j\frac{KG'}{\omega} = c - j\frac{k_d}{\omega} \quad (1)$$

 $K$  : 상수, $G'$  : 전단 탄성계수 $\mu'$  : 복소점도, $\omega$  : 각속도 $\mu'$  : 절대점성계수,  $c$  : 감쇠계수( $=K\mu'$ ) $k_d$  : 강성계수( $=KG'$ )

복소점도  $\mu'$ 는 실리콘유의 동적특성에 의한 동적 절대점성계수  $\mu'$ 와 동적 전단탄성계수  $G'$ 로 이루어지며 온도 및 진동수의 영향을 받는다.  $K$ 는 식(2)와 같이 점성댐퍼의 크기에 의해 정하여지는 값이다.

$$K = \frac{\pi}{h_s} (R_o^4 - R_i^4) + 2\pi b \left( \frac{R_i^3}{h_i} + \frac{R_o^3}{h_o} \right) \quad (2)$$

 $R_o$  : 점성댐퍼 관성링의 외반경 $R_i$  : 점성댐퍼 관성링의 내반경 $h_s$  : 관성링 측면의 유막두께 $h_i$  : 관성링 내면의 유막두께 $h_o$  : 관성링 외면의 유막두께 $b$  : 관성링의 폭

식(1)에서  $c$ 는 복소감쇠의 실수부로 감쇠계수를,  $k_d$ 는 허수부로 점성댐퍼의 강성계수를 나타내며, 식(2)의  $K$ 를  $\mu'$  및  $G'$ 에 꼽하면 된다.

점성댐퍼를 갖는 엔진 축계의 비틀림진동을 측정한 결과, 비선형 진동현상의 일종인 도약현상이 발생하고 있음을 확인하였다. 이는 식(1)의 복소감쇠의 허수부인 강성계수가 Iwamoto의 식(1)에 의한 선형 강성계수  $k_d$  외에 각변위의 3승에 비례하는 비선형 강성계수  $\beta$ 도 함께 갖고 있는 것을 의미하며, 실리콘유의 점도가 높은 점성댐퍼를 갖는 축계의 비틀림진동은 Duffing진동계를 적용하여 해석하는 것이 바람직하다는 것을 알 수 있다.

따라서, 비선형 복원력  $f(\phi_r)$ 은 식(3)과 같이 각변위에 비례하는 강성계수  $k_d$ 와 각변위의 3승에 비례하는 비선형 강성계수  $\beta$ 의 합으로 된다.

$$f(\phi_r) = k_d\phi_r + \beta\phi_r^3 \quad (3)$$

엔진 축계에서 크랭크축의 비틀림강성은 점성댐퍼의 비틀림강성보다 상당히 크므로, 1절 비틀림진동에 대해서는 크랭크축의 비틀림강성을 무

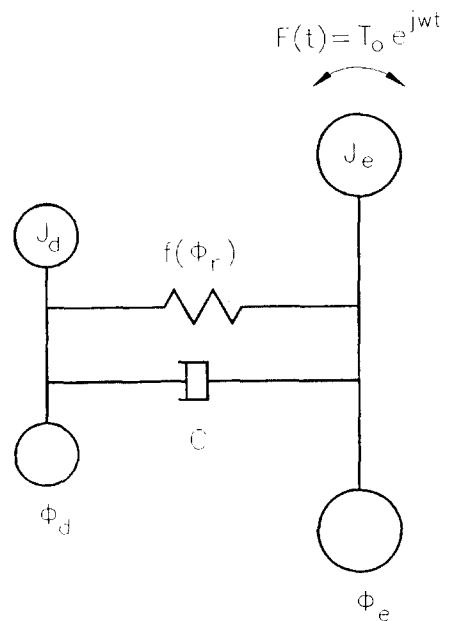


Fig. 3 Two mass system with non linear torsional stiffness.

시하고 등가 2질점계로 모델링하여도 해석 결과는 크게 차이가 없다. 따라서 점성댐퍼에 대한 복원력을 식(3)으로 가정하고, 엔진 축계를 2질점 등가계로 모델링하면 Fig. 3과 같이 된다. 여기서  $J_d$ 는 점성댐퍼 관성링의 관성모멘트를,  $J_e$ 는 엔진 전체의 관성모멘트를,  $T_o$ 는 엔진의 기진력을 의미한다.

### 3. 비선형 비틀림강제진동 해석

Fig. 3의 2질점계에 대한 비선형 운동방정식을 유도하면 식(4)와 같이 된다.

$$\begin{cases} J_e \ddot{\phi}_1 + c\dot{\phi}_1 + k_d\phi_1 + \beta\phi_1^3 = T_o e^{j\omega t} \\ J_d \ddot{\phi}_2 - c\dot{\phi}_2 - k_d\phi_2 - \beta\phi_2^3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\dot{\phi} = \phi_1 - \phi_2$$

이 식은 일반적인 선형 미분방정식에 비선형 비틀림강성계수 항인  $\beta\phi^3$ 이 추가된 비선형 미분방정식으로 된다. 식(4)의 해를 구하기 위하여 조화균형법을 적용하면, 식(5)와 같이 상대 각진폭  $\Phi_r$ 에 대한 6차방정식이 유도되며, 위상각  $\phi_r$ 은 식(6)과

같이 된다. 식(5)를 해석하면 불안정 영역에서는  $\Phi_r^2$ 에 관한 3개의 실근이, 안정 영역에서는 1개의 실근이 존재하게 된다. 이를 구별하는 판별계수  $D$ 는 식(7)과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{9}{16}\beta^2\Phi_r^6 + \frac{3}{2}\beta\left(-\frac{\omega^2 J_d J_e}{J_d + J_e} + k_d\right)\Phi_r^4 \\ + \left\{\left(-\frac{\omega^2 J_d J_e}{J_d + J_e} + k_d\right)^2 + \omega^2 c^2\right\}\Phi_r^2 \\ - \left(\frac{J_d}{J_d + J_e}\right)^2 T_0^2 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\varphi_r = \sin^{-1} \left( \frac{\omega c \Phi_r}{\left( \frac{J_d}{J_d + J_e} \right) T_0} \right) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} D = \frac{1728}{531441\beta^6} [243\beta^2 J_d^4 T_0^4 \\ + 48\beta J_d^2 T_0^2 (k_d - \omega^2 J') ((k_d - \omega^2 J')^2 + 9\omega^2 c^2) \\ + 64\omega^2 c^2 ((k_d - \omega^2 J')^2 + \omega^2 c^2)] \end{aligned} \quad (7)$$

$$J'_d = J_d / (J_d + J_e), \quad J' = J'_d J_e$$

### 1) 판별계수 $D > 0$ 인 경우

한개의 실근과 두개의 공액복소수 근이 존재한다. 실근은 한 개이므로 비선형 비틀림강제진폭  $\Phi_r$ 은 불안정 영역이 존재하지 않고 선형 정상해와 같이 안정된 1개의 진폭을 갖는다.

### 2) 판별계수 $D = 0$ 인 경우

적어도 두개의 실근이 있으며, 비선형 비틀림강제진폭  $\Phi_r$ 은 안정 영역의 임계조건이 된다.

### 3) 판별계수 $D < 0$ 인 경우

세개의 실근이 존재하는 구간이며, 비선형 비틀림강제진폭  $\Phi_r$ 은 같은 진동수에서 3개의 값을 갖는 비선형특성을 갖는다. 세개 실근에 대한 정밀해를 유도하면 식(8)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \Phi_{r1} &= \pm \sqrt{\frac{8}{9\beta} \left\{ a \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - (k_d - \omega^2 J') \right\}} \\ \Phi_{r2} &= \pm \sqrt{\frac{8}{9\beta} \left\{ a \cos\left(\frac{\theta}{3} + \frac{2}{3}\pi\right) - (k_d - \omega^2 J') \right\}} \\ \Phi_{r3} &= \pm \sqrt{\frac{8}{9\beta} \left\{ a \cos\left(\frac{\theta}{3} + \frac{4}{3}\pi\right) - (k_d - \omega^2 J') \right\}} \end{aligned} \quad (8)$$

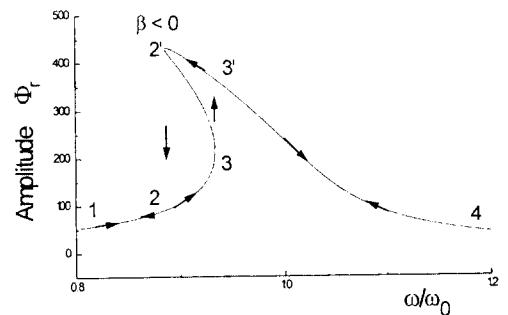


Fig. 4 Jump phenomenon of system with non-linear soft spring ( $\beta < 0$ ).

$$\begin{aligned} a &= \{(k_d - \omega^2 J')^2 - 3\omega^2 c^2\}^{\frac{1}{2}} \\ \cos \theta &= \frac{729(k_d - \omega^2 J')\omega^2 c^2}{8((k_d - \omega^2 J')^2 - 3\omega^2 c^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &\quad + \frac{81\beta J_d^2 T_0^2 / 8 + (k_d - \omega^2 J')^3}{((k_d - \omega^2 J')^2 - 3\omega^2 c^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

또한, 엔진과 점성댐퍼 관성링의 각진폭  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ 는  $\Phi_r$ 의 각 영역에 대하여 각각 식(9), (10)과 같아 된다.

$$\Phi_1 = \frac{1}{J_e + J_d} \left\{ \frac{T_0}{-\omega^2} + J_d \Phi_r \right\} \quad (9)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{J_e + J_d} \left\{ \frac{T_0}{-\omega^2} - J_d \Phi_r \right\} \quad (10)$$

이상의 결과로 부터  $\beta < 0$ 인 경우의 비선형 진동 진폭  $\Phi_r$ 의 진동특성은 가진진동수  $\omega$ 를 0으로 부터 점차 증가시키면 Fig. 4에서와 같이 1-2-3-3'-4로 되고,  $\omega$ 를 점차 감소시키면 4-3'-2'-2-1의 곡선을 따르는 것을 알 수 있다. 즉 증속의 경우에는 3-3' 구간에서, 감속의 경우에는 2'-2 구간에서 도약현상이 발생하게 되므로, 2'-3 구간이 불안정한 영역으로 된다.  $\beta > 0$ 인 경우에도 도약현상이 발생하는 불안정 영역은 존재하고 방향은 반대로 된다.

## 4. 실제 엔진 축계에 대한 비선형 비틀림진동 측정 및 해석

### 4. 1 실제 엔진 축계의 비틀림진동 측정

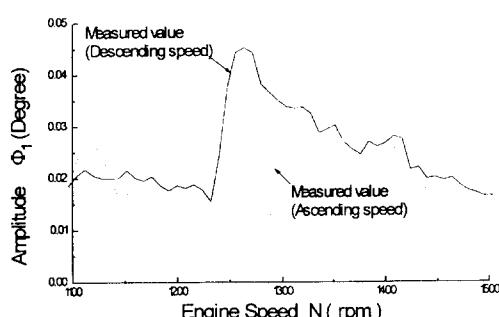
점성댐퍼를 갖는 실제 엔진 축계의 비틀림진동

**Table 1. Specification of engine**

Type	4 Stroke cycle diesel engine
No. of cylinder	6
Stroke × Bore	165 mm × 137 mm
Output	367 PS × 1800 RPM
P <sub>mi</sub>	12 bar
Conn. rod ratio	0.3
Reciprocating mass/Cyl.	5.4 kg
Firing order	1 - 5 - 3 - 6 - 2 - 4

**Table 2. Specification of viscous damper**

Damper ring	Moment of inertia	0.182 kgm <sup>2</sup>
	Outer diameter	325 mm
	Inner diameter	240 mm
	Breadth	30 mm
Silicon property	Dynamic viscosity	$6 \times 10^5$ cSt
	Density	993 kg/m <sup>3</sup>
	Mean film thickness	0.36 mm
	Constant of damper	7.42 m <sup>3</sup>

**Fig. 5 Measured torsional amplitude on the damper casing (3rd order).**

진폭을 점성댐퍼 케이싱에서 측정하였다. 대상엔진은 점성댐퍼외에는 비선형성이 거의 없는 발전기 원동기를 선정하였다. 엔진과 댐퍼의 사양을 각각 Table 1과 Table 2에 보인다. 비틀림진동 측정은 FFT분석기(CF360), 비접촉식 비틀림진동메타(BK2335), 차수 트렉킹필터(CF0382) 등의 기기를 사용하였다.

측정에 사용한 엔진이 4행정 6기통이므로 주위

회전수는 3차가 된다. Fig. 5에 점성댐퍼 케이싱에서 측정한 3차 비틀림 진동진폭을 보인다. 이 그림에서 점선은 엔진의 회전수를 증가시키면서, 실선은 회전수를 내리면서 측정한 결과이다.

이를 검토하여 보면 공진점 근처에 불안정영역이 존재하게 되며, Duffing진동계의 전형적인 특성인 도약현상이 1266~1304 rpm의 구간에서 확실하게 나타나고 있다. 또한, 엔진의 회전수를 내리면서 측정한 진동진폭이 회전수를 올리면서 측정한 값보다 약 1.5배 큰 것을 알 수 있다.

#### 4.2 실제 엔진 축계의 비선형 비틀림 강제 진동 해석 및 고찰

실제 엔진 축계를 Fig. 3과 같이 모델링하여 비선형 비틀림강제진동을 해석하였다. 실제 엔진 축계 및 댐퍼링의 관성모멘트  $J_c$ ,  $J_d$ 는 각각 6.747 kgm<sup>2</sup>, 0.182 kgm<sup>2</sup>로 되며 등가관성모멘트  $J'$ 는 0.177 kgm<sup>2</sup>로 된다. Iwamoto의 연구결과를 적용하여 동적전단탄성계수  $G'$ 를 구하면  $4.26 \times 10^{-3}$  kgf/cm<sup>2</sup>로 되며, Table 2의 댐퍼자료를 식(2)에 대입하여 댐퍼정수  $K$ 를 계산하면 7.42m<sup>3</sup>으로 된다. 이상의 결과를 식(1)에 대입하면  $k_d$ 는  $0.317 \times 10^5$  Nm/rad로 된다. 점성댐퍼의 실리콘유 동점도가  $6 \times 10^5$ cSt로 상당히 높기 때문에 복소감쇠의 실수부인 감쇠계수 성분은 작게 되고 허수부인 강성계수가 증가하게 되므로 감쇠비  $\zeta$ 는 0.01로 취하였다.

선형 고유각진동수  $\omega_0 = \sqrt{J'/k_d}$  이므로, 여기서  $J'$ 와  $k_d$ 를 대입하여  $\omega_0$ 를 계산하면 423 rad/s로 된다. 따라서 3차 위험회전수  $N_3$ 은 1346 rpm이 된다.

여기서 비선형 비틀림 강성계수  $\beta$ 를 이론적으로 구하는 것은 현실적으로 어렵기 때문에, 본 연구에서는 Fig. 5의 측정 결과에서 나타난 불안정 영역에서의 엔진회전수를 근거로 위에서 구한 값들에 대한 불안정 영역을 검토하여 역으로 추정하였다.

식(7)의 판별계수  $D$ 를 이용하여 비선형 비틀림 강성계수  $\beta$ 에 의한 안정, 불안정영역을 계산하면 식(11)과 같이 된다.

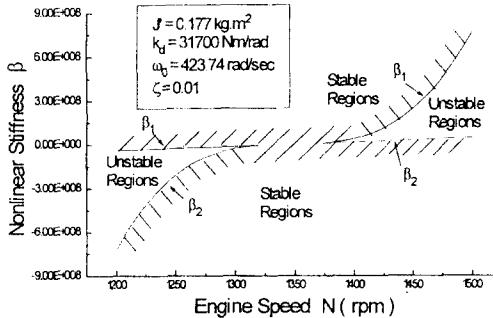


Fig. 6 Unstable regions according to the non-linear torsional stiffness  $\beta$ .

$$\beta_{critical} = \frac{-8K_\beta\{K_\beta^2 + 9\omega^2c^2\} \pm 8\{K_\beta^2 + 3\omega^2c^2\}^{\frac{3}{2}}}{81\left(\frac{J_d}{J_d + J_e}\right)T_0^2} \quad (11)$$

$$K_\beta = k_d - \omega^2 J'$$

Fig. 6에 앞에서 구한 값을 식(11)에 대입하여 계산한  $\beta$ 의 영역조건을 보인다. 이 그림에서  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ 는 식(11)에서 불안정영역에 대한 임계조건  $\beta_{critical}$ 에 대하여 분모의 두번째 항이 양 또는 음의 부호를 갖는 경우에 대한 것이다.

Fig. 6을 검토하여 보면 엔진회전수가 선형 위험회전수  $N_3$  이하의 구간에서는 불안정영역이  $\beta < 0$ 인 경우에 나타나고, 위험회전수  $N_3$  이상의 엔진회전수에서는  $\beta > 0$ 인 경우에 불안정영역이 존재하는 것을 알 수 있다. 그리고 선형 위험회전수  $N_3$  부근의 특정한 엔진회전수 구간에서는  $\beta$ 값에 대한 불안정영역은 존재하지 않는다. 따라서, 실제 측정에서 도약현상이 나타나는 1266~1304 rpm 이 이 구간에 해당하면 불안정영역이 존재하지 않으므로  $\beta$ 값은 구할 수 없다. 또한 도약현상에 대한 이론적 해석도 불가능하게 되어 비선형 비틀림진동의 해를 구할 수 없게 된다.

이 특정한 엔진회전수를 구하기 위해 식(11)을 정리하여 기진토오크의 각진동수  $\omega$ 에 대한 임계조건을 유도하면 식(12)와 같이 된다.

$$\omega_{critical} = \frac{1}{\sqrt{2}J'} \left\{ (2k_dJ' + 3c^2) \pm \sqrt{3c\sqrt{4k_dJ' + 3c^2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

식(12)에  $k_d$ ,  $J'$ ,  $c$ 의 값을 대입하여 불안정영역

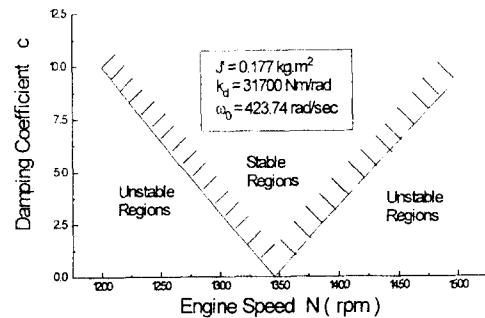


Fig. 7 Unstable regions according to the damping coefficient  $c$ .

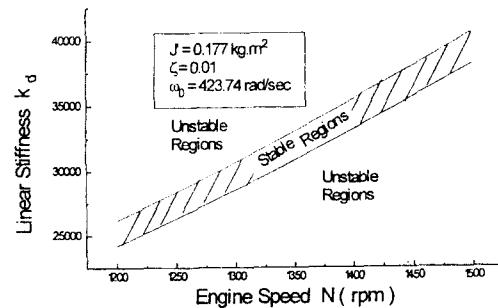


Fig. 8 Unstable regions according to the linear torsional stiffness  $k_d$ .

이 존재하지 않는 특정한 회전수의 각진동수  $\omega$ 를 구하면 415~430 rad/s로 되고, 이를 3차의 위험회전수로 나타내면 1323~1369 rpm으로 된다.

이 구간은 감쇠계수  $c$ , 선형 비틀림강성계수  $k_d$  및 등가관성모멘트  $J'$ 의 값에 크게 영향을 받는 것을 알 수 있으며, 식(12)로부터 이들 값들에 대한 조건식을 구하여 보면 식(13)~(15)와 같이 유도된다. 이들 식에 앞에서 구한 값을 대입하여 계산한 결과를 Fig. 7~9에 보인다.

$$\omega_{critical} = \pm \frac{J'\omega}{\sqrt{3}} \left\{ \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 - 1 \right\} \quad (13)$$

$$k_{critical} = \omega(\omega J' \pm \sqrt{3}c) \quad (14)$$

$$J'_{critical} = \frac{-k_d + \sqrt{3}\omega c}{-\omega^2} \quad (15)$$

Fig. 7은 감쇠계수  $c$ 에 대한 계산결과이며, 특정한 엔진회전수 구간(1323~1369 rpm)에서 벗어나는 조건인 불안정영역(unstable regions)은 선형 위험회전수  $N_3$ 의 좌우측에 존재하며,  $N_3$ 에 근

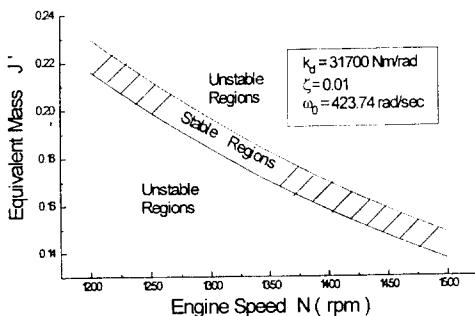


Fig. 9 Unstable regions according to the equivalent mass  $J'$ .

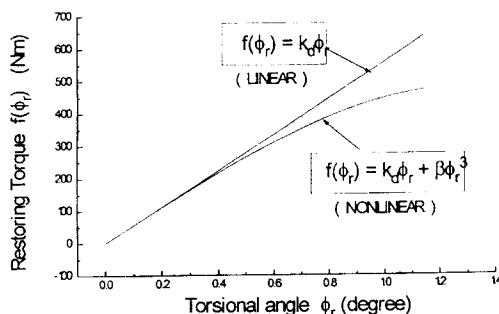


Fig. 10 Restoring torque versus torsional angle.

접합수록 감쇠계수  $c$ 에 대한 불안정영역은 감소한다. Fig. 8은 선형강성계수  $k_d$ 에 대한, Fig. 9는 등가관성모멘트  $J'$ 에 대한 계산결과이다. 이들을 검토하여 보면 중앙부의 안정영역을 중심으로 상하에 불안정영역이 존재한다.

Fig. 5의 측정결과에서 도약현상이 나타나는 엔진회전수 구간은 1266~1304 rpm이므로  $\beta$ 값에 대한 불안정영역이 존재하지 않는 특정 회전수 (1323~1369 rpm) 구간에는 포함되지 않는다. 따라서, 적용한 실제 엔진 축계에 대해서는  $\beta$ 값의 불안정영역 구간이 존재함을 알 수 있다. 도약현상이 나타나는 1266~1304 rpm 구간에서 불안정영역이 존재하도록 식(11)의  $\beta$ 값을 유추하면  $-0.20596 \times 10^8 \text{ Nm/rad}^3$ 으로 된다.

앞에서 구한 강성계수  $k_d$  및  $\beta$ 값을 식(3)에 대입하여 비틀림각에 대한 복원도오크 특성을 검토하면 Fig. 10과 같이 된다. 이 그림을 검토하여 보면, 비선형 복원력  $f(\phi_r)$ 은 기울기  $k_d$ 를 가지는 선형의 경우와 달리 비틀림강성계수  $\beta$ 의 영향으로

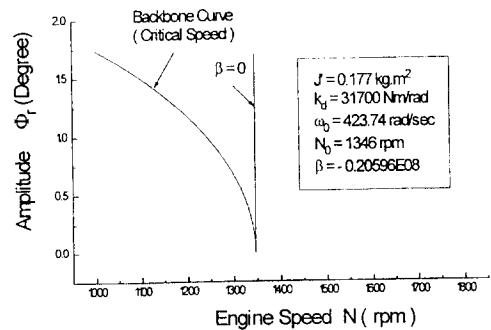


Fig. 11 Backbone curve of non-linear free vibration.

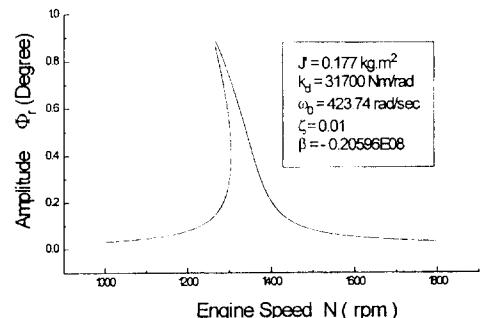


Fig. 12 Relative torsional amplitude  $\Phi_r$  versus engine speed (3rd order).

비틀림각  $\phi_r$ 이 증가할수록 약스프링(soft spring) 특성을 나타낼 수 있다.

이 경우에 엔진 축계의 고유각진동수  $\omega_n$ 은 식(16)과 같이 된다.

$$\omega_n = \pm \sqrt{\frac{k_d}{J'} + \frac{3}{4} \frac{\beta}{J'} \Phi_r^2} \quad (16)$$

식(16)에 앞에서 구한 값을 대입하여 계산한 결과를 Fig. 11에 보인다. 이 그림을 검토하여 보면  $\beta$ 가 음의 값을 갖고 진동진폭이 증가할수록 고유진동수가 좌측으로 이동하는 배풀곡선(backbone curve)을 그린다. 즉, 이 엔진 축계의 선형 3차 위험진동수는 1346 rpm이나, 진동진폭이 증가할수록 위험회전수가 감소함을 알 수 있다.

이상의 결과를 실제의 엔진 축계에 적용하여 비선형 비틀림강체진동을 계산하였으며 이를 Fig. 12~16에 보인다. Fig. 12는 측정한 엔진의 주위험차수인 3차에 대한 상대진폭  $\Phi_r$ 을, Fig. 13은 이에 대한 위상지연각  $\phi_r$ 을 나타낸다. Fig. 14는 엔진

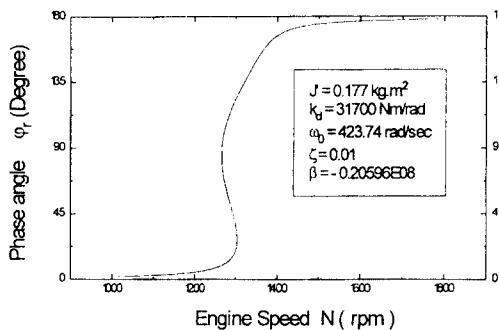


Fig. 13 Phase angle  $\varphi_r$  versus engine speed (3rd order).

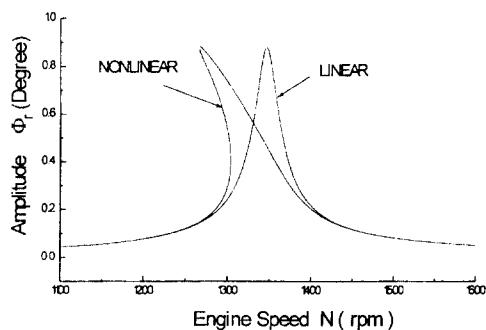


Fig. 16 Linear and non-linear torsional amplitude versus engine speed (3rd order).

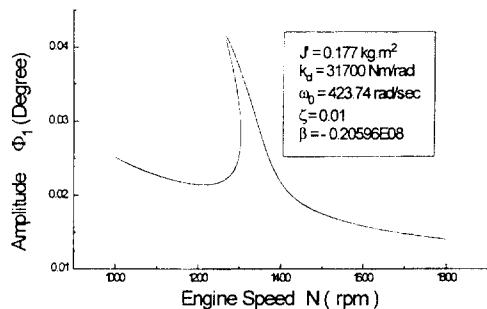


Fig. 14 Torsional amplitude  $\Phi_1$  on the free end side of crankshaft versus engine speed (3rd order).

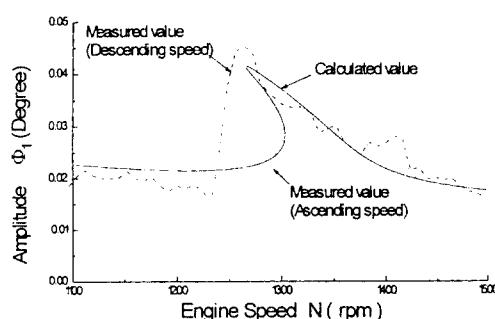


Fig. 17 Calculated and measured torsional amplitudes on the damper casing (3rd order).

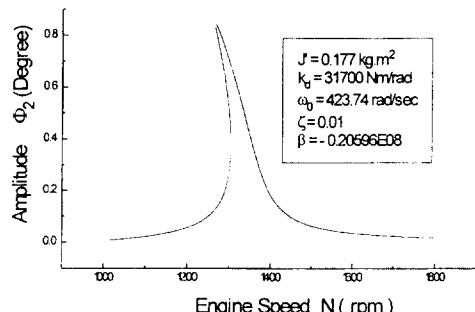


Fig. 15 Torsional amplitude  $\Phi_2$  on the damper ring versus engine speed (3rd order).

전체의 진동진폭  $\Phi_1$ 을, Fig. 15는 첨성댐퍼 관성링의 진동진폭  $\Phi_2$ 를 엔진회전수에 대하여 강제진동을 해석한 결과이다. Fig. 16은 상대진폭  $\Phi_r$ 에 대한 선형 및 비선형 강제진동의 응답을 보인다.

이들 그림을 검토하여 보면 비선형 진동은 선형 3차 위험회전수인 1346 rpm을 기점으로 좌측으

로 구부려진 공진특성을 보이고 있다. 위상곡선도 선형진동과 다른 양상을 보인다. Fig. 17에 첨성댐퍼 케이싱에서 측정한 비틀림 진동진폭과 해석 결과를 보이며, 해석결과는 측정치와 거의 일치하고 있다.

## 5. 결 론

첨성댐퍼를 장착한 엔진 축계를 2질점 Duffing 진동계로 모델링하고 조화균형법을 적용하여 비선형 비틀림강제진동을 해석하였다. 또한 본 연구에서 제안한 비선형 해석법을 실제 엔진 축계에 적용하고, 측정치와 비교한 결과 만족할 만한 결과를 얻었다. 이를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 첨성댐퍼의 실리콘유는 복소감쇠계수를 가지며, 동점도가  $3 \times 10^3 \text{ cSt}$  이상의 경우에 허수부인 강성계수가 Duffing진동계와 같은 비선형 특성을 갖고 있음을 확인하였다.

(2) 비선형 2질점 비틀림진동계의 강제진동을 해석하였으며, 진동진폭이 불안정영역을 갖는 판별계수를 제안하였다.

(3) 중·고속엔진에 점성댐퍼를 채택하는 경우, 선형해석에 의한 위험회전수는 이동 할 수 있으므로 비선형 비틀림진동을 해석하는 것이 바람직하다.

(4) 도약현상을 일으키는 불안정영역은 가진진동수에 크게 좌우되며 선형 고유각진동수  $\omega_0$ 를 기준으로  $\omega_0$ 에서 멀어질수록 불안정영역이 확대되며,  $\omega_0$ 의 근처에서는 불안정영역이 존재하지 않음을 확인하였다.

(5) 비선형 강성계수  $\beta$ 를 이론적으로 해석하기 위한 방법과 다질점계의 비선형 강제진동 해석법의 개발이 앞으로의 과제로 판단된다.

## 참고문헌

- 1) 清水春樹, “トーションバルビスカスタンバ”, 内燃機關, 第30卷 第3號, 1991, p. 33.
- 2) 岩本昭一, “ディーゼル機關における粘性ねじり振動ダンバ作動油の實效粘度に關する研究(その2: 高速機關におけるタンバ作動油の複素粘度)”, 日本船用機關學會誌, 第18卷 第10號, 1983, p. 25.
- 3) 岩本昭一外 2人, “往復動内燃機關における粘性ねじり振動タンバ作動油の設計計算法(續報)・タンバ作動油粘度の選定法”, 設計製圖, 第19卷 第112號, 1984, p. 33.
- 4) 葉山眞治, “オイルタンバ・内粘性力の振動數存在性について”, 日本船用機關學會誌, 第22卷 第8號, 1987, p. 59.
- 5) M. I. FRISWELL and J. E. T. PENNY, “The accuracy of jump frequencies in series solutions of the response of a Duffing oscillator”, Journal of sound and vibration, 169(2), 1994, p. 261.
- 6) 楢木義一, “非線形振動論”, 共立出版(株), 1958.