

탄성지반상에 놓인 철근콘크리트 축대칭 쉘의 정적 및 동적 해석(II)

- 축대칭 쉘의 동적 응답 해석을 중심으로 -

Static and Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Axisymmetric Shell on the Elastic Foundation

- With Application to the Dynamic Response Analysis of Axisymmetric Shell -

조 진 구*
Cho, Jin Goo

Summary

Dynamic loading of structures often causes excursions of stresses well into the inelastic range and the influence of geometric changes on the dynamic response is also significant in many cases. Therefore, both material and geometric nonlinearity effects should be considered in case that a dynamic load acts on the structure. For developing a program to analyze the dynamic response of an axisymmetric shell in this study, the material nonlinearity effect on the dynamic response was formulated by the elasto-viscoplastic model highly corresponding to the real behavior of the material. Also, the geometrically nonlinear behavior is taken into account using a total Lagrangian coordinate system, and the equilibrium equation of motion was numerically solved by a central difference scheme. A complete finite element program has been developed and the results obtained by it are compared with those in the references 1 and 2. The results are in good agreement with each other. As a case study of its application, the developed program was applied to a dynamic response analysis of a nuclear reinforced concrete containment structure. The results obtained from the numerical examples are summarized as follows :

1. The dynamic magnification factor of the displacement and the stress were unrelated with the concrete strength.
2. As shown by the results that the displacement dynamic magnification factor were

* 전남대학교 농과대학

키워드 : 축대칭, R.C.구조물, 원형돔, 원자로, 격납건물, 동적해석

from 1.7 to 2.3 and the stress dynamic magnification factor from 1.8 to 2.5, the dynamic magnification factor of stress were larger than that of displacement.

3. The dynamic magnification factor of stress on the exterior surface was larger than that on the interior surface of the structure.

I. 서 론

축대칭 셸 구조는 평면곡선을 동일 평면내에 있는 회전축 주위로 회전시킴으로서 얻어지는 회전곡면을 중립면으로하는 곡면판 구조이다. 축대칭 하중을 받는 회전체의 해석문제는 2차원 평면문제에 취급할 수 있다.^{5,10)}

예를 들면 저수지의 취수탑이나 정유공장을 비롯한 대규모 공장에 건설되는 액체저장탱크 또는 원자력 발전소의 격납건물등은 모두 평판지붕 또는 원형돔을 갖는 원통형 셸의 형태 즉 축대칭 형태가 된다.¹²⁾ 그런데 이러한 대형 구조물들은 사고시의 재해로부터 인명과 재산을 보호하기 위한 안전성이 확보되어야하고 이를 위해서는 정하중은 물론 동하중에 대해서도 안전성이 보장되어야한다.^{15,16)}

구조물에 작용하는 동하중으로 인하여 응력이 탄성범위를 벗어나는 경우가 있고 이로 인한 기하학적 변화는 구조물의 동적 응답에 커다란 영향을 주게 된다. 따라서 동하중이 작용하는 경우 재료 및 기하학적 비선형 효과가 반드시 고려되어야 한다.^{2,13,17)}

물론 동하중 작용하에서 재료의 거동이 대단히 복잡하고 실험적 자료가 적다고 하지만 대부분의 구조재료에 대해서 일반적인 사항은 말할 수 있다. 예를들면 순간적인 항복응력은 변형률 속도에 의해서 크게 영향을 받으며 탄성계수는 변형률 속도와는 독립적이라는 것이다.

많은 구조재료에 대해서 관측된 현상과 경험적인 미세한 거동에 대한 이해가 필요하지만 동하중을 받는 공학 구조물의 해석에 있어

서는 실현 가능한 재료모델로서 정식화 하지 않을 수 없으며 더욱이 정식화에 필요한 모든 수치들은 쉽게 측정 가능하고 신뢰할 만한 실험자료들로부터 쉽게 얻을 수 있어야 한다.²⁾

과도동적해석의 경우에 탄·점소성 모델은 많은 구조재료의 실제의 거동을 잘 근사표현하고 있으므로 순간적인 항복응력변화의 현상이 잘 모델화 되었다고 할 수 있다.

본 연구의 목적은 축대칭 셸의 동적 해석을 위한 프로그램을 개발하고 여기서 개발된 프로그램을 모델 케이스로 선정된 철근 콘크리트 원자로 격납건물의 동적해석에 적용하여 그의 동적 거동특성을 규명하기 위한 것이다.

이를 위하여 해석방법으로는 유한요소법을 사용하였으며 유한요소 정식화에는 재료의 실제적인 거동과 잘 일치하는 탄·점소성 모델을 중심으로하여 재료 비선형 효과를 고려하고 기하학적 비선형 탄성거동은 전체 또는 수정된 라그랑지안 좌표계(total or updated Lagrangian coordinate system)를 사용할수 있으나 본 연구에서는 변형전의 초기 형상과 일치하는 전체 라그랑지안 좌표계에 의해서 비선형 효과를 고려하였다.

II. 유한요소 해석

축대칭 셸의 동적 해석에 있어서 Fig. 1과 같은 8-절점 등매개변수요소를 대칭되는 축에 대해서 회전시킨 Fig. 2와 같은 링 요소를 채용하였다.

이러한 8-절점 등매개변수요소에 대한 형상함수는 다음과 같이 주어진다.

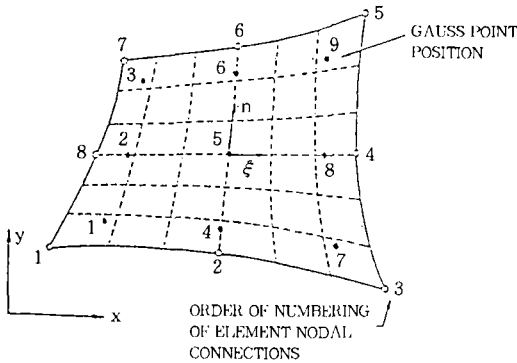


Fig. 1. Two dimensional parabolic isoparametric element

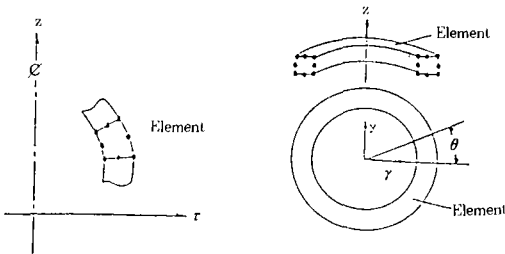


Fig. 2. Typical 8-noded isoparametric ring element

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1) \quad (i = 1, 3, 5, 7) \quad \dots (1)$$

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2}\xi_i^2(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2) + \frac{1}{2}\eta_i^2(1 + \eta\eta_i)(1 - \xi^2) \quad (i = 2, 4, 6, 8)$$

한편 이러한 8-절점 등매개변수요소의 응력 및 변형을 성분은 Fig. 3과 같다.

III. 비선형 모델링

1. 재료 비선형

재료비선형 효과를 고려하기 위해서 채용된 탄·점소성 재료 모델에서 임의 시간 t_n 에서의 구성관계는 다음과 같이 주어진다.

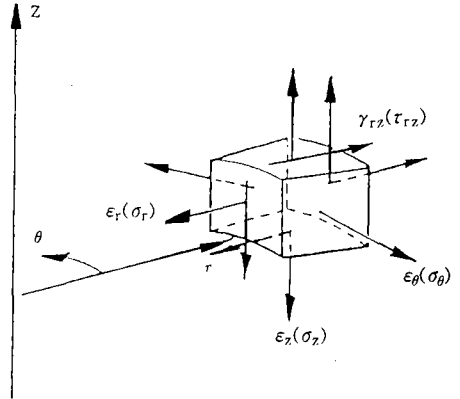


Fig. 3. Stresses and strains of axis-symmetric solid element

$$\{\dot{\epsilon}\}_n = \{\dot{\epsilon}_e\}_n + \{\dot{\epsilon}_{vp}\}_n \quad \dots (2)$$

$$= [D]^{-1} \{\dot{\sigma}\}_n + \gamma \langle \Phi_n(F) \rangle \cdot \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}_n$$

여기서, $[D]$: 탄성행렬

γ : 유동계수

$\{F\}$: 항복함수

$\{\dot{\epsilon}\}_n, \{\dot{\epsilon}_e\}_n, \{\dot{\epsilon}_{vp}\}_n$: 전체, 탄성 및 점소성 변형률 속도

$\{\dot{\sigma}\}_n$: 응력속도

를 나타낸다.

또한,

$$\{\sigma_n\} = [D] \{\epsilon_e\}_n \quad \dots (3)$$

$$\{\epsilon\}_n = \{\epsilon_e\}_n + \{\epsilon_{vp}\}_n$$

$\langle \Phi_n(F) \rangle$

= 0; 항복이 일어나지 않았을 때 $\dots (4)$

= 1; 항복이 일어났을 때

Euler 적분공식에 의하면 시간 t_{n+1} 에서의 변형률은

$$\{\epsilon_{vp}\}_{n+1} = \{\epsilon_{vp}\}_n + \{\dot{\epsilon}_{vp}\}_n \cdot \Delta t \quad \dots (5)$$

여기서, Δt 는 시간간격을 나타낸다.

2. 기하학적 비선형

기하학적 비선형 효과를 고려하려면 전체 또는 수정된 라그랑지안 좌표계를 사용할 수 있으나 본 연구에서는 변형전의 초기형상과 일치하는 전체 라그랑지안 좌표계를 선택한다. 따라서 변형률-변위행렬 $[B(d_n)]$ 을 수정하고 변형 자코비안 행렬 $[J_D(d_n)]$ 을 수정하여 변형률을 계산하면 된다.

전체 라그랑지안 좌표계에서 변형률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\epsilon\}_n = \{\epsilon_L\}_n + \{\epsilon_{NL}\}_N \dots\dots\dots (6)$$

여기서,

$$\{\epsilon_L\}_n = \sum_{i=1}^m [B_{Li}] \{d_i\}_n; \text{선형 변형률} \dots (7)$$

$$\{\epsilon_{NL}\}_n = \frac{1}{2} [A_{\theta}]_n \theta_n; \text{비선형 변형률} \dots (9)$$

$$\theta_n = \sum_{i=1}^m [G_i] \{d_i\}_n; \text{변위 경사} \dots\dots\dots (9)$$

$[G_i]$ 는 형상함수의 미분항으로 표시된다. 위의 식을 사용하면 식 (3)의 변형률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\epsilon\}_n = \sum_{i=1}^m \left[[B_{Li}]_n + \frac{1}{2} [B_{NLi}]_n \right] \{d_i\}_n \dots\dots\dots (10)$$

여기서 비선형 변형률-변위행렬 $[B_{NLi}]_n$ 는

$$[B_{NLi}]_n = [A_{\theta}]_n G_i \dots\dots\dots (11)$$

로 주어진다.

3. 동적해석

동하중을 받는 구조물의 임의시간 t_n 에서의 평형방정식은 다음과 같다.

$$[M] \{\ddot{d}\}_n + [C] \{\dot{d}\}_n + \{P\}_n = \{F\}_n \dots (12)$$

- 여기서, $[M]$: 질량행렬
- $[C]$: 감쇠행렬
- $\{P\}_n$: 저항절점력벡터
- $\{F\}_n$: 절점외력벡터
- $\{\ddot{d}\}_n$: 절점가속도벡터
- $\{\dot{d}\}_n$: 절점 속도벡터

임의시간 t_n 에서의 가속도 및 속도는 중앙 차분법을 이용하면 다음과 같이 계산된다.

$$\{\ddot{d}\}_n \cong \{a\}_n = \frac{1}{(\Delta t)^2} [\{d\}_{n+1} - 2\{d\}_n + \{d\}_{n-1}] \dots\dots\dots (13)$$

$$\{\dot{d}\}_n \cong \{v\}_n = \frac{1}{2\Delta t} [\{d\}_{n+1} - \{d\}_{n-1}] \dots (14)$$

여기서 Δt 는 시간간격이다.

식 (13) 및 (14)를 식 (12)에 대입하면 다음과 같다.

$$[M] \left[\frac{\{d\}_{n+1} - 2\{d\}_n + \{d\}_{n-1}}{(\Delta t)^2} \right] + [C] \left[\frac{\{d\}_{n+1} - \{d\}_{n-1}}{2\Delta t} \right] + \{P\}_n = \{F\}_n \dots\dots\dots (15)$$

여기서 $\{d\}_{n+1}$ 에 관해서 다시 정리하면

$$\{d\}_{n+1} = \left[[M] + \frac{\Delta t}{2} [C] \right]^{-1} \{(\Delta t)^2\} [-\{P\}_n + \{F\}_n] + 2[M] \{d\}_n - \left[[M] - \frac{\Delta t}{2} [C] \right] \{d\}_{n-1} \dots (16)$$

간단히,

$$\{d\}_{n+1} = g(\{d\}_n, \{d\}_{n-1}) \dots\dots\dots (17)$$

만일 질량행렬 $[M]$ 과 감쇠행렬 $[C]$ 가 대각

행렬이면 식 (16)의 해는 다음과 같이 된다.

$$(d_{ui})_{n+1} = \left(m_{ii} + \frac{\Delta t}{2} C_{ii}\right)^{-1} \left[(\Delta t^2) \{-(P_{ui})_n + (F_{ui})_n\} + 2m_{ii}(d_{ui})_n - (m_{ii} - \frac{\Delta t}{2} C_{ii})(d_{ui})_{n-1} \right] \dots (18)$$

$$(d_{vi})_{n+1} = \left(m_{ii} + \frac{\Delta t}{2} C_{ii}\right)^{-1} \left[(\Delta t^2) \{-(P_{vi})_n + (F_{vi})_n\} + 2m_{ii}(d_{vi})_n - (m_{ii} - \frac{\Delta t}{2} C_{ii})(d_{vi})_{n-1} \right] \dots (19)$$

여기서

- d_{ui}, d_{vi} : x, y방향 절점변위
- f_{ui}, f_{vi} : x, y방향 등가절점력
- p_{ui}, p_{vi} : x, y방향 절점저항력
- m_{ii}, c_{ii} : 질량행렬 및 감쇠행렬의 주대각항
- i : 절점

단 축대칭의 경우에는 u, v대신에 R, Z 방향이 된다.

식 (15)에서 시간 $t_n + \Delta t$ 에서 평형방정식에는 $t_n - \Delta t$ 및 t_n 에서의 변위를 포함하고 있다. 따라서 초기조건 $d(0 - \Delta t)$ 이 필요하다. 식 (14)에서 초기조건은 다음과 같다.

$$\dot{d}(0) \cong v(0) = \frac{d(0 + \Delta t) - d(0 - \Delta t)}{2\Delta t} \dots (20)$$

혹은

$$d(0 - \Delta t) = -2\Delta t v(0) + d(0 + \Delta t) \dots (21)$$

이 식을 식 (18)에 대입하면

$$(d_{ui})_1 = \left(m_{ii} + \frac{\Delta t}{2} C_{ii}\right)^{-1} \left[(\Delta t^2) \{-(P_{ui})_0 + (F_{ui})_0\} + 2m_{ii}(d_{ui})_0 - \left(m_{ii} - \frac{\Delta t}{2} C_{ii}\right) \right]$$

$$\{ -2\Delta t(d_{ui})_0 + (d_{ui})_1 \} \dots (22)$$

또는

$$(d_{ui})_1 = \frac{(\Delta t)^2}{2m_{ii}} \{-(P_{ui})_0 + (F_{ui})_0\} + (d_{ui})_0 + [B]\Delta t(d_{ui})_0 \dots (23)$$

$$\text{여기서 } [B] = 1 - \frac{C_{ii}\Delta t}{2m_{ii}}$$

식 (19)에 대입하므로써 y방향(또는 z방향)의 변위도 유사하게 얻을 수 있다.

실제로 중앙차분법에 의해서 식 (12)의 해를 얻는데 있어서 시간간격 Δt 의 선정은 매우 중요하다. 왜냐하면 시간간격이 너무 클 경우 얻어진 해의 정도가 낮아지고 반대로 너무 작을 경우에는 컴퓨터 사용시간이 많아지게 된다.

중앙차분법에서 다음과 같은 임계시간 간격을 제안하였다.²⁾

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}} \dots (24)$$

여기서 ω_{max} 는 유한요소망의 최대 각진동수이다.

그러나 요소수가 많아지면 각 유한요소의 최대 진동수를 구하는 것이 매우 복잡하므로서 다음과 같은 근사식을 이용한다.

$$\Delta t \leq \mu \cdot L \left[\frac{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \right]^{\frac{1}{2}} \dots (25)$$

여기서

- L은 임의 두 절점사이의 최소거리이고
- μ 는 요소형상에 따른 계수이다.

IV. 프로그램의 검증

본 연구에서 개발된 프로그램의 유효성을

알아보기 위하여 Fig. 4와 같은 등분포 하중을 받는 축대칭 구형셸의 동적 응답을 조사하였다.

본 예제는 프로그램의 검증이 목적이므로 문헌(2)의 모델을 그대로 사용하였으며 재료 특성과 하중도 동일하게 하였다. 즉 해석에 사용된 셸의 치수 및 재료 특성은 Table-1과 같다.

Fig. 5는 셸의 정점의 수직 처짐을 나타낸 것으로 문헌(2)의 결과와 잘 일치 되었다.

한편 Fig. 4와 같은 축대칭 구조물의 정점 부분에 집중 하중이 작용하는 경우의 동적 응

Table-1. The dimension and properties of shell

Internal radius	$R_i = 22.27 \text{ in}$
Thickness of shell	$t = 0.41 \text{ in}$
Semi-angle	$\alpha = 26.67^\circ$
Elastic modulus	$E = 10.5 \times 10^6 \text{ psi}$
Poisson's ratio	$\nu = 0.3$
Yield stress	$\sigma_y = 0.024 \times 10^6 \text{ psi}$
Tangent hardening modulus	$E_T = 0.21 \times 10^6 \text{ psi}$
Mass density	$\rho = 2.45 \times 10^{-4} \text{ lb-sec}^2/\text{in}^4$
Step distributed pressure	$p = 600 \text{ psi}$

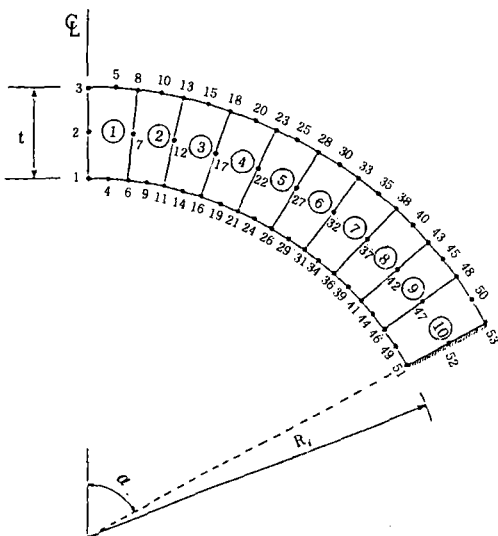


Fig. 4. Spherical shell and finite element mesh

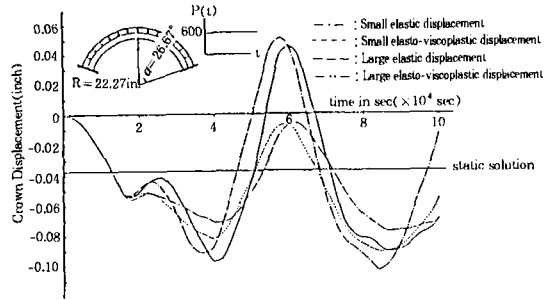


Fig. 5. Time response of vertical displacement at crown

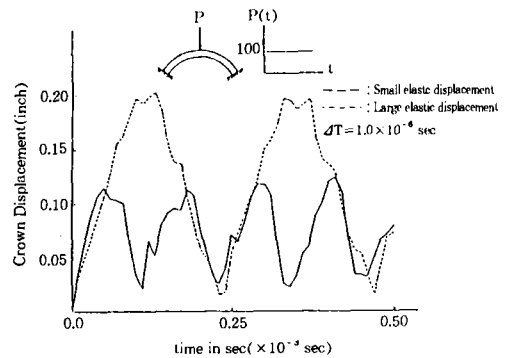


Fig. 6. Time response of vertical displacement for concentrated load

답을 구한 결과는 Fig. 6과 같으며 문헌(1)과 잘 일치되는것을 확인하였다.

V. 해석에 및 고찰

본 연구에서 개발된 프로그램을 모델 케이스로서 선정된 원자로 격납건물의 동적 응답 해석에 적용하였으며 이때 모델 구조물의 기

Table-2. Material properties

Conc' Strength	$\sigma_{ck} = 350 \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_{ck} = 400 \text{ kg/cm}^2$
Internal pressure	200 t/m.rad.	200 t/m.rad.
Elastic modulus	$2.8 \times 10^6 \text{ t/m}^2$	$3.0 \times 10^6 \text{ t/m}^2$
Poisson's ratio	0.202	0.216
Self-weight	2.5 t/m^3	2.5 t/m^3

하학적 형상은 Fig. 7-a와 같고 요소의 분할은 Fig. 7-b와 같으며 사용된 재료의 성질은 Table-2와 같다.

격납건물 돔의 정점, 돔-벽체의 연결부 및

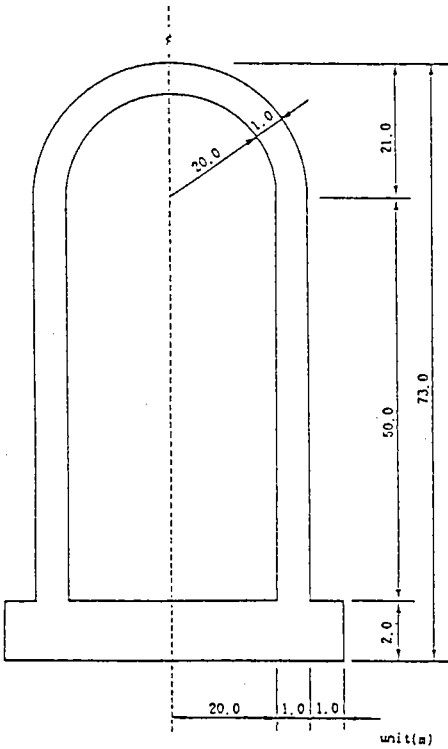


Fig. 7-a. Model structure for example

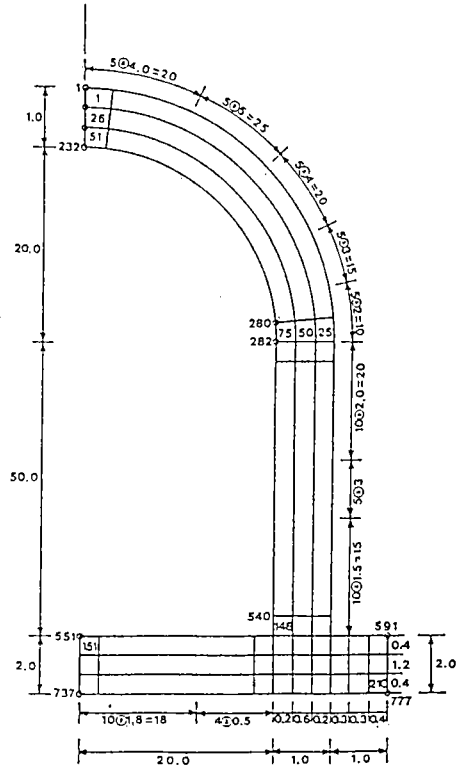


Fig. 7-b. Mesh generation for example

벽체중양에서의 연직 처짐의 시간-응답 특성

은 Fig. 8-Fig. 10과 같다.

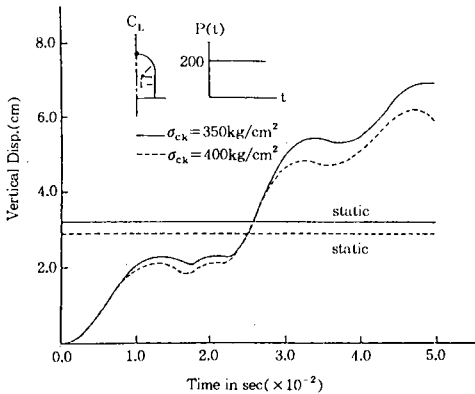


Fig. 8. Time response of vertical displacement at crown

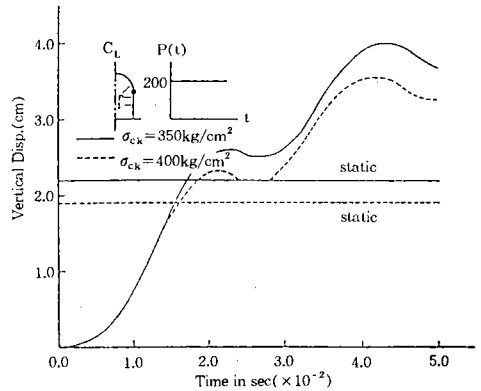


Fig. 9. Time response of vertical displacement at dome-wall junction

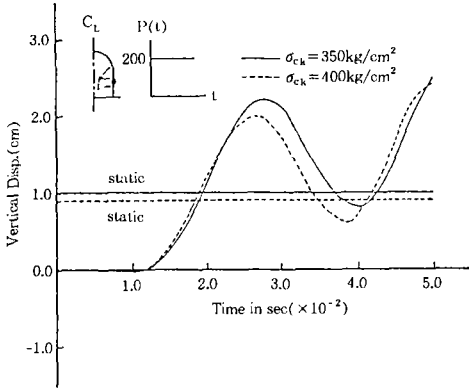


Fig. 10. Time response of vertical displacement at mid-wall

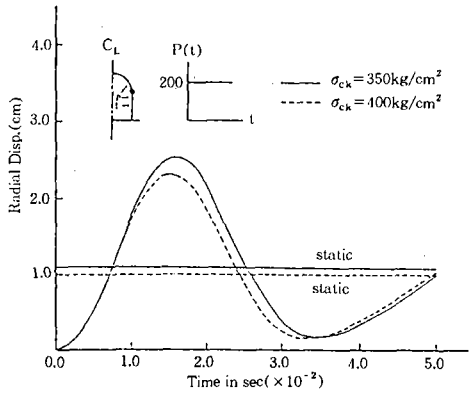


Fig. 11. Time response of radial displacement at dome-wall junction

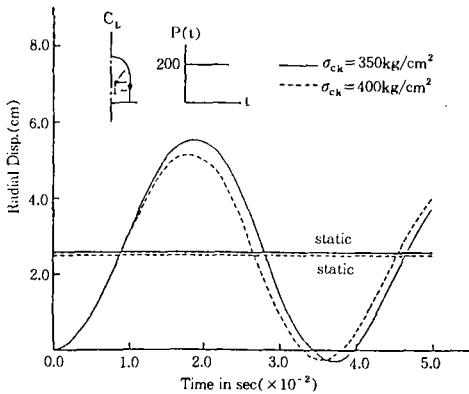


Fig. 12. Time response of radial displacement at mid-wall

돔의 정점에서의 원주방향 응력의 동적응답

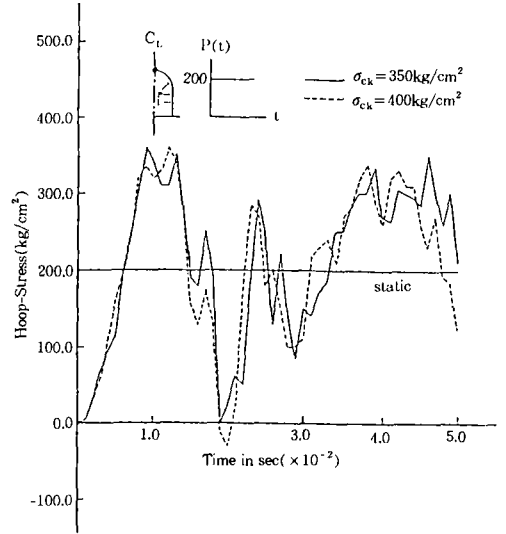


Fig. 13. Time response of hoop-stress at interior surface of crown

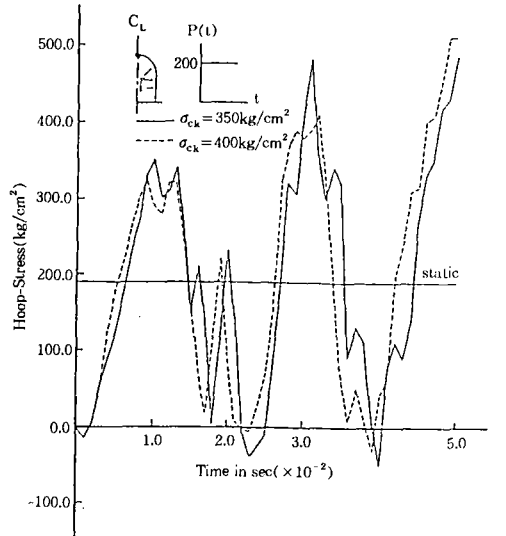


Fig. 14. Time response of hoop-stress at exterior surface of crown

은 Fig. 13 및 Fig. 14와 같다.

내·외측면에서의 동적 응답은 초기에는 유사하였지만 시간이 지남에 따라 외측면에서 큰 응력을 나타냈다. 돔-벽체 연결부에서의 응답이력은 Fig.15 및 Fig. 16과 같으며 벽체

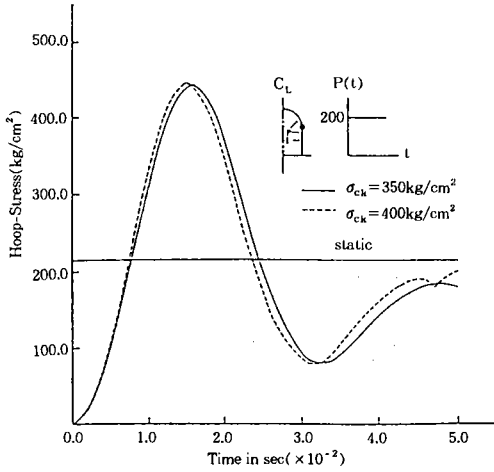


Fig. 15. Time response of hoop-stress at interior surface of dome-wall junction

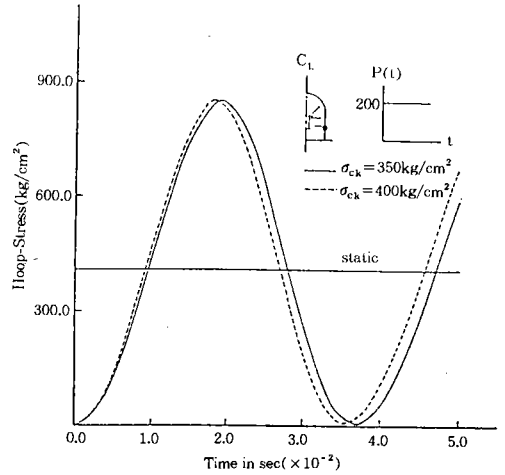


Fig. 17. Time response of hoop-stress at interior surface of mid-wall junction

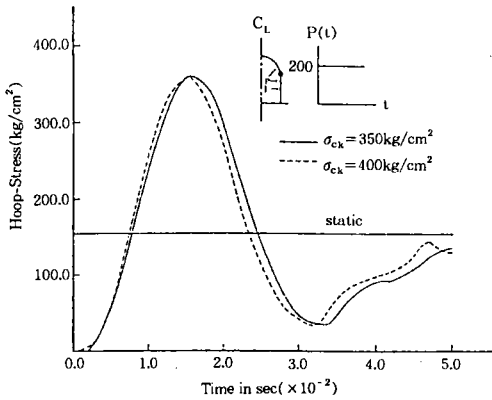


Fig. 16. Time response of hoop-stress at exterior surface of dome-wall junction

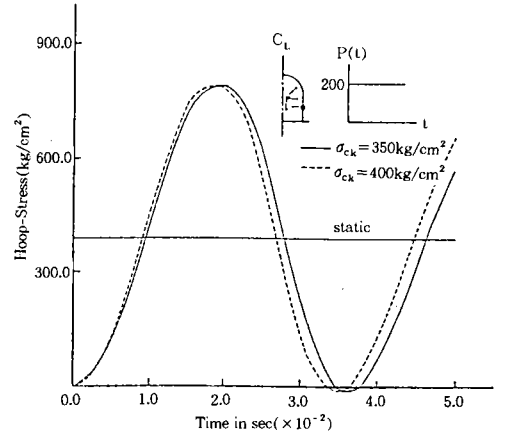


Fig. 18. Time response of hoop-stress at exterior surface of mid-wall junction

중앙에서는 Fig. 17 및 Fig. 18과 같다.

동하중 작용후 0.025 초 및 0.05 초후 격납 건물에서의 원주방향 응력의 분포는 Fig. 19 및 Fig. 20과 같다.

IV. 결 론

구조물에 동하중이 작용하면 응력이 탄성범위를 벗어나는 경우가 있고 이로 인한 기하학적 변화는 구조물의 동적응답에 커다란 영향

을 주게 된다. 따라서 동하중이 작용하는 경우에는 재료 및 기하학적 비선형 효과가 반드시 고려되어야 한다.

본 연구에서는 축대칭 쉘의 동적 응답 해석을 위한 프로그램의 개발에 있어서 재료비선형형성은 재료의 실제적인 거동과 잘 일치하는 탄·점소성 모델에 의해서 정식화 되었으며 또한 기하학적 비선형 거동은 전체 라그랑지안 좌표계를 사용하였으며 운동 평형 방정식은

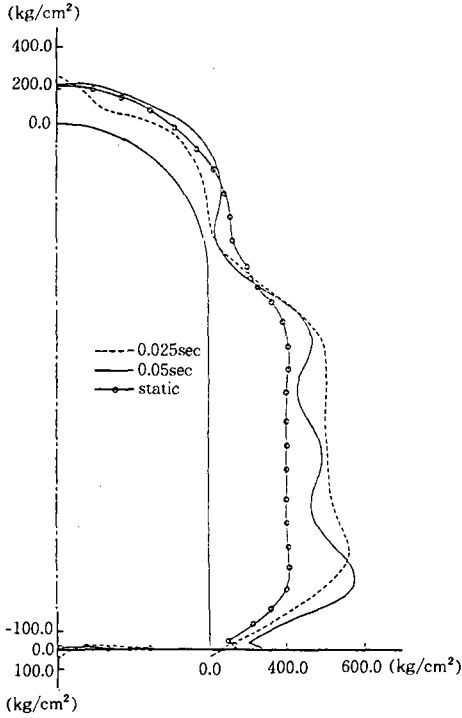


Fig. 19. Distribution of hoop-stress at interior surface for various time step

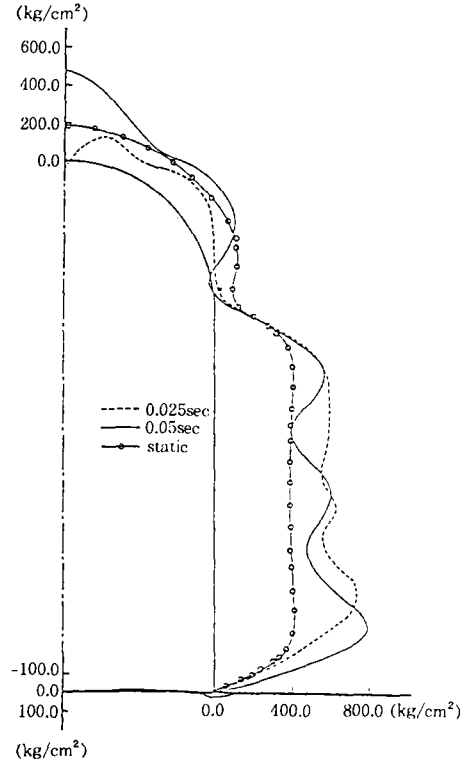


Fig. 20. Distribution of hoop-stress at exterior surface for various time step

중양차분법을 이용하여 수치적분을 하도록 구성하였다.

개발된 프로그램을 원자력 발전소 격납 건물의 동적 응답 해석에 적용하여 양호한 결과를 얻었으며 수치예를 통하여 다음과 같은 몇 가지 결론을 얻을 수 있었다.

1. 변위 및 응력의 동적 확대계수는 콘크리트 강도와는 무관하였다.
2. 변위의 동적 확대계수는 1.7~2.3, 응력의 동적 확대계수는 1.8~2.5 로서 응력의 동적 확대계수가 약간 큰 것으로 나타났다.

3. 외측에서의 응력의 동적 확대계수가 내측에서의 값보다 약간 큰 것으로 나타났다.

본 연구는 1995년도 교육부 지원 한국 학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구 조성비에 의해서 수행되었으며 이번에 발표된 부분은 연구과제 수행의 부분 결과임을 밝히며 연구비를 지원하여준 재단 당국에 감사를 드린다.

참 고 문 헌

1. D. P. Mondkar and G. H. Powell : Evaluation of solution schemes for nonlinear structures, computers and structures Vol. 9 pp. 223-236, 1978
2. D. R. J. Owen and E. Hinton : Finite elements in plasticity, 1980
3. Gergely, P., and White, N. : Research Needs for Design of Concrete Containment Structures, Nuclear Engineering and Design, Vol. 69, 1982, pp. 183-186
4. Nagarajan S. and Popov E. P. : Elastic-plastic dynamic analysis of axisymmetric solid, Computers and structures, Vol. 4, pp. 1117-1134, 1974
5. O. C. Zienkiewicz : The finite element method(3/e) pp. 450-606, 1977
6. Oyamada, O. et al., : Experimental Study of the Structural Behavior of the Reinforced Concrete Containment Vessel beyond Design Pressure, Nuclear Engineering and Design, Vol. 120, 1990, pp. 1-13
7. R. Bukowski and W. Wojewodzki : Dynamic buckling of Visco-plastic spherical shell, Int. J. Solids structures Vol. 20 No. 8, pp. 761- 776, 1984
8. 山田嘉昭 : 塑性·粘彈性, 培風館, 1980
9. 김문겸외 : 시간의존 비탄성 문제의 유한 요소-경계요소 조합에 의한 해석, 대한토목학회논문집 제13호 pp. 25-34, 1993
10. 오병환·이명규 : 온도 및 내압을 받는 원자로 철근콘크리트 격납구조물의 비선형 해석 대한토목학회지 제14권 제3호 pp. 403-414, 1994
11. 조진구·조현영 : 지반과 구조물사이의 상호작용을 고려한 농업용 사이로의 해석에 관한 연구(I - IV), 한국농공학회지
12. 조진구 : 탄성지반상에 놓인 철근 콘크리트 축대칭 쉘의 정적 및 동적 해석(I), 한국농공학회지 제38권 제3호 pp. 82-91, 1996
13. 진치섭·김수석 : 석유비축을 위한 지하저장 공동의 탄·점소성 동적해석, 한국전산구조공학 제2권 제2호 pp. 53-62, 1989
15. 한국전력공사 기술연구원 : 격납건물 포스트텐션닝 계통의 구조건전성 평가기술 개발, 1989
16. 한국전력공사 기술연구원 : 격납건물 포스트텐션닝 계통의 구조건전성 평가기술 개발(부록), 1989
17. 한상중 : 탄·점소성체의 기하학적 비선형 정적 및 동적 해석, 부산 대학교 석사학위논문, 1987

(접수일자 : 1996년 6월 19일)