

퍼지 환경하에서의 FLOW SHOP 일정계획 방법에 관한 연구

김정자* · 이상완* · 박병주**

A Study on Flow Shop Scheduling Problems under Fuzzy Environment

Jungja Kim* · Sangwan Lee* · Byungjoo Park**

ABSTRACT

This research shows that fuzzy set theory can be useful in modeling and solving flow shop scheduling problems with uncertain processing times and illustrates a method for solving job sequencing problem which the opinions of experts disagree in each processing time.

In this study, FCDS(Fuzzified Campbell-Dudek-Smith) algorithm and FNEH(Fuzzified Nawaz-Enscope-Ham) algorithm are proposed to improve the fuzzified Branch & Bound algorithm that requires long run-time and computational complexities to find the optimal sequence. These proposed algorithms are also designed to treat opinions of experts. In this paper, Fuzzy processing times are expressed as triangular fuzzy numbers and comparison method use Lee-Li method and ranking method based on the dominance property.

On the basis of the proposed method, an example is presented.

1. 서 론

일정계획의 일반적인 연구들에서는 가공시간 (processing time)이 확정적인 값을 가진다는 가정하에 이루어져 왔으나 실제 현장에 있어서는 확정적인 값으로 가공시간을 나타낸다는 것이 비현실적일 경우가 많다. 특히, 경험없이 처음하는 작업, 주로 사람의 손으로 이루어지는 작업, 자동

화 설비가 제대로 갖추어 지지 못한 작업장에서 운반시간을 고려할 경우에 확정적인 값으로 가공시간을 나타낸다는 것은 비현실적이다. 이럴 경우 가공시간을 확정적인 값으로 나타내기 보다는 구간(interval)으로 표현하는 것이 더욱 현실적일 것이다.

이와 같이 구간으로 나타내어진 가공시간은 Kaufmann과 Gupta[2]의 확신 구간(interval of

* 동아대학교 산업공학과 교수

** 동아대학교 산업공학과 박사과정

confidence)의 개념을 이용한 퍼지수로 표현할 수 있다. 퍼지수로 표현함으로써 얻을 수 있는 이 점은 일정계획시 관리자에게 작업의 가공시간을 정확한 값으로 표현하도록 강요 할 필요가 없고, 구간으로 나타내어진 가공시간을 표현하기 위해 확률분포를 구할 필요가 없다는 것이다.

퍼지수로 나타내어진 작업의 순서를 정하는 데는 퍼지수 비교법을 이용해 효과적으로 풀 수 있다. 최근 효과적인 비교법들이 제시되었다[3-5]. 본 연구에서 비교되어야 하는 모든 퍼지수에는 의사결정자의 선호 정도에 따라 우월특성(dominance property)을 기본으로 한 비교법[3]과 Lee-Li 퍼지수 비교법[5]을 사용한다.

Prade[6], Dubois 와 Prade[7], Dumitru 와 Luban[8], McCahon 과 Lee[9] 그리고 Tsujimura 등[10]이 n작업, m기계의 작업순서문제에 퍼지집합이론을 적용시켰다. McCahon 과 Lee는 가공시간을 삼각퍼지수와 사다리꼴 퍼지수로 표현하여 n/1, n/2, n/3인 flow shop 문제에서 Johnson's 법과 퍼지화된(fuzzified) Branch & Bound 법을 이용하여 두 다른 퍼지수에 대한 작업순서를 구하였다. Tsujimura 등은 n/3인 flow shop에서 다른 의견을 가진 전문가들의 의견을 수렴하여 퍼지화된 Branch & Bound 법을 이용하여 낙관적인 순서(optimistic sequence), 비관적인 순서(pessimistic sequence)로 작업순서를 정하여 의사결정자에게 더 많은 정보를 제공하고 있다.

McCahon 과 Lee가 제시했던 퍼지화된 Branch & Bound 법은 문제의 크기가 조금만 커져도 계산이 복잡하고 오랜 시간이 요구되는 결점 때문에 적용 범위가 상당히 제한적이다. 경우에 따라서는 불확실한 가공시간을 알아내기 위하여 여러 전문가의 의견을 들을 때가 있다. 이러한 경우에는 각각의 가공시간을 전문가에게 물어 그들

의견을 퍼지수로 나타내어 의사결정자의 주관에 따라 선택할 수 있도록 하였다. 그리하여 본 연구에서는 실 현장에서 이루어지는 큰 규모의 문제를 적은 계산량으로 빠른 시간내에 풀 수 있는 퍼지화된 휴리스틱 알고리즘을 제시한다. 이 퍼지화된 휴리스틱 알고리즘은 최적순서와 비교해서 적은 평균 에러율을 가진 CDS(Campbell-Dudek-Smith) 알고리즘[11]과 현재까지 개발되어진 휴리스틱 알고리즘 중 가장 효율적인 NEH(Nawaz-Enscope-Ham)알고리즘[13]을 퍼지화한 것이다.

2. 퍼지수와 퍼지수 비교법

2.1 퍼지수

삼각퍼지수(Triangular Fuzzy Number : TFN)는 세개의 점으로 표현한다. 퍼지수 \tilde{A} 는 (a, b, c)로 나타낼 수 있다. TFN은 가능성(possibility)이 1인 점이 한 점으로 나타내어진다. 이는 가공시간이 확정적인 값으로 표현될 경우의 값에 해당하는 값이다. 사다리꼴 퍼지수(Trapezoidal Fuzzy Number : TrFN)는 (a, b, c, d)로 나타낼 수 있으며 이는 가능성이 1인 점이 여러개가 되어 사다리꼴 모양이 된다. 이는 가공시간이 더욱 모호한 경우 TFN 보다 넓은 범위에서 사용될 수 있다. 전문가는 가공시간을 퍼지수로 표현하기 전 어떤 퍼지수가 가공시간을 표현하기에 적합한지를 파악하여야 한다. 본 연구에서는 TFN을 사용할 것이다. TFN의 구성함수(membership function)는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}}(x) &= \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ &= \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ &= 0 & x < a \text{ or } x > c \end{aligned}$$

2.2 퍼지수 비교법

1) Lee-Li 퍼지수 비교법

$m(\tilde{A})$ 는 퍼지수 \tilde{A} 의 GMVs(Generalized Mean Value)를 나타내고 $s(\tilde{A})$ 는 퍼지수 \tilde{A} 의 범위(spread)를 나타낸다.

$$m(\tilde{A}) = \frac{\int_{s(\tilde{A})} x \cdot \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx}{\int_{s(\tilde{A})} \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx}$$

$$s(\tilde{A}) = \frac{\int_{s(\tilde{A})} x^2 \cdot \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx}{\int_{s(\tilde{A})} \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot f(\tilde{A}) dx} - [m(\tilde{A})]^2$$

$f(\tilde{A})$: \tilde{A} 의 확률밀도함수

TFN일 경우 GMVs(Generalized Mean Value)는

$$m(\tilde{A}) = \frac{1}{3}(a+b+c)$$

같은 GMVs를 가지는 작업이 있을 경우

$$s(\tilde{A}) = \frac{1}{18}(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$$

같은 GMVs를 가지는 퍼지수는 $s(\tilde{A})$ 값으로 퍼지수를 비교한다.

2) 우월 특성(dominance property)을 기본으로 한 비교법

우위에 대한 기준

(1) $\hat{A} = \frac{a+2b+c}{4}$

(2) (1)로 비교할 수 없을 경우, 최상의 가정(presumption)을 가진 퍼지수를 선택(a, b, c의 간격이 좁은 퍼지수)

(3) (1), (2)로 비교할 수 없을 경우, 두 끝점의 거리가 가까운 퍼지수 선택

3. 평가 기준(performance criteria)

3.1 기호

n: 작업수

m: 기계수

\tilde{P}_{ij} : 기계 j에서 i번째 작업의 퍼지 가공시간 (i=1, 2, ..., n, j=1, 2, ..., m)

\tilde{C}_{ij} : 기계 j에서 i번째 작업의 퍼지 완료시간 (completion time)

\tilde{q}_{ij} : 기계 j에서 i번째 작업의 퍼지 대기시간

$\tilde{C}q_{ij}$: 기계 j에서 i번째 작업의 퍼지 대기시간을 고려한 퍼지 완료시간

(+): 퍼지 덧셈

(-): 퍼지 뺄셈

$(\overset{n}{\underset{i=1}{+}})$: 퍼지합 (fuzzy summation)

$\widetilde{\max}$: 퍼지 최대화

3.2 수행도 계산 (performance calculation)

1) 퍼지 Makespan

$$\tilde{M} = \widetilde{\max} \tilde{C}_{im}$$

여기서, $\tilde{C}_{ij} = \widetilde{\max}\{\tilde{C}_{i-1,j}, \tilde{C}_{i,j-1}\}$ (+) \tilde{p}_{ij}

(∴ $\widetilde{\max}$ -퍼지수 비교법으로 가장 큰 퍼지수 선택)

2) 퍼지 대기 시간을 고려한 경우의 퍼지 Makespan

$$\tilde{M}q = \widetilde{\max} \tilde{C}q_{im}$$

여기서, $\tilde{C}q_{im} = (\overset{m}{\underset{j=1}{+}})(\tilde{q}_{ij} (+) \tilde{p}_{ij})$

기계 k의 퍼지대기시간(fuzzy waiting time)은

$$\tilde{q}_{ik} = \tilde{C}q_{i-1,k}(-) \tilde{C}q_{i,k-1}$$

3) 퍼지 평균흐름시간(fuzzy mean flow time)

$$\widetilde{MFT} = [(\sum_{i=1}^n \tilde{C}q_{im}) / n]$$

$$\widetilde{MFT}_q = [(\sum_{i=1}^n \tilde{C}q_{im}) / n]$$

\tilde{M} 은 작업순서에 대한 가장 빠른 완료시각(하한)을 나타내고 퍼지 대기 시간을 고려한 \tilde{M}_q 는 가장 늦은 완료시각(상한)을 나타낸다. 최소의 \tilde{M} 을 가지는 작업순서를 최적의 작업순서로 정하고 최적의 작업순서에 대한 \tilde{M}_q 를 구하여 결과치로서의 퍼지 Makespan으로 분석을 행한다.

4. FCDS법과 FNEH법

4.1 여러 전문가의 의견을 수렴할 경우의 일정 계획 방법

불확실한 가공시간을 알아내기 위해 여러 전문가(N명)에게 의견을 들어 그들의 의견을 TFN로 나타낼 수 있을 경우의 일정계획 방법

1단계 퍼지수로 나타내어진 가공시간들을 정렬(ranking) 한다.

여기서 사용될 퍼지수 비교법은 의사결정자의 선호정도에 따라 결정하는데 본 연구에서는 TFN의 b값에 더 비중을 두어 우월 특성을 기본으로 한 비교법을 사용한다.

\tilde{A}^1 =모든 퍼지수에 우월한 퍼지수 (가장 비관적으로 본 퍼지수)

\tilde{A}^N =모든 퍼지수에 열등한 퍼지수 (가장 낙관적으로 본 퍼지수)

\tilde{A}^m =모든 퍼지수를 종합한 퍼지수 (N명 전문가의 의견을 수렴한 퍼지수)

$$\tilde{A}^m = \frac{(\sum_{i=1}^N \tilde{P}_i)}{N}$$

2단계 FCDS법 또는 FNEH법 중 하나를 선택 적용한다.

4.2 FCDS(Fuzzified Campbell-Dudek-Smith)법

단계1) i=1, j=1

단계2) 의사결정자가 i, j에서 여러 TFN중 가장 선호하는 TFN을 선택 이를 \tilde{P}_i 라 둔다.

단계3) 만약 i=n이면 단계4로 가고 그렇지 않으면, i=i+1로 두고 단계2로 간다.

단계4) 만약 i=m이면 단계5로 가고 그렇지 않으면, j=j+1, i=1로 두고 단계2로 간다.

단계5) k=1

단계6) kth 보조문제의 임시 가공시간을 계산한다.

$$\tilde{\theta}_{i1}^k = (\sum_{j=1}^k \tilde{P}_j)$$

$$\tilde{\theta}_{i2}^k = (\sum_{j=m+1-k}^m \tilde{P}_j)$$

*단계7) 보조문제에서 임시의 두 기계 가공시간, $\tilde{\theta}_{i1}^k, \tilde{\theta}_{i2}^k$ 에 Johnson's법을 적용해 순서를 정한다.

단계8) 만약 k=m-1이면 단계9로 가고 그렇지 않으면 k=k+1로 두고 단계6으로 간다.

단계9) 단계6에서 정해진 k개의 보조문제에 대한 작업순서의 퍼지 Makespan을 구한다.

*단계10) m-1개의 작업순서에 대한 퍼지 Makespan을 비교한다. 가장 작은 퍼지 Makespan을 비교한다.

pan을 가진 작업순서를 선택한다. 정지

4.3 FNEH(Fuzzified Nawaz-Enscope-Ham)법

단계1) $i=1, j=1$

단계2) 의사결정자가 i, j 에서 여러 TFN중 가장 선호하는 TFN을 선택 이를 \tilde{P}_{ij} 라 둔다.

단계3) 만약 $i=n$ 이면 단계4로 가고 그렇지 않으면, $i=i+1$ 로 두고 단계2로 간다.

단계4) 만약 $i=m$ 이면 단계5로 가고 그렇지 않으면, $j=j+1, i=1$ 로 두고 단계2로 간다.

단계5) 작업 i 에 대한 \tilde{T}_i 를 계산한다.

$$\tilde{T}_i = \left(\sum_{j=1}^m \right) \tilde{P}_{ij}$$

*단계6) \tilde{T}_i 값이 큰 순으로 정렬한다.

*단계7) 단계6에서 정해진 순서에서 첫번째와 두번째에 위치한 두 작업을 선택하고 그 두 작업의 두 가지 가능한 순서에서 퍼지 Makespan을 구해 최선의 순서(best sequence)를 찾는다. 그리고 $i=3$ 이라 둔다.

*단계8) 단계6에서 정해진 순서에서 i 번째 위치

한 작업을 선택하여 앞선 단계에서의 부분 순서에 모든 가능한 i 개의 위치에 위치시켜 퍼지 Makespan을 구해 최선의 순서를 찾는다.

단계 9) 만약 $n=i$ 이면 정지 그렇지 않으면, $i=i+1$ 로 두고 단계8로 간다.

*는 Lee-Li 퍼지수 비교법이 사용되는 단계

5. 수치예

4개의 작업, 3대의 기계를 가진 순열(permutation) flow shop 일정계획 문제에서 각 작업에 대한 가공시간은 3명의 전문가마다 다르게 TFN으로 나타나 있다<표1>. 최적의 작업순서는 퍼지 Makespan을 최소로 하는 작업순서로 한다. 그리고 각 가공시간에는 운반시간이 포함되어 있으며 한 기계에서 처리되어지고 있는 작업이 완료되기 전에 다른 작업이 처리되어질 수 없고 각 기계에서 완료된 작업은 곧바로 다음 기계로 연결되며 하나의 작업은 동시에 두 대 이상의 기계에서 처리되어질 수 없다 가정한다.

<표 1> 전문가가 예상한 각 가공시간의 TFN

작업	기 계 1		기 계 2		기 계 3	
	전문가의 TFN(\hat{P}_{11})	\hat{P}_{11}	전문가의 TFN(\hat{P}_{21})	\hat{P}_{21}	전문가의 TFN(\hat{P}_{31})	\hat{P}_{31}
1	(6, 7, 11) (4, 8, 13) (3, 6, 14)	7.75 8.25 7.25	(2, 11, 12) (3, 13, 13) (1, 10, 15)	9 10.5 9	(13, 15, 21) (12, 20, 24) (10, 20, 22)	16 19 18
2	(3, 8, 8) (4, 5, 11) (2, 7, 8)	6.75 6.25 6	(8, 13, 17) (6, 11, 21) (5, 10, 22)	12.75 12.25 11.75	(5, 7, 9) (5, 6, 10) (5, 5, 5)	7 6.75 5
3	(5, 11, 12) (6, 13, 15) (5, 12, 13)	9.75 11.75 10.5	(4, 6, 7) (5, 5, 5) (5, 6, 7)	5.75 5 6	(8, 10, 15) (9, 10, 13) (8, 11, 14)	10.75 10.50 11
4	(6, 12, 13) (5, 11, 14) (5, 10, 17)	10.75 10.25 10.50	(11, 13, 14) (10, 12, 17) (8, 9, 18)	12.75 12.75 11	(6, 6, 6) (7, 7, 7) (5, 5, 5)	6 7 5

각 작업에 대해 1열은 전문가 1의 TFN, 2열은 전문가 2의 TFN 이다.

1단계 전문가 3명의 예상 가공시간들을 정렬(ranking)한다 <표2>.

<표 2> 각 가공시간에서 정렬된 전문가의 TFN

작업	기 계 1		기 계 2		기 계 3	
	전문가의 TFN(\bar{P}_{11})	\hat{P}_{11}	전문가의 TFN(\bar{P}_{21})	\hat{P}_{21}	전문가의 TFN(\bar{P}_{31})	\hat{P}_{31}
1	(6, 7, 11) ²	7.75	(2, 11, 12) ²	9	(13, 15, 21) ³	16
	(4, 8, 13) ¹	8.25	(3, 13, 13) ¹	10.5	(12, 20, 24) ¹	19
	(3, 6, 14) ³	7.25	(1, 10, 15) ³	9	(10, 20, 22) ²	18
	(4.3, 7, 12.7) ^m		(2, 11.3, 13.3) ^m		(11.6, 18, 3, 22, 3) ^m	
2	(3, 8, 8) ¹	6.75	(8, 13, 17) ¹	12.75	(5, 7, 9) ¹	7
	(4, 5, 11) ²	6.25	(6, 11, 21) ²	12.25	(5, 6, 10) ²	6.75
	(2, 7, 8) ³	6	(5, 10, 22) ³	11.75	(5, 5, 5) ³	5
	(3, 6.6, 9) ^m		(6.3, 11.3, 20) ^m		(5, 6, 8) ^m	
3	(5, 11, 12) ³	9.75	(4, 6, 7) ²	5.75	(8, 10, 15) ²	10.75
	(6, 13, 15) ¹	11.75	(5, 5, 5) ³	5	(9, 10, 13) ³	10.50
	(5, 12, 13) ²	10.5	(5, 6, 7) ¹	6	(8, 11, 14) ¹	11
	(5.3, 12, 13.3) ^m		(4.6, 5, 6.3) ^m		(8.3, 10.3, 14) ^m	
4	(6, 12, 13) ¹	10.75	(11, 13, 14) ¹	12.75	(5, 5, 5) ³	5
	(5, 11, 14) ³	10.25	(10, 12, 17) ²	12.75	(6, 6, 6) ²	6
	(5, 10, 17) ²	10.50	(8, 9, 18) ³	11	(7, 7, 7) ¹	7
	(5.3, 11, 14.6) ^m		(9.6, 11.3, 16.3) ^m		(6, 6, 6) ^m	

2단계 FCDS법 또는 FNEH법 중 하나를 선택한다.

1) FCDS법을 선택한 경우

단계 1-단계 4) <표 2>에서 \bar{A}^1 선택하면 <표 3>과 같다.

<표 3> 각 작업에서 선택된 전문가의 TFN

작업	기 계 1	기 계 2	기 계 3
1	(4, 8, 13)	(3, 13, 13)	(12, 20, 24)
2	(3, 8, 8)	(8, 13, 17)	(5, 7, 9)
3	(6, 13, 15)	(5, 6, 7)	(8, 11, 14)
4	(6, 12, 13)	(11, 13, 14)	(7, 7, 7)

단계 5- 단계6) k=1일때 임시 가공시간은 <표 4>와 같다.

<표 4> k=1 일 때의 가공시간($\tilde{\theta}_{i1}^k, \tilde{\theta}_{i2}^k$)

임시 기계				
작업	1		2	
	$\tilde{\theta}_{i1}^1 = \tilde{P}_{i1}$	$m(\tilde{\theta}_{i1}^1)$	$\tilde{\theta}_{i2}^1 = \tilde{P}_{i2}$	$m(\tilde{\theta}_{i2}^1)$
1	(4, 8, 13)	8.3	(12, 20, 24)	18.6
2	(3, 8, 8)	6.3	(5, 7, 9)	7
3	(6, 13, 15)	11.3	(8, 11, 14)	11
4	(6, 12, 13)	10.3	(7, 7, 7)	7

단계 7) 작업순서 2-1-3-4

단계 8) 단계6으로 간다.

단계 6) k=2일때 임시 가공시간은 <표 5>와 같다.

<표 5> k=2 일 때의 가공시간($\tilde{\theta}_{i1}^k, \tilde{\theta}_{i2}^k$)

임시 기계				
작업	1		2	
	$\tilde{\theta}_{i1}^2 = \tilde{P}_{i1} + \tilde{P}_{i2}$	$m(\tilde{\theta}_{i1}^2)$	$\tilde{\theta}_{i2}^2 = \tilde{P}_{i2} + \tilde{P}_{i3}$	$m(\tilde{\theta}_{i2}^2)$
1	(7, 21, 26)	18	(15, 33, 37)	28.3
2	(11, 21, 25)	19	(13, 20, 26)	19.6
3	(11, 19, 22)	17.3	(13, 17, 21)	17
4	(17, 25, 27)	23	(18, 20, 21)	19.6

단계 7) 작업순서 1-2-4-3

단계 8) 단계9로 간다.

단계 9) 보조문제에서 최적 작업순서들의 $\tilde{M}, \widetilde{MFT}$ 는 <표 6>과 같다.

<표 6> 최적의 작업순서에 대한 퍼지 Makespan과 퍼지 평균흐름시간

작업순서	\tilde{M}	\widetilde{MFT}	$m(\tilde{M})$	$m(\widetilde{MFT})$
2-1-3-4	(41, 72, 83)	(29.25, 54.75, 63.75)	65.3	49.25
1-2-4-3	(39, 66, 80)	(28.25, 52.5, 63.75)	61.6	48.16

단계 10) 최적의 작업순서는 1-2-4-3 이다.

〈표 7〉 작업순서 1-2-4-3에 대한 퍼지 파라미터

i	\tilde{q}_{i1}	\tilde{P}_{i1}	$\tilde{C}q_{i1}$	\tilde{q}_{i2}	\tilde{P}_{i2}	$\tilde{C}q_{i2}$	\tilde{q}_{i3}	\tilde{P}_{i3}	$\tilde{C}q_{i3}$
1	0	(4,8,13)	(4,8,13)	0	(3,13,13)	(7,21,26)	0	(12,20,24)	(19,41,50)
2	(4,8,13)	(3,8,8)	(7,16,21)	(0,5,19)	(8,13,17)	(15,34,57)	(0,7,35)	(5,7,9)	(20,48,101)
4	(7,16,21)	(6,12,13)	(13,28,34)	(0,6,44)	(11,13,14)	(24,47,92)	(0,1,77)	(7,7,7)	(31,55,176)
3	(13,28,34)	(6,13,15)	(19,41,49)	(0,6,73)	(5,6,7)	(24,53,129)	(0,2,152)	(8,11,14)	(32,66,295)

$$\tilde{M}_q = (32,66,295), m(\tilde{M}_q) = 131, \widetilde{MFT}_q = (25.5, 52.5, 155.5), m(\widetilde{MFT}_q) = 77.8$$

2) FNEH법을 선택한 경우

단계 1-단계 4) \tilde{A}^1 선택, 〈표 3〉과 같다.

$$\begin{aligned} \text{단계 5) } \tilde{T}_1 &= (19, 41, 50) & m(\tilde{T}_1) &= 36.6 \\ \tilde{T}_2 &= (16, 28, 34) & m(\tilde{T}_2) &= 26 \\ \tilde{T}_3 &= (19, 30, 36) & m(\tilde{T}_3) &= 28.3 \\ \tilde{T}_4 &= (24, 32, 34) & m(\tilde{T}_4) &= 30 \end{aligned}$$

단계 6) 1-4-3-2

단계 7) 작업1과 작업4의 가능한 순서는 〈표 8〉, 〈표 9〉와 같다.

〈표 8〉 부분 순서 1-4에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
4	(6,12,13) / (10,20,26)	(11,13,14) / (21,33,40)	(7,7,7) / (26,48,57)

〈표 9〉 부분 순서 4-1에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 4	(6,12,13) / (6,12,13)	(11,13,14) / (17,25,27)	(7,7,7) / (24,32,34)
1	(4,8,13) / (10,20,26)	(3,13,13) / (20,38,40)	(12,20,24) / (32,58,64)

부분 순서를 1-4 로 결정한다.

단계 8) $i=3$, 작업3 선택에 따른 가능한 순서는 〈표 10〉, 〈표 11〉, 〈표 12〉와 같다.

〈표 10〉 부분 순서 1-4-3에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
4	(6,12,13) / (10,20,26)	(11,13,14) / (21,33,40)	(7,7,7) / (26,48,57)
3	(6,13,15) / (16,33,41)	(5,6,7) / (26,39,47)	(8,11,14) / (34,59,71)

〈표 11〉 부분 순서 1-3-4에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
3	(6,13,15) / (10,21,28)	(5,6,7) / (15,27,35)	(8,11,14) / (27,52,64)
4	(6,12,13) / (16,33,41)	(11,13,14) / (27,46,55)	(7,7,7) / (34,59,71)

〈표 12〉 부분 순서 3-1-4에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 3	(6,13,15) / (16,13,15)	(5,6,7) / (11,19,22)	(8,11,14) / (19,30,36)
1	(4,8,13) / (10,21,28)	(3,13,13) / (13,34,41)	(12,20,24) / (25,54,65)
4	(6,12,13) / (16,33,41)	(11,13,14) / (27,46,55)	(7,7,7) / (32,61,72)

부분 순서를 1-4-3 , 1-3-4 로 결정한다.

단계 9) $i=4$, 단계8로 간다.

단계 8) 작업2 선택

(부분 순서 1-4-3 일때 가능한 순서는 〈표 13〉, 〈표 14〉, 〈표 15〉, 〈표16〉과 같다)

〈표 13〉 작업순서 1-4-3-2에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
4	(6,12,13) / (10,20,26)	(11,13,14) / (21,33,40)	(7,7,7) / (26,48,57)
3	(6,13,15) / (16,33,41)	(5,6,7) / (26,39,47)	(8,11,14) / (34,59,71)
2	(3,8,8) / (19,41,49)	(8,13,17) / (34,52,64)	(5,7,9) / (39,66,80)

〈표 14〉 작업순서 1-4-2-3에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
4	(6,12,13) / (10,20,26)	(11,13,14) / (21,33,40)	(7,7,7) / (26,48,57)
2	(3,8,8) / (13,28,34)	(8,13,17) / (29,46,57)	(5,7,9) / (34,53,66)
3	(6,13,15) / (19,41,49)	(5,6,7) / (34,52,64)	(8,11,14) / (42,64,80)

〈표 15〉 작업순서 1-2-4-3에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
2	(3,8,8) / (7,16,21)	(8,13,17) / (15,34,43)	(5,7,9) / (24,48,59)
4	(6,12,13) / (13,28,34)	(11,13,14) / (26,47,57)	(7,7,7) / (31,55,66)
3	(6,13,15) / (19,41,49)	(5,6,7) / (31,53,64)	(8,11,14) / (39,66,80)

〈표 16〉 작업순서 2-1-4-3에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 2	(3,8,8) / (3,8,8)	(8,13,17) / (11,21,25)	(5,7,9) / (16,28,34)
1	(4,8,13) / (7,16,21)	(3,13,13) / (14,34,38)	(12,20,24) / (26,54,62)
4	(6,12,13) / (13,28,34)	(11,13,14) / (25,47,52)	(7,7,7) / (33,61,69)
3	(6,13,15) / (19,41,49)	(5,6,7) / (30,53,59)	(8,11,14) / (41,72,83)

(부분 순서 1-3-4 일때 가능한 순서는 〈표 17〉, 〈표 18〉, 〈표 19〉, 〈표 20〉과 같다)

〈표 17〉 작업순서 1-3-4-2에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
3	(6,13,15) / (10,21,28)	(5,6,7) / (15,27,35)	(8,11,14) / (27,52,64)
4	(6,12,13) / (16,33,41)	(11,13,14) / (27,46,55)	(7,7,7) / (34,59,71)
2	(3,8,8) / (19,41,49)	(8,13,17) / (35,59,72)	(5,7,9) / (40,66,81)

〈표 18〉 작업순서 1-3-2-4에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
3	(6,13,15) / (10,21,28)	(5,6,7) / (15,27,35)	(8,11,14) / (27,52,64)
2	(3,8,8) / (13,29,36)	(8,13,17) / (21,42,53)	(5,7,9) / (32,59,73)
4	(6,12,13) / (19,41,49)	(11,13,14) / (32,55,67)	(7,7,7) / (39,66,80)

〈표 19〉 작업순서 1-2-3-4에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 1	(4,8,13) / (4,8,13)	(3,13,13) / (7,21,26)	(12,20,24) / (19,41,50)
2	(3,8,8) / (7,16,21)	(8,13,17) / (15,34,43)	(5,7,9) / (24,48,59)
3	(6,13,15) / (13,29,36)	(5,6,7) / (20,40,50)	(8,11,14) / (32,59,73)
4	(6,12,13) / (19,41,49)	(11,13,14) / (31,53,64)	(7,7,7) / (39,66,80)

〈표 20〉 작업순서 2-1-3-4에 대한 퍼지 makespan

	기계 1	기계 2	기계 3
작업 2	(3,8,8) / (3,8,8)	(8,13,17) / (11,21,25)	(5,7,9) / (16,28,34)
1	(4,8,13) / (7,16,21)	(3,13,13) / (14,34,38)	(12,20,24) / (26,54,62)
3	(6,13,15) / (13,29,36)	(5,6,7) / (19,40,45)	(8,11,14) / (34,65,76)
4	(6,12,13) / (19,41,49)	(11,13,14) / (30,54,63)	(7,7,7) / (41,72,83)

단계 8에서 최소의 \tilde{M} 을 가지는 4개의 작업순서를 선택한다(표 21).

〈표 21〉 최적의 작업순서에 대한 퍼지 Makespan과 퍼지 평균흐름시간

작업순서	\tilde{M}	\widetilde{MFT}	$m(\tilde{M})$	$m(\widetilde{MFT})$
1-4-3-2	(39,66,80)	(29.5,53.5,64.5)	61.6	49.16
1-2-4-3	(39,66,80)	(28.25,52.5,63.75)	61.6	48.16
1-3-2-4	(39,66,80)	(29.25,54.5,66.75)	61.6	50.16
1-2-3-4	(39,66,80)	(28.5,53.5,65.5)	61.6	49.16

단계 9) n = 4, 정지

최적의 작업순서는 평가기준으로 삼았던 퍼지 Makespan이 동률인 작업순서의 \widetilde{MFT} 를 구하여 최소의 \widetilde{MFT} 를 가진 작업순서 1-2-4-3을 최적의 작업순서로 선택한다. <표 3>에서 TFN의 b값은 확정적인 값으로 CDS법, NEH법을 이용해 일정

계획한 결과는 작업순서 1-2-4-3, $M = 66$, $MFT = 52.5$ 이다. 여기서 작업순서가 바뀌지 않은 경우 \widetilde{M} , \widetilde{MFT} 는 M , MFT 의 하한과 상한을 포함하는 범위(range)를 나타냄을 알 수 있다.

<표 22> 작업순서 1-2-4-3에 대한 퍼지 파라미터

i	\widetilde{q}_{i1}	\widetilde{P}_{i1}	$\widetilde{C}q_{i1}$	\widetilde{q}_{i2}	\widetilde{P}_{i2}	$\widetilde{C}q_{i2}$	\widetilde{q}_{i3}	\widetilde{P}_{i3}	$\widetilde{C}q_{i3}$
1	0	(4,8,13)	(4,8,13)	0	(3,13,13)	(7,21,26)	0	(12,20,24)	(19,41,50)
2	(4,8,13)	(3,8,8)	(7,16,21)	(0,5,19)	(8,13,17)	(15,34,57)	(0,7,35)	(5,7,9)	(20,48,101)
4	(7,16,21)	(6,12,13)	(13,28,34)	(0,6,44)	(11,13,14)	(24,47,92)	(0,1,77)	(7,7,7)	(31,55,176)
3	(13,28,34)	(6,13,15)	(19,41,49)	(0,6,73)	(5,6,7)	(24,53,129)	(0,2,152)	(8,11,14)	(32,66,295)

$$\widetilde{M}_q = (32, 66, 295), m(\widetilde{M}_q) = 131, \widetilde{MFT}_q = (25.5, 52.5, 155.5), m(\widetilde{MFT}_q) = 77.8$$

6. 결 론

본 연구에서는 구간으로 나타내어진 가공시간을 가진 일정계획 문제를 풀 경우 수리계획 모형이나 퍼지화된 Branch & Bound법의 단점인 많은 계산량과 문제의 크기가 조금만 커져도 해를 찾아내는 것이 어려워진다는 문제점들을 해결하기 위해 기존에 효율적이라 평가된 휴리스틱 알고리즘을 퍼지화한 FCDS, FNEH법을 제안하였다.

FCDS법은 $m-1$ 개의 작업순서를 비교하고 FNEH법은 $n(n+1)/2-1$ 개의 작업순서를 비교하는데 수치예에서는 확정적인 값으로 일정계획할 때 보다 퍼지수 연산의 복잡함으로 작업수, 기계수의 증가에 따라 계산량이 극도로 증가함을 알 수 있었다. 그래서 퍼지 연산의 복잡함을 감안하여 작은 규모의 문제에서는 FNEH법을 이용하고 큰 규모의 일정계획 문제에서는 적은 계산량으로 최적해에 가까운 해를 찾아내는 FCDS법을 이용하는 것이 계산과정에서 많은 시간적인 손실

을 줄일 수 있는 방법이라 생각된다.

TFN에서 구성함수의 값이 1인 b값으로 작업순서를 정한 경우와 b값을 중심으로 TFN으로 나타내어진 가공시간을 가진 flow shop 문제에서 최적 작업순서가 바뀌게 되는 경우는 실제 가공시간에 퍼지성(fuzziness)이 포함되어 있어야 한다는 것이 중요하다. 그리고 퍼지 가공시간을 가진 flow shop 문제의 결과인 \widetilde{M} , \widetilde{MFT} 는 확정적인 값으로 일정계획한 결과 값 M , MFT 의 범위(range)를 나타내는 것으로 해석할 수 있었다. 이러한 결과들은 의사결정의 폭을 넓혀 준다. 그리고 이 결과들의 분석에 가능성 이론과 퍼지적분을 이용하여 더욱 효과적으로 의사결정을 할 수 있다.

앞으로의 연구 과제는 실제 생산 형태에 모호함이 많이 포함되어 있는 job shop일 경우에 퍼지이론을 적용하여 작업순서를 정할 수 있는 알고리즘들이 개발되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] Baker, K.R., *Introduction to Sequencing and Scheduling*, John Wiley & Sons, (1974).
- [2] Kaufmann, A. and M.M. Gupta, *Introduction to Fuzzy Arithmetic*, North-Holland, Amsterdam, (1985).
- [3] Kaufmann, A. and M.M. Gupta, *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science*, North-Holland, Amsterdam, (1988).
- [4] Li, R.J. and E.S. Lee, "Ranking Fuzzy Numbers—A Comparison", Proc. N. Am. Fuzzy Inf. Process Soc., May, pp. 5-7, (1987).
- [5] Lee, E.S. and R.J. Li, "Comparison of Fuzzy Numbers based on the Probability Measure of Fuzzy Events", Computers Math. Applic. 15, pp. 887-896, (1988).
- [6] Prade, H., "Using Fuzzy Set Theory in a Scheduling Problem: A Case Study", Fuzzy Sets and Systems, 2, pp. 153-165, (1979).
- [7] Dubois, D. and H. Prade, "The Advantages of Fuzzy Approach in OR /MS demonstrated on two Examples of Resources Allocation Problems", In Progress in Cybernetics and Systems Research, VIII, Hemisphere, Washington, D. C., pp. 491-497, (1982).
- [8] Dumitru, V. and F. Luban, "Membership Function, Some Mathematical Programming Models and Production Scheduling", Fuzzy Sets and Systems, 8, pp. 19-33, (1982).
- [9] McCahon, C.S. and E.S. Lee, "Job Sequencing with Fuzzy Processing Times", Com. Math. Applic., 19, pp. 31-41, (1990).
- [10] Tsujimura, Y., I.S. Chang, M. Gen and S.H. Park, "An Effective Method for Solving Flow Shop Scheduling Problems with Fuzzy Processing Times", Computers and Industrial Engineering, 25, pp. 239-242, (1993).
- [11] Campbell H.G., Dudek, R.A. and M. L. Smith, "A heuristic Algorithm for the n Job m Machine sequencing Problem", Mgmt. Sci., 16, pp. 3630-3637, (1970).
- [12] Dannenbring D.G., "An Evaluation of Flow Shop sequencing Heuristics", Mgmt. Sci., 23, pp. 1174-1182, (1977).
- [13] Nawaz, M., Enscore, E.E. Jr. and I. Ham, "A heuristic Algorithm for the m -machine n -job Flow Shop sequencing Problem", Omega, 11, pp. 91-95, (1983).