

수명이 지수분포를 따를 때 정기검사 및 정시종결하에서 신뢰성 샘플링검사계획의 개발*

서순근** · 김갑석**

Development of Reliability Acceptance Sampling Plan for the Exponential Lifetime Distribution under Periodic Inspection and Type I Censoring*

Sun-Keun Seo* · Kab-Seok Kim**

Abstract

A Reliability Acceptance Sampling Plan(RASP) is developed for testing the exponential mean lifetime under the periodic(i. e., equally-spaced) inspection and Type I censoring. Under the periodic inspection, the exact sampling distribution of maximum likelihood(ML) estimator of mean can not be derived. Hence sample size and acceptance criterion are determined by the algorithm proposed on the basis of Monte Carlo simulation such that the producer's and consumer's risks are satisfied for given censoring time and number of inspections.

In addition, the developed RASP is compared to other RASP's designed under the continuous inspection and under the periodic inspection in terms of sampling size, OC curve, and expected completion time. The effects for the RASP by the chosen inspection scheme are also discussed.

1. 서 론

수명시험에서 품질관리의 샘플링검사와 동일한 역할을 수행하는 신뢰성 샘플링검사는 일부

시료를 채취하여 시험한 결과를 정해진 기준과 비교하여 로트의 합격여부를 판정하는 정형화된 절차를 제공하고 있다. 요즘은 완벽한 품질을 요구하는 소비자의 추세에 따라 전자의 활용 빈도는 점점 감소하고 있지만 수명시험은 대부분

* 이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

** 동아대학교 공과대학 산업공학과

파괴시험이므로 후자의 유용성은 별로 줄어들고 있지 않다. 그러나 현재까지 개발된 대부분의 신뢰성 샘플링검사는 지수수명분포에 적용할 수 있는데 Epstein[2]의 연구결과를 기초로 하여 수리 불가능한 제품에 적용될 수 있으며 평균에 관한 1회와 축차 판정절차를 제공하는 H108[3]과 고장률에 관한 1회 수명시험 절차인 MIL-STD-690B[9], 수리 가능한 경우에도 적용될 수 있는 평균에 관한 1회와 축차판정 절차로서 MIL-STD-781D[10]가 개발되어 있다. 전술한 1회 신뢰성 샘플링검사는 시험시간의 효율성을 고려하여 정시 또는 정수종결을 허용하지만 거의 모두 시험제품의 고장시간을 정확히 관측할 수 있는 연속검사하에서만 적용될 수 있다. 즉, 시험제품들의 고장 여부가 육안으로 관측될 수 없는 전자 및 기계제품이나 저장중 열화되는 제품 등에 대해서는 연속검사하의 신뢰성 샘플링검사를 적용할 수 없다[1, 13]. 따라서 이러한 제품의 신뢰성 샘플링검사를 위해서는 특정시각마다 시험제품의 고장 여부를 관측하는 간헐적 검사만이 수행될 수 있다.

검사 방법으로서 간헐적 검사가 적용되는 경우에 제품의 수명이 수학적으로 다루기 편리한 지수분포를 따르더라도 추정량의 표본분포가 명확하게 유도될 수 없기 때문에 정확한 합격 확률에 따른 신뢰성 샘플링 검사계획을 도출하는 것은 불가능하게 된다. 그러나 고장갯수에 따른 우도함수가 존재하므로 최우추정법에 의하여 수명의 최우추정량을 구하는 것은 가능하며 이것을 점검통계량으로 삼을 수 있다. 간헐적 검사에 의해 파생되는 지수구간자료의 통계적 해석에 관한 연구로서 Kuldorff[6]와 Hamada[4]는 평균에 대한 최우추정량의 통계적 성질을 규명하였으며 Seo와 Yum[13]은 폐

쇄형으로 표현되는 평균에 대한 근사 최우추정량을 제시하고 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하여 이의 성질을 조사하였다. 따라서 본 연구에서는 최우추정량을 바탕으로 Monte Carlo 시뮬레이션을 이용한 설계 방법에 의하여 간헐적 검사중에서도 검사시각 결정이 편리한 정기검사와 정수종결보다 널리 이용되는 정시종결하에서의 신뢰성 샘플링검사계획(Reliability Acceptance Sampling Plan, 이하 RASP)을 개발하고자 한다. 즉, 본 연구는 제품이나 부품의 수명이 지수분포를 따르며 생산자와 소비자 측에서 요구하는 신뢰도의 만족 여부를 판정해야 되는 신뢰성시험이 필요한 경우에, 시험자가 설정한 정시종결시간과 정기검사하의 검사횟수, 생산자와 소비자 위험, 로트의 채택 여부의 기준이 되는 평균 수명에 따라 적절한 RASP를 용이하게 선택할 수 있도록 샘플링 검사계획표를 작성하고 연속검사하의 RASP 등과 표본크기, OC 곡선, 기대 시험종료시간을 비교하여 제시된 RASP의 통계적 특성을 조사하고자 한다.

2. 구간자료의 통계적 해석

2. 1. 최우추정량

간헐적 검사하에서 파생되는 수명자료는 각 검사시각 사이에서 발생한 고장갯수가 되며, 이러한 자료를 구간자료(grouped data, interval censored data)라고 부른다[6]. 수명(T)이 평균 θ 인 지수분포를 따를 때 각 검사시점 τ_i ($i = 1, 2, \dots, k-1$)와 검사종결시간 t_c (또는 τ_k)가 주어지면 각 검사구간내에서 발생한 고장갯

수 x_i 의 분포는 식 (1)과 같은 다항분포가 된다.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_{k+1}; \theta) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_{k+1}!} \prod_{i=1}^{k+1} p_i^{x_i} \quad (1)$$

단,

$$p_i = \begin{cases} \exp(-\tau_{i-1}/\theta)[1 - \exp(-\Delta_i/\theta)], & i = 1, 2, \dots, k \\ \exp(-\tau_{i-1}/\theta) & i = k+1 \end{cases}$$

$$\Delta_i = \tau_i - \tau_{i-1}$$

모수 θ 의 최우추정량(maximum likelihood estimator; 이하 MLE)을 구하기 위하여 구간 자료에 관한 대수우도함수를 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\ln L(\theta) = \text{const.} + \sum_{i=1}^{k+1} x_i \ln p_i \quad (2)$$

식 (2)를 일차 미분하여 그것을 0으로 놓고 이를 만족하는 MLE를 구하면 검사간격이 일정하지 않을 경우와 일정할 경우(정기검사)에 각각 식 (3)과 (4)와 같다.

검사간격이 일정하지 않을 경우

$$\sum_{i=1}^k \frac{x_i \Delta_i}{1 - \exp(-\Delta_i/\theta)} = \sum_{i=1}^k x_i \tau_i + x_{k+1} \tau_k$$

단, $x_1 < n, x_{k+1} < n$ (3)

정기검사일 경우

$$\hat{\theta} = \Delta / \ln \left[\frac{\sum_{i=1}^k ix_i + kx_{k+1}}{\sum_{i=1}^{k+1} (i-1)x_i} \right]$$

단, $\Delta_i = \Delta, i=1, \dots, n$ 이며, $x_1 < n, x_{k+1} < n$ (4)

만일 시험단위의 고장이 첫번째 구간에서 모두 관측되거나 또는 정시종결된다면 즉, 시험기간 동안 고장이 하나도 발생하지 않는다면 식 (3)과 (4)를 만족하는 MLE는 존재하지 않게 된다[6]. 그리고 검사간격이 일정하지 않을 경우의 식 (3)에서는 폐쇄형(closed form)의 MLE를 구할 수 없으므로 Newton-Raphson법과 같은 수치해석적인 반복절차가 적용되어야 한다[13].

2. 2. Fisher 정보량

표본크기 n 가 충분히 크면 MLE가 존재할 확률은 1에 가까워지게 된다. 이 경우 추정량의 점근분산이 구간자료에 대한 추정량의 유효성을 평가할 때 유용하게 사용될 수 있다[7]. 따라서 표본크기가 충분히 클 때 $\hat{\theta}$ 의 점근분포의 분산을 구하기 위하여 점근분산의 역수인 Fisher 정보량을 검사간격이 일정하지 않을 경우와 일정할 경우로 나누어 정리하면 각각 식 (5)와 (6)과 같다[1,6,13].

검사간격이 일정하지 않을 경우

$$I(\hat{\theta}) = E\left(-\frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta^2}\right) = \frac{n}{\theta^4} \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_i^2 \exp(-\tau_i/\theta)}{1 - \exp(-\Delta_i/\theta)} \quad (5)$$

정기검사일 경우

$$I(\hat{\theta}) = \frac{n (\Delta/2\theta)^2 [1 - \exp(-k\Delta/\theta)]}{\theta^2 [\sinh(\Delta/2\theta)]^2} \quad (6)$$

2. 3. 검사시각의 결정

간헐적 검사하에서 수명시험을 실시할 경우에 적절한 검사시각을 결정하는 것은 중요하다. 이러한 검사시각 결정방법은 정기 또는 등간격(equally spaced: ES)검사, 등확률(equal probability: EP)검사 그리고 접근분산을 최소화하는 최적검사(optimal inspection: OPT) 등으로 세분할 수 있다[4,8,13]. 종결시간 t_c 또는 τ_k 가 주어질 경우 시험종결시까지 고장나지 않을 확률 P_c 는 식 (7)에 의하여 구할 수 있고, 역으로 P_c 가 주어질 경우 종결시간 τ_k 는 식 (8)에 의하여 구할 수 있다.

$$P_c = Pr\{T > \tau_k\} = \exp(-\tau_k/\theta) \quad (7)$$

$$\tau_k = -\theta \ln P_c \quad (8)$$

식 (7)과 (8)에 의하여 P_c 또는 τ_k 가 결정될 경우에 세 가지 검사시각 결정 방법에 따른 각 검사시각 τ_i 는 다음과 같다.

(A) 등간격검사

$$\tau_i = i\tau_k/k, \quad i = 1, 2, \dots, k-1$$

(B) 등확률검사

$$\tau_i = -\theta \ln \left\{ 1 - \frac{(1-P_c)i}{k} \right\}$$

(C) 최적검사: (6)식을 최소화하는 지점을 검사시각으로 결정하는 방법으로 다음의 비선형 연립방정식을 풀어야 한다[12].

$$z_{i+1} + z_i - 2y_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k-1$$

여기서,

$$y_i = \tau_i/\theta$$

$$z_i = 1 - \frac{y_i \exp(-y_i) - y_{i-1} \exp(-y_{i-1})}{\exp(-y_{i-1}) - \exp(-y_i)}$$

3. RASP의 설계

3. 1. RASP의 설계 방법

관측자료가 구간자료일 경우에 평균수명의 최우추정량 $\hat{\theta}$ 에 관한 정확한 이론적 표본분포가 주어지지 않으므로 해석적인 방법으로 RASP를 수립하는 것은 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 이론적 표본분포에 의해서 정확하게 설계된 RASP는 아니지만 생산자 위험(α)과 소비자 위험(β), 좋은 로트의 평균수명(θ_0)과 나쁜 로트의 평균수명(θ_1)의 판별비($d = \theta_1/\theta_0$), 검사횟수(k), 시험종결시간(t_c)이 주어질 때 평균수명이 θ_0 인 좋은 품질의 로트가 합격될 확률이 $1-\alpha$ 이상이 되도록, 평균수명이 $\theta_1 (< \theta_0)$ 인 나쁜 품질의 로트가 합격될 확률이 β 이하가 되도록 보증하기 위한 표본크기 n 과 최소합격 판정기준 C' 를 결정하는 정기검사와 정시종결하에서의 근사적인 RASP를 Monte Carlo 시뮬레이션을 이용하여 도출하고자 한다.

먼저 본 연구에서 RASP의 설계를 위한 통계적 가설은 식 (9)와 같다.

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta = \theta_1 (< \theta_0) \quad (9)$$

본 연구의 시뮬레이션에서 이용되는 각 관측 구간내의 고장자료는 일양난수를 발생시키는 IMSL 루틴 GGUBS[5]에 의하여 생성된다. 발생된 일양난수는 다음식에 의하여 지수고장시간(t)으로 변환된다.

$$t = -\theta \ln u$$

여기서, u : 일양난수

이상과 같은 난수발생법에 의하여 표본크기 만큼 평균 θ_0 와 θ_1 의 지수고장난수들을 발생시켜 각각의 MLE $\hat{\theta}_0$ 와 $\hat{\theta}_1$ 을 식 (4)에 의하여 추정하는 과정을 시물레이션의 반복횟수 만큼 실시하므로써 각 평균수명의 추정치들을 그 횟수만큼 구하게 된다.

그러나 이와 같은 모의실험을 실시할 경우에 RASP를 설계하기 위한 초기 표본크기가 너무 크거나 작게 선정되면 컴퓨터 실행시간이 많이 소요되므로 적절한 초기 표본크기를 선정해야 한다. 이러한 이유로 본 연구에서는 실행시간을 줄이기 위하여 H108[3]의 표본크기를 초기 표본크기로 선정하였다. 이를 이용하는 근거는 H108이 검사방식은 연속이지만 합격판정이 시험종료(합격시) 또는 불합격시까지의 고장갯수에 의해서 행하여지므로 시험종료시에 한 번만 검사하는 경우 즉, 구간자료에서의 검사횟수 k 가 1인 경우와 동일한 조건하에서 근사적으로 설계된 계획이라고 할 수 있다. 검사횟수가 증가할수록 구간자료에 의하여 주어지는 정보량은 많아지게 되므로 k 가 1인 경우와 동일하다고 볼 수 있는 H108의 계획이 상대적으로 적은 정보량을 준다. 따라서 구간자료에 의한 샘플링계획에 필요한 표본크기가 H108의 경우보다 크지 않음을 파악할 수 있다. 적정표본크기 n 과 최소합격판정기준 C' 를 찾아가는 과정을 도시해 보면 [그림 1](a)~(c)와 같다.

이렇게 구한 추정치들을 오름차순으로 정렬하여 $\hat{\theta}_0$ 의 추정치들로부터 $\alpha \times 100$ 백분위수에 해당하는 값 $\hat{\theta}_{0,1-\alpha}$ 을 찾고, $\hat{\theta}_1$ 의 추정치들로부터 $(1-\beta) \times 100$ 백분위수에 해당하는 값 $\hat{\theta}_{1\beta}$ 을 찾아서, 만일 두 값이 일치한다면 이 값을 평균에 관한 합격판정치로 설정하고 이때의 표본크기를 두 위험수준을 만족하는 적정표본크기로 정한다. 만약, 이 두 값이 일치하지 않는

다면 표본크기를 적절하게 증감시켜 가면서 시물레이션을 반복한다. 그러나 실제 시물레이션에서는 $\hat{\theta}_{0,1-\alpha}$ 와 $\hat{\theta}_{1\beta}$ 의 값이 정확하게 일치하는 경우는 거의 발생하지 않을 것이므로 본 연구에서는 $\hat{\theta}_{0,1-\alpha}$ 가 $\hat{\theta}_{1\beta}$ 보다 처음으로 크게 되는 n 과 $\hat{\theta}_{0,1-\alpha}$ 값을 (n, C') 으로 결정한다. 즉, 생산자 위험은 정확히 일치시키고 소비자 위험은 보증하고 있는 값보다 작거나 같도록 결정한다.

이상에서와 같은 Monte Carlo 시물레이션을 포함한 신뢰성 샘플링검사 계획의 도출을 위한 연산절차를 기술하면 다음과 같다.

step 1) H108의 표본크기 n 과 입력변수 $\alpha, \beta, k, t_c/\theta_0, d(\theta_1/\theta_0)$ 를 입력하고 초기 반복 횟수와 허용상대오차(ϵ)를 결정한다.

step 2) $\theta_0=1, \theta_1=d$ 로 표준화한다.

step 3) $i=0$ 으로 둔다.

step 4) 다음을 (추가된) 반복횟수 만큼 구한다.

① 평균 θ_0, θ_1 인 지수고장난수를 각 n 개 발생시킨다.

② 식 (4)에 의해서 $\hat{\theta}_0$ 와 $\hat{\theta}_1$ 을 구한다.

step 5) 반복횟수 만큼 구한 $\hat{\theta}_0$ 와 $\hat{\theta}_1$ 을 오름차순으로 정렬한다.

step 6) ① $\hat{\theta}_0$ 의 $100 \times \alpha$ 백분위수 값과 $\hat{\theta}_1$ 의 $100 \times (1-\beta)$ 백분위수 값을 찾는다.

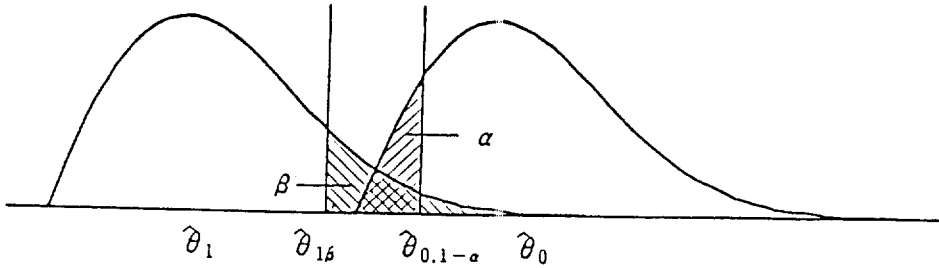
② $i=0$ 이면 i 를 1로 두고, 반복횟수를 1000 증가 시키고 step 4)로 간다.

③ $i \geq 1$ 이고 $\hat{\theta}_{0,1-\alpha}$ 와 $\hat{\theta}_{1\beta}$ 의 상대적 변화량의 합이 허용상대오차 이하이면 즉,

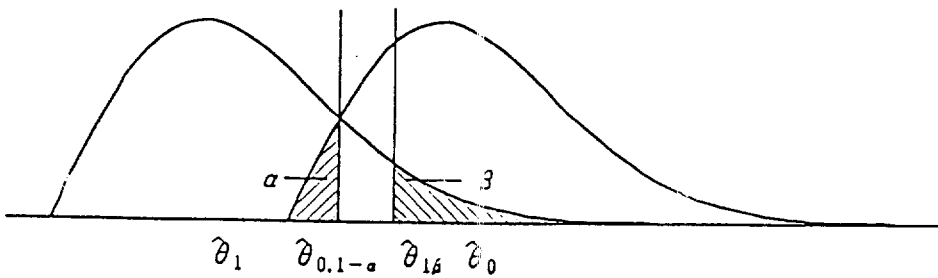
$$\left| \frac{\hat{\theta}_{0,1-\alpha}^i - \hat{\theta}_{0,1-\alpha}^{i-1}}{\hat{\theta}_{0,1-\alpha}^{i-1}} \right| + \left| \frac{\hat{\theta}_{1\beta}^i - \hat{\theta}_{1\beta}^{i-1}}{\hat{\theta}_{1\beta}^{i-1}} \right| \leq \epsilon$$

step 7)로 가며, 그렇지 않으면 ④로 간다.

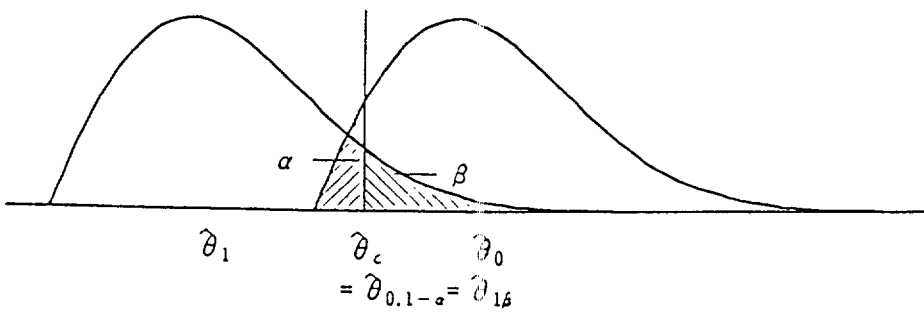
④ 그렇지 않으면 반복횟수를 1000, i 를



[그림 1(a)] 표본크기가 적정 크기보다 더 큰 경우



[그림 1(b)] 표본크기가 적정 크기보다 더 적은 경우



[그림 1(c)] 적정 표본크기일 경우

1만큼 증가시켜 step 4)로간다.
 step 7) $\hat{\theta}_{0.1-x} - \hat{\theta}_{1\beta} > 0$ 이면 n 을 감소시키고 step 4)로 간다.
 $\hat{\theta}_{0.1-x} - \hat{\theta}_{1\beta} < 0$ 이면 n 을 증가시키고 step 4)로 간다.
 $\hat{\theta}_{0.1-x} \approx \hat{\theta}_{1\beta}$ 이면 이때의 샘플사이즈 n 과 $\hat{\theta}_{0.1-x}$ 를 RASP의 n 과 $C(=C'/\theta_0)$ 로 결정한다.

3. 2. RASP의 도출

본 절에서는 전절에서 제시된 알고리즘을

FORTTRAN 언어로 프로그래밍하여 정기검사 및 정시종결하에서 적용될 수 있는 신뢰성 샘플링계획을 도출하였다. 여러가지 계획들 중에서 현장에서 자주 이용되는 소비자 위험이 0.05이고 생산자 위험이 각각 0.05, 0.1일 때의 표본크기 n 과 표준화된 합격판정기준 C 를 θ_1/θ_0 (d), t_c/θ_0 , k 에 대하여 <표 1>과 <표 2>에 정리하였으며 검사횟수가 1일 경우는 H108과 동일한 계획이라고 볼 수 있기 때문에 제외하였다.

<표 1> $\alpha = 0.05, \beta = 0.05$ 일 때 정기검사하의 RASP

θ_1/θ_0	k	t_c/θ_0											
		2/3		1/2		1/3		1/5		1/10		1/20	
2/3	2	118	0.811	145	0.813	198	0.812	305	0.812	575	0.812	1116	0.813
	3	118	0.811	145	0.812	198	0.812	305	0.812	574	0.812	1116	0.813
	5	118	0.811	145	0.812	198	0.813	305	0.812	575	0.812	1116	0.812
	10	118	0.812	145	0.812	198	0.812	305	0.812	575	0.812	1116	0.812
1/2	2	37	0.694	44	0.694	59	0.694	90	0.697	168	0.699	326	0.700
	3	36	0.693	44	0.694	59	0.694	90	0.696	168	0.699	326	0.700
	5	36	0.692	44	0.693	59	0.694	90	0.696	168	0.701	326	0.700
	10	36	0.691	44	0.692	59	0.694	90	0.696	168	0.701	326	0.699
1/3	2	14	0.552	15	0.550	20	0.553	30	0.559	56	0.556	109	0.570
	3	13	0.548	15	0.549	20	0.552	30	0.558	56	0.561	109	0.573
	5	13	0.549	15	0.549	20	0.551	30	0.558	56	0.558	109	0.573
	10	13	0.550	15	0.548	20	0.552	30	0.556	56	0.560	109	0.571
1/5	2	6	0.405	6	0.414	8	0.411	11	0.423	20	0.434	38	0.441
	3	5	0.378	6	0.396	7	0.389	11	0.418	20	0.430	38	0.447
	5	6	0.401	6	0.392	7	0.392	11	0.421	20	0.430	38	0.442
	10	5	0.379	6	0.395	8	0.402	11	0.419	20	0.429	38	0.442
1/10	2	3	0.240	2	0.248	3	0.240	4	0.247	7	0.269	13	0.286
	3	3	0.243	3	0.227	3	0.264	4	0.265	7	0.283	13	0.290
	5	2	0.218	2	0.224	3	0.253	4	0.259	7	0.282	13	0.291
	10	3	0.260	3	0.244	3	0.251	4	0.258	7	0.283	13	0.288

〈표 2〉 $\alpha = 0.05, \beta = 0.1$ 일 때 정기검사의 RASP

θ_1/θ_0	k	t_c/θ_0											
		2/3		1/2		1/3		1/5		1/10		1/20	
2/3	2	100	0.792	121	0.794	156	0.787	243	0.795	461	0.792	894	0.790
	3	98	0.788	117	0.793	157	0.794	242	0.792	461	0.791	894	0.790
	5	100	0.791	119	0.793	158	0.792	242	0.791	461	0.792	894	0.789
	10	100	0.792	118	0.785	157	0.794	242	0.793	461	0.792	894	0.790
1/2	2	31	0.662	37	0.667	47	0.668	72	0.665	134	0.662	256	0.682
	3	29	0.660	36	0.668	47	0.668	72	0.664	134	0.662	256	0.681
	5	31	0.665	35	0.665	47	0.668	72	0.667	134	0.663	256	0.682
	10	30	0.663	34	0.658	47	0.665	72	0.667	134	0.662	256	0.681
1/3	2	11	0.524	12	0.508	16	0.516	24	0.511	42	0.539	81	0.548
	3	10	0.516	12	0.507	16	0.512	24	0.508	42	0.536	81	0.546
	5	10	0.502	12	0.506	16	0.516	23	0.522	42	0.539	81	0.546
	10	10	0.509	12	0.508	16	0.512	23	0.530	42	0.536	81	0.547
1/5	2	4	0.364	5	0.361	6	0.369	8	0.381	15	0.425	28	0.429
	3	4	0.321	6	0.369	6	0.359	8	0.388	15	0.428	28	0.431
	5	4	0.363	5	0.348	6	0.366	8	0.393	15	0.423	28	0.428
	10	4	0.349	5	0.349	6	0.358	8	0.390	15	0.422	28	0.429
1/10	2	3	0.240	2	0.228	3	0.241	3	0.196	5	0.199	11	0.250
	3	2	0.202	2	0.152	2	0.160	3	0.198	5	0.210	10	0.225
	5	2	0.192	2	0.196	2	0.198	3	0.199	5	0.210	11	0.245
	10	2	0.198	2	0.199	2	0.200	3	0.210	5	0.210	10	0.228

본 연구에서 도출된 RASP로 부터 다음과 같은 특징을 요약할 수 있다.

- ① 필요 표본크기를 고찰하면 검사횟수의 증가에 따른 영향은 크지 않으며, 종결시간과 귀부 가설의 평균의 비(t_c/θ_0)가 1/3 이상일 때는 검사횟수에 관련없이 H108의 설계방식에 의한 RASP와 거의 동일하게 나타나고 있다.
- ② 합격판정기준은 θ_1/θ_0 가 1/2 이상일때는 시험종결시간과 검사횟수에 따른 변화의 폭은 적다.
- ③ ①과 ②의 결과로부터 다수의 검사를 실

시하지 않고 2~3회 정도의 검사를 실시하더라도 연속검사와 대등한 통계적 효율성을 유지할 수 있다. 그러나 θ_1/θ_0 가 적으면서 t_c/θ_0 가 1/10 이하일 때는 시물레이션에 의하여 발생된 표본 평균의 추정량의 종류가 적고 산포가 커지게 되므로 n 의 주변에서 추정량(특히 $\hat{\theta}_1$)의 일관된 증감 현상이 적어지므로 제시된 RASP가 적절하지 않을 수도 있다. 이러한 현상은 시험 종료시간이 작고 표본수가 적어 MLE가 존재하지 않을 확률이 크기 때문에 발생하는 현상이므로 연속검사하에서 설계된 H108의 경우에

도 유사한 문제점으로 인하여 α 는 정확히 일치 하지만 β 는 차이가 많이 발생하고 있다([2]와 [그림 2(a)] 참조). 따라서 제시된 RASP가 생산자 위험 α 를 정확히 보증(β 는 근사적으로 보증)하고 있지만 이런 경우는 판별비와 시험 종결비율이 높아서 활용빈도가 떨어지므로 가능하다면 t_c 와 k 를 증가시킴으로서 사용할 수 있을 것이다.

수치예

어떤 전자장비의 수명은 지수분포를 따른다고 알려져 있다. 이 제품의 시험담당자가 $\alpha = 0.05$, $\beta=0.1$, $\theta_0=1000$ 시간, $\theta_1=500$ 시간, $t_c=333$ 시간으로 설정할 경우에 두 번 정기검사의 RASP는 <표 2>로부터 $n=47$, $C=0.6678$ 이 된다. 즉, 제출된 로트중에서 47개의 표본을 추출하여 이를 시험하는데 167시간과 333시간에 검사하여 관측된 각 구간의 고장갯수로 부터 식

(4)를 이용하여 구한 $\hat{\theta}$ 가 668시간 보다 크면 로트를 채택하며 그렇지 않으면 로트를 기각하는 규칙이 정해진다.

3. 3. 설계방법의 타당성

설계방법의 타당성 여부를 파악하기 위하여 다음의 3가지 사항에 대하여 검토하였다.

가) 난수 초기치의 선택에 따른 안정성 문제
 난수 발생기의 초기치에 따른 변화는 반복을 3000번 이상할 경우 <표 3>에서와 같이 그 변화의 폭이 n 은 1~2, C 는 0.01 정도로 대체적으로 안정되어 있었지만, 표본크기가 작을 경우에는 상대적으로 변화의 폭이 커지게 되므로 난수 초기치에 둔감하게 설계하기 위하여 일정 개수(여기서는 9개)의 초기치 값들에 따른 n 과 C 를 추정하여 n 은 그것들의 중앙값으로, C 는 산술평균으로 설정하였다.

<표 3> 난수 초기치의 변화에 따른 n , C 의 변화
 ($\alpha=0.05$, $\beta = 0.1$, $d=1/2$, $t_c/\theta_0=1/3$, $k=2$)

초기치의 종류	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	47	47	47	47	48	45	47	47	47
C	0.672	0.663	0.668	0.668	0.668	0.663	0.673	0.673	0.663

나) 표본크기의 증감에 따른 $\hat{\theta}_{0.1}$ 와 $\hat{\theta}_{1\beta}$ 의 증감 여부

<표 4>와 <표 5>에 표본크기 n 의 증가에 따른 $\hat{\theta}_{0.1}$ 와 $\hat{\theta}_{1\beta}$ 의 변화의 경향이 주어져 있다.

표 4에서 파악할 수 있는 바와 같이 t_c/θ_0 가 클 때 즉, $\theta=\theta_0$ 하에서 시험종결시까지 고장나

지 않을 확률 P_r 가 적을 경우에는 n 이 증가할 수록 $\hat{\theta}_{0.1}$ 는 증가하고 $\hat{\theta}_{1\beta}$ 는 감소하고 있다. 이와 같이 증가 또는 감소하다가 서로 일치되는 점(C)이 α 와 β 를 동시에 보증하게 되는 점이 된다.

〈표 4〉 표본크기와 검사횟수에 따른 백분위수의 추정
 ($\alpha=0.05, \beta = 0.10, \theta_1/\theta_0=0.5, P_c=0.5$)

$\frac{n}{k}$	5	10	15	20	25	30	35	40
2	0.410	0.500	0.567	0.613	0.650	0.669	0.689	0.704
	1.205	0.816	0.737	0.703	0.678	0.660	0.644	0.636
3	0.393	0.514	0.577	0.612	0.646	0.672	0.692	0.706
	1.151	0.816	0.743	0.705	0.672	0.658	0.643	0.634
5	0.380	0.508	0.575	0.611	0.647	0.672	0.691	0.707
	1.107	0.808	0.741	0.703	0.672	0.658	0.643	0.635
10	0.380	0.509	0.575	0.614	0.648	0.672	0.692	0.707
	1.108	0.812	0.740	0.703	0.673	0.658	0.642	0.634

Note 위 : $\hat{\theta}_{0.1-\alpha}$, 아래 : $\hat{\theta}_{1\beta}$

〈표 5〉 표본크기와 검사횟수에 따른 백분위수의 추정
 ($\alpha=0.05, \beta = 0.10, \lambda_1/\theta_0=0.1, P_c=0.9$)

$\frac{n}{k}$	3	4	5	6	7	10	13	16
2	0.224	0.173	0.199	0.249	0.299	0.300	0.324	0.362
	0.274	0.324	0.199	0.224	0.191	0.186	0.157	0.155
3	0.216	0.183	0.200	0.250	0.283	0.294	0.358	0.372
	0.283	0.316	0.216	0.233	0.183	0.182	0.161	0.154
5	0.210	0.190	0.200	0.240	0.290	0.292	0.364	0.370
	0.270	0.330	0.210	0.230	0.190	0.180	0.160	0.152
10	0.205	0.185	0.205	0.240	0.285	0.292	0.364	0.368
	0.275	0.325	0.210	0.230	0.185	0.180	0.160	0.152

Note 위 : $\hat{\theta}_{0.1-\alpha}$, 아래 : $\hat{\theta}_{1\beta}$

θ_1/θ_0 가 적으면서 t_c 와 θ_0 의 비(P_c 가 클 경우)도 작을 때 n 가 적은 경우를 살펴보면 <표 5>에서와 같이 백분위수의 추정된 값들의 일관된 증감현상이 발생하지 않는 경우도 존재하므로 제시된 RASP의 정확도는 떨어진다고 볼 수 있다. 즉, 이러한 이유는 t_c 가 작고 n 이 적어 MLE가 존재하지 않을 확률이 크기 때문에 발생하게 되지만 제시된 연산절차에서 구해진 n 에서 $\hat{\theta}_{0.1-\alpha}$ 와 $\hat{\theta}_{1-\beta}$ 가 교차하고 나면 n 의 증감에 따라 두 추정량의 크기의 차가 증가하기 때문에 교차된 이 값을 α 와 β 를 보증하는 C값으로 삼을 수 있었다.

다) RASP 도출 결과의 타당성

본 설계방법의 타당성을 입증하기 위하여 정시종결 및 연속검사의 기존의 계획인 H108 [3]과 비교하였다.

Epstein[2]의 연구결과를 기초로 근사적으로 설계된 H108의 계수형 RASP는 본 연구에서도 출한 RASP에서 k 가 1인 경우와 동일한 조건하의 계획이라고 할 수 있다. 환언하면 H108의 샘플링계획과 k 가 1일 경우의 본 연구의 계획이 동일하지는 않더라도 거의 일치해야 한다는 것을 의미한다. 실제로 k 가 1일 경우의 RASP에서 각 위험수준을 만족하는 표본크기를 H108의 경우와 비교하면 θ_1/θ_0 이 1/10 경우외에는 거의 동일하다는 것을 <표 6>($\alpha=0.05, \beta=0.1$ 인 경우)으로부터 알 수 있다.

<표 6> $k=1$ 일때 H108과 개발된 RASF의 표본크기의 비교($\alpha=0.05, \beta=0.1$)

θ_1/θ_0	t_c/θ_0							
	1/3		1/5		1/10		1/20	
2/3	158	159	245	245	462	462	895	895
1/2	47	47	72	72	134	134	256	258
1/3	16	16	24	24	43	43	82	83
1/5	6	6	9	9	15	15	29	29
1/10	4	4	3	3	6	9	11	17

4. RASP의 비교 및 논의

본 연구에서 도출된 RASP(RASP-P1)의 통계적 유효성을 조사하기 위하여 연속검사와 정시종결시의 기존의 계획인 H108의 계수형 RASP(RASP-C1)와 식 (10)과 같은 Spratt

[14]의 근사분포를 이용하여 설계한 연속검사와 정시종결시의 계량형 RASP(RASP-C2), 그리고 평균의 최우추정량의 대표본 근사[7, 11], 즉, $\sqrt{I(\theta)}(\hat{\theta} - \theta) \sim N(0, 1)$ 를 이용하여 설계된 정기검사와 정시종결시의 RASP(RASP-P2)와 표본크기, OC 곡선, (기대)시험 종료시간에 관하여 비교하여 보았다.

$$\frac{\hat{\theta}_c^{-\frac{1}{3}} - \theta^{-\frac{1}{3}}}{(\theta^{-\frac{2}{3}}/9Q)^{1/2}} \sim N(0, 1) \quad (10)$$

단, $Q = n[1 - \exp(-t_c/\theta)]$

$\hat{\theta}_c$: 연속검사하의 MLE

본 연구에서 제시된 RASP의 표본크기는 검사횟수가 2회이고 t_c/θ_0 가 크지 않는 경우에도 <표 7>에서와 같이 H108의 계획보다 0~3 정도 작으며, 동일 조건하에서의 샘플링계획인 대표본근사를 이용한 계획보다는 작게 나타나고 있으므로 1회의 판정기준을 가진 RASP로서는 두 계획보다 통계적 효율성이 높다고 판단된다. 또한 본 계획을 Sprotts의 근사분포를 이용한 연속검사하의 계량형 RASP의 표본크기와 비교하면 θ_1/θ_0 의 비가 2/3 이상 일때

조금 클 경우도 있지만 그외에는 작거나 동일하며 합격판정치는 전체 범위에서 거의 비슷하게 나타나고 있기 때문에 검사횟수가 적더라도 연속검사의 대응으로 충분히 이용할 수 있음을 파악하였다.

동일한 시뮬레이션 상황하에서 도시해 본 OC 곡선은 θ_1/θ_0 의 비가 클 때 H108의 계획과 거의 동일하고 두가지 위험이 거의 정확하게 보증하고 있지만 비가 적을 때에는 H108이 보증하고 있는 것보다 소비자 위험이 적으면서 정확하게 보증하고 있기 때문에 본 연구의 계획이 두 위험의 보증도 측면에서 우수함을 알 수 있었다. Sprotts의 근사방법을 이용한 RASP는 종결시간이 길어질수록 규정된 소비자위험과 생산자위험이 모두 차이가 많이 나고 있으며 대표본 근사를 이용한 RASP는 현저하게

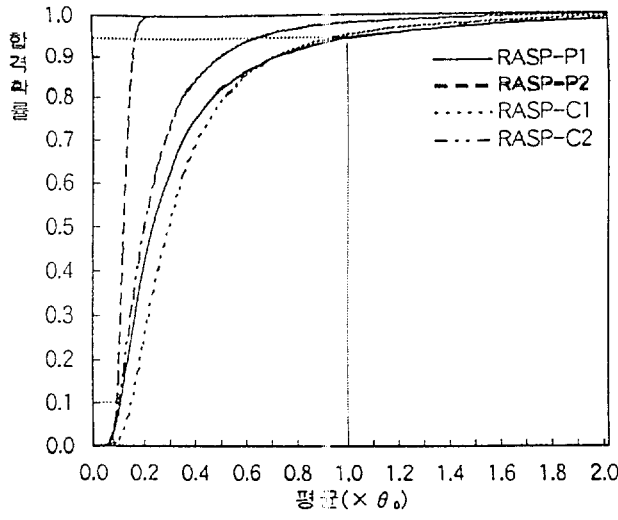
<표 7> $\alpha=0.05, \beta=0.1$ 일때 각 RASP에 따른 표본크기의 비교

t_c/θ_0	θ_1/θ_0	RASP-P1 ($k=2$)	RASP-C1	RASP-C2	RASP-P2 ($k=2$)
1/3	2/3	156	159	156	179
	1/2	47	47	48	65
	1/3	16	16	17	30
	1/5	6	6	7	18
	1/10	3	4	3	13
1/5	2/3	245	245	241	278
	1/2	71	72	73	99
	1/3	23	24	25	46
	1/5	9	9	10	27
	1/10	3	5	4	20

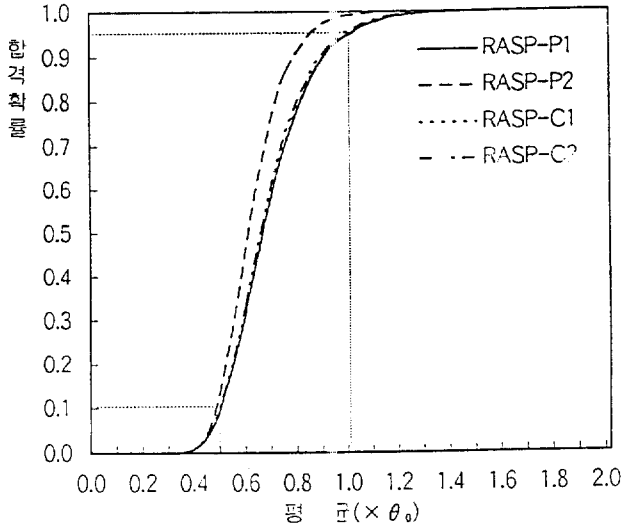
차이가 나고 있었다. [그림 2(a)]와 [2(b)]에 각각 θ_1/θ_0 의 비가 적을 경우와 클 경우의 각 RASP에 따른 OC 곡선이 주어져 있다.

(기대)시험 종료시간을 살펴보면 H108의 경우만 판정절차가 계수형이므로 시험종료시에

혼합종결이 발생되어 다른 계획보다는 시험시간을 절약하는 이점이 있으나 혼합종결이 될려면 검사방식으로 연속검사를 실시하여야 되기 때문에 검사에 소요되는 비용이나 노력 등이 정기검사인 경우보다는 많이 소요될 것이다.



[그림 2(a)] 각 RASP의 OC 곡선($\alpha=0.05$, $\beta=0.1$, $\theta_1/\theta_0=1/10$, $t_c/\theta_0=1/20$, $k=3$)



[그림 2(b)] 각 RASP의 OC 곡선($\alpha=0.05$, $\beta=0.1$, $\theta_1/\theta_0=1/2$, $t_c/\theta_0=1/3$, $k=2$)

마지막으로 간헐적 검사방법을 정기검사보다 최적검사를 채용할 경우에 따른 본 연구의 RASP에 대한 영향을 조사해 본 결과에 따르면 접근분산을 최소로 하는 검사방법을 취하더라도 샘플링검사계획 자체에는 커다란 변화가 없으므로, 단지 평균의 추정 정밀도를 정기검사일 경우보다 어느정도 높일수 있지만, 정기검사보다 검사시각 결정과 관리가 힘든 최적검사방법을 취할 필요성은 적다고 판단된다.

본 연구의 결과를 정리하면, 지수수명분포와 정기검사에서 적용될 수 있는 새로운 RASP가 개발되었으며 이 계획의 통계적 성질은 모든 측면에서 대체적으로 연속검사의 H108의 계획과 동일하거나 우수하게 나타나고 있다. 또한 검사횟수가 증가하더라도 n 과 C 의 변화가 크지 않으므로, 개발된 RASP는 연속검사 요구되어질 때도 적은 검사횟수로서 비용과 노력을 줄이면서 정보의 큰 손실없이 적용될 수 있음을 파악하였다.

참 고 문 헌

- [1] Ehrenfeld, S., "Some Experimental Design Problems in Attribute Life Testing," *Journal of American Statistical Association*, 57(1962), pp. 668-679.
- [2] Epstein, B., "Statistical Life Test Acceptance Procedures," *Technometrics*, 2 (1960), pp. 435-446.
- [3] H-108, *Military Handbook: Sampling Procedure and Table for Life and Reliability Testing*, Office of the Assistant Secretary of Defense, Washington, D. C., 1960.
- [4] Hamada, M., "The Costs of Using Incomplete Exponential data," *Journal of Statistical Planning and Inference*, 27(1991), pp. 317-324.
- [5] IMSL, *The IMSL Library: Problem-Solving Software System for Mathematical and Statistical FORTRAN Programming*, IMSL Inc., Houston, 1985.
- [6] Kulldorff, G., *Estimation from Grouped and Partially Grouped Samples*, John Wiley & Sons, New York, 1961.
- [7] Lawless, J. F., *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons, New York., 1982.
- [8] Meeker, W. Q., "Planning Life Tests in Which Units are Inspected for Failure," *IEEE Trans. on Reliability*, 35 (1986), pp. 571-578.
- [9] MIL-STD-690B, *Military Standard: Failure Rate Sampling Plans and Procedures*, Department of Defense, Washington, D. C., 1968.
- [10] MIL-STD-781D, *Military Standard: Reliability Testing for Engineering Development, Qualification, and Production*, Department of Defense, Washington, D. C., 1986.
- [11] Nelson, W., "Optimum Demonstration Tests with Grouped Inspection Data from an Exponential Distribution," *IEEE Trans. on Reliability*, 26(1977), pp. 226-231.
- [12] Saleh, A. K. Md. Ehsanes, "Estimation

of the Parameters of the Exponential Distribution Based on Optimum Order Statistics in Censored Samples," *Ann. Math. Statist.*, 37(1966), pp. 1717-1735.

- [13] Seo, S. K. and B. J. Yum, "Estimation Methods for the Mean of the Exponential Distribution Based on Grouped & Censored Data," *IEEE Trans. on Reliability*, 41 (1993), pp. 87-96.
- [14] Sprott, D. A., "Normal Likelihoods and Relation to a Large Sample Theory of Estimation," *Biometrika*, 60(1973), 457-465.