

# 시간 지연 제어를 이용한 엔진 토크 및 엔진/자동변속기 속도 제어 시스템

## Engine Torque and Engine/Automatic Transmission Speed Control Systems Using Time Delay Control

송재복, 이승만  
(Jae-Bok Song and Seung-Man Lee)

**Abstract :** Time delay control(TDC) law has been recently suggested as an effective control technique for nonlinear time-varying systems with uncertain dynamics and/or unpredictable disturbances. This paper focuses on the applications of the TDC algorithm to torque control of an engine system and speed control of an engine/automatic transmission system. Through the stability analysis of the engine system based on TDC, determination of the appropriate time delay and control factor is investigated. It was revealed that the size of time delay of the TDC law should be greater than that of transport delay of the system for both stability and better control performance. Simulation and experimental results for the engine torque control and engine/automatic transmission speed control systems show both relatively good command following and disturbance rejection properties. However, TDC controller shows rather slow responses when applied to the system with large transport delay.

**Keywords :** time delay control, engine torque control, engine/automatic transmission speed control, transport delay

### I. 서론

전자 및 제어 기술이 발전함에 따라 많은 제어 시스템이 차량에 적용되고 있다. 이들 제어 시스템은 전자 제어 엔진 시스템에서부터 차량의 동적 거동의 향상을 통해서 사고를 미연에 방지하는 ABS와 같은 능동 안전 시스템에 이르기 까지 광범위하게 사용된다. 이 중에서 최근에 차량에 장착되고 있는 순항 제어(cruise control) 시스템 또는 구동력 제어 시스템(traction control system, TCS) 등에서는, 차량의 속도나 구동륜의 회전 속도를 제어하여 운전 성능 및 안정성을 향상시키고 있다. TCS에서의 속도 제어는, 엔진의 트로틀 밸브 개도의 조절을 통해서 엔진 토크를 1차적으로 제어하며, 이를 통해서 자동 변속기 및 구동축으로 전달되는 토크를 조절함으로써 구동륜의 회전 속도를 원하는 값으로 제어한다. 이를 위해서 엔진 및 동력 전달 장치에 대한 토크 제어 및 속도 제어에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있으며, 본 논문도 이러한 연구의 일부로 수행되었다.

차량의 모델링 및 제어에 대해서 수행된 많은 연구들은, 차량에서 토크의 발생과 전달에 관계되는 엔진 및 동력 전달 장치로 이루어진 시스템의 수학적 모델은, 일반적으로 비선형이며, 시스템의 파라미터들이 엔진의 운전 조건 등에 따라 변하는 특징을 가지고 있다는 점을 보였다. Kamei 등은 엔진의 토크와 공연비의 제어에 다변수 LQ 제어 기법을 이용하였는데, 이는 많은 계산을 요구하므로 실제로 적용하기에는 어려운 점이 있다[1]. Kiencke는 시변 파라미터를 가진 비선형 특성을 가진 엔진의 제어를 위해서 파라미터 추정법을 이용한 적용 제어를 적용하였는데, 이 또한 실차에서의 구현이 어렵고 강인성의 문제를 지니고 있다[2]. 한편, 본 연구의 궁극적인 목표인 구동력 제어 시스템을 위해서, Yamada 등은 엔진 토크의 제어에 PI 제어 기법을 적용하였다. 이 때, 엔진의 비선형성을 보완하는 방법으로 정적

인엔진 성능 곡선을 맵의 형태로 사용하여 PI 제어와 결합하여 토크를 제어하였다[3].

한편, 차량의 제어 시스템에 적용될 수 있는 제어 기법은, 쉽게 적용이 가능하도록 간단하면서도, 시스템의 비선형성, 운전 영역에 따른 시스템 파라미터의 변화 및 외란 등에 대해서도 강인하고 효과적인 제어 성능을 나타낼 수 있어야 한다. 이러한 조건에 부합할 수 있는 제어 기법 중의 하나로 몇 년 전에 개발된 시간 지연 제어(time delay control, 이하 TDC라 칭함) 기법이 있다. 이 기법은, 플랜트에 미지의 동역학과 외란이 존재하는 상황에서도, 과거의 몇 샘플링 주기 동안의 시스템의 입출력 정보를 이용하여 미지의 동역학과 외란의 항들을 제거하고, 기준 모델에 의해 주어진 원하는 동역학으로 치환함으로써, 플랜트의 상태 변수가 원하는 궤적, 즉 기준 모델을 정확하게 추종하도록 하는 제어 기법이다. 그러므로 TDC 알고리즘은 차량에의 적용을 위한 간결성과 비선형성 및 외란에 대한 강인성을 구비하였다고 볼 수 있다. 이 알고리즘은 비교적 최근에 개발되었기 때문에 아직 많은 적용 사례는 없으나, 로봇 매니퓰레이터, 자기 배어링과 DC 서보 모터 등에 적용되어 우수한 성능을 보인 경우가 보고되고 있다[4~6].

본 연구의 목적은 이러한 TDC 기법을 엔진 토크 및 엔진/자동 변속기의 속도 제어에 적용하여, PI 제어 방식과 비교를 통해서 전반적인 제어 성능을 평가하는 것이다. 이를 통해서, 이 제어 기법을 차후에 차량의 구동력 제어 시스템으로 확장하여 적용할 수 있는 기초 자료를 얻는 것도 본 연구의 한 목적이다. 본 논문에서는 먼저 TDC 기법의 개요를 설명하고, 전달 지연을 가지는 1차 시스템으로 모델링할 수 있는 가솔린 엔진에 이 기법을 적용할 때의 안정성 해석을 연속 시간 및 이산 시간 영역에서 수행한다. 이 해석을 통하여, TDC 제어기의 시간 지연의 크기 및 설계 인자를 결정하는 방법에 대해서 논의한다. 이를 바탕으로, 엔진 트로틀 개도를 입력, 엔진 토크를 출력으로 하는 엔진 시스템에 대한 토크 제어를 시뮬레이션과 실험을 통하여 수행하여 추적 성능을 살펴 본다. 또한, 엔진 트로틀 개도를 입력, 구동축의 회전 속도를 출력으로 하는 엔진/자동 변속

접수일자 : 1995. 9. 25., 수정완료 : 1996. 5. 15.

송재복 : 고려대학교 기계공학과

이승만 : 도미 중

\* 본 연구는 한국학술진흥재단 신진교수 연구과제(01 E 0203)로 수행된 연구의 일부임.

기 시스템에 대한 속도 제어에 대해서도, 실험을 통하여 추적 성능 및 외란 제거 성능을 살펴 보기로 한다.

## II. TDC를 이용한 엔진 토크 제어 시스템

### 1. TDC 법칙의 개요

이 절에서는 일반적인 TDC에 대해 간략히 살펴 본 다음, 이를 엔진 시스템에 적용시켜 보기로 한다. 먼저 다음의 비선형 시변 플랜트를 고려하여 보자.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{u}(t)$ ,  $\mathbf{d}(t)$ ,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  및  $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$ 은 상태 벡터, 제어 입력 벡터, 미지의 외란 벡터, 기지의 동역학 벡터 및 미지의 동역학 벡터를 각각 나타낸다. 이 때,  $n \times r$  제어 행렬  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ 은 잠정적으로 알고 있다고 가정하며, 모든 상태 변수와 그의 미분치인  $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 는 측정 가능하거나 추정할 수 있다고 가정한다. 한편, 일반적인 비선형 시변 시스템을 나타내는 다음과 같은 기준 모델을 고려하자.

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \Phi(\mathbf{x}_m(t), \mathbf{r}(t)) \quad (2)$$

이 때,  $\mathbf{x}_m(t)$ 과  $\mathbf{r}(t)$ 는 기준 모델의 상태 벡터와 기준 입력 벡터를 각각 나타낸다.

오차 벡터를  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_m(t) - \mathbf{x}(t)$ 라 정의하면, 원하는 오차 동역학은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_e \mathbf{e}(t) \quad (3)$$

여기서,  $\mathbf{A}_e$ 는 오차 시스템 행렬이다. 모든 고유치가  $S$  평면상의 좌반 평면에 위치하도록 행렬  $\mathbf{A}_e$ 를 선정하면, 시간이 경과함에 따라 오차 벡터가  $\mathbf{0}$ 으로 수렴하게 되어 오차 동역학 (3)은 점근적으로 안정되게 된다. (3)을 (1)에 대입하여 정리하면 다음과 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{u}(t) &= -\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) - \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) - \mathbf{d}(t) \\ &\quad + \dot{\mathbf{x}}_m(t) - \mathbf{A}_e \mathbf{e}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

이 때, 입력의 수( $r$ )와 방정식의 수( $n$ )가 같으면  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ 의 역행렬을, 같지 않으면 의사 역행렬  $\mathbf{B}^{-1} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T$ 를 사용하면, (4)에 대한 근사해가 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x}(t), t) \{-\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) - \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) - \mathbf{d}(t) \\ &\quad + \dot{\mathbf{x}}_m(t) - \mathbf{A}_e \mathbf{e}(t)\} \end{aligned} \quad (5)$$

이 때,  $\mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{d}(t)$ 는 미지의 함수이므로, 이 미지 함수의 추정치인  $\hat{\mathbf{h}}(\mathbf{x}(t), t) + \hat{\mathbf{d}}(t)$ 를 사용하여야 한다. 시간 지연(time delay)  $L$ 이 충분히 작고,  $\mathbf{h} + \mathbf{d}$ 가 연속 함수라면, 이 함수의 추정치는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}(\mathbf{x}(t), t) + \hat{\mathbf{d}}(t) &\approx \mathbf{h}(\mathbf{x}(t-L), t-L) + \mathbf{d}(t-L) \\ &= \dot{\mathbf{x}}(t-L) - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t-L), t-L) \\ &\quad + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t-L), t-L)\mathbf{u}(t-L) \end{aligned} \quad (6)$$

즉, 미지의 함수에 대한 추정치가 과거의 측정치, 상태 변수 및 제어 입력에 대한 정보로부터 구해지게 된다. 이 때, 시간 지연은 플랜트 자체의 특성이나 측정 등에 의해 발생하는 전달 지연(transport delay)과는 완전히 다른 개념임에 유의하여야 한다.

한편, 많은 경우에 행렬  $\mathbf{B}(\mathbf{x}(t), t)$  가 미지이거나 불확실 하므로, 이 경우에 추정치인  $\hat{\mathbf{B}}(t)$ 를 사용하면, TDC 법칙은 (5)와 (6)으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= \hat{\mathbf{B}}(t) \{-\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(t-L), t-L) \\ &\quad + \hat{\mathbf{B}}(t-L)\mathbf{u}(t-L) + \dot{\mathbf{x}}_m(t) - \mathbf{A}_e \mathbf{e}(t)\} \end{aligned} \quad (7)$$

제어 법칙 (7)은 시간 지연  $L$ 을 샘플링 주기  $T_s$ 와 동일하거나 정수배로 취함으로써 이산 제어 시스템으로 쉽게 구현할 수 있다. 한편, (5)에서  $\mathbf{B}$ 의 의사 역행렬을 사용하여 근사해를 구함으로써 발생할 수 있는 오차는 TDC 법칙을 표준형으로 표현하여 제거할 수 있는데[7, 8]. 여기서는 생략하기로 한다.

### 2. TDC를 이용한 엔진 토크 제어 시스템

가솔린 엔진의 출력 토크 및 회전 속도는 대단히 많은 변수들에 의해 결정된다. 그러나 이러한 엔진의 모든 특성

을 고려한 이론적인 엔진 모델은 제어 목적으로 사용하기에는 너무 복잡하므로, 본 연구에서는 제어에 필요한 특성만을 포함하는 단순한 동적 엔진 모델을 고려하기로 한다. 이 때, 엔진 모델의 출력으로는 엔진 토크  $T_e$ 를 선정하였고, 입력으로는 가속 페달과 연결되어 운전자의 의지에 의하여 조절되는 트로틀 밸브의 개도  $\theta$ 를 선정하였다. 엔진 토크의 제어는 점화 시기나 연료 분사량의 조절 등에 의해서도 가능하지만, 이들은 배기 가스에 영향을 주게 되므로 여기서는 트로틀 개도를 입력으로 선택하였다. 엔진 모델은 트로틀 개도의 스텝 변화에 대한 엔진 토크의 응답을 조사하는 실험으로부터 다음과 같이 전달 지연을 가지는 1차 지연 시스템으로 근사적으로 표시할 수 있다[9].

$$\frac{T_e(s)}{\theta(s)} = \frac{K_e}{1 + \tau s} e^{-\tau_d s} \quad (8)$$

여기서,  $K_e$ ,  $\tau$ ,  $\tau_d$ 는 엔진의 정상 상태 이득, 시상수, 전달 지연을 각각 나타낸다. 엔진의 회전 속도가 약 2,500 rpm이며, 트로틀 개도가 약  $10^\circ$  극치에 있을 때, 본 논문에서 고려한 대상 엔진에 대한 파라미터는 대략 다음과 같다.

$$K_e = 0.99 \text{ kgf} \cdot \text{m}^2, \tau \approx 0.17 \text{ sec}, \tau_d \approx 0.14 \text{ sec} \quad (9)$$

이와 같은 엔진 모델의 파라미터들은 엔진이 비선형 시스템이므로, 엔진의 운전점에 따라서 변화하게 된다. 여러 운전 점에서의 실험 결과, 동일한 크기의 트로틀 개도 변화에 대한 엔진 토크의 변화가 운전점에 따라서 변화하므로 정상 상태 이득값이 운전점마다 크게 변하게 되며 (예를 들어, 트로틀 개도가  $15^\circ$  극치일 때  $K_e = 0.70 \text{ kgf} \cdot \text{m}^2$ ), 엔진의 회전 속도에 따라 엔진 시스템의 전달 지연 역시 변함을 알 수 있다[9]. 위의 엔진 모델은 시간 영역에서는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_e(t) = -\frac{1}{\tau} T_e(t) + \frac{K_e}{\tau} \theta(t - \tau_d) \quad (10)$$

이와 같이 엔진 시스템은 근사적으로 1차 시스템으로 표시될 수 있으므로, 앞 절의 일반적인 TDC 제어 법칙을 플랜트가 1차 시스템인 경우로 단순화시켜 보자. 이 경우 (1)은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = h(\mathbf{x}(t), t) + bu(t) + d(t) \quad (11)$$

이 때, 플랜트의 모든 동역학은 미지의 동역학인  $h(x, t)$ 에 의해 표시된다고 가정하며, 제어 인자  $b$ 는 단순히 상수로 나타낼 수 있다고 가정하였다. 또한, 기준 모델 (2)가 다음과 같이 선형 시불변 시스템으로 주어진다고 가정하였다.

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = a_m \mathbf{x}_m(t) + b_m r(t) \quad (12)$$

이 때, 오차  $e(t) = \mathbf{x}_m(t) - \mathbf{x}(t)$ 에 대한 오차 동역학은  $e(t) = a_e e(t)$ 로 표현할 수 있으므로,  $a_e$ 를 음으로 선정하면 오차 동역학이 점근적으로 안정되게 할 수 있다. (7)에서  $\hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{b}}^{-1}$ 이 되므로 1차 시스템에 대한 TDC 법칙은 다음과 같이 단순하게 표현할 수 있다.

$$u(t) = u(t-L) + \hat{\mathbf{b}}^{-1} \{-\dot{\mathbf{x}}(t-L) + \dot{\mathbf{x}}_m(t) - a_e e(t)\} \quad (13)$$

한편, (9)로 표현되는 엔진 시스템에 관련된 변수 및 파라미터는 TDC 알고리즘에서의 변수와 다음과 같이 연관될 수 있다.

$$\begin{aligned} x(t) &= T_e(t), f = 0, h = -1/\tau, b = K_e/\tau, \\ u(t) &= \theta(t), x_m(t) = T_{em}(t) \end{aligned} \quad (14)$$

(13)와 (14)로부터, 고려 중인 엔진 시스템에 대한 TDC 법칙은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta(t) = \theta(t-L) + (1/b) \{-\dot{T}_e(t-L) + \dot{T}_{em}(t) - a_e e(t)\} \quad (15)$$

### 3. TDC를 이용한 엔진/자동 변속기 속도 제어 시스템

이번에는 제어 대상인 플랜트로 엔진/자동 변속기 시스템을 고려하자. 이 때, 트로틀 밸브 개도 ( $\theta$ )를 입력으로, 자동 변속기의 출력 속도, 즉 구동축의 회전 속도를 출력으로 선정하였다. 이 경우에는 토크 컨버터와 변속기로 구성되는 자동 변속기의 복잡한 메커니즘에 의해서 엔진만의 시스템일 때 비해서 전체 시스템이 상당히 복잡해진다. 그러나 자동 변속기가 침가되더라도 트로틀 개도의 스텝 변화

입력에 대한 동특성은 엔진만의 동특성과 유사함을 알 수 있다[8]. 이는 엔진/자동 변속기 시스템의 전체 동적 거동은 엔진에 의해서 지배됨을 나타낸다. 즉, 엔진 자체가 전달 지연이 존재함을 물론 비교적 느린 1차 지연 요소를 포함하고 있으므로, 엔진에 비해서 훨씬 빠른 자동 변속기 동역학의 전체 동역학에의 기여도가 작은 것이다. 그러므로 엔진/자동 변속기 시스템의 동적 거동을 나타내는 동역학 방정식은 (9)와 비슷한 전달 지연을 가진 1차 시스템으로 근사적으로 모델링할 수 있다. 이 때, 파라미터는 엔진만의 경우와 물론 다르게 되며, 전달 함수의 출력도 엔진 토크가 아닌 구동축의 회전 속도로 대체된다. TDC 법칙에서는 플랜트의 차수에 대한 정보만 알면 플랜트의 파라미터는 미지라고 가정하므로, 여기서는 엔진/자동 변속기 시스템의 모델링에 대해서는 구체적으로 다루지 않기로 한다. 이 때, 엔진/자동 변속기 시스템에 대한 TDC 법칙은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta(t)=\theta(t-L)+(1/\hat{b}) \{-\dot{\omega}(t-L)+\dot{\omega}_m(t)-a_e e(t)\} \quad (16)$$

여기서,  $\dot{\omega}(t)$ 는 구동축의 회전 속도(rpm),  $\dot{\omega}_m(t)$ 은 기준 모델의 회전 속도,  $\theta(t)$ 는 트로틀 밸브 개도를 각각 나타낸다.

### III. 엔진 토크 제어 시스템에 대한 안정성 해석

#### 1. 연속 시간 영역에서의 안정성 해석

II장에서 TDC 법칙을 이용한 엔진 토크 제어 시스템을 유도하였다. 이번 절에서는 토크 제어 시스템에 대한 안정성 해석을 연속 시간 영역에서 수행하여 보자. (8)과 (11)로부터 엔진 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t)=hx(t)+bu(t-\tau_d-L)+(b/\hat{b}) \cdot [-x(t-\tau_d-L)] \quad (17)$$

여기서,  $d(t)$ 는 외란을 나타내는 항이다. (13)을 (17)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= hx(t)+bu(t-\tau_d-L)+(b/\hat{b}) \cdot [-x(t-\tau_d-L)] \\ &\quad + [\dot{x}_m(t-\tau_d)-a_e e(t-\tau_d)]+d(t) \end{aligned} \quad (18)$$

(17)로부터  $bu(t-\tau_d-L)$ 에 대한 식을 구하여 (18)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= hx(t)+[\dot{x}(t-L)-hx(t-L)-d(t-L)] \\ &\quad +(b/\hat{b}) \cdot [-x(t-\tau_d-L)+\dot{x}_m(t-\tau_d)] \\ &\quad +a_e x(t-\tau_d)-a_e x_m(t-\tau_d)+d(t) \end{aligned} \quad (19)$$

상태 변수  $x(t)$  및  $\dot{x}(t)$ 에 해당하는 항들을 좌변으로, 나머지를 우변으로 정리하고, Laplace 변환을 취하면 다음과 같아 된다.

$$\begin{aligned} & \left[ \left( 1 - e^{-Ls} + \frac{b}{\hat{b}} e^{-Ls} e^{-\tau_d s} \right) s - h(1 - e^{-Ls}) \right. \\ & \quad \left. - \frac{b}{\hat{b}} a_e e^{-\tau_d s} \right] X(s) = \frac{b}{\hat{b}} (s - a_e) e^{-\tau_d s} X_m(s) \\ & \quad + (1 - e^{-Ls}) D(s) \end{aligned} \quad (20)$$

윗식은 TDC를 적용한 엔진 시스템에 대한 폐루프 전달 함수를 나타낸다. 이 때, 입력은 우변의  $X_m(s)$  및  $D(s)$ 이며, 출력은  $X(s)$ 이다. 즉, (20)의 좌변의  $X(s)$ 의 계수를 0으로 놓으면 바로 폐루프 특성 방정식이 되며, 이를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$1 + G(s) = 1 + \frac{\left(\frac{b}{\hat{b}} e^{-\tau_d s} - 1\right)s + h}{s - h - \frac{b}{\hat{b}} a_e e^{-\tau_d s}} e^{-Ls} = 0 \quad (21)$$

위의 특성 방정식의 해인 폐루프 극점을 직접 계산하여 안정성을 해석하는 것이 매우 어려우므로, 여기서는  $G(s)$  평면 상에서  $(-1+j0)$  점을 시계 방향으로 에워싸는 수를  $N$ ,  $G(s)$ 의 불안정한 극점의 개수를  $P$ 라 하면, 불안정한 폐루프 극점의 수  $Z$ 는  $Z=N+P$ 로 표시할 수 있다는 Nyquist 안정 판별법을 이용하여 폐루프 시스템의 안정성을 해석해 보기로 한다.

여기서는 계산의 편의상 엔진에 전달 지연이 없는 경우 (즉,  $\tau_d=0$ ) 가정해 보자. 전달 지연이 있는 경우의 안정

성 해석은 다음 절에서 수행하기로 한다. 이 때, (9)로부터 대략  $h \approx -5.88$ ,  $b \approx 5.82$ 임을 알 수 있으며,  $a_e$ 는 앞서 언급한 바와 같이 오차 동역학의 안정성을 위해서 음의 값을 가진다. 물론 TDC에서는 플랜트가 미지라고 가정하지만, 대부분의 경우에 물리적인 관찰로부터 모델 파라미터의 부호는 쉽게 알 수 있다. (21)에서  $G(s)$ 의 극점은  $s=h+(b/\hat{b})a_e$ 이 되는데,  $h<0$ ,  $b>0$ ,  $a_e<0$ 이므로 극점은 항상 안정하게 되어 불안정한 극점의 수는  $P=0$ 이다. 그러므로 시스템의 불안정한 폐루프 극점의 수  $Z$ 는  $N$ 과 같게 된다. 그림 1(a) 및 (b)는  $\hat{b}$ 이 각각 1과 6인 경우에 대한 Nyquist 선도를 나타내는데, 여기서는 선도가 상하 대칭이므로 지면 관계상 그 중 상반부만을 도시하였다. 이 때, (a)에서는  $N>0$ 이 되어  $Z>0$ 이 되는 반면에, (b)에서는  $N=0$ 이 되어  $Z=0$ 이 된다. 즉, (a)는 불안정된 시스템을, (b)는 안정한 시스템을 각각 나타낸다. 여기서 도시하지는 않았지만, 다양한  $\hat{b}$  값에 대한 Nyquist 안정 판별법의 조사로부터 폐루프 시스템이 안정하게 되는  $\hat{b}$ 의 영역이 존재함을 알 수 있었으며, 이 영역은 대체로  $\hat{b}$ 이  $b$ 의 근처의 값을 취하는 경우였다.

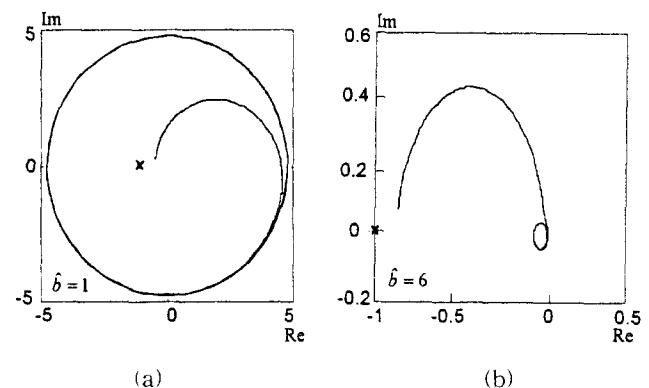


그림 1.  $\hat{b}$ 의 안정성에 대한 영향을 보여 주는 Nyquist 선도.

Fig. 1. Nyquist plots showing the effects of  $\hat{b}$  on the stability.

그러나 TDC는 기본적으로 미지의 플랜트를 가정하므로, 해석적으로 이러한 영역을 정확히 계산하거나 일반화시키는 것은 현실적으로 매우 어렵다. 만약 시스템에 대한 정보가 전혀 없을 때는, 앞에서의 시간 지연에 의한 미지 함수의 추정 개념을 사용하여  $\hat{b}(t)$ 를 추정하는 것이 가능하나<sup>[7]</sup>. 여기서는 엔진에 대한 모델링으로부터 근사적인  $\hat{b}$  값을 알 수 있으므로 이 값을 시뮬레이션 및 실험에서 사용하였다.

#### 2. 이산 시간 영역에서의 안정성 해석

이번에는 TDC의 시간 지연과 플랜트의 전달 지연 사이의 관계를 실제로 시뮬레이션 및 실험에서 구현하는 이산 시간 영역에서 해석해 보기로 하자. 먼저 (8)로 표시되는 연속 시간에서의 엔진 시스템을 ZOH 등가를 사용하여 이산화시키면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{T_c(z)}{\theta(z)} = K_c(1-z^{-1})z^{-i} \left[ \frac{1}{z-1} - \frac{e^{-(T_s-\tau)/\tau}}{z-e^{-\tau/\tau}} \right] \quad (22)$$

이 때, 전달 지연은  $\tau_d=iT_s+\tau_f$  ( $0 \leq \tau_f < T_s$ )로  $iT_s$ 는 샘플링 주기  $T_s$ 의 정수배를 나타내며 (즉,  $i$ 는 정수),  $\tau_f$ 는  $\tau_d$ 와  $iT_s$ 의 차이(fractional time delay)이다.

한편, 기준 모델과 오차 동역학을 차분 방정식으로 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} T_{em}(k+1) &= a_m T_{em}(k) + b_m r(k) \\ &\quad + e(k+1) - a_e e(k) \end{aligned} \quad (23)$$

이 때,  $a_m$ ,  $b_m$  및  $a_e$ 는 연속 시간 형태의 식에서의 값과는 다르게 되지만, 편의상 동일한 기호로 표시하였다. TDC 법

칙 (13)에 수치 미분 개념을 사용하고, 시간 지연과 샘플링 주기가 같다고 하면(즉,  $L=T_s$ ), 이산 시간에서의 TDC 법칙은 다음과 같이 표시된다.

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{1}{\delta} \left[ -\frac{T_e(k) - T_e(k-1)}{T_s} + T_{em}(k+1) - a_c e(k) \right] \quad (24)$$

(24)의  $z$ -변환형을 (22)에 대입하고,  $T_e(z)$ 와 관련된 항을 좌변으로,  $T_{em}(z)$ 와 관련된 항을 우변으로 이항하여 정리하면, 이산 시간 시스템에 대한 전체 폐루프 특성 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} z^{i+1} (z - e^{-T_s/\tau}) (z - 1) + (K_c / \delta) \\ \cdot [ (1/T_s - a_c) z - 1/T_s ] \\ \cdot [ (1 - e^{-(T_s - \tau)/\tau}) z + e^{-(T_s - \tau)/\tau} \\ - e^{-T_s/\tau}] = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

먼저 샘플링 주기에 따른 안정성을 조사하기 위해서, 운전 점이 2,500 rpm인 경우의 엔진의 파라미터를 대입하여 다음의 4가지 경우에 대해서 폐루프 극점을 계산하였다. 이 계산에서 엔진의 파라미터는 (9)의 값을 대입하였으며,  $b$ 의 추정치는 실제에 근접하게  $b = 6.0$ 으로 설정하였다. 이 때, 샘플링 주기는 시간 지연  $L$ 과 동일하게 설정하였다.

- (a)  $L = 0.05$  sec  $\Rightarrow |z|_{\max} = 1.20$
- (b)  $L = 0.10$  sec  $\Rightarrow |z|_{\max} = 1.01$
- (c)  $L = 0.15$  sec  $\Rightarrow |z|_{\max} = 0.92$
- (d)  $L = 0.20$  sec  $\Rightarrow |z|_{\max} = 0.90$

위의 계산에서, 샘플링 주기가 전달 지연(여기서는, 약 0.14sec)보다 작은 (a)와 (b)의 경우는 특성 방정식의 근이 폐루프 극점 중의 일부가 단위원 밖에 존재하게 되어 전체 폐루프 시스템이 불안정하였다. 한편, 샘플링 주기가 전달 지연과 비슷하거나 약간 큰 (c)와 (d)인 경우는 폐루프 극점들이 모두 단위원 내에 위치하여 전체 시스템이 안정되었다. 일반적으로는 시간 지연  $L$ 이 작을수록 TDC의 성능이 향상되지만, 여기서 고려하는 엔진 시스템은 자체의 전달 지연이 있으므로  $L$ 의 크기를 선정할 때 주의하여야 한다. 즉, 제어 입력의 영향이 출력에 반영되는 데 전달 지연  $\tau_a$ 가 소요되므로,  $L$ 이  $\tau_a$ 보다 작으면 제어 입력에 의한 시스템의 영향이 TDC에 제대로 반영될 수 없기 때문이다. 즉,  $(L/\tau_a)$ 가 증가할수록  $|z|_{\max}$ 이 점차 감소하는 경향을 보임을 알 수 있다. 위의 계산에서  $L \approx \tau_a$ 인 (c)의 경우에 비해서  $L > \tau_a$ 인 (d)의 경우가 보다 안정되고 감쇠가 잘 된 극점을 나타낼 수 있다. 그러므로 전달 지연이 존재하는 시스템에 대해서는, 시간 지연이 전달 지연보다 같거나 약간 커야만 안정성이 보장되며, 시간 지연이 전달 지연보다 약간 더 큰 경우가 제어 성능이 우수하게 되리라는 것을 유추할 수 있다.

#### IV. 시뮬레이션

앞서 설명한 TDC를 이용한 엔진 토크 제어 시스템에 대한 시뮬레이션을 SIMULINK를 사용하여 실제로 실험으로 구현될 이산 시간 영역에서 수행하였으며, 그림 2에 이에 대한 블록 선도를 나타내었다. 여기서, 엔진은 미지의 블랜트로 취급되는데, 본 시뮬레이션에는 실제 엔진의 동적 거동을 잘 묘사하기 위해서 비선형 엔진 모델을 수립하여 사용하였다. 이는 각 운전점마다 서로 다른 파라미터를 가지는 비선형 엔진 특성을 나타내기 위해서, 가능한 한 많은 운전점에 대하여 구한 파라미터를 맵의 형태로 저장한 다음 시뮬레이션에서는 이를 파라미터를 보간법에 의해서 계산하여 사용하였음을 의미한다.

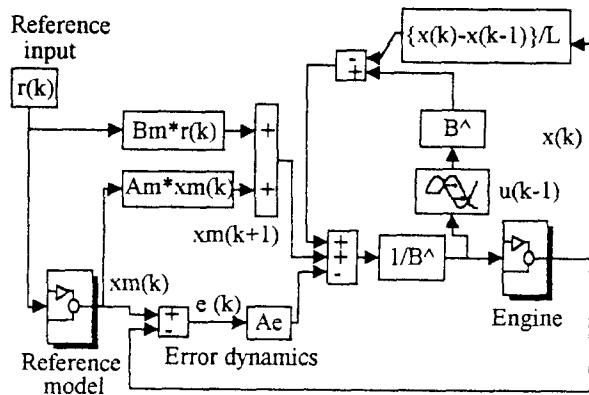


그림 2. TDC를 이용한 엔진 토크 제어 시스템의 블록 선도.

Fig. 2. Block diagram for engine torque control system based on TDC.

기준 모델과 오차 동역학은 안정되어야 하므로, 파라미터를  $a_m = 3$ ,  $b_m = 3$  및  $a_c = 3$ 으로 설정하였으며, 제어 인자는  $\delta = 6$ 으로 설정하였다. 시뮬레이션에서 시간 지연  $L$ 은 앞서의 안정성 해석을 바탕으로 0.2 sec로 설정하였으며, 이산 시간 시스템의 샘플링 주기  $T_s$ 도 시간 지연과 동일하게 설정하였다.

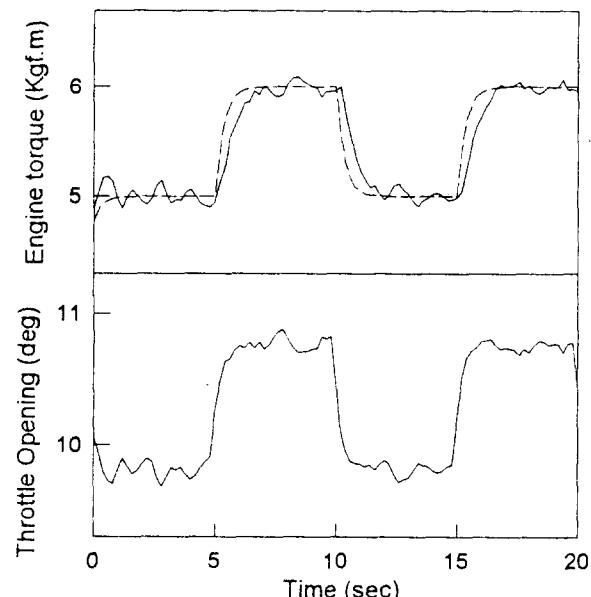


그림 3. 엔진 토크 제어 시스템의 시뮬레이션 (잡음 추가).

Fig. 3. Simulation of engine torque control system with noise added.

그림 3에 시뮬레이션 중의 한 결과를 나타내었다. 여기서는 목표 토크인 기준 입력  $r(t)$ 로 5와 6 kgf·m 사이에서 5초 간격으로 변화하는 스텝 함수를 사용하였다. 엔진 시스템은 잡음의 영향을 많이 받으므로 Gauss 표준 편차 0.02인 잡음을 응답에 친가하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 3(a)에서 엔진 토크가 기준 모델의 목표 토크를 비교적 잘 추종함을 알 수 있다. 이 때, 정상 상태에서의 응답의 오차는 응답에 친가한 잡음의 영향이다. 한편, 그림 3(b)에서 제어 입력인 트로틀 개도가 심한 변동 없이 부드럽게 변화함을 알 수 있다. 엔진/차량 변속기 시스템에 대한 속도 제어 시뮬레이션도 그림 3과 비슷한 경향을 보이므로 여기서는 생략하고 직접 실험에 의한 결과만을 다음 절에서 살펴보-

기로 한다.

## V. 실험 결과 및 고찰

### 1. 실험 장치

엔진 토크 및 엔진/자동 변속기 속도 제어에 사용한 실험 장치를 그림 4에 나타내었다. 이 실험 장치는 가솔린 엔진, 자동 변속기, 엔진 또는 자동 변속기의 출력 토크 및 회전 속도를 측정하는 와전류식 동력계, 동력계의 작동을 제어하는 동력계 제어기, 엔진의 트로틀 밸브 개도를 조절하는 스텝 모터, 스텝 모터를 구동하는 스텝 모터 드라이버/제어기와 전체 시스템을 제어하는 동시에 디지털 TDC 제어기 역할을 수행하는 컴퓨터로 구성되어 있다.

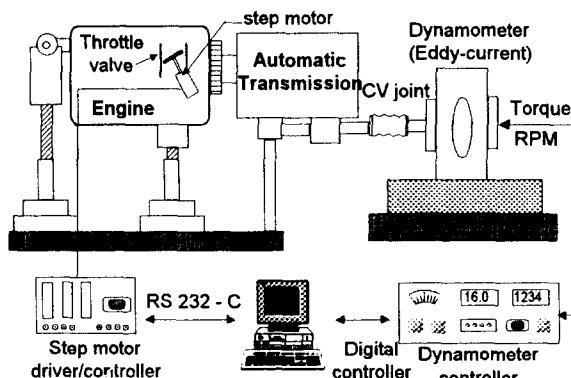


그림 4. 엔진/자동 변속기 실험 장치의 개략도.

Fig. 4. Schematic diagram of experimental setup.

### 2. 엔진 토크 제어 실험

엔진의 토크 제어 실험에서는 자동 변속기를 장착하지 않고, 엔진의 출력축이 바로 동력계에 연결하였다. 이 때, 동력계의 정속도 모드를 사용하였는데, 이는 동력계 제어기가 엔진의 회전 속도가 설정치로 유지되도록 자체적으로 조절하는 모드를 의미한다. 실제 실험에서는 IV장의 시뮬레이션과 같은 파라미터를 사용하여 수행하였으며, 이에 대한 결과를 그림 5에 나타내었다. 이 때, 목표 토크를 시뮬레이션에서 외는 약간 다르게 설정하였으며, 다양한 제어 인자 값에 대해서 동일한 제어 실험을 수행한 결과  $b$ 이 6~10 정도의 범위에서 대체로 비슷한 추적 성능을 보여 주었다. 시뮬레이션의 경우보다 입력의 변화에 대해서 약간씩 늦은 응답 특성을 보여 주었는데, 이는 시뮬레이션에서 고려되지 않은 측정 시스템에서의 지연 등이 포함되었기 때문으로 추정된다.

제어 시스템의 샘플링 주기를 엔진의 전달 지연보다 작은 0.1 sec로 설정하여 실험한 결과, III 장의 안정성 해석에서 예상한 바와 같이 불안정한 응답 특성을 보였으나, 여기서는 그 결과를 생략하였다. 즉, TDC는 미지의 플랜트에 대해서도 우수한 제어 성능을 보일 수 있지만, 전달 지연이 존재하는 경우는 시간 지연의 크기를 전달 지연보다는 크게 설정하여야 함을 확인할 수 있었다.

### 3. 엔진/자동 변속기 속도 제어 실험

TDC를 이용한 엔진/자동 변속기 시스템의 속도 제어 실험에서는, 엔진 토크 제어와 마찬가지로 샘플링 주기 (즉, 시간 지연)를 0.2sec로 하였으며, 기타 기준 모델과 오차 동역학도 앞서의 값을 사용하였다. 이 실험에서는 동력계의 정토크 모드를 사용하였는데, 이는 동력계로 흡수되는 부하 토크( $T_L$ )를 일정하게 동력계 제어기에 의해서 유지되는 운전 조건을 의미한다. 즉, 실제 차량에서 차량의 가속이나 노면 부하 및 공기 저항 등을 이겨내는 데 요구되는 토크를 동력계가 부하 토크의 형태로 흡수하는 것이라 생각할 수 있다. 한편, 엔진/자동 변속기 속도 제어에서의 제어 입력은 이산 시간 영역에서 다음과 같이 표시할 수 있으며, 이 식

을 실험에서 사용하였다.

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{1}{b} \left[ -\frac{\omega(k) - \omega(k-1)}{T_s} + \omega_m(k+1) - a_e e(k) \right] \quad (26)$$

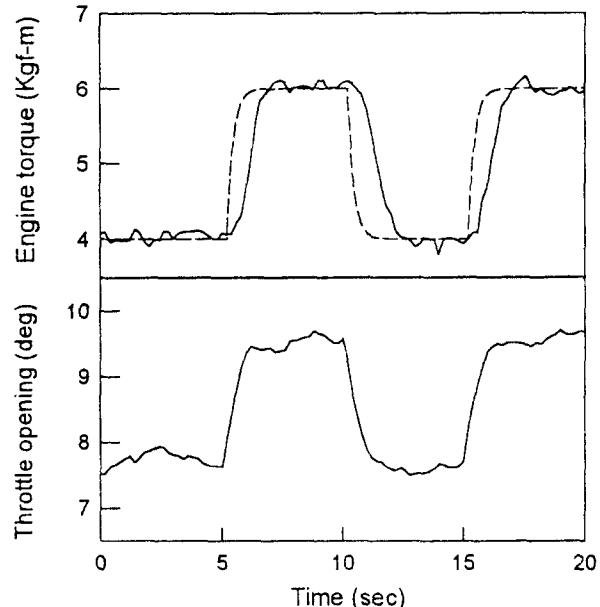


그림 5. 엔진 토크 제어 시스템의 실험 결과.

Fig. 5. Experimental results of engine torque control system.

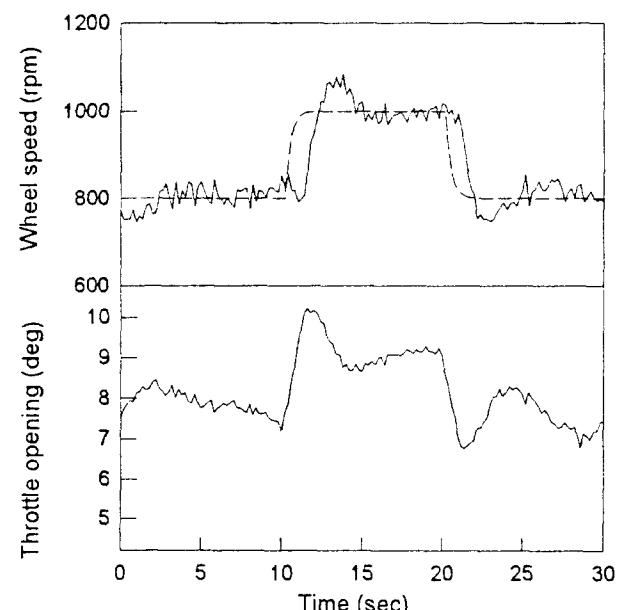


그림 6. TDC 제어기를 이용한 엔진/자동 변속기 속도 제어 시스템의 추적 성능.

Fig. 6. Tracking of engine/automatic transmission speed control system using TDC controller.

그림 6은 속도 제어 시스템의 추적 성능을 보여 준다. 구동축의 회전 속도가 기준 모델에 의해 설정된 점선으로 표시된 목표 회전 속도를 비교적 잘 추종함을 알 수 있다. 그림 7은 동일한 실험을 PI 제어기를 사용하여 수행한 실험 결과를 보여 준다. 이 때, PI 제어 시스템에서는 시스템의 전달 지연이 안정성에 미치는 영향이 TDC 제어 비해서 비

교적 작으므로, 샘플링 주기를 TDC 제어의 0.2sec에 비해 절반인 0.1sec로 설정하였다. 두 제어 시스템을 비교해 보면, 비슷한 추적 성능을 보여 주는데 설정한 샘플링 주기가 2배의 차이가 있으므로, TDC 제어의 경우가 PI 제어에 비해 입력의 변화에 대해 약간 늦은 응답성을 보여 준다. 이렇게 제한된 운전점의 범위에서는 TDC 제어기와 잘 튜닝된 PI 제어기가 비슷한 제어 성능을 보여 주지만, TDC 제어기의 경우는 동일한 제어 인자를 사용하더라도 비교적 넓은 운전 범위에서 비슷한 성능을 나타내는 반면에, PI 제어기는 새로운 운전점에 대해서 다시 튜닝을 수행해야 한다는 단점이 있다.

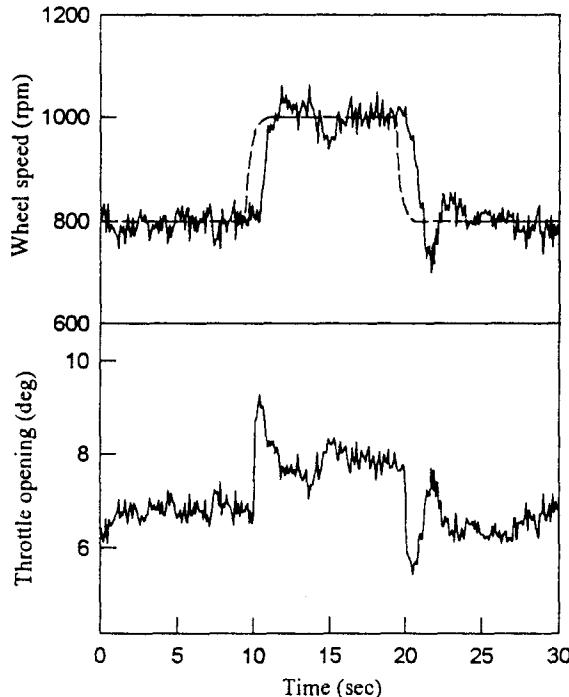


그림 7. PI 제어기를 이용한 엔진/자동 변속기 속도 제어 시스템의 추적 성능.

Fig. 7. Tracking of engine/automatic transmission speed control system using PI controller.

그림 8(a)와 (b)는 TDC와 PI 제어를 이용한 속도 제어 시스템의 외란 제거 성능을 보여 준다. 그림에서 보듯이, 약 17 sec에서 동력계의 부하 토크가 2에서 7 kgf·m로 갑자기 변하도록 하였으며 이를 제거해야 할 외란으로 취급하였다. 이는 제어가 진행되고 있는 도중에 동력계가 갑자기 큰 제동 토크를 변속기 측에 제공하도록 함으로써 구현하였고, 이러한 외란의 영향으로 구동축의 회전 속도가 목표 속도인 1,000에서 약 700 rpm 정도로 급격히 감소하게 됨을 그림에서 알 수 있다. 이 때, 외란의 크기가 상당히 크므로 외란이 완전히 제거되는 데는 다소 긴 시간이 소요됨을 볼 수 있다. 두 제어 시스템 모두 전체적으로는 비슷한 외란 제거 성능을 보여 주고 있는데, 제어 입력인 트로틀 개도를 적절히 증가시킴으로써 외란을 제거하여 원래의 목표 속도인 1,000 rpm 근처로 다시 돌아가는 것을 알 수 있다. 그러나 TDC 제어기가 약간 더 신속하게 외란을 제거해 준다는 점을 관찰할 수 있다. 이는 주어진 외란이 상당히 크기 때문에 운전점 근처에서 튜닝된 PI 제어기가 성능을 잘 발휘할 수 있는 영역을 약간 벗어나는 반면에, 비선형에서도 비교적 잘 작동하는 TDC는 이러한 큰 외란의 영향을 상대적으로 덜 받기 때문이라고 판단된다.

그림 9는 목표 속도가 램프 입력으로 주어지는 경우의 TDC 제어기의 추적 성능 및 외란 제거 성능을 보여 준다.

이 경우도 앞서의 스텝 입력의 경우와 마찬가지로 비교적 우수한 추적 및 외란 제거 성능을 보여 준다. 이러한 램프 입력은 앞서 언급한 구동력 제어 시스템(TCS)에서 가속 성능을 향상시키기 위해서 번번히 수행되는 운전 조건이다.

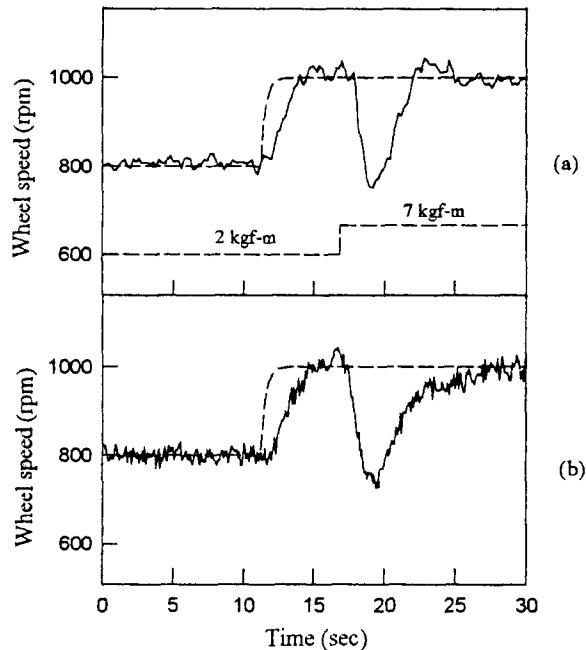


그림 8. 엔진/자동 변속기 속도 제어 시스템의 외란 제거 성능. (a) TDC 제어기, (b) PI 제어기.

Fig. 8. Disturbance of engine/automatic transmission speed control system. (a) TDC controller, (b) PI controller.

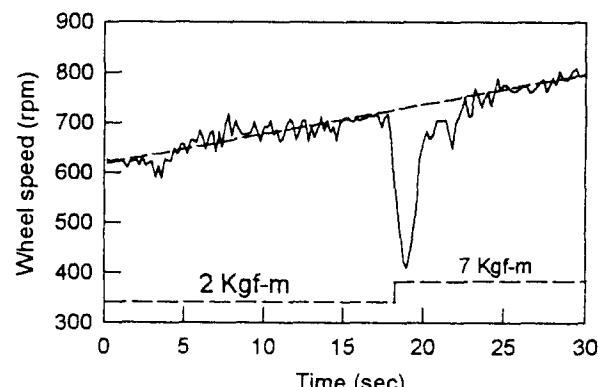


그림 9. 램프 입력에 대한 엔진/자동 변속기 속도 제어 시스템의 추적 및 외란 제거 성능.

Fig. 9. Tracking and disturbance of engine/automatic transmission speed control system with ramp input.

## VI. 결론

본 논문에서는 TDC 기법을 엔진 토크 제어 및 엔진/자동 변속기 속도 제어 시스템에 적용하여, 안정성 해석을 수행한 다음, 시뮬레이션과 실험을 통하여 제어 시스템의 성능을 살펴 보았다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻어 내었다.

1. 엔진 또는 엔진/변속기 시스템은 엔진의 특성에 의해서 큰 전달 지연을 가지며, 이 경우에는 TDC 알고리즘의 시간 지연의 크기가 이 전달 지연의 크기와 같거나 약간 더 커야만 전제 폐우드 시스템의 안정성이 보장된다는 것을 이

산 시간 영역에서의 폐루프 극점에 대한 관찰과 실제 실험을 통하여 확인할 수 있었다.

2. TDC 기법을 엔토크 제어 시스템에 적용할 때, 제어 인자인  $b$ 은 전체 제어 시스템의 성능뿐만 아니라 안정성에도 영향을 미친다는 점을 Nyquist 안정성 해석으로부터 알 수 있었다. 또한, 한 운전점에 대해서 적절히 선정된 제어 인자를 여러 운전점에 대해서 적용하더라도 비슷한 제어 성능을 얻을 수 있었다.

3. 비선형 특성을 갖는 엔진 및 엔진/자동 변속기 시스템에 대한 토크 제어 및 속도 제어에 TDC 기법을 적용하여 시뮬레이션과 실험을 수행한 결과, 비교적 우수한 추적 성능 및 외관 제거 성능을 보여 주었다. 그러나 엔진의 전달 지연보다 큰 시간 지연을 사용하여야 하므로, 흥답의 신속성 측면에서는 비교한 PI 제어 시스템에 비해 약간 떨어지는 성능을 보여 주었다. 전반적으로는 TDC 제어기는 PI 제어기와 비슷한 성능을 나타낸다고 판단되며, PID 제어기보다는 튜닝의 어려움이 더 작은 장점을 가지지만, 전달 지연이 큰 시스템에의 적용에는 각별한 주의가 필요하다고 생각한다.

### 참고문헌

- [1] E. Kamei et al., "Application of reduced order model to automotive engine control system," *ASME Journ. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, pp. 232-237, 1987.
- [2] U. Kiencke, "A view of automotive control systems," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. no. pp. 11-19, August 1988.
- [3] K. Yamada, M. Hashiguchi and M. Ito, "Traction control system - simulation analysis of the control system," *Internation Journal of Vehicle Design*, vol. 12, no. 1, pp. 89-96, 1991.
- [4] K. Youcef-Toumi and O. Ito, "A time delay controller for systems with unknown dynamics," *ASME Journ. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 112, pp. 133-141, 1990.
- [5] K. Youcef-Toumi and S. Reddy, "Dynamic analysis and control of high speed and high precision active Magnatic Bearings," *ASME Journ. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 114, pp. 623-633, 1992.
- [6] P. H. Chang and J. W. Lee, "An observer design for time-delay control and its application to DC servo motor," *Proc. of American Contol Conference*, pp. 1032-1036, 1993.
- [7] S. Reddy, "Theory of time delay control and application to magnetic Bearings," Ph. D. Thesis, *Dept. of Mechanical Engineering, MIT*, 1992.
- [8] 이승만, "시간 지연 제어를 이용한 엔진 토크 제어 시스템," 석사 논문, 고려대학교 기계공학과, pp. 1995.
- [9] 곽관웅, 송재복, "엔진 토크 제어에 의한 차량 구동력 제어 알고리즘의 개발," 대한기계학회 춘계학술대회논문집, pp. 775-780, 1995.



송재복

1983년 서울대학교 기계공학과 졸업.  
1985년 서울대학교 기계설계학과 졸업  
(석사). 1992년 MIT 기계공학과 졸업  
(박사). 1992년 MIT 기계공학과 연구  
원. 1993년 ~ 고려대학교 기계공학과  
조교수. 관심 분야는 제어 응용 및 메

카트로닉스, 로봇 공학 등임.

이승만

1993년, 1995년 고려대학교 기계공학과 졸업(학사, 석사). 현재 도미 중.