변분법을 이용한 재귀신경망의 온라인 학습

A On-line Learning Algorithm for Recurrent Neural Networks Using Variational Method

오 원 근, 서 병 설
(Won Geun Oh and Byung Suhl Suh)

Abstract : In this paper we suggest a general purpose RNN training algorithm which is derived on the optimal control concepts and variational methods. First, learning is regared as an optimal control problem, then using the variational methods we obtain optimal weights which are given by a two-point boundary-value problem. Finally, the modified gradient descent algorithm is applied to RNN for on-line training. This algorithm is intended to be used on learning complex dynamic mappings between time varing I/O data. It is useful for nonlinear control, identification, and signal processing applications of RNN because its storage requirement is not high and on-line learning is possible. Simulation results for a nonlinear plant identification are illustrated.

Keywords: recurrent neural network, learning algorithm, optimal control, calculus of variation

I. 서론

신경 회로망을 이용한 제어기 설계, 시스템 식별, 신호처리 등은 점차 중요한 연구 영역이 되어 가고 있다. 이러한 분야에서 주로 다루게 되는 신호의 형태는 동력학을 갖는 시변신호(time varing signal) 또는 시계열(time sequence)이다. 따라서 이 경우에 신경망의 입력과 출력은 모두 시변신호 또는 시계열이며 학습해야 하는 일은 시변신호 또는 시계열 입출력간의 동적사상(dynamic mapping) 이라고 할 수 있다.

신경망에서 시변 동적 사상의 학습은 다층신경망(MLP: multilayer perceptron)을 이용하는 방법과 재귀신경망(RNN:recurrent neural network)을 이용하는 방법으로 크게 분류할 수 있다. 다층신경망은 그 구조상 정적 사상(static mapping)만을 수행하므로 동적 사상의 학습을 위해서는 입력을 tapped delay line 으로 구성하거나 (TDNN)[1], 무게값의 구조를 FIR 필터로 구성(FIR Multilayer Perceptron)[1], 또는 망의 출력을 다시 입력으로 되먹임[2] 하는 등의 변형이 필요하다. 이에 반해 재귀신경망은 내부적으로 상태 되먹임(state feedback)이 있기 때문에 자체적으로 입, 출력 사이에 동적 사상이 이루어지므로 다층신경망에서와 같은 변형은 필요가 없다.

재귀신경망의 시변입출력간의 동적 사상을 학습하기 위한 앨고리듬은 대부분 경사탐색법(gradient search)에 기초를 두고 있으며 경사를 계산하는 방식에 따라 시간의 역방향으로 경사를 계산하는 시간을 통한 역전파 (BPTT:back-propagation through time)[3] 류의 앨고리듬과 Real-Time Recurrent Learning (RTRL)[4] 앨고리듬으로 나눌 수 있다. BPTT 앨고리듬은 재귀신경망을 시간에 따라 펼쳐서 커다란 하나의 MLP로 간주하고 역전파학습을 시키는 방법으로 정확한 경사값을 얻을 수 있는 장점이 있지만 실시간 온라인 처리가 곤란하고 메모리를 많이 필요로 하는 단점이 있다. 반면에 RTRL 앨고리듬은 순방향으로 경사를 계산하기 때문에 실시간 온라인 학습이 가능하며 메모리의 요구량도 많지 않지만 BPTT 류의 방법에 비해 수렴속도가 비교적 느리고 한 스텝당 계산량이 많아진다는 단점이 있다.

본 논문에서는 최적제어의 개념과 변분법을 이용해서 무게값을 구하는 이산시간 재귀신경망의 학습 방법을 제안하였다. 최적제어 문제를 이용한 신경망의 학습 방법은 Farotimi 등[5]이 제안하였고, 연상기억 장치(associative memory)의 경우 기존의 방법에 비해 나은 결과를 보여 최적제어 이론을 이용한 방법의 잠재적인 우수성을 보였지만 그들의 방법은 신경망의 입출력이 시변 또는 시계열인 경우에는 적용할 수 없으며 온라인 학습이 불가능한 단점이 있다. 제안한 방법은 먼저 신경망의 학습문제를 최적제어 문제로 간주하고 변분법을 이용하여 비선형 2점 경계값문제(2P-BVP:two-point boundary-value problem)형태로 주어지는 최적 무게값을 구한 다음, 온라인 학습에 적합하도록 국소구간에서 연속적으로 최급강하법을 적용하여 신경망을 학습시킨다. 이 방법은 정적 사상뿐만 아니라 시계열 입출력간의 동적 사상을 학습할 수 있으며 온라인, 실시간 학습도 가능하므로 동적 시계열 신호의 처리가 중요한 제어, 시스템 식별, 신호처리 등에 재귀신경망을 응용할 경우에 특히 유용한 학습 방법이라 생각되며 비선형플랜트의 식별 문제를 모의실험 했을 때 수렴 속도, 필요한 뉴런의 수, 성능면에서 좋은 결과를 보였다.

II. 비선형 이산시간 플랜트의 최적제어 문제

제어대상이 되는 이산시간 비선형플랜트가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$$x(k+1)=f^{k}[\ x(k), u(k)] \quad , \quad x(k_0)=x_0 \quad k\in[\ k_0, k_f-1] \tag{1}$$

최적제어문제란 다음의 성능지수(performance index)를 최소화(또는 최대화)하는 입력 $u(k)$를 찾아내는 것이다.

$$J(x,u,k)=\phi\ [\ x(k_f)]\ +\sum_{k=k_0}^{k_f-1} L^{k}[\ x(k), u(k)] \tag{2}$$

이 최적제어 문제의 해는 동적 프로그래밍 (dynamic programming)이나 변분법(calculus of variation)을 이용하여 구할 수 있다. 동적 프로그래밍은 Bellman의 최적 원리(principle of optimality)를 이용하여 탐색의 경우의 수를 줄여 직접 탐색을 하는 방법으로서 플랜트의 차원이 높아질수록 메모리의 요구량이 급격하게 많아져서 고차 플랜트에는 실제로 적용하기가 힘들다. 변분법을 이용한 방법은 수식적인 형태로 해를 제공하기는 하지만 선형-이차 (LQ : linear-quadratic) 문제가 아닌 경우 그 형태는 2PBVP 로 주어지므로 수치적인 방법으로 해를 구해야 한다. 변분법을 이용한 최적제어 문제와 그 해는 다음과 같다.

<u>변분법을 이용한 최적제어 문제의 해 [6][7]</u>

- Hamiltonian

접수일자 : 1995. 6, 15., 수정완료 : 1996. 2. 27.
오원근 : 한양대학교 전자통신공학과
서병설 : 한양대학교 전자통신공학과

$$H^k = L^k + \lambda^T(k+1) f^k \quad (3)$$

• 플랜트의 동역학식

$$x(k+1) = \frac{\partial H^k}{\partial \lambda(k+1)} = f^k[\ x(k), u(k)] \quad (4)$$

• 동상태(costate) 방정식

$$\lambda(k) = \frac{\partial H^k}{\partial x(k)} = [\ \frac{\partial f^k}{\partial x(k)}\ ]^T \lambda(k+1) + [\ \frac{\partial L^k}{\partial x(k)}\ ]^T \quad (5)$$

• 정상상태 조건

$$0 = \frac{\partial H^k}{\partial u(k)} = \frac{\partial L^k}{\partial u(k)} + \lambda^T(k+1)\frac{\partial f^k}{\partial u(k)} \quad (6)$$

• 경계조건

초기값 : $x(k_0)$ (7)

최종값 : $\lambda(k_f) = [\ \frac{\partial \phi}{\partial x(k_f)}\ ]^T$

이때 최적입력 $u(k)$는 (4)~(7)을 동시에 풀어서 구해야 한다. 그런데 이 해의 형태는 (7) 에서 보듯이 x 와 λ 의 경계값이 각각 k_0 와 k_f 에 주어져 있는 2PBVP 이기 때문에 최적입력을 구하기 위해서는 수치적인 반복(iterative)앨고리듬을 이용해야 한다. 많이 쓰이는 반복 앨고리듬으로는 최급강하법(steepest descent), variation of extremals, 의사선형화(quasilinearization) 등이 있다. 각 방법은 각각 장단점이 있으나 플랜트가 신경회로망이라는 점을 고려할 때에 수렴성이 가장 좋은 앨고리듬을 이용하는 것이 바람직하다. 최급강하법은 초기 추정치가 실제 최적값과 차이가 나더라도 잘 수렴하기 때문에 신경망에서처럼 초기 무게값을 임의로 선택하는 경우에 적합한 선택이라고 할 수 있다.

최급강하법은 초기에 최적입력 $u(k)$를 추정하고 이 값으로 플랜트와 동상태방정식을 구한 다음 정상상태조건 (6)을 만족하도록 $u(k)$를 반복적으로 갱신해 나가는 방법으로서 자세한 절차는 다음과 같다. 여기에서 변수위의 첨자는 반복횟수를 나타내며 Γ 는 미리 정해진 정상상태조건의 오차 범위, 그리고 τ 는 스텝크기(step size)이다.

<u>2PBVP를 풀기위한 최급강하 앨고리듬 [6]</u>

(절차 1) 전체시간 영역을 N 개의 구간으로 분할하고 최적입력의 초기값 설정.

$$u^{(0)}(k) = u^{(0)}(n_j)\ ,\ \ k \in [\ n_j, n_{j+1}\ )$$
$$j = 0, 1, \ldots N-1$$

그리고 반복횟수 i 를 0 으로 놓는다.

(절차 2) $u^{(0)}, x(k_0)$를 이용하여 (4)를 계산하고 동시에 각 구간에서의 상태궤적 $x^{(i)}$ 저장.

(절차 3) (절차 2) 에서 구한 $x^{(i)}(k_f)$ 를 (7)에 대입하여 (2)의 경계조건을 구하고 (5) 계산. 동시에 $\frac{\partial H^{(i)}(k)}{\partial u(k)}, k \in [\ k_0, k_f)$를 계산해서 저장.

(절차 4) 만약 $\| \frac{\partial H^{(i)}}{\partial u} \| \le \Gamma$ 이면 반복절차를 끝낸다. 이때의 $u^{(i)}(n_j)$ 가 최적의 해이다. 이 조건이 만족되지 않으면 다음과 같이 $u(n_j)$ 를 갱신하고 (절차 2) 로 간다.

$$u^{(i+1)}(n_j) = u^{(i)}(n_j) - \tau \frac{\partial H^{(i)}(n_j)}{\partial u(n_j)}$$

위의 절차에서 수렴후 마지막으로 얻어지는 최적입력은 개루프(open loop)형태이다. 따라서 최적입력을 플랜트에 인가하기 위해서는 각 시간 스텝에서의 $u(n_j)$ 값을 저장했다가 오프라인(off line)으로 처리해야 한다. 이렇게 개루프형태로 해가 구해지는 것은 반복 앨고리듬의 특성이다.

III. 재귀신경망의 구조와 학습앨고리듬

1. 재귀신경망의 구조

본 논문에서 고려하는 신경망은 내부적으로 되먹임이 있는 이산시간 재귀신경망으로 각 뉴런끼리는 모두 연결되어 있으며 그 구조는 그림 1 과 같다.

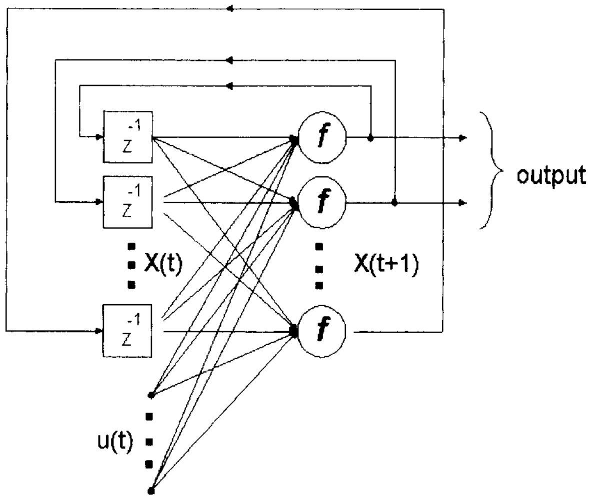


그림 1. 재귀신경망의 구조.
Fig. 1. RNN structure.

뉴런 하나의 동역학은 뉴런의 수를 N, 외부 입력의 수를 M 이라할 때 다음과 같이 주어진다.

$$x_i(k+1) = f[\ \sum_{j=0}^{M+N} w_{ij} z_j(k)]\ \ ,\ x(k_0) = x_{0,i} \quad (8)$$
$$i = 1, \ldots, N$$

이때 뉴런의 비선형함수 f 는 시그모이드 함수이고, $x_i(k)$ 는 시간 k 에서 i 번째 뉴런의 상태변수, w_{ij} 는 상태 j 와 상태 i 사이의 무게값이며 $z_i(k)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$z_i(k) = \begin{cases} 1 & i = 0 \\ u_i(k) & i \in [\ 1, M] \\ x_{i-M}(k) & i \in [\ M+1, M+N] \end{cases} \quad (9)$$

여기서 $u_i(k)$ 는 신경망에 들어오는 외부 입력이며 첫번째 요소 1 은 bias 입력이다. 또한 출력 뉴런 인덱스의 집합을 Ω 라하고 $d_i(k)$를 교사 신호라 하면 i 번째 뉴런의 출력오차 $e_i(k)$는 다음과 같다.

$$e_i(k) = \begin{cases} d_i(k) - x_i(k) & \text{if } i \in \Omega \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (10)$$

2. 재귀신경망의 학습문제와 최적무게값

재귀신경망을 비선형 플랜트로 그리고 무게값을 제어입력으로 간주하면 신경망의 학습문제는 최적제어 문제가 되어 변분법을 이용하여 해결할 수 있다. 변분법과 최적제어 문제를 이용하여 학습 목표를 달성하는 최적의 무게값을 구하기 위해서는 우선 적절한 성능지수를 선택하여야 한다. 성능지수에는 일차적으로 신경망의 학습 목표가 정확하게 반영되어 있어야 하며 그 외 망의 성능 향상이나 특정한 문제에 응용하기 위한 부가적인 항들이 있을 수 있다. 본 논문에서 고려하는 재귀신경망은 학습이 끝난 후 망에 입력 $u(k)$가 인가되었을 때 출력이 교사 신호 $d(k)$를 잘 추종하도록 하는 것이 일차적인 학습 목표이므로 다음과 같이 성능지수를 설정하였다.

$$J(k) \triangleq \frac{1}{2} \sum_{i \in \Omega} e_i^2(k) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \alpha_{ij} w_{ij}^2\ ,\ \ 0 \le \alpha_{ij} < 1 \quad (11)$$

이때 $J(k)$ 는 시간 k 에서 성능지수이며 첫 번째 항은 시간 k 에서 신경망의 출력자승오차로서 학습 목표인 교사

신호를 잘 추종하도록 하는 역할을 한다. 두 번째 항은 weight decay 항으로 무게값의 평균을 작아지게 하여 신경망의 overfitting을 억제하여 일반화 능력을 향상시키는 역할을 한다. [1] 전체 시간 영역에서의 성능지수 $J^{total}(k_0, k_f)$ 는 다음과 같다.

$$J^{total}(k_0, k_f) = \frac{1}{2}\sum_{i\in\Omega} e_i^2(k_f) + \sum_{k=k_0}^{k_f-1} J(k) \tag{12}$$

이와 같이 성능지수를 정하고 무게값을 제어입력으로, 재귀신경망을 제어대상 플랜트로 간주하면 신경망의 학습문제는 (12)를 최소화하는 최적의 무게값을 구하는 최적제어 문제로 변환된다. 다음과 같이 Hamiltonian을 정의하고 변분법을 적용한다.

$$\begin{aligned} H^k &= L^k + \lambda^T(k+1) f^k \\ &= \frac{1}{2}\sum_i e_i^2(k) + \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \alpha_{ij} w_{ij}^2(k) \\ &\quad + \sum_i \{ \lambda_i(k+1) f_i[\sum_j w_{ij}(k) z_j(k)] \} \end{aligned} \tag{13}$$

그러면 동상태방정식 방정식과 다음과 같고

$$\begin{aligned} \lambda_i(k) &= \sum_j f_j' w_{ji}(k) \lambda_j(k+1) - e_i(k), \quad k\in[k_0, k_f) \\ \lambda_i(k_f) &= -e_i(k_f) \end{aligned} \tag{14}$$

정상상태 조건은 아래와 같이 구해진다.

$$\frac{\partial H^k}{\partial w_{ij}(k)} = \lambda_i(k+1) z_j(k) + \alpha_{ij} w_{ij}(k) = 0 \tag{15}$$

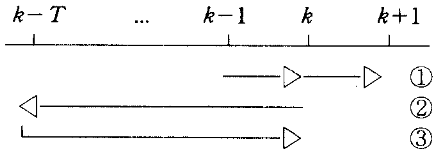
3. 제안된 학습앨고리듬

최적의 무게값은 (8),(13)~(15)를 동시에 풀어서 구할수 있다. 그러나 이것은 2PBVP 이며 LQ 문제가 아니기 때문에 해석적인 방법으로는 해를 구할수 없으므로 반복앨고리듬을 사용해야 한다. 반복앨고리듬의 사용에서 중요한 점은 그 수렴성으로 그것은 초기 추정치가 실제값과 얼마나 차이가 나는가에 의해 좌우되며, 앨고리듬에 따라 최초에 추정한 초기값이 실제의 최적값과 많이 차이가 나는 경우에 수렴하지 못하고 발산하는 경우도 있다. 그러므로 초기값은 최적값에 되도록 가깝게 선택하는 것이 좋다. 그러나 신경망에서 최적 무게값을 미리 추정한다는 것은 힘듦으로 앨고리듬의 선택시 수렴성이 초기값에 둔감한 방법으로 선택하는 것이 좋다. 최급강하법은 다른 방법에 비해 그 수렴성이 초기값의 선택에 매우 둔감하므로 플랜트가 신경망인 경우에 가장 적합한 방법이라고 할 수 있다[6].

그러나 최급강하법을 이 문제에 직접 적용하는 것은 플랜트가 신경망이라는 점을 고려하면 다음과 같은 점에서 바람직하지 않다. 첫째, 이 방법을 적용하기 위해서는 k_0 에서 k_f 까지 신경망에 대한 모든 정보(무게값, 상태변수, 입력, 정상상태조건)를 모두 저장해야 하므로 학습해야 할 구간이 큰 경우에 많은 메모리가 필요하다. 둘째, 반복앨고리듬의 특성상 무게값은 개루프 형태로 주어지므로 학습후 회상(recall) 시에 매 스텝에서의 무게값을 모두 저장했다가 오프라인으로 사용해야 한다. 따라서 메모리도 많이 필요할 뿐더러 신경망의 무게값을 오프라인으로 인가한다는 것은 현실성이 없다. 셋째, 반복 계산은 k_0 에서 k_f 사이를 계속 왕복하면서 이루어져야 하므로 실제 플랜트에 온라인으로 연결하여 신경망을 학습시키는 것이 불가능하다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 전 구간의 성능지수에 대한 최적 무게값을 구하는 대신에 다음과 같이 국소구간에서 정의된 성능지수에 대해 최급강하법을 연속적으로 적용하는 방법을 이용하였다.

$$J^{local}(k; T) \triangleq \frac{1}{2}\sum_{i\in\Omega} e_i^2(k) + \sum_{l=k-T+1}^{k-1} J(l) \tag{16}$$

즉, 시간 k 에서 최급강하법을 k-T 시간까지만 적용하여 무게값을 갱신하고 다음 시간 $k+1$ 에서도 동일한 방법으로 무게값 갱신을 하는 식으로 계속해 나가면 학습시에 요구되는 메모리의 양이 줄어들고 수렴후 무게값은 개루프의 형태로 주어지지 않으며 또한 온라인 학습이 가능하게 된다. 이 과정을 그림 2 에 보였다.



① RNN 출력, 상태, 오차등 저장
② 동상태방정식, 정상상태조건 계산
③ 무게값 갱신

그림 2. 학습 절차.
Fig. 2. Learning procedure.

제안된 방법은 전체 구간의 경사를 이용하지 않고 국소구간에서 연속적으로 경사를 계산하기 때문에 준최적(suboptimal)이라 볼 수 있으나 그 수렴성이 문제가 될 수 있다. 그러나 이것은 일반적으로 역전파학습 등에서 흔히 사용되는 일괄학습(batch learning)과 패턴학습(pattern learning)의 관계로 생각할 수 있다. 패턴학습은 한 패턴에 대해 경사를 계산해서 진행하기 때문에 전역(global) 경사와 꼭 일치하지 않아 수렴성이 문제가 되지만 메모리의 절약, 실시간 적용, 그리고 국부 최소점에 잘 빠지지 않는 등의 장점이 있어 여러 연구자들에 의해 실무적인 차원에서 유용한 근사 방법으로 인정받고 있다[1]. 또한 패턴학습시에 학습율(learning rate)을 작게 잡으면 일괄학습의 경사와 거의 차이가 없다는 것이 알려져 있다[4][8]. (16)의 성능지수 함수는 전체 시간 영역중 일부 구간에 해당되는 것으로 이를 바탕으로 무게값을 갱신하는 것은 시간 영역에서의 패턴 학습으로 볼 수 있다. 자세한 학습 절차는 다음과 같다.

<u>재귀신경망 학습앨고리듬</u>

(절차 1) 신경망의 초기 무게값을 추정한다.

(절차 2) 입력을 받아 신경망의 출력과 오차를 계산하고 버퍼에 z_i 와 e_i 를 저장한다.

(절차 3) 저장된 z_i 와 e_i 를 이용하여 과거 T 시간 동안의 동상태방정식과 정상상태 조건의 노옴(norm)을 계산한다.

$$\lambda_i(l) = \begin{cases} \sum_j f_j' w_{ji} \lambda_j(l+1) - e_i(l) & l\in[k-T+1, k) \\ -e_i(l) & l = k \end{cases} \tag{17}$$

$$\| \frac{\partial H^k}{\partial W} \|^2 \overset{\text{def}}{=} \sum_i\sum_j \{ \frac{\partial H^k}{\partial w_{ij}} \}^2 \tag{18}$$

(절차 4) 만약 $\sum_{l=k-T+1}^{k} \| \frac{\partial H^l}{\partial W} \| < E_{max}$ 이면 학습을 끝낸다. 그렇지 않으면 다음과 같이 무게값을 갱신하고 (절차2)로 가서 다음 시간의 입력을 받는다.

$$w_{ij}^{new} = w_{ij}^{old} - \eta \sum_{l=k-T+1}^{k} \frac{\partial H^l}{\partial w_{ij}} \tag{19}$$

(절차 5) (절차 2) 에서 (절차 4) 를 정상상태 조건이 만 족될 때까지 계속 반복한다.

4. 계산량과 T 의 크기

제안된 방법에서 한 번 무게값을 갱신하기 위해서 필요한 계산량은 뉴런의 수를 N, 국소구간의 길이를 T 라 했을 때 동상태방정식을 계산하기 위해서 $O(2N^2T)$, 그리고 무게값을 갱신하는데 즉 노옴값을 계산하는데 $O(2N^2T)$의 연산이 필요하다. 이것은 RTRL의 $O(N^4)$ 에 비해 적은 계산량이다[9]. 또한 국소구간의 크기 T 는 신경망의 성능과 계산량에 영향을 미치기 때문에 중요하다 할 수 있다. 모의실험 결과를 보면 T 의 크기에 따라 수렴속도와 오차의 크기가 달라짐을 알 수 있으므로 적절한 T 를 선택해야 한다. 이

값은 학습해야 할 플랜트가 내부적으로 지닌 메모리의 크기와 관련이 있을 것이라 생각되지만 조직적으로 T 를 선택하는 방법은 현재로서는 없으므로 시행착오를 거쳐 적절하게 선택해야 한다.

Ⅳ. 예제

예제 1 : 앞장에서 기술한 방법을 다음과 같은 이산시간 비선형플랜트의 식별문제에 적용하였다. 이 플랜트는 Narendra등[2]이 예로 들었던 것으로서 그들은 미지 함수의 식별을 위해 다층신경망을 사용하였다.

$$y_p(k+1)=f[\ y_p(k), y_p(k-1), y_p(k-2), u(k), u(k-1)]$$

여기에서 u, y_p는 플랜트의 입력과 출력이며, 미지의 비선형함수 f 는 다음과 같다.

$$f[\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = \frac{x_1x_2x_3x_5(x_3-1)+x_4}{1+x_2^2+x_3^2}$$

사용된 재귀신경망은 6 개의 뉴런으로 구성되어 있으며, η=0.01, T=3, 6, 9, 12 인 경우에 대해 랜덤입력으로 학습을 하였고 또한 동일한 조건에서 뉴런수 6, 9 개인 RTRL 을 이용하여 학습을 실시하였다. 그림 3 에 실험 결과(자승 오차)를 보였다. (a)~(d) 에서 알 수 있듯이 T 값이 커짐에 따라 점차 학습 성능은 좋아지나 동시에 계산량도 늘어나게 되므로 양자간의 절충(trade off)이 필요하다 하겠다. (e), (f) 는 동일한 문제에 대한 RTRL 의 학습결과이며 제안된 방법에 비해 수렴 속도가 느림을 알 수 있다.

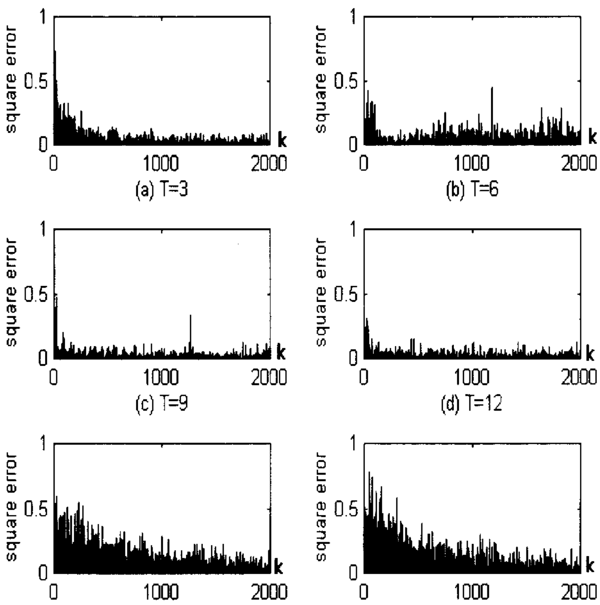


그림 3. 비선형플랜트의 식별 결과.
(a)~(d) T=3, 6, 9, 12 일때 자승오차 (제안된 방법),
(e), (f) 뉴런수 9, 12 일때 자승오차, (RTRL).
Fig. 3. Nonlinear plant identification.
(a)~(d) T=3, 6, 9, 12 (proposed method),
(e), (f) 9, 12 neurons (RTRL).

예제 2 : 제안된 방법을 다음과 같은 이산시간 비선형플랜트에 적용하고 사전 학습없이 온라인으로 학습을 수행하였다.

$$x(k) = 0.15x(k-1)+0.3x(k-2)+0.6u^3(k-1) +0.18u^2(k-1)-0.24u(k-1)$$

입력신호는 다음과 같다.

$$u(k)=0.7\sin(\frac{2\pi k}{300})+0.3\sin(\frac{2\pi k}{60})$$

6 개의 뉴런을 가진 RNN 과 η=0.01 이 사용되었으며, 이 경우에는 T=9 일 때의 출력이 더 우수하며 제안된 방법으로 사전 학습없이 온라인으로 학습이 가능함을 알 수 있다

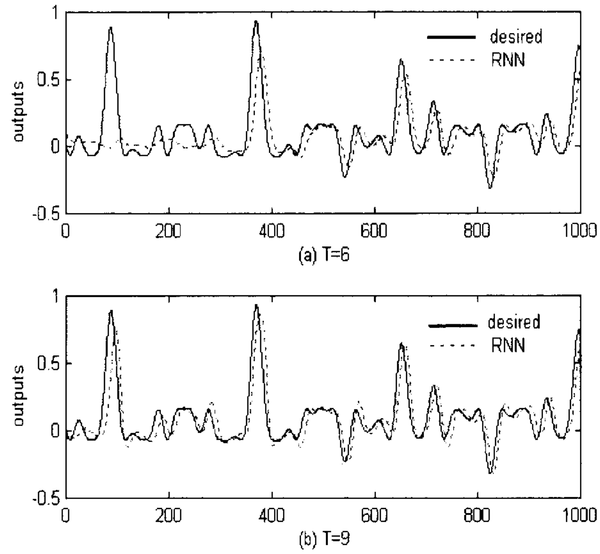


그림 4. 비선형플랜트의 식별.
(a) T=6 일때 플랜트와 RNN 출력,
(b) T=9 일때 플랜트와 RNN 출력.
Fig. 4. Nonlinear plant identification.
(a) T=6, plant and RNN output,
(b) T=9, plant and RNN output.

Ⅴ. 결론

본 논문에서는 이산시간 재귀신경망의 학습을 최적제어 문제로 간주하고 변분법을 이용하여 무게값을 구하는 학습방법을 제안하였다. 최적의 무게값은 2PBVP 의 형태로 주어지는데 반복앨고리듬인 최급강하법을 이용한 해법은 플랜트가 신경망인 경우에는 여러가지 점에서 적합하지 않아 국소영역에서 최급강하법을 연속적으로 적용하여 신경망의 무게값을 구하였다. 제안된 방법은 전체구간의 경사를 이용하지 않고 국소구간에서 연속적으로 경사를 계산하기 때문에 준최적이라 볼 수 있으나 그 수렴성이 문제가 될 수 있다. 그러나 이것은 일반적으로 역전파학습등에서 흔히 사용되는 일괄 학습과 패턴 학습의 관계로 생각할 수 있다.

제안된 방법은 시계열 입출력간의 동적 사상을 학습할 수 있으며 학습시에 메모리의 요구량이 많지 않고 수렴 속도가 빠르며 온라인, 실시간 학습이 가능하기 때문에 비선형 제어, 식별, 신호처리등의 분야에 신경망이 응용될 때 유용한 학습 방법이라 사료된다.

참 고 문 헌

[1] S. Haykin, *Neural Networks : A Comprehensive Foundation*, IEEE Press, 1994.

[2] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE Trans. on Neural Networks,* vol. 1, no. 1, Mar 1990.

[3] P. J. Werbos, "Backpropagation through time: What it does and how to do it," *Proc. of the IEEE,* vol. 78, no. 10, October 1990.

[4] R. J. Williams and D. Zipser, "A learning algorithm for continually running fully recurrent neural net-

works," *Neural Computation,* vol. 1, pp. 270-280, 1989.

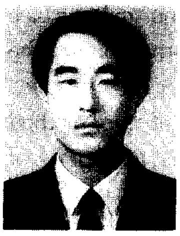
[5] O. Farotimi, A. Dembo and T. Kailath, "A general weight matrix formulation using optimal control," *IEEE Trans. on Neural Networks,* vol. 2, no. 3, May 1991.

[6] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory,* Prentice Hall Inc., 1970

[7] A. E. Bryson Jr., Yu-Chi Ho, *Applied Optimal Control,* John Wiley & Sons Inc., 1975.

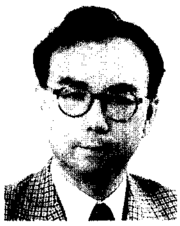
[8] Si-Zhao Qin, Hong-Te Su and T. J. McAvoy, "Comparison of four neural net learning method for dynamic system identification," *IEEE Trans. on Neural Networks,* vol. 3, no. 1, Jan. 1992.

[9] D. R. Hush and B. G. Horne, "Progress in supervised neural networks-what's new since Lippmann," *IEEE Signal Processing Mag.,* Jan. 1993.



오 원 근

1967년 10월 6일생. 1989년 한양대학교 전자통신공학과 졸업. 1992년 한양대학교 대학원 전자통신공학과 졸업(석사). 1992년 ~ 현재 동 대학원 박사과정 재학 중. 주요 연구분야는 비선형제어, 신경회로망, 선형제어이론 및 강인성.



서 병 설

현재 한양대학교 전자통신공학과 교수.