

論文96-33B-7-14

# 정방형 교정 frame을 이용한 카메라의 교정 파라메타 추정에 관한 연구

## (A Study on the Calibration Parameter Estimation of Camera using Square Calibration Frame)

崔成求\*, 盧度煥\*

(Seong-Gu Choi and Do-Hwan Rho)

### 요 약

본 논문은 3차원 계측시 반드시 수행되어야만 하는 Stereo Vision System의 교정방식에 관해 기술한다. 지금까지 3차원 계측을 위한 Stereo Vision System의 교정은 2차원 grid paper 와 비선형 최소2승법에 의해 시행되어 왔다. 그러나, 이러한 방법은 계산과정이 많고 비선형으로 해석이 곤란한 점이 있다. 본 논문에서는 사영기하학적 방법에 의해 구해지는 무한원점(vanishing point)으로 간명하고 해석적인 교정파라메타를 추정하는 알고리즘을 제안한다. 무한원점은 사영기하학의 복비와 평행선쌍방법을 이용한다. 본 논문에서 제안한 알고리즘의 유용성은 모의 실험을 통해 입증한다.

### Abstract

The 3-dimensional measurement using stereo vision system must achieve a camera calibration. So far, the 3-dimensional calibration technique that uses two-dimensional grid paper and a non-linear least square method has been developed and tested. But, this method is inefficient because it has many calculation procedure and a non-linear analysis. Therefore, this paper proposed the projective geometric method which produced the calibration parameter by vanishing point. The vanishing point is produced by a cross ratio and a parallel line pairs. The results of the computer simulation show utility of the proposed method.

### I. 서 론

최근 Computer Vision은 산업의 각분야에서 제조 과정의 감시와 자동조립 및 로봇트등의 활용이 증대되면서 그 중요성이 강조되고 있다. Computer Vision을 이용한 3차원 계측은 일반적으로 Stereo Vision법<sup>[1]</sup>이 널리 이용되고 있다. Stereo Vision System에 의한 3차원 계측<sup>[3]</sup>은 반드시 카메라의 교정이 선행되어야만 한다. 카메라의 교정이란 3차원 공간 좌표계와

카메라 좌표계의 관계를 규정하는 파라메타 추정을 말한다. 이때, 카메라의 교정 파라메타<sup>[4]</sup>는 카메라의 위치 와 자세 그리고 화면거리로 나타낸다.

근래 카메라의 교정 파라메타 추정은 무한원점 개념을 이용한 방법<sup>[5]</sup>이 다양하게 연구되어지고 있다. 이는 화상면에 있는 직선에서 무한원점이 추정되면, 3차원 공간상에 상대적으로 위치한 직선상의 점을 간명하게 구할 수 있는 성질을 이용하고자 함이다. 일반적으로 무한원점 개념에 의한 교정 파라메타 추정은 3차원 공간상에 교정 frame을 배치하여 frame의 특성으로 부터 얻은 무한원점을 이용하여 교정 파라메타를 추정하는 방법이 제안되고 있다.

\* 正會員, 全北大學校 電氣工學科

(DEPT. of Electrical Eng. College of Eng. Chonbuk National Univ.)

接受日字:1995年3月15日, 수정완료일:1996年5月29日

Magee와 Aggarwal<sup>[6]</sup>은 공간상에 정육면체의 교

정 frame을 배치하여 정육면체에 의해 형성되는 평행 선쌍을 이용한 무한원점 추정법을 제안하여 카메라의 교정을 시행했다. 또한, Caprile와 Torre<sup>[7]</sup>는 카메라의 교정 파라메타를 내부파라메타와 외부파라메타로 분류하여 각각을 정육면체와 평면패턴(planar pattern)의 교정 frame에 의한 무한원점 추정법으로 교정을 행했다. 이밖에 무한원점 추정 알고리즘에 관한 연구는 Matsushima 와 Onda<sup>[8]</sup>가 Hough변환을 이용한 무한원점 추정법을 제안했으며, Nakatani 와 Kitahashi<sup>[9]</sup>는 반복 연산에 의한 무한 원점 추정법등이 제안되고 있다.

그러나, 이러한 방법들은 대수기하학적 해석에 따른 계산과정이 복잡하고 계산량이 많다는 문제점이 있다.

본 논문에서는 공간상의 네 점으로 구성된 정방형의 평면패턴을 교정 frame으로 설정하여 사영 기하학적 방법에 의한 무한원점을 추정함으로써, 교정 파라메타를 간명한 계산과 해석적 방법에 의해 추정 할 수 있는 알고리즘을 제안한다. 그리고, 본 논문에서 제안한 알고리즘의 유용성을 입증하기 위해 컴퓨터 모의 실험 결과를 제시한다.

II. Stereo Vision System에 의한 3차원 계측

그림1.은 Stereo Vision System의 구성 예이다. Stereo Vision System에 의한 3차원 계측은 공간상의 다른 두 지점에 카메라를 배치하여 공간상의 점  $P_a$ 의 좌·우 화상면의 상  $\bar{P}_l$ 와  $\bar{P}_r$ 로 부터 점  $P_a$ 의 위치를 삼각 측량법에 의해 구하는 것이다. 일반적으로 Stereo Vision System에 의한 3차원 계측은 다음과 같은 순서에 의해 행해진다.

- (1) Stereo Vision System의 Modeling
- (2) Stereo Vision System의 교정 파라메타추정
- (3) 공간상의 점에 대한 좌·우화상면의 상 좌표추정
- (4) 좌·우 화상면의 상 좌표와 교정 파라메타를 이용한 역투영변환으로 공간상의 점 좌표추정

Stereo Vision System에 의한 3차원 계측시 화상의 대응관계는 일반적으로 가장 난해한 문제이다. 본 논문에서는 이러한 대응관계는 능동적 광원과 치각센서의 조합을 가정하여 해결된 것으로 하여 언급하지 않는다.

3차원 계측의 과정을 해석적으로 고찰하기 위해 그림2.와 같이 렌즈의 중심을 원점으로 한 카메라 좌표계

를 나타냈다. 화상면은 렌즈의 중심으로 부터  $z_c = -f_c$  지점에  $x_c y_c$ 평면에 평행하게 위치한 것으로한다. 공간상의 점  $P_c$ 와 화상면상의 점  $\bar{P}_c$ 의 관계는 투영변환에 의해

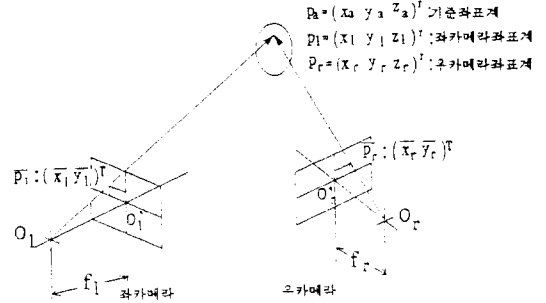


그림 1. Stereo vision system의 구성  
Fig. 1. Modeling of stereo vision system.

$$\bar{x}_c = -f_c \frac{x_c}{z_c}, \quad \bar{y}_c = -f_c \frac{y_c}{z_c} \tag{1}$$

으로 나타낼 수 있다.

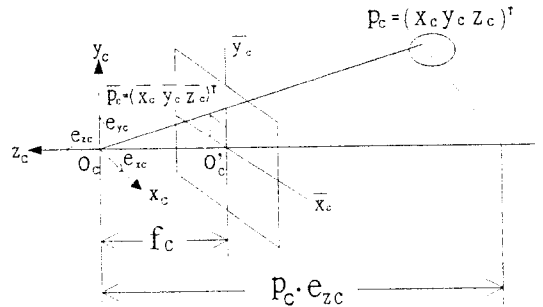


그림 2. 카메라 좌표계  
Fig. 2. Camera coordinate system.

투영변환에 의해 그림1.의 좌·우 카메라에 의한 공간상의 점  $P_l, P_r$ 의 좌표와 좌·우 화상면상에 대응하는 상  $\bar{P}_l, \bar{P}_r$  좌표와의 관계는 좌·우 카메라의 화면 거리를 각각  $f_l, f_r$ 라 할때 (2)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{P}_l = (\bar{x}_l \ \bar{y}_l)^T = (-f_l \frac{x_l}{z_l} \ -f_l \frac{y_l}{z_l})^T \tag{2a}$$

$$\bar{P}_r = (\bar{x}_r \ \bar{y}_r)^T = (-f_r \frac{x_r}{z_r} \ -f_r \frac{y_r}{z_r})^T \tag{2b}$$

계측되는 공간상의 점좌표를 좌·우 카메라 좌표계

로써 나타내면, 좌표계의 회전과 평행이동 성분으로 분리한 형태로서 (3)식과 같은 관계가 성립한다.

$$P_r = T P_l + t \quad (3)$$

이상의 과정은 Stereo Vision System에 의한 3차원 계측은 상좌표  $\bar{P}_l$ ,  $\bar{P}_r$ 와  $f_l, f_r, T, t$  로 부터 공간상의 좌표  $P_l$  과  $P_r$  을 구하는 문제로 됨을 알 수 있다.  $P_l$  과  $P_r$  은 화상점으로 부터 역투영 변환관계에 의해 구할 수 있다. 역투영 변환에 의한  $P_l$  과  $P_r$  을 구하기 위해 (2)식을 (3)식에 대입하면 (4)식과 같은 결과를 얻는다.

$$A Z = t \quad (4)$$

$$\text{단, } A^T = \begin{bmatrix} t_{11} \frac{\bar{x}_l}{f_l} + t_{12} \frac{\bar{y}_l}{f_l} - t_{13} & t_{21} \frac{\bar{x}_l}{f_l} + t_{22} \frac{\bar{y}_l}{f_l} - t_{23} & t_{31} \frac{\bar{x}_l}{f_l} + t_{32} \frac{\bar{y}_l}{f_l} - t_{33} \\ -\frac{\bar{x}_r}{f_r} & -\frac{\bar{y}_r}{f_r} & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Z = (z_l, z_r)^T$$

최소 2 승법에 의해 Z를 구하면 (5)식과 같다.

$$Z = (A^T \ A)^{-1} A^T t \quad (5)$$

(2),(5)식에 의해 공간상 점  $P_p$ 의 각 카메라 좌표계에 의한 좌표는 (6)식과 같다.

$$P_l = (x_l, y_l, z_l)^T = z_l \left( -\frac{\bar{x}_l}{f_l} - \frac{\bar{y}_l}{f_l} \ 1 \right)^T \quad (6a)$$

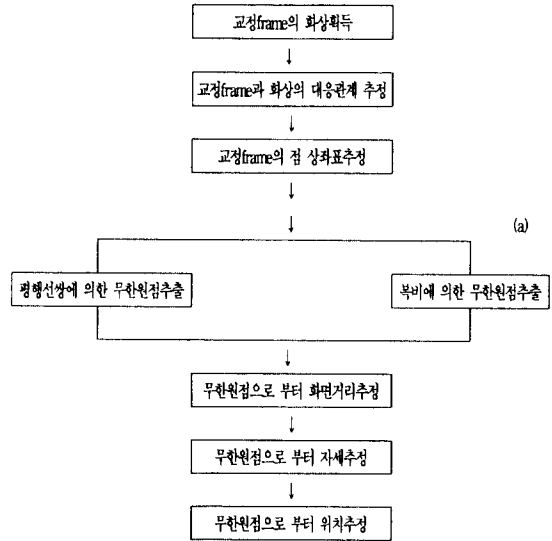
$$P_r = (x_r, y_r, z_r)^T = z_r \left( -\frac{\bar{x}_r}{f_r} - \frac{\bar{y}_r}{f_r} \ 1 \right)^T \quad (6b)$$

이상과 같이 Stereo Vision System에 의한 3차원 계측을 행하기 위해서는 먼저 좌·우카메라간의 위치, 자세의 관계와 카메라의 화면거리가 추정되어야만 한다. 본 논문은 3차원 계측시 반드시 추정되어야 하는 교정 파라메타인 화면거리, 위치, 자세를 구하는 방법에 관한 것이다. 교정 파라메타를 구하는 방법은 공간상에 교정 frame을 배치하고, frame의 좌표와 상의 좌표관계를 규정하는 관계식을 구하여 frame과 카메라 사이의 위치, 자세와 카메라의 화면거리를 좌·우카메라에 대해 각각 구함으로써 이루어진다.

본 논문은 이러한 파라메타를 사영기하학을 이용하여 무한원점을 추정함으로써 간명하게 구하는 알고리즘을 제안한다. 본 논문에서 수행하는 교정 파라메타의 추정은 아래 표1.의 (a)이하로 이루어진다.

표 1. 교정 파라메타의 추정 흐름도

Table 1. Estimation flow chart of calibration parameter.



### III. 무한원점의 개념 및 성질

본 절에서는 교정 파라메타 추정에 이용되는 무한원점의 개념과 특성에 관해 기술한다. 일반적으로 3차원 공간상의 점  $(x_0, y_0, z_0)$ 를 통과하는 직선 L은 다음과 같은 요소의 집합으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x &= x_0 + tn_x \\ y &= y_0 + tn_y \quad (t \in R, -\infty < t < \infty) \\ z &= z_0 + tn_z \end{aligned} \quad (7)$$

(7)식의  $n = (n_x, n_y, n_z)^T$ 은 직선 L의 방향벡터이다. 직선 L위의 점  $(x, y, z)$ 에 대응되는 화상면상의 점을  $(\bar{x}, \bar{y})$ 라 하면 (1)식으로 부터

$$\begin{aligned} \bar{x} &= f \frac{x}{z} = f \frac{(x_0 + tn_x)}{(z_0 + tn_z)} \\ \bar{y} &= f \frac{y}{z} = f \frac{(y_0 + tn_y)}{(z_0 + tn_z)} \end{aligned} \quad (8)$$

으로 나타낼 수 있다.

이때,  $t \rightarrow \infty$ 에서  $(\bar{x}, \bar{y})$ 의 점  $(x_\infty, y_\infty)$ 은

$$\begin{aligned} x_\infty &= \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x} = f \frac{n_x}{n_z} \\ y_\infty &= \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y} = f \frac{n_y}{n_z} \end{aligned} \quad (9)$$

와 같이 구할 수 있다. (9)식의 점을 화상면상의 무한원점이라 한다.

(9)식을 정리하면,

$$\begin{aligned} n_x &= n_z \frac{x_\infty}{f} \\ n_y &= n_z \frac{y_\infty}{f} \end{aligned} \quad (10)$$

와 같이 나타낼 수 있다. (10)식은 화상면상에서 무한원점  $(x_\infty, y_\infty, z_\infty)$ 을 구할 수 있으면, 3차원 공간상의 직선에 대한 방향 벡터  $(n_x, n_y, n_z)^T$ 를 간명히 구할 수 있다는 성질을 유추 할 수 있다. 본 논문은 이 성질을 이용하여 카메라의 교정 파라메타 추정 알고리즘을 제안한다.

#### IV. 사영기하학을 이용한 무한원점 추정

##### 1. 사영기하학에 있어서 점과 직선

본 절에서는 무한원점을 도입하는데 편리한 사영기하학의 기본성질을<sup>[10]</sup> 간단히 기술한다. 사영좌표에서 점과 선은 3개의 실수로 된 순서쌍으로 표현한다. 그 표현과 성질은 다음과 같다.

점의 표현 및 성질 ----->  $(x_1, x_2, x_3) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$  (11)

$(x_1, x_2, x_3 \in R, \lambda \neq 0, (x_1, x_2, x_3) \neq (0, 0, 0))$

선의 표현 및 성질 ----->  $[x_1, x_2, x_3] = [\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3]$  (12)

$(x_1, x_2, x_3 \in R, \lambda \neq 0, [x_1, x_2, x_3] \neq (0, 0, 0))$

사영좌표와 유클리드좌표의 관계는 표2.와 같이 나타낼 수 있다.

표 2. 사영좌표와 유클리드 좌표와의 관계  
Table 2. Relation of projective coordinate and euclid coordinate.

사영 좌표	유클리드 좌표
$[u \ v \ w](x=0)$	$(u/w \ v/w)$
$[u \ v \ 0]((u, v) \neq (0,0))$	$(u \ v)$ 방향의 무한원점

사영좌표에서 직선  $x: [X_1, X_2, X_3]$  는 다음식을 만족하는 점  $X: (x_1, x_2, x_3)$ 의 집합으로 정의한다.

$$x_1 X_1 + x_2 X_2 + x_3 X_3 = 0 \quad (13)$$

(13)식에 의해, 임의의 다른 두점  $a = (a_1, a_2, a_3)$  와

$b = (b_1, b_2, b_3)$ 를 통과하는 직선은

$$\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} x_1 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} x_2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} x_3 = 0 \quad (14)$$

과 같이 나타낼 수 있다.

##### 2. 사영변환과 투영변환

공간상의 점에 대한 사영 변환은  $x: (x_1 \ x_2 \ x_3)^T \rightarrow \bar{x}: (\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{x}_3)^T$ 과 같이 1 대 1로 대응되며, 직선은 직선으로 1 대 1 대응된다. 이때, 사영변환은

$$\bar{x} = Tx \text{ 단, } T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix}, |T| \neq 0 \quad (15)$$

으로 나타낼 수 있다.

사영변환에 의한 투영관계를 다음과 같은 사영변환 행렬로 나타내면,

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{f_c} \end{pmatrix} \quad (16)$$

이고, 이를 이용한 공간상의 점  $(x \ y \ z)^T (z \neq 0)$ 의 사영 변환은 (15),(16)식에 의해  $(x \ y \ -\frac{z}{f_c})^T$ 으로 변환된다. 사영변환된 점을 표 2.과 같이 유클리드 좌표로 나타내면,

$$\bar{x} = -f_c \frac{x}{z}, \quad \bar{y} = -f_c \frac{y}{z} \quad (17)$$

으로써, 식(1)과 같은 결과식을 얻어 투영변환이 사영 변환에 의해 얻어짐을 알 수 있다.

##### 3. 복비에 의한 무한원점 추정

두 점  $a=(a_1, a_2, a_3)$  와  $b=(b_1, b_2, b_3)$ 를 지나는 직선은 (14)식과 같이 나타낸다. 점  $c=(c_1, c_2, c_3)$  와  $d=(d_1, d_2, d_3)$ 가 직선 ab상에 있다면, 점 c 와 d는

$$\begin{aligned} (c_1, c_2, c_3) &= \lambda (a_1, a_2, a_3) + \mu (b_1, b_2, b_3) \\ (\text{단, } \lambda, \mu \in R, (\lambda, \mu) &\neq (0, 0)) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} (d_1, d_2, d_3) &= \lambda' (a_1, a_2, a_3) + \mu' (b_1, b_2, b_3) \\ (\text{단, } \lambda', \mu' \in R, (\lambda', \mu') &\neq (0, 0)) \end{aligned} \quad (19)$$

로 나타낼 수 있다. 이때 복비를

$$(a, b; c, d) = \frac{\mu}{\lambda} / \frac{\mu'}{\lambda'} \quad (20)$$

으로 정의한다. 사영변환 행렬을  $T$ 라 하면,

$$\bar{a} = Ta, \bar{b} = Tb, \bar{c} = Tc, \bar{d} = Td \quad (21)$$

으로 나타낼 수 있고, (18),(19)식을

$$c = \lambda a + \mu b, \quad d = \lambda' a + \mu' b \quad (22)$$

이라 할때, (22)식의 양변에 행렬  $T$ 를 곱해주면,

$$Tc = \lambda Ta + \mu Tb, \quad Td = \lambda' Td + \mu' Td \quad (23)$$

이므로, (21)식에 의해 다음식이 성립한다.

$$\bar{d} = \lambda' \bar{a} + \mu' \bar{b}, \quad \bar{c} = \lambda \bar{a} + \mu \bar{b}, \quad (24)$$

이상의 식들로부터

$$(a, b; c, d) = (\bar{a}, \bar{b}; \bar{c}, \bar{d}) \quad (25)$$

의 관계를 얻을 수 있다. 즉, (25)식은 사영변환에 있어서 복비관계는 불변량임을 나타낸다. 그림3.에서 직선상의 점들에 의한 복비식은

$$(a, b; c, d) = \frac{ac}{ad} / \frac{bc}{bd} \quad (26)$$

이다. 이때,  $d \rightarrow \infty$ 인 경우의 복비는

$$(a, b; c, d) = \frac{ac}{bc} \quad (27)$$

이다. (27)식은 직선상에 기지의 3점이 존재하면 무한원점을 구할 수 있고, 사영변환의 불변성질을 이용하여 화상면상에서 무한원점을 구할 수 있음을 알 수 있다.

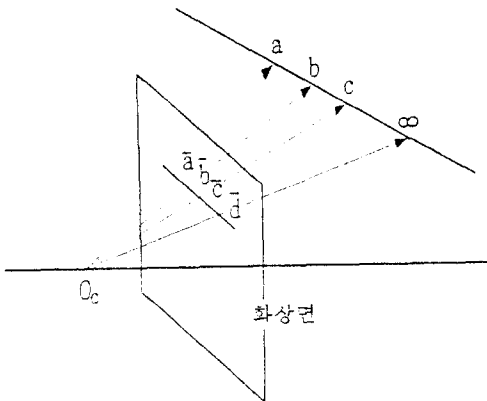


그림 3. 복 비

Fig. 3. cross ratio.

4. 평행선쌍에 의한 무한원점 추정

서로 다른 두 직선  $x = [x_1, x_2, x_3]$  과  $y = [y_1, y_2,$

$y_3]$  는 1점에서 직교하고, 교점은

$$(k_1, k_2, k_3) = \left( \left| \begin{matrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{matrix} \right|, \left| \begin{matrix} x_3 & x_1 \\ y_3 & y_1 \end{matrix} \right|, \left| \begin{matrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{matrix} \right| \right) \quad (28)$$

으로 나타낼 수 있다. 사영기하학에서 평행한 직선은 무한원점에서 교차하므로 공간상에서 평행한 직선쌍의 존재를 가정하면 이들의 직선은 무한원점에서 교차하기 때문에 화상면상에서 두직선의 교점은 직선의 무한원점이 된다.

V. 사영기하학을 이용한 교점 파라메타 추정

1. 화면 거리 추정

공간상에 평행이 아닌 두 직선의 방향 벡터를  $[n_{1x} n_{1y} n_{1z}]^T$ 와  $[n_{2x} n_{2y} n_{2z}]^T$ 라 하고 이 두 직선의 무한원점을 각각  $(v_x, v_y)$ 와  $(w_x, w_y)$  라 하자. 이때, 직선의 방향 벡터와 무한원점의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} v_x &= -f_c \frac{n_{1x}}{n_{1z}}, & v_y &= -f_c \frac{n_{1y}}{n_{1z}} \\ w_x &= -f_c \frac{n_{2x}}{n_{2z}}, & w_y &= -f_c \frac{n_{2y}}{n_{2z}} \end{aligned} \quad (29)$$

또한, 방향 벡터는 정규화 되어 있으므로 (30)식과 같다.

$$\begin{aligned} n_{1x}^2 + n_{1y}^2 + n_{1z}^2 &= 1 \\ n_{2x}^2 + n_{2y}^2 + n_{2z}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (30)$$

두 직선이 공간상에서 이룬 각을  $\theta$ 라 한다면 내적의 관계로부터 (31)식이 성립한다.

$$n_{1x} n_{2x} + n_{1y} n_{2y} + n_{1z} n_{2z} = \cos \theta \quad (31)$$

위의 식들로 부터  $n_{1x}, n_{1y}, n_{1z}, n_{2x}, n_{2y}, n_{2z}$  를 소거하면 (32)식을 얻는다.

$$\begin{aligned} (1 - \cos^2 \theta) f_c^4 + [2(v_x w_x + v_y w_y) - (v_x^2 + v_y^2 + w_x^2 + w_y^2) \\ \cos^2 \theta] f_c^2 + [(v_x w_x + v_y w_y)^2 - (v_x^2 w_x^2 + v_x^2 w_y^2 \\ + v_y^2 w_x^2 + v_y^2 w_y^2) \cos^2 \theta] = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

(32)식은  $f$  의 복 2차식이기 때문에 쉽게 해를 구할 수 있다. 그러나, (29)식과 (31)식은 비선형 연립 방정

식이므로 물리적으로 의미 있는 해가 구해지지 않는 경우가 있다.

$f_c^2$ 에 대해 물리적으로 의미 있는 해가 결정되는 경우는 (32)식이  $f_c^2$ 에 관하여 “정과 부의 두실근” 혹은 “중근”을 가지는 경우이다.  $f_c^2$ 에 대해서 정과 부의 두 실근을 갖는 경우는  $f_c^4$ 의 계수  $(1 - \cos^2 \theta)$ 이 항상 정이므로 (32)식의 정수항이 부(-), 즉

$$(v_x w_x + v_y w_y)^2 - (v_x^2 w_x^2 + v_x^2 w_y^2 + v_y^2 w_x^2 + v_y^2 w_y^2) \cos^2 \theta < 0 \quad (33)$$

일 때이다. (29)~(31)식을 (33)식의 좌변에 대입하면,

$$(33) \text{식의 좌변} = k^2 g(\cos \theta) \quad (34)$$

$$\text{단, } k = \frac{f_c^2}{n_{1z} n_{2z}},$$

$$g(\cos \theta) = (n_{1z}^2 - n_{1z}^2 n_{2z}^2 + n_{2z}^2) \cos^2 \theta - 2 n_{1z} n_{2z} \cos \theta + n_{1z}^2 n_{2z}^2$$

(33)식이 성립하기 위해서는  $g(\cos \theta)$ 가 항등적으로 부(-) 이어야만 한다. 이때,  $g(\cos \theta)$ 는  $\cos \theta$ 의 2차식 이므로 판별식 D는

$$\frac{D}{4} = n_{1z}^2 n_{2z}^2 (1 - n_{1z}^2)(1 - n_{2z}^2) (> 0) \quad (35)$$

이므로 (34)식은  $g(\cos \theta) < 0$  라는 조건이 성립하지 않는다. 따라서,  $f_c^2$ 이 해를 가지기 위해서는 (32)식이 “중근”을 가지는 경우만이 성립한다. 이때, (32)식은  $\cos \theta = 0$ 일때 (36)과 같이 된다.

$$f_c^2 = -(v_x w_x + v_y w_y) \quad (36)$$

(36)식은 공간내에 직교하는 두직선이 존재 할때, 무한 원점으로 부터 화면거리를 쉽게 추정 할 수 있음을 알 수 있다.

### 2. 자세 추정

화상면상의 무한원점  $(v_x, v_y, -f_c)$ 이 구해지면, 공간상에서 직선의 방향 벡터는

$$[n_x \ n_y \ n_z]^T = [k v_x \ k v_y \ -k f_c]^T \quad (37)$$

$$\text{단, } k = \frac{1}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + f_c^2}}$$

으로 나타낼 수 있다.

위 식은 공간내 직선의 무한원점 좌표와 화면거리를 알면 직선의 방향 벡터를 간단히 구할 수 있음을 보여 준다.

### 3. 위치 추정

그림 4에서 공간상의 직선 ab위의 점 a와 그 상  $\bar{a}$ 로 부터 ob에 내린 수선을 각각  $h, \bar{h}$ 라 하고  $\theta = \angle aob$   $\psi = \angle abo$ 라 하면,

$$|\vec{a} \vec{h}| = |\vec{a} \vec{b}| \sin \psi \quad (38a)$$

$$|\vec{a} \vec{h}| = |\vec{o} \vec{a}| \sin \theta \quad (38b)$$

가 성립한다.

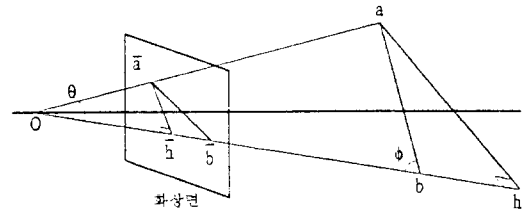


그림 4. 위치 계측

Fig. 4. Position Measurement.

또한, 외적의 정의에 의해

$$|\vec{ob} \times \vec{ab}| = |\vec{ob}| |\vec{ab}| \sin \psi \quad (39a)$$

$$|\vec{ob} \times \vec{oa}| = |\vec{ob}| |\vec{oa}| \sin \theta \quad (39b)$$

이다. (38),(39)식과  $\vec{a} \vec{h} \parallel \vec{a} \vec{h}$ 로 부터

$$\frac{|\vec{ob} \times \vec{ab}|}{|\vec{ob} \times \vec{oa}|} = \frac{|\vec{ab}| \sin \psi}{|\vec{oa}| \sin \theta} = \frac{|\vec{a} \vec{h}|}{|\vec{a} \vec{h}|} = \frac{|\vec{o} \vec{a}|}{|\vec{o} \vec{a}|} \quad (40)$$

로 된다. 따라서 점 o,  $\bar{a}$ , a가 공통선위에 존재하므로 (41)식을 얻는다.

$$\vec{oa} = \frac{|\vec{o} \vec{a}|}{|\vec{oa}|} \vec{oa} = \frac{|\vec{ob} \times \vec{ab}|}{|\vec{ob} \times \vec{oa}|} \vec{oa} \quad (41)$$

위 식은 공간상에서 방향 벡터를 알고 있는 직선상의 두점이 투영된 화상면상의 화상과 화면거리를 알면 공간상의 점의 위치를 결정할 수 있다.

### 4. 정방형 교정 frame의 제안

위 절들의 결과로 부터 교정 파라메타의 추정은 다음과 같이 요약된다.

(1) 공간상의 직선 위에 있는 3점의 좌표를 이미 알고

VI. 모의실험 및 검토

1. 모의실험 방법

모의실험은 전 절에서 제안한 교정 frame을 그림5.와 같이 xy평면상에 정방형으로 각각  $a=(100,0)$ ,  $b=(0,100)$ ,  $c=(-100,0)$ ,  $d=(0,-100)$ 에 배치하고, 카메라는 극좌표계 형식으로  $(\theta, \psi, \rho)$ 에 위치한 것으로 하여 시행한다. 모의실험에 적용되는 카메라의 특성으로 사용되는 카메라를 고려하여 화면거리가 16 [mm]이고, 유효화소범위는 10 [H] × 10 [V] [mm]로 가정한다. 본 논문에서 제안하는 교정방법은 해석적 방법이기 때문에 계측에 오차를 가정하지 않으면 파라메타의 추정 불가능한 특이점을 제외하면 정확하게 교정을 행할 수가 있다. 따라서, 모의실험에는 화상면상의 점의 위치에 대한 오차로서 유효화소범위의 점을 원점으로 하는 평면 극좌표계  $(\gamma, \alpha)$ 로 하여,  $\gamma$ 방향에 유효화소범위의 대각선 길이에 대해  $\sigma$  [%]를 표준편차로 하는 정규성 잡음  $N(0, \sigma^2)$ 을 적용하고,  $\alpha$ 방향은 균등분포 잡음  $U(0, \pi)$ 을 적용한다.

위치추정의 평가량은 추정 알고리즘에 의해 추정된 frame의 대각선 길이와 설정된 대각선 길이의 차를 이용하였다. 또한, 그림5.에서 교정 frame의 점 a,c가 x축상에 존재하고, 점 b,d가 y축상에 존재하므로 각축의 점에 의한 외적벡터는 z축이다. 자세추정은 이를 착안하여 설정된 frame에 의한 외적벡터와 추정된 점들에 의해 얻어지는 벡터  $\vec{ac}$ 와  $\vec{bd}$ 의 외적벡터의 차에 대한 크기(norm)을 평가량으로 했다.

평가범위는 교정 frame의 대칭성을 고려하여  $\theta$ 는 (42)식과 같은 범위에서 행하며,

$$f(\theta + 90 \cdot n) = f(\theta), f(\theta + 90 \cdot n + 45) = -f(\theta) \quad (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (42)$$

$\psi$ 는 (43)식과 같은 범위에서 행한다.

$$g(\psi + 90 \cdot n) = g(\psi) \quad (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (43)$$

그리고,  $\rho$ 는 0.30~1.00 [m] 범위에서 위치와 자세를 추정 평가했다.

모의실험은 설정값에 부가한 난수의 계열을 바꿔서 100회 시행 후 평가량의 평균을 나타냈다.

2. 모의 실험 결과

그림6.~그림10.는 카메라의 극좌표요소  $(\theta, \psi, \rho)$ 을 두종류의 무한원점 추정방법에 의한 교정평가량의 결

- 있다면, 투영된 화상면 위의 상으로 부터 사영 불변량인 복비를 이용하여 무한원점을 구할 수 있다.
- (2) 공간상에 평행인 직선이 두개 존재 할때, 이 화상면 위에 교점이 무한원점이다.
  - (3) 공간상의 직교하는 두 직선으로 부터 화면거리를 구할 수 있다.
  - (4) (1)(2)(3)에 의한 무한원점과 화면거리로부터 직선의 방향벡터를 구할 수 있다.
  - (5) 공간상의 직선상에 있는 두점의 상과 직선의 방향벡터로 부터 점의 위치를 구할 수 있다.

무한원점을 구하는 조건으로 (1),(2)를 만족하는 공간상의 점배치는 평행선쌍을 이루고 직선상의 3점을 얻을 수 있어야 하므로 공간상에 최저 4점을 필요로 한다. 또한, (3)에서는 화면거리를 구할 때 공간상에 직교하는 두 직선의 존재를 필요로 하기 때문에 4점으로 부터 직교의 관계가 유도되어야만 한다.

본 논문에서는 이상의 조건을 만족하는 유효한 교정 frame으로써 정방형 패턴의 교정 frame을 제안한다. 제안하는 정방형 패턴은 마주 보는 변이 평행하고 인접한 변은 직교하기 때문에 (2)(3)(4)(5)에 의해 교정 파라메타 추정에 적합하다. 또한, 정방형 패턴의 대각선을 서로 2등분하는 두 대각선의 교점은 사영 변환해도 보존되기 때문에 정방형의 정점이 주어지면 대각선 위에서는 이미 알고 있는 좌표의 3점이 존재하게 되는 것이다. 정방형의 꼭지점은 직교하기 때문에 (1)(3)(4)(5)의 방법에 의해 교정 파라메타의 추정도 동시에 할 수 있다. 즉, 제안된 정방형 교정 frame의 배치로써 카메라의 교정 파라메타를 구할 수 있다. 그림5.는 카메라와 교정 frame관계를 나타냈다.

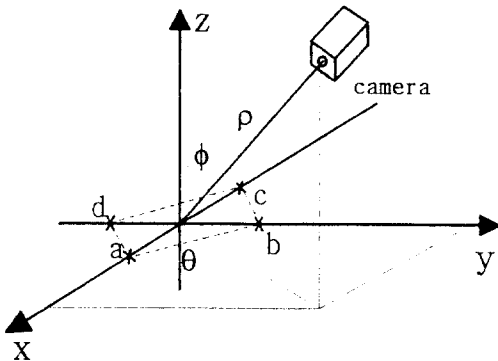
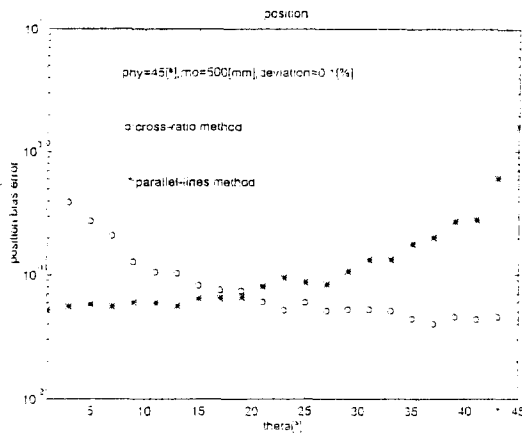
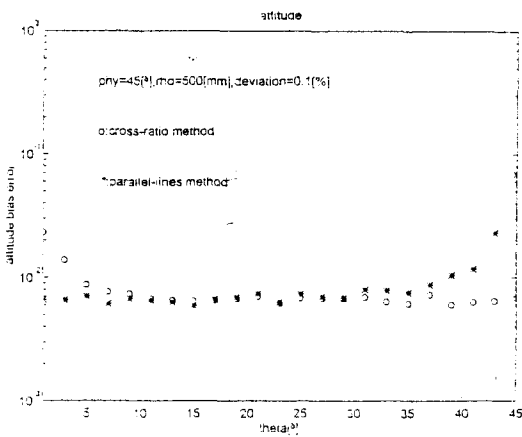


그림 5. 교정 frame 과 카메라의 관계  
Fig. 5. Relate of calibration frame and camera.

파이다. 그림에서 'o'표시는 복비에 의한 방법을 나타내며, '\*'표시는 평행선쌍에 의한 방법을 나타낸다.



(a) 위치 오차



(b) 자세 오차

그림 6.  $\theta$ 의 변화에 의한 평가오차  
Fig. 6. Error with respect to  $\theta$ .

$\theta$ 를 변수로 한 위치와 자세의 평가결과가 그림6.와 같다. 자세추정에서는 22.5 [°] 근방에서 두방법의 평가량이 역전되기 시작하며, 위치추정에서는 평가량의 교차점이 자세추정의 경우보다 작은 부분에서 역전된다. 그 이유는 두 방법 모두 공간상의 동일한 점에 대한 무한원점을 추정하고 있으므로 추정에 이용되는 기준선의 길이가 복비의 방법이 평행선쌍의 방법 보다  $\sqrt{2}$ 배 크기 때문이다. 그리고 두 방법에 의한 위치와 자세 오차가  $\theta=0$  [°]에 근접한 부분에서는 복비에 의한 방법이 오차가 크고,  $\theta=45$  [°]에 근접한 부분에서는 평행선쌍 방법이 오차가 크게 나타난다. 이는

$\theta=0$  [°]에 근접할 수록 복비 방법에 이용되는 기준선 즉, 그림5.의 점a,c를 통과하는 직선이 화상면과 점진적으로 평행을 이루어 화면거리에 대한 오차가 커지기 때문이고, 또,  $\theta=45$  [°]에 근접할 수록 평행선쌍 방법에 이용되는 기준선인 그림5.의 점a,d를 통과하는 직선과 점b,c를 통과하는 직선이 화상면과 점진적으로 평행을 이루어 화면거리 오차가 크기 때문이다. 또한, 복비의 방법은  $\theta=0$  [°]에서 평행선쌍 방법에서는  $\theta=45$  [°]에서 추정 불가능한 특이점이 발생한다. 그 이유는 그림5.에서 카메라가  $\theta=0$  [°]에서는 x축상의 점a,c를 지나는 직선은 화상면과 평행하여, 복비의 방법에 의한 무한원점 추정시 무한원점이 화상면에 결상되지 않게 되어 화면거리를 구할 수 없는 경우가 발생한다.  $\theta=45$  [°]에서는 점a,d를 지나는 직선과 점b,c를 지나는 직선이 화상면과 평행하여 평행선쌍의 방법에 의한 무한원점 추정이 불가능한 경우가 발생한다. 그러나, 이 경우도 교정 frame을 증가시키면 전공간에서 파라메타 추정이 가능해진다.

모의실험에서 두종류의 무한원점 추정방법 중 어느 쪽의 방법이 더욱 정밀한 추정이 가능한가를 판정하기 위해 다음과 같은 평가함수를 제안한다.

$$J = \sqrt{(v_x - e_x)^2 + (v_y - e_y)^2 + (w_x - e_x)^2 + (w_y - e_y)^2} \quad (44)$$

단,  $(v_x, v_y), (w_x, w_y)$ : 공간상에서 직교하는 두직선의 무한원점

$(e_x, e_y)$ : 교정 frame 중심의 상 좌표

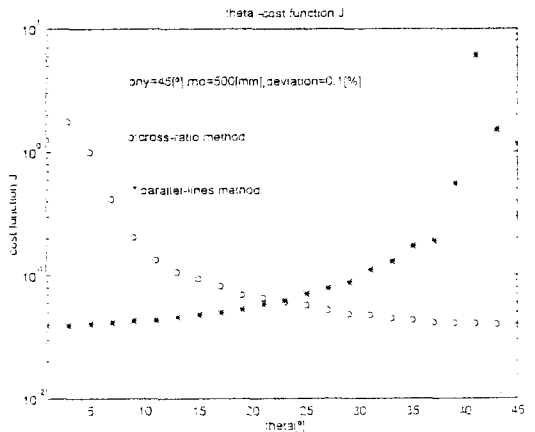
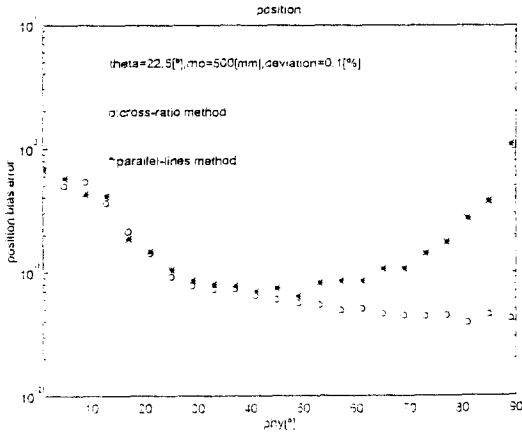


그림 7.  $\theta$ 에 대한 평가 함수 J의 오차  
Fig. 7. Estimation Function J with respect to  $\theta$ .

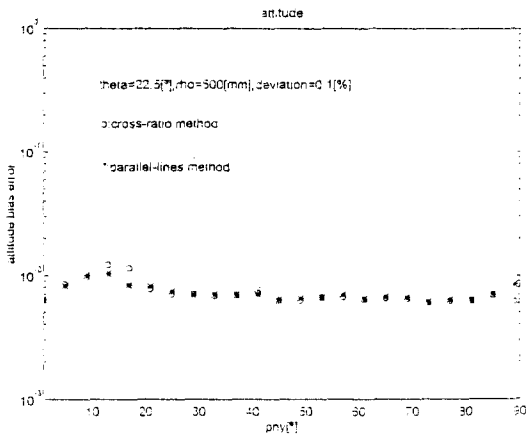
이 함수는 화상면상에서 무한원점과 교정 frame 중심



의 상과의 거리를 나타낸다.  $\theta$ 를 변화시킬 때의 결과가 그림 7과 같다. 이 결과는 그림6.(a)와 거의 같은 특성을 나타내고 있다. J의 값이 적은 무한원점 추정법을 이용하는 것이 더욱 정확도를 높게 예측할 수 있다.



(a) 위치 오차



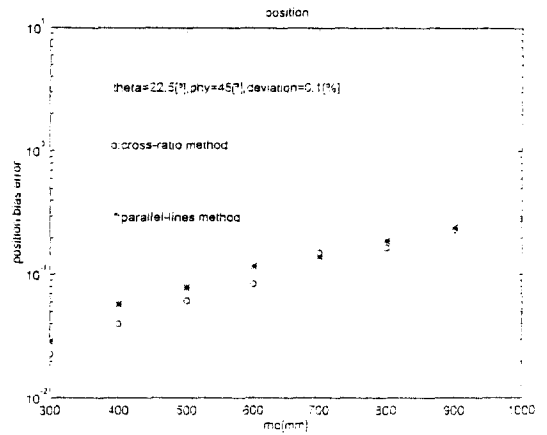
(b) 자세 오차

그림 8.  $\psi$ 의 변화에 의한 평가오차  
Fig. 8. Error with respect to  $\psi$ .

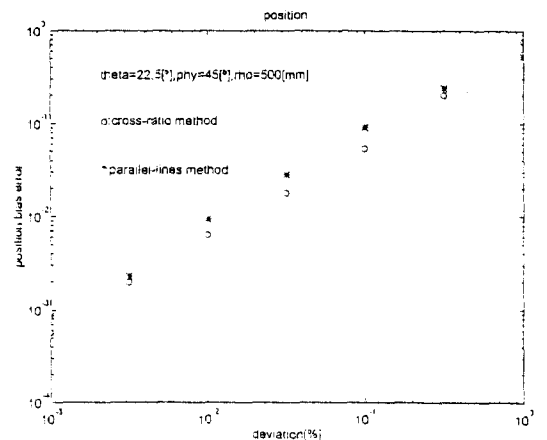
$\psi$ 를 변수로 한 위치와 자세의 평가결과가 그림8.과 같다. 자세추정의 정확도는 두방법이 거의 일치하지만, 위치추정에서는 45~90 [°] 범위에서 복비방법과 평행선쌍방법의 평가량차가 크게 나타나고, 복비방법의 정확도가 높게 나타난다. 그 이유는 자세추정은 두 방법이 동일한 평면상의 점에 대한 외적의 평가로써  $\psi$ 의 변화에 오차는 동일하게 발생된다. 그러나, 위치추정시는  $\psi=90$  [°]에 근접할 수록 평행선쌍은 그림5.에서 볼 수 있듯이 점a,b를 지나는 직선과 점c,d를 지

나는 직선은  $\psi$ 가 증가함에 따라 두 직선이 화상면상과 점진적으로 평행하게 되어 추정오차가 증가된다.

또한,  $\psi=0$  [°]에서 교정 frame과 화상면이 평행하게 위치하기 때문에 거리와 화면거리를 분리할 수 없게되며,  $\psi=90$  [°]에서는 교정 frame과 화상면이 직황면이 되어 추정이 불가능한 특이점이 발생한다. 이러한 추정 불가점을 피하기 위해서는 교정 frame을 45 [°] 회전시켜 배치함으로써 전공간에서 위치, 자세추정을 가능케 할 수 있다.



(a) 위치 오차

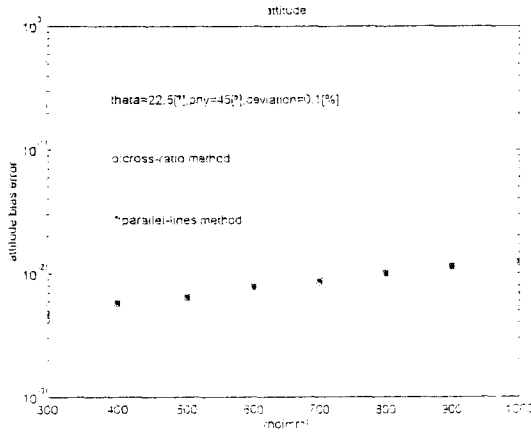


(b) 자세 오차

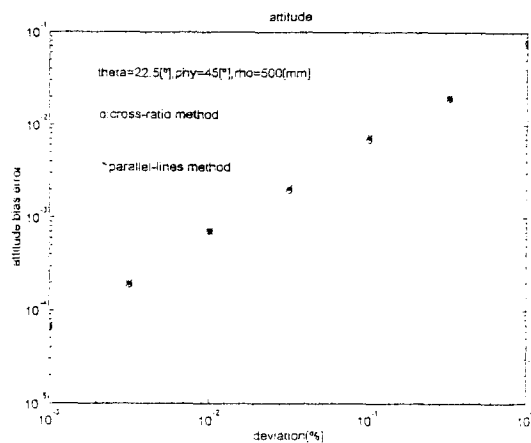
그림 9.  $\rho$ 의 변화에 의한 평가 오차  
Fig. 9. Error with respect to  $\rho$ .

교정 frame과 카메라와의 거리  $\rho$ 를 변수로 한 평가결과가 그림9.과 같다.  $\rho$ 의 범위는 모든 frame내의 점이 유효범위내에 위치한 거리로부터 무한대까지지만 본 논문에서는  $\rho=0.30\sim 1.00$  [m] 범위에서 설정했

다. 그림에서 카메라가 교정 frame으로 부터 멀어질수록 기준선이 적어지게 되어 추정 정확도가 떨어지는 것을 볼 수 있다. 따라서, 실제 교정을 행 할 경우 교정 frame의 점상이 가능한 한 유효 화소범위내 존재토록하여 정확도를 높여야 한다.



(a) 위치 오차



(b) 자세 오차

그림 10.  $\sigma$ 의 변화에 의한 평가오차  
Fig. 10. Error with respect to  $\sigma$ .

본 논문에서는 잡음삽입에 따른 교정평가량 관계를 알아보기 위해 표준편차를 0.001~1 [%]까지 변화시키면서 모의실험을 시행했다. 표준편차는 앞에서 언급한 것과 같이 유효화소범위의 대각선 길이에 대한 비이다. 그림10.에서 볼 수 있듯이 두 방법은 대체로 일치되는 위치,자세의 추정 정확도를 가진다. 또한 잡음삽입이 어느 정도 적은곳에서는 잡음의 크기와 교정평가량은 거의 선형관계를 이루고 있다.

이상의 모의실험 결과는 본 논문에서 제안한 교정알고리즘의 유용성과 두종류의 무한원점 추정법을 병용함으로써 제안 알고리즘의 일반성을 입증했다.

## VII. 결 론

본 논문은 Stereo Vision System를 이용한 3차원 계측시 반드시 수반되는 관측계의 교정을 사영기하학을 이용한 방법을 제안했다. 제안된 알고리즘에 의한 교정 파라메타 추정은 기존에 다수의 교정 frame에 의한 교정 파라메타 추정법과는 다르게 1개의 정방향 교정 frame만을 배치하여 교정 파라메타를 추정할 수 있는 방법이다. 이는 다수의 frame배치에 따른 배치기준의 설정이 난해함과 계산량이 많고 비선형적 해석에 따른 기존의 복잡한 문제를 간명한 계산과 해석적으로 교정할 수 있도록 했다.

본 논문에서는 제안한 알고리즘의 일반성을 입증하기 위하여 사영기하학의 복비에 의한 방법과 평행선상의 원리를 각각 적용하였고, 유효화소 범위의 점에 대해 0.1 [%]의 오차가 부가되어도 교정의 정확도가  $10^{-3}$ 의 오차범위에서 교정 파라메타를 추정 할 수 있음을 컴퓨터 모의 실험으로 입증했다.

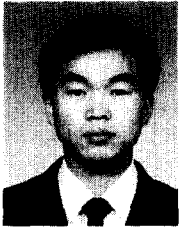
본 논문의 추후 과제는 투영되지 못하는 부분이 존재하거나, 렌즈의 보정계수등 각양의 조건으로 부터 삽입되는 잡음에 강한 하드웨어를 실현하므로써 실제 작업 환경에 적용함으로써 제안한 알고리즘의 유용성을 확대 해 가는 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 大森隆司, “視覺系をモデルとした兩限立體視の試作”, 計測自動製御學會論文集 Vol. 23, No 5, 1987.
- [2] 大森隆司, “立體視”, 計測と製御, Vol. 26, No 4, 1987.
- [3] 青木側夫, 谷内田正彦, “ハターン投影法と2臺のカメラを用いた3次元物體の計測”, 電子通信學會論文集, Vol. J68-D, No. 3, Mar.1985.
- [4] Duane C. Brown, “Close - range Camera Calibration”, photogrammetric Engineering 1971.
- [5] 中谷,北橋, “無限遠点により3面頂点形狀に加わる拘束物體”, 電子通信學會論文集 Vol. J65-D,

- No. 10, pp. 1273-1279, Oct.1982.
- [6] M.J. Magee. and J.K. Aggarwal, "Determining Vanishing Points from perspective Images", Computer Vision, Graphics and Image processing, 26, pp. 256-267,1984.
- [7] B.Caprile and V.Torre , "Using Vanishing Points for Camera Caliblation", International Journal Of Computer Vision, 4, pp. 127-140, 1990.
- [8] 松島, 恩田, 青木, "Hough 變換の性質お利用した無限遠点抽出法", 電子通信學會論文誌, Vol. J70-D, No. 5, pp. 1051-1052, May. 1987.
- [9] 中谷, 北橋, "反復演算による無限遠点抽出", 電子通信學會論文誌, Vol. J68-D, No. 8, pp. 1541-1542, Aug. 1985.
- [10] Frank Ayres, JR, Projective Geometry, Schaum, pp. 155-167, 1988.
- [11] 松下俊, 柿創正義, "3次元物體認識のための距離センサと走査技術", 計測と制御, Vol.26, No4, Apr.1987.
- [12] 遠藤, 北橋, "物體の自由な3次元運動の認識", 電子通信學會論文誌, Vol. J68-D, No. 4, pp. 570-575, 4. 1985.
- [13] 金谷, "3-Dユークリッドか2-D非ユークリッドか-面像理解の方法論", 電子通信學會論文誌, Vol. J70-D, No. 5, pp. 1035-1038, May. 1987.
- [14] Robert M. Haralick , "Determinig Camera Parameters From The Perspective Projection Of a Rectancgle", Pattern Recognition, Vol. 22, No. 3, pp. 225-230, 1985.
- [15] Reimar.K. Lenz and Roger. Y.T. Tsai, "Techniques for Calibration of the Scale Factor and Image Center for High Accuracy 3-D Machine Vision Metrology", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 10, NO. 5, pp. 713-720, Sep. 1988.
- [16] Robert M. Haralick, "Using Perspective Transformations in Scene Analysis" Computer Graphics and Image processing, Vol. 13, pp. 191-221, 1980.

## — 저 자 소 개 —



崔 成 求(正會員)

1988년 2월 전북대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1994년 2월 전북대학교 전기공학과 대학원(공학석사). 1994년 3월 ~ 현재 전북대학교 대학원 전기공학과 박사과정 재학 중. 주관심분야는 화

상계측, 광응용 계측



盧 度 煥(正會員)

1973년 2월 전북대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1984년 3월 동경공업대학 대학원 제어공학전공(공학석사). 1987년 3월 동경공업대학 대학원 제어공학전공(공학박사). 1988년 4월 ~ 현재 전북대학교 공과대학 전

기전자제어공학부 부교수. 주관심분야는 센서응용 계측, 광응용 계측, 화상계측