

論文96-33B-6-8

# 박막 모델과 직접복구를 이용한 영상으로부터 형상 복구 알고리듬

## (A Shape From Shading Algorithm Using a Membrane Model and Direct Recovery)

朴 祥 鎭 \*, 李 商 郁 \*

(Sang Ho Park and Sang Uk Lee)

### 要 著

본 논문에서는 영상으로부터 3차원 형상을 복구하기 위하여 구속 최적화 기법과 직접복구 방법에 기반한 새로운 형상 복구 알고리듬을 제안한다. 일단 3차원 형상을 대략적으로 복구하기 위한 평활성 구속조건으로서 박막 모델을 사용하고 조정화 항에 의한 형상 왜곡을 없애기 위하여 표면 높이를 먼저 계산하는 직접복구 알고리듬을 적용한다. 이 접근 방법은 두 단계의 다른 기법을 적용함으로써 안정적이고 정확한 형상을 구할 수 있다. 본 논문에서 여러 영상에 대한 실험 결과가 제시되고 토의되었으며 이는 제안된 알고리듬이 3차원 정보를 정확하고 효율적으로 이끌어 냄을 보여준다.

### Abstract

In this paper, based on the constrained optimization technique and direct recovery method, we present a shape from shading(SFS) algorithm to recover a 3-D shape from an image. More specifically, we first employ the membrane model for a smoothness constraint to recover a 3-D shape coarsely. We then compute the surface height directly to reduce the shape distortion due to a regularization term. In our approach, we can obtain a stable and accurate solution by the application of these two steps. Several simulation results on various images are provided and discussed in this paper and they show that the proposed algorithm extracts the 3-D information accurately and efficiently.

### I. 서 론

컴퓨터 시각(computer vision)에서 어떤 장면이나 형상에 대한 2 차원 영상으로부터 필요한 정보를 추출하는 것은 중요한 문제이며<sup>[1,2]</sup>, 이러한 정보를 유출할 수 있는 "실마리(cue)"로는 명암 분포(shading), 등고선(contour), 무늬(texture), 입체시(stereo), 그리고 움직임(motion) 등이 있다<sup>[3,4,5]</sup>. 특히 영상의 명암 분포는 표면의 방향과 밀접한 관계가 있고, 영상의 밝기 정보로부터 그 영상이 형성된 3차원 표면의 법선을 추

출할 수 있다는 사실이 Horn에 의해 처음으로 밝혀졌다<sup>[6]</sup>. 영상의 밝기란 엄밀히 말해서 밝기의 변동을 의미하며 밝기의 공간적인 변동은 물체의 밝기뿐만 아니라 면소(surface patch)의 방향이 다르면 조명과 이루는 각도가 달라지게 되어 나타나는 현상으로, 이 변동을 명암 분포라고 한다. 이러한 명암 분포의 정보를 가지고 있는 하나의 영상으로부터 물체의 표면 모양을 구하는 것이 영상으로부터 형상 복구(shape from shading : SFS) 문제이다. 즉, 물체가 만들어 내는 2 차원 영상으로부터 3차원 표면의 높이, 또는 깊이를 복구하는 것이 SFS의 목적이다.

그러나 3차원 세계를 2차원 영상으로 투영하는 영상 형성 과정에서 많은 정보가 손실되어 SFS는 Hadamard의 정의에 따르면 불량설정 문제(ill-posed pro-

\* 正會員, 서울大學校 電氣工學部

(School of Electrical Engineering, Seoul National University)

接受日字: 1995年1月29日, 수정완료일: 1996年4月29日

blem)가 된다<sup>[7]</sup>. 양호설정 문제(well-posed problem)는 구하고자 하는 유일한 해가 존재하고 입력의 연속적인 변화에 대해서 해도 연속적으로 변하는 문제로 정의되며, 이러한 조건 중 어느 하나라도 만족하지 못하면 이를 불량설정 문제라고 한다. 그리고 이러한 실제적인 문제들은 항상 이산적(discrete)으로 다루어져서 선형적인 문제의 경우 행렬의 역으로 간략화 시키므로 비유일성과 수치적인 불안정성이 심각하게 발생하며, 이러한 불량 설정됨으로 인해 입력 데이터에서의 작은 잡음도 해에는 큰 오차를 야기시킨다. 그러므로 불량설정 문제를 양호설정 문제로 근사시켜 유일한 해를 구할 필요성이 대두되고 잡음에도 안정된 기법이 필요하다.

영상으로부터 형상 복구 문제를 제한조건 없이 구하는 방법들이 몇 사람들에 의해 시도되어 왔으나, 적용할 수 있는 영상이 비교적 간단하여야 할 뿐만 아니라 그 해 또한 유일하지 못하고 안정적으로 수렴하지 않는다<sup>[8]</sup>. 이러한 불량설정 문제를 양호설정 문제로 전환시키기 위하여 가장 널리 쓰이는 방법이 적당한 사전 지식을 도입하여 가능한 해를 제한하는 것이다. 이러한 사전 지식 중에서 평활성 구속조건(smoothness constraint)을 조정화 항(regularization term)으로 채택하여 목적 함수(cost function)를 구성하고 이를 최소화함으로써 2차원 영상에서 본래의 3차원 형상을 재구성하는 방법이 현재 널리 알려져 있다<sup>[9]</sup>. 이러한 방법들의 대부분이 지금은 “불량 설정 문제의 조정화 이론”이라 불리는 분야로 통합되어 가고 있다.

SFS 문제를 해결하려는 대부분의 연구는 변분적 접근(variational approach)에 근간을 두고 있다<sup>[10]</sup>. 즉, 높이  $Z$ 를 각각  $x, y$ 에 대해 편미분하여 표면 방향  $p, q$ 를 정의하고 밝기 오차에 평활성 구속조건과 같은 조정화 항을 포함하는 목적 함수를 최소화함으로써 표면 방향  $p, q$ 를 구한다. 이 과정에서 목적 함수를 각각의 변수에 대해 편미분하여  $p, q$ 를 포함하는 오일러 방정식 집합을 유도하고 이를 차분 방정식으로 이산화 시킨 후  $p, q$ 를 수치적 반복법에 의해 구한다. 마지막으로 표면의 높이  $Z$ 는  $p$ 와  $q$ 를 직접 적분함으로써 구할 수 있다. 그러나 이렇게 계산된  $p$ 와  $q$ 의 비적분성으로 인해 이에 해당하는 실제 형상이 존재하지 않을 수도 있다. 따라서 적분 가능성 구속조건(integrability constraint)을 목적 함수에 첨가시켜 비적분성을 극복하고자 하는 알고리듬이 제안되기도 하였다<sup>[11]</sup>.

<sup>[11]</sup> 그리고 최근에는 계층적 구조(hierarchical structure)<sup>[12]</sup>나 다층 격자 기법(multigrid method)<sup>[13]</sup>을 이용하여 알고리듬의 안정성과 수렴 속도를 증가시키려는 시도가 이루어져 왔다. 이와 같은 기존의 방법들은 단일 광원, 또는 일정한 표면 반사율 등과 같은 가정을 만족하는 합성 영상에 대해서는 좋은 결과를 내고 있지만 실제 영상 형성 과정에서는 이러한 가정이 성립되지 않고, 아울러 해를 구할 때 비교적 강한 구속조건을 사용하기 때문에 좋은 결과를 얻기가 힘들다.

따라서 본 논문에서는 실제 영상에 적용하여 좋은 결과를 얻을 수 있고 기존의 난점들을 극복할 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 이 방법은 안정한 해를 구하고 조정화 항에 의한 해의 왜곡을 막기 위하여 박막 모델(membrane model)<sup>[14]</sup>을 사용하여 형상을 복구한다. 박막 모델은 복구된 형상이 너무 평坦해지는 단점이 있으나 한편으로 해의 안정성과 빠른 수렴성을 얻을 수 있고 잡음에 대한 영향을 최소화시킬 수 있다. 그리고 나서, 표면 방향을 구하고 이를 적분하여 높이를 구하는 지금까지의 접근방법<sup>[10]</sup>과는 달리 먼저 3차원 형상인 높이를 변화시켜 해를 구하는 직접 복구 알고리듬을 적용한다. 즉, 높이를 변화시키고 각각의 좌표축에 편미분하여 표면 방향을 구한 후, 이렇게 새로 구한 표면 방향이 입력 영상과의 차이를 감소시키는지 조사하여 높이의 변화를 조절할 수 있다. 본 논문에서는 이와 같이 박막 모델을 먼저 적용시켜 안정되지만 다소 coarse한 해를 구하고 그 결과를 이용하여 직접 복구 알고리듬으로 좀 더 정확하고 세밀한 형상을 얻을 수 있다.

## II. 박막 모델을 이용한 형상의 복구

SFS의 해를 구하기 위해서는 비선형 1계 편미분 방정식인 영상 명도 방정식을 풀어야 하는데, 이를 해결하기 위한 알고리듬은 크게 두 부류로 나눌 수 있다. 먼저, 국부 알고리듬(local algorithm)이라 불리는 접근방법은 closed-form solution을 구하는 것으로서 반복적 기법을 통하지 않고 한번의 역변환으로 해를 구하므로 속도가 빠르다<sup>[15]</sup>. 그러나 이 알고리듬을 적용시키기 위해서는 반사율 지도가 간단해야 하고 경계 조건을 필요로 하며 결과가 좋지 않다는 단점이 있다. 전역 알고리듬(global algorithm)이라 부르는 다른 방

법은 표면의 모양이 평활하다는 가정 하에 SFS 문제를 구속 최적화 문제(constrained optimization problem)로 접근하는 것이다<sup>[10,15,17]</sup>. 이 방법은 반복을 통해 해를 구하기 때문에 계산량이 많긴 하지만, 다른 구속 조건을 넣붙이기 쉽고 잡음이나 모델링 오차에 대해 강인하며 국부 알고리듬에 비해 비교적 정확한 해를 구할 수 있다.

구하고자 하는 해의 정확도는 목적 함수의 구성에 좌우되며 이 목적 함수를 최소화시키는 방법에 따라 수렴성, 수렴 속도 등이 좌우된다. 여기서 목적 함수  $F(p, q, Z)$ 는 식 (1)과 같이 밝기 오차  $E_b$ , 평활성 구속조건  $E_s$ , 그리고 적분가능성 구속조건  $E_i$ 로 이루어져 있다. 여기서  $\lambda$ 는 평활성 구속조건의 밝기 오차에 대한 가중치이며  $\mu$ 는 적분가능성 구속조건의 가중치이다.

$$F(p, q, Z) = E_b + \lambda E_s + \mu E_i, \quad (1)$$

밝기 오차는 식 (2)와 같이 입력 영상의 밝기인  $I(x, y)$ 와 이 영상으로부터 표면 방향을 구해 재구성한 밝기인  $R(p, q)$  사이의 차이를 세곱한 것이다.

$$E_b = [I(x, y) - R(p, q)]^2 \quad (2)$$

정량적으로 밝기 오차만 줄어들면 높이  $Z$ 가 구해질 것으로 생각되지만, SFS가 불량설정 문제이므로 밝기 오차가 줄어들어도 정확한 3차원 형상을 구할 수 없는 경우가 있다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 목적 함수에 평활성 구속조건 등을 첨가하여 주변 화소와의 상관 관계를 높이고 안정화시켜 유일한 해로 수렴하고 잡음의 영향에 민감하지 않도록 하고 있다. 평활성 구속 조건으로는 식 (3)과 같은 박판 모델(thin plate model)이나 식 (4)와 같은 박막 모델(membrane model)이 주로 사용되고 있다<sup>[14]</sup>.

$$E_s = [Z_{xx}^2 + Z_{xy}^2 + Z_{yy}^2] \quad (3)$$

$$E_s = [Z_x^2 + Z_y^2] \quad (4)$$

여기서  $Z_x$ 와  $Z_y$ 는 각각 높이  $Z$ 의  $x, y$ 축에 대한 1계 편미분이며,  $Z_{xx}$ 와  $Z_{yy}$ 는 2계 편미분을 나타낸다. 일반적으로 평활성 구속조건으로 박막모델을 사용하면 너무 평탄한 결과를 초래한다고 알려져 있으므로 박판 모델이 주로 사용되고 있다. 그러나 박막 모델은 계산

량이 적고 수렴성과 안정성이 우수하므로 알고리듬의 반복회수에 따라  $\lambda$ 를 줄여나가면 좋은 결과를 얻을 수 있다. 목적 함수에서  $\lambda$ 의 값이 크면 최소화 과정이 안정되고 수렴성이 좋아진다. 그러나 높이의 불연속면이나 굴곡이 심한 면에서는 해의 정확도가 낮아질 수 있으므로 이를 해결하기 위하여 영상의 밝기 변화 정도에 따라 적응적으로 다른 값을 적용시키거나 반복회수가 증가함에 따라 이 값을 작게 하는 방법이 이용되고 있다<sup>[17,18]</sup>. 적분가능성 구속조건은 목적 함수를 최소화시켜 구한 표면 방향이 실제의 3차원 형상에 대응하도록 하기 위하여 첨가되었으며<sup>[11]</sup> 본 논문에서는 식 (5)를 적분가능성 구속조건으로 사용하였다.

$$E_i = [ (p - Z_x)^2 + (q - Z_y)^2 ] \quad (5)$$

위에서 설명한 세 가지 항으로 구성된 목적함수는 다음과 같다.

$$F(p, q, Z) = [I(x, y) - R(p, q)]^2 + \lambda [Z_x^2 + Z_y^2] + \mu [(p - Z_x)^2 + (q - Z_y)^2], \quad (6)$$

이 식을 구간 내에서 적분한 값을 최소화시키는 것은 다음과 같은 오일러 방정식의 해를 구하는 것과 동등하며<sup>[5]</sup>, 여기서  $F_p, F_{p_x}, F_{p_y}$ 는  $F$ 의  $p, p_x, p_y$ 에 대한 1계 편미분을 나타낸다.

$$F_p - \frac{\partial}{\partial x} F_{p_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{p_y} = 0$$

$$F_q - \frac{\partial}{\partial x} F_{q_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{q_y} = 0 \quad (7)$$

$$F_Z - \frac{\partial}{\partial x} F_{Z_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{Z_y} = 0$$

위의 식을 이용하여 반복적 계산을 하면 매 반복 시마다  $p, q, Z$ 는  $\delta p, \delta q, \delta Z$ 만큼 변화하므로 다음과 같이 이 값들을 갱신할 수 있다.

$$\begin{aligned} p' &= p + \delta p \\ q' &= q + \delta q \\ Z' &= Z + \delta Z \end{aligned} \quad (8)$$

식 (6)에서  $R(p, q)$ 를 일차항까지 테일러 급수로 전개하면 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$R(p, q) = R_p \delta p + R_q \delta q \quad (9)$$

식 (7), (8), (9)를 식 (6)에 대입하고  $\delta p, \delta q, \delta Z$ 에

대해서 정리하면 다음과 같이 행렬의 형태로 표시할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} R_p^2 + \mu & R_p R_q & \mu \\ R_p R_q & R_q^2 + \mu & \mu \\ -\mu & -\mu & 4(\lambda + \mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta p \\ \delta q \\ \delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

여기서 상수항  $C_1, C_2, C_3$ 는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 &= (I - R)R_p - \mu(p - Z_x) \\ C_2 &= (I - R)R_q - \mu(q - Z_y) \end{aligned} \quad (11)$$

$$C_3 = \lambda(Z_{xx} + Z_{yy}) + \mu(Z_{xx} + Z_{yy} - p_x - q_y)$$

식 (10)을  $\delta p, \delta q, \delta Z$ 에 대해서 풀면 다음과 같은 생신값들을 얻을 수 있으며  $\Delta$ 는 계수 행렬의 행렬식이다.

$$\delta p = [4(\lambda + \mu)(R_q^2 + \mu) + \mu^2]C_1 - [4(\lambda + \mu)$$

$$R_p R_q + \mu^2]C_2 + [\mu R_p R_q - \mu(R_q^2 + \mu)]C_3] / \Delta,$$

$$\delta q = [-4(\lambda + \mu)R_p R_q + \mu^2]C_1 + [4(\lambda + \mu)$$

$$(R_p^2 + \mu) + \mu^2]C_2 + [\mu R_p R_q - \mu(R_p^2 + \mu)]C_3] / \Delta,$$

$$\delta Z = \frac{1}{4(\lambda + \mu)} [C_3 + \mu(\delta p + \delta q)] \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 4(\lambda + \mu)[(R_p^2 + R_q^2)\mu + \mu^2] \\ &\quad + \mu^2[(R_p - R_q)^2 + 2\mu] > 0 \end{aligned} \quad (13)$$

이 알고리듬을 반복적으로 수행할 때, 행렬식  $\Delta$ 의 부호를 조사하면 안정적으로 수렴하는지 알 수 있다. 이 행렬식은 식 (13)과 같고 항상 0 보다 크므로 반복을 계속해도 발산하지 않고 전역 최소로 수렴함을 알 수 있다<sup>[18]</sup>.

영상의 크기가  $N \times N$  일 때, 표면 방향을 나타내는  $p, q$ 와 높이  $Z$ 의 크기도 각각  $N \times N$  이다. 또한  $N \times N$  영상의 경우 전체적인 반복수는  $N$ 의 제곱에 비례하여 증가하고 전체적인 계산의 복잡성은  $N$ 의 세제곱에 비례하므로 영상의 크기가 커짐에 따라 필요한 메모리 영역의 크기와 계산량은 기하 급수적으로 늘어난다고 볼 수 있다<sup>[17,19]</sup>. 화소 지수(pixel index)인  $i, j$ 는 0에서  $N-1$  까지의 값을 가지며 이중에서 경계를 제외한 1에서  $N-2$  까지의 영역에는 식 (8)을 이용하여 표면 방향과 높이를 생신해 나갈 수 있다.

박막 모델을 이용하여 해를 구하는 경우 반복을 거듭해도 안정되게 수렴하기 위해서는  $i, j$ 가 0 또는  $N-1$  일 때, 적절한 경계 조건의 부여가 필요하다. 본 논문에서는 경계에 바로 인접한 화소를 제외한 가장 가까운 두 화소로부터 경계값을 보간하는 식 (14)와 같은 수정된 자연 경계 조건을 제안하여 사용하였다.

$$p_{0,j} = 2p_{2,j} - p_{3,j}$$

$$q_{0,j} = 2q_{2,j} - q_{3,j}$$

$$Z_{0,j} = Z_{2,j} - p_{1,j}$$

$$p_{i,0} = 2p_{i,2} - p_{i,3}$$

$$q_{i,0} = 2q_{i,2} - q_{i,3}$$

$$Z_{i,0} = Z_{i,2} - q_{i,1}$$

$$p_{0,0} = 2p_{2,2} - p_{3,3}$$

$$q_{0,0} = 2q_{2,2} - q_{3,3}$$

$$Z_{0,0} = Z_{2,2} - p_{1,1} + q_{1,1} \quad (14)$$

$$Z_{0,0} = Z_{2,2} - p_{1,1} + q_{1,1}$$

먼저  $64 \times 64$  해상도의 가우스 함수 합성 영상을 입력으로 하여, 형상 복구와 그 결과에 대해서 살펴보면 다음과 같다. 여기서 가우스 함수 영상을 만들기 위한 가우스 함수 형상은 그림 1(a)에, 이로부터 생성한 가우스 함수 영상은 그림 1(b)에 도시하였다. 박막 모델을 평활성 구속조건으로 사용하여 복원한 가우스 함수 형상은 그림 2에 도시하였다.

합성 영상은 먼저 3 차원 형상을 만든 후, SFS의 기본 가정에 따라 반사율 지도를 이용하여 영상의 밝기가 표면 방향에만 의존하도록 만든 이상적인 영상이다. 그러나 실세계에 존재하는 물체들은 표면이 난반사의 성질을 가지고 있을 뿐 아니라, 가까운 곳에 여러 개의 광원이 존재하는 조명 조건을 가지고 있을 수도 있다. 하지만 실제 영상에 대해서도 먼 거리에 하나의 광원이 있다고 가정하면 표면 밝기의 확률적 분포로부터 광원의 위치를 구할 수 있고<sup>[19]</sup>, 이 광원의 위치로부터 반사율 지도를 작성하여 형상 복원의 실마리로 이용할 수 있다.

본 논문에서는 영상 처리에서 주로 사용하는  $256 \times 256$  Lenna 영상과 Pepper 영상을 입력으로 하여 형상을 복구하였다. 그림 3(a)의 Lenna 영상에서 광원의 위치를 나타내는 방위각(tilt)은 영상의  $x$ 축을 기준으로 하면  $7.74^\circ$  이고 천정각(slant)은  $59.52^\circ$ 이며 그

그림 3(b)의 Pepper 영상에서 방위각은  $32.04^\circ$ 이고 천정각(slant)은  $32.27^\circ$ 이다<sup>[18]</sup>.

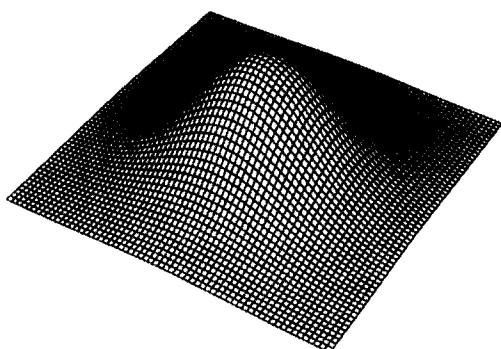


그림 1. 이차원 가우스 함수

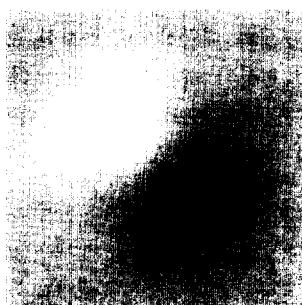


그림 1. 이차원 가우스 함수

Fig. 1. 2-D Gaussian Function.

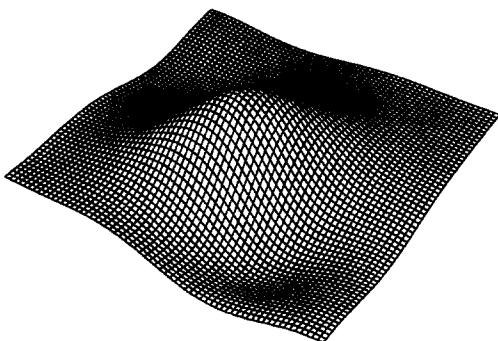


그림 2. 박막 모델로 복구된 가우스 함수 형상  
Fig. 2. The Gaussian Shape Recovered by Membrane Model.

$256 \times 256$  크기의 영상을 입력으로 하여 형상 복구를 하면 수렴 속도가 낮고 안정성도 떨어지기 때문에, 가장 간단한 피라미드 구조를 사용하여 이러한 문제점을 해결하였다.

즉 원 영상의 4 화소씩 평균을 취하여  $128 \times 128$  영

상을 만들고 여기서 다시 4 화소씩 평균을 취하여  $64 \times 64$  영상을 만들어 이 영상에서 형상 복구를 시작한다.



(a) Lenna 영상



(b) Pepper 영상

그림 3. 입력 실제 영상

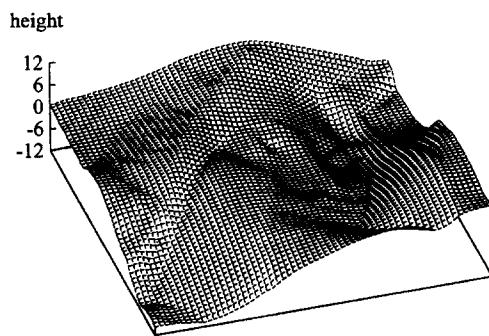
Fig. 3. Input Real Image.

이 때 낮은 해상도와 높은 해상도의 모든 영상에서 조명 방향과 알비도(albedo), 그리고 편향 밝기는 같다 고 가정한다.  $64 \times 64$  영상에서 해의 변화가 거의 없거나 최대 반복수에 도달하면  $128 \times 128$  형상으로 보간을 하고  $128 \times 128$  영상을 입력으로 하여 다시 형상을 복구한다. 이런 과정을 원 영상의 해상도인  $256 \times 256$  크기에 이르기까지 반복하여 최종적인 해를 구한다. 이는 영상의 저주파수 성분이 대체적인 형상의 윤곽을 결정하기 때문이며 수렴 속도를 빠르게 하기 위한 보다 복잡한 형태의 계층적 구조는 Szeliski에서 찾아볼 수 있다<sup>[12]</sup>.

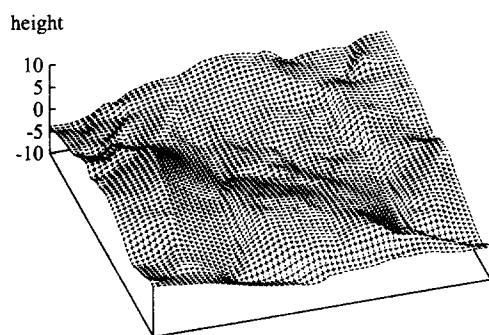
박막 모델을 평활성 구속조건으로 하고 피라미드 구조를 이용하여 복원한 Lenna 형상은 그림 4(a), Pepper 형상은 그림 4(b)에 나타내었다. 이 결과를 살펴보면 박막 모델이 비교적 평坦한 결과를 내는 경향이 있지만 국부적으로만 평탄하기 때문에 전체적인 윤곽의 왜곡은 존재하지 않으며 대략적인 윤곽을 잘 복구함을 알 수 있다. 다만 인접 화소와의 연관성으로 인해 영상의 밝기 변화가 심한 부분에서 형상이 전반적으로 평탄해지는 문제점이 발생하는데, 이는 구속조건을 첨가하여 해를 구하는 모든 방법에서 해결해야 할 과제이다.

### III. 형상의 직접 복구

본 장에서는 먼저 높이를 변화시키고 이를 편미분하여 구한 표면 방향과 입력 영상과의 차이를 최소화시키는 새로운 직접복구 알고리듬을 제시한다.



(a) Lenna 형상



(b) Pepper 형상

그림 4. 복구된 3차원 형상

Fig. 4. Recovered 3-D Shape.

지금까지 제안된 방법들은 일반적으로 표면 방향을 먼저 구하고 이를 적분하여 최종적으로 높이를 구한다. 그러나 구해진 표면 방향이 항상 적분 가능한 것도 아니고, 표면 방향  $p, q$ 와 높이  $Z$ 를 편미분한  $Z_x, Z_y$ 의 값이 정확하게 일치하지 않는다는 문제점이 존재한다. 이와 같은 문제점을 극복하기 위하여, 본 논문에서는 표면 방향을 구한 후에 이를 이용하여 높이를 구하지 않고 높이를 먼저 변화시킨 후 이것이 목적함수를 감소시키는지를 조사하여 3차원 형상을 복구하는 새로운 알고리듬을 제안한다. 즉 형상의 높이가 어느 범위 내에 있다는 가정 하에 한 화소씩 높이를 변화시키면서 이를 편미분하여 새로운  $Z_x, Z_y$ 를 구하고 이 값을 반복 지도에 대입하여  $R(p, q)$  대신  $R(Z_x, Z_y)$ 를 계산하여 영상의 밝기인  $I(x, y)$ 와의 차이를 감소시키는가 조사한다. 그래서 밝기 오차를 감소시키면 그 화소에서 다시 높이를  $\delta Z$ 만큼 변화시키고 밝기 오차가 감소하지 않으면 높이의 변화량을 반으로 줄여서 위의 과정을 되풀이한다. 경계를 제외한 모든 화소에 대해서

이를 실행함으로써 간단하게 형상을 복구할 수 있으며 이를 요약하면 다음과 같다.

영상 내의 경계를 제외한 각각의 화소에서 밝기 오차가 감소하는 동안은 높이를 계속 갱신한다. 그리고 높이를 갱신할 때의 변화인  $\delta Z$ 를 줄여가면서 더욱 세밀한 형상을 구할 수 있다. 또 위의 과정을 계속 반복하여 밝기 오차를 최소화시키는 높이를 해로서 구할 수 있다. 그리고 해의 발산을 막기 위해서, 매 반복 시마다 각 화소의 4-neighborhood<sup>[2]</sup> 평균을 취하는 구속조건을 부여하였다. 그러나 경계 부근에서 적절한 경계 조건을 부여할 수 없기 때문에 해의 수렴을 위해서는 경계값을 미리 설정해 주어야 하는 단점이 있다.

직접복구 알고리듬을  $64 \times 64$  가우스 합성 영상에 반복 시행하여 복구한 결과는 그림 5와 같다. 이 결과를 살펴보면 원 형상과 대략적으로 유사한 모양을 가지고 있으나 여전히 형상의 왜곡이 존재함을 알 수 있다. 이는 목적 함수가 밝기 오차만으로 구성되어 있어 구속 조건을 부여할 수 없기 때문이다.

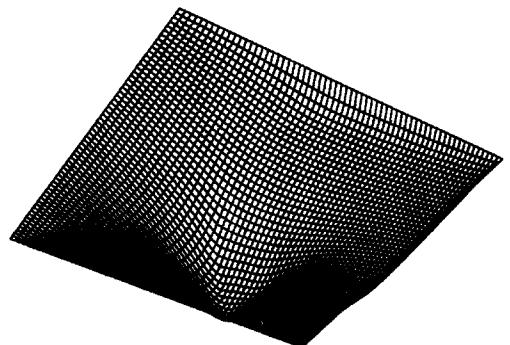


그림 5. 직접 복구 알고리듬을 적용한 가우스 함수 형상

Fig. 5. The Shape of Gaussian Function by Direct Recovery Algorithm.

여기서 입력으로 사용한 가우스 함수 영상을 생성하는 가우스 함수 형상은 원래의 높이를 알고 있으므로 이것을 복구한 높이와의 차이를 제곱하여 그림 6과 같이 반복수에 따른 높이 오차를 구할 수 있다. 그림 6을 살펴보면 직접복구 알고리듬을 적용시켜 높이 오차가 급격히 감소함을 알 수 있다. 하지만 이와 같이 직접복구 알고리듬만을 적용하면 수렴성을 보장할 수 없으므로 안정적이지 못하고 경계조건이 반드시 필요하다.

위에서 살펴본 바와 같이 각각의 알고리듬에는 장, 단점이 존재하는데, 이를 극복하기 위한 방법이 다음과

같이 두 가지 방법을 단계적으로 적용하는 것이다. 먼저 평활성 구속조건으로 박막 모델을 이용하여 대략적인 윤곽을 구한 후, 직접복구 알고리듬을 적용시켜 좀 더 정확한 형상을 구하는 것이다. 박막 모델은 강한 구속조건으로 작용하여 불량설정 문제를 양호설정 문제로 바꾸어 주는 역할을 하는 동시에 형상의 고주파수 성분을 배제하는 저역통과 필터의 역할을 수행한다. 따라서 해의 안정성과 수렴성을 강화할 수 있으므로 형상 복구의 초기 단계에서 이를 적용하여 평활화하는 한지만 대략의 윤곽을 구하고 여기서 얻어진 결과를 직접복구의 입력으로 하여 구속조건 없이 밝기 오차만을 최소화시키는 것이다.

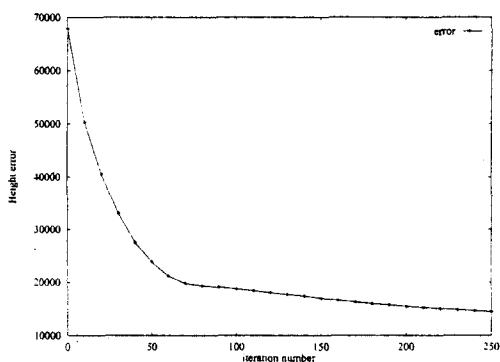
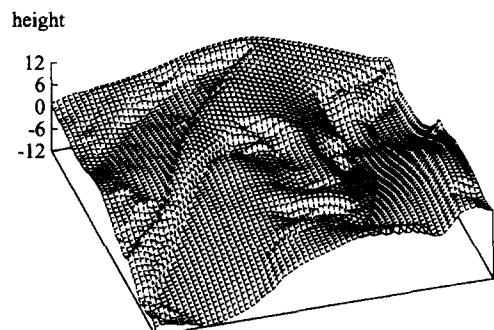


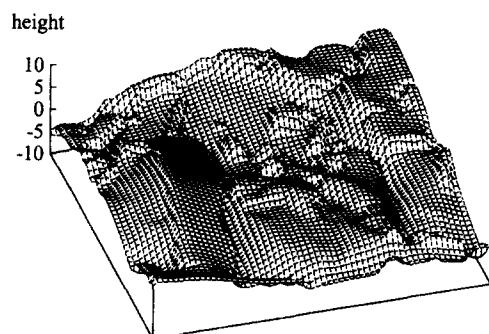
그림 6. 직접 복구 알고리듬의 높이 오차  
Fig. 6. Height Error of Direct Recovery Algorithm.

이와 같이 단계적으로 다른 알고리듬을 적용시킴으로써 조정화 정도와 데이터에의 근접성 사이에 가장 적절한 절충을 찾을 수 있다. 즉, 초기 단계에서는 조정화에 중점을 두어 해의 발산을 막고 잡음의 영향에 견실하도록 할 수 있다. 그러나 형상의 윤곽이 형성된 이후에는 이러한 조정화 기법이 오히려 가능한 해를 제한하는 바람직하지 않은 방향으로 영향을 끼치게 된다. 따라서 최종 단계의 해상도에서 윤곽이 결정되면, 이를 입력으로 하여 계산량이 적고 더욱 세밀한 형상을 복구할 수 있는 직접복구 알고리듬을 적용한다. 그러면 박막 모델로 복구한 대략적인 형상이 표면 방향과 높이에 대한 구속조건을 부여한다고 볼 수 있으므로 별도의 구속조건과 새로운 경계값은 필요하지 않다. 박막 모델에서 얻은  $256 \times 256$  Lenna 형상과 Pepper 형상을 각각 직접복구 알고리듬의 초기조건으로 하고 Lenna 영상과 Pepper 영상을 입력으로 하여 직-

접복구 알고리듬을 적용시킨 결과는 그림 7(a), 그림 7(b)와 같다. 국부적으로는 정확한 형상을 복구하는 직접복구 알고리듬이 우수하지만 목적 함수가 밝기 오차만으로 이루어져 있어 별도의 구속조건을 부여하지 않으므로 일반적인 영상에 그대로 적용시켜 수렴하는 해를 찾기가 쉽지 않다. 따라서 반복의 초기단계에서는 구속조건이 심하더라도 박막 모델을 적용시켜 대체적인 형상의 윤곽을 구하고 이를 입력으로 하여 직접복구 알고리듬을 적용하면 그림 7과 같이 입력 영상의 불연속면에서도 정확한 형상의 복구가 이루어짐을 알 수 있다.



(a) Lenna 형상



(b) Pepper 형상

그림 7. 복구된 3차원 형상  
Fig. 7. Recovered 3-D Shape.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 2차원 영상의 밝기 정보로부터 3차원 형상을 복구하는데 따르는 여러 가지 가정들과 문제점들을 살펴보고 이를 극복할 수 있는 새로운 알고리듬을 제안하였다.

먼저 평활성 구속 조건으로서 박막 모델을 이용하여

형상을 복구하였는데, 이 방법은 SFS를 구속 최적화 문제로 설정한 후 표면방향과 높이를 구하는 문제를 선형적인 행렬의 형태로 표현하고 계수 행렬의 행렬식이 항상 양수로서 박막 모델을 이용한 반복적 기법이 안정함을 증명하였다.

그리고 표면 방향을 구하고 나서 높이를 구하는 기존 방법들의 문제점을 지적하고 이를 극복할 수 있는 직접복구 알고리듬을 제안하였다. 또한 박막 모델을 이용한 형상복구 알고리듬과 직접복구 알고리듬을 단계적으로 사용하여 각각의 단점을 극복하였다. 즉, 형상 복구의 초기 단계에서는 잡음의 영향을 최소화하여 해가 발산하거나 국부 최소에 빠지는 것을 막고 해가 안정적으로 형성된 이후에 구속조건이 없는 직접 복구 알고리듬을 적용시켜 보다 정확한 3차원 형상을 얻을 수 있었다. 그러나 표면 방향과 높이의 불연속면에서 영상의 밝기 변화가 불연속적이고 물체들간의 반사로 인해 실제로는 영상 형성 모델링과는 다른 영상이 얻어지게 된다. 따라서 보다 정확한 3차원 형상의 복구를 위해서는 불연속면과 상호반사에 대한 특별한 고찰이 필요하다.

### 참 고 문 헌

- [1] A. Rosenfeld, "Computer Vision : Basic Principles," *Proc. IEEE*, vol. 76, pp. 863-868, August 1988.
- [2] J. Aloimonos, "Visual Shape Computation," *Proc. IEEE*, vol. 76, pp. 899-916, August 1988.
- [3] D. Marr, *Vision*, W. H. Freeman and Company : San Francisco, 1982.
- [4] W. E. L. Grimson, *From Images to Surfaces*, The MIT Press : Cambridge, Massachusetts, 1981.
- [5] B. K. P. Horn, *Robot Vision*, The MIT Press : Cambridge, Massachusetts, 1986.
- [6] B. K. P. Horn, "Understanding Image Intensities," *Artificial Intelligence*, vol. 8, pp. 201-231, 1977.
- [7] M. Bertero, T. A. Poggio, and V. Torre, "Ill-Posed Problems in Early Vision," *Proc. IEEE*, vol. 76, pp. 869-889, August 1988.
- [8] B. K. P. Horn and M. J. Brooks, *Shape from Shading*, The MIT Press : Cambridge, Massachusetts, 1989.
- [9] A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin, *Solutions of Ill-posed Problems*, Washington DC : Winston and Sons, 1977.
- [10] B. K. P. Horn and M. J. Brooks, "The Variational Approach to Shape from Shading," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 33, pp. 174-208, November 1986.
- [11] R. T. Francot and R. Chellappa, "A Method for Enforcing Integrability in Shape from Shading Algorithms," *IEEE Trans. PAMI.*, vol. 10, pp. 439-451, July 1988.
- [12] R. Szeliski, "Fast Shape from Shading," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing : IMAGE UNDERSTANDING*, vol. 53, No. 2, pp. 129-153, March 1991.
- [13] K. M. Lee and C. C. J. Kuo, "Shape from Shading with A Linear Triangular Element Surface Model," USC-SIPI REPORT No. 172, 1991.
- [14] D. Terzopoulos, "The Computation of Visible-Surface Representation," *IEEE Trans. PAMI.*, vol. 10, pp. 417-438, July 1988.
- [15] A. P. Pentland, "Linear Shape from Shading," *Int. J. Computer Vision*, vol. 4, pp. 153-162, 1990.
- [16] K. Ikeuchi and B. K. P. Horn, "Numerical Shape from Shading and Occluding Boundaries," *Artificial Intelligence*, vol. 17, pp. 141-184, August 1981.
- [17] B. K. P. Horn, "Height and Gradient from Shading," *Int. J. Computer Vision*, vol. 5, pp. 37-75, 1990.
- [18] Q. Zheng and R. Chellappa, "Estimation of Illuminant Direction, Albedo, and Shape from Shading," *IEEE Trans. PAMI.*, vol. 13, pp. 680-702, July 1991.
- [19] C.H. Lee and A. Rosenfeld, "Improved Methods of Estimating Shape from Shading Using the Light Source Coordinate System," *Artificial Intelligence*, vol. 26, pp. 135-149, April 1985.

저자소개



朴 祥 鑄(正會員)

1970년 4월 27일생. 1991년 2월  
서울대학교 공과대학 제어계측공  
학과 졸업. 1993년 2월 서울대학  
교 대학원 제어계측공학과 졸업  
(공학석사). 1996년 현재 전기공  
학부 대학원 박사과정 재학중. 주

관심분야는 컴퓨터비전

李 商 郁(正會員) 第 29卷 B編 參照

현재 서울대학교 공과대학 전기공학부  
교수