

論文96-33B-6-2

H₂ / H_∞ 혼합 기법을 이용한 2자유도 PI 제어기의 설계

(Design of Two-Degree-of-Freedom PI Controllers using the Mixed H₂/H_∞ Methods)

趙容奭*, 朴基憲*

(Yong-Seok Cho and Ki-Heon Park)

요 약

본 연구에서는 제한 PI 제어기 설계시 발생하는 입력 추종과 외란 억제 조정 문제를 체계적으로 해결할 수 있는 2자유도 PI 제어기 구조를 제시하였다. 최적 PI 제어기에서 사용되고 있는 H₂ 설계기법은 평가함수의 발산문제로 인해 플랜트의 출력항만을 고려하고 있으나 플랜트 입력문제를 고려하지 못하므로 플랜트 입력이 상당히 커지거나 플랜트 포화가 일어날 수 있다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 H₂ 설계기법으로 PI 최적 계수를 찾되 플랜트 입력의 최대 크기를 최소화시키는 H_∞ 설계기법을 추가한 H₂/H_∞ 혼합기법을 제시하였다. 또한 스칼라 함수가 아닌 항을 위너-호프 분해를 이용하여 스칼라 함수로 수식전개함으로써 H_∞ 노름 계산시간을 상당히 줄일 수 있었다.

Abstract

A numerous designs of PI controllers have been suggested to solve out trade-off between tracking and regulating problems. We constructed the PI controller system with two-degree-of-freedom that is more analytic and a better approach to a practical one. In the conventional H₂ design of optimal PI controllers, the cost function includes only the plant output terms due to the divergent problems. Since the plant input term is not considered in PI controller design, occasionally, the plant input tends to be either very large or saturated. To solve the prior mentioned problems, we employed a mixed H₂/H_∞ method that combines the H₂ design method to decide optimal parameters of PI controller and the H_∞ design method to minimize the maximum amplitude of plant input. The calculation time of the H_∞ norm was considerably reduced by the simple scalar function obtained by the Wiener-Hopf factorization of non-scalar functions.

I. 서 론

1940년대에 도입된 PID(Proportional-Integral-Derivative) 제어기는 마이크로프로세서의 출현으로 더욱더 적용범위를 넓혀가고 있으며, 현대의 많은 제어 기법들이 개발되었음에도 불구하고 구조가 간단하고

사용이 용이하다는 이점때문에 아직도 일반 산업체에서 널리 쓰이고 있다^[1]. 특히 산업현장의 기술자들은 수학적 어려움 없이 손쉽게 설계할 수 있는 PID 제어를 선호하고 있다. PID 제어기 설계기법은 제어대상인 플랜트의 전달함수에 대한 정확한 정보의 유무, 및 정도에 따라 달라진다. 플랜트의 전달함수를 모르는 경우에는 기준입력에 대한 출력응답을 실험적으로 관찰하여 이 정보를 이용하여 제어기를 설계하는 법^[2,3,4]과 플랜트를 지연요소가 있는 저차 시스템 또는 어떤 특정한 형태로 근사화시켜 제어기를 설계하는 법 등이

* 正會員, 成均館大學校 電氣工學科

(Dept. of Electrical Engineering, Sungkyunkwan University)

接受日字:1996年1月9日, 수정완료일:1996年5月10日

있다^[5,6]. 플랜트의 구체적인 형태를 알고 있을 경우에는 여러 제어기법들을 이용하여 제어를 설계할 수 있고 각종 모의실험도 가능하므로 좀더 좋은 제어기 설계가 가능하다.

본 연구에서는 플랜트의 구체적인 형태를 알고 있을 경우의 PI 제어기 설계기법을 제시하고자 한다. PI 제어기 설계시 많이 사용되는 H_2 설계기법은 기준입력 신호를 단위계단 입력으로 하여 오차에 대한 자승형태의 적분형 평가함수나 또한 그와 유사한 형태의 평가함수를 최소화시킨다.^[5,6,7,8,9,10] 일반적으로 H_2 설계기법에서는 플랜트 입력항때문에 평가함수가 발산하게 되므로 오차항만을 평가함수로 취하는 것이 일반적이다. 그러나 이로 인해 플랜트 입력문제를 고려하지 못하게 되어 플랜트 포화(saturation)를 일으킬 소지가 있다. 이 논문에서는 이러한 H_2 기법의 한계점인 플랜트 포화문제를 극복하기 위해 플랜트 입력의 최대크기를 최소화시키는 H_∞ 기법을 도입하였다^[11,12].

일반적으로 궤환 PI 제어기 설계는 기준입력 변화를 따라가는 입력추종(tracking)과 외란을 줄이는 외란 제거(regulating)를 동시에 만족시켜야 한다. 기존의 제어기법들은 이러한 문제를 해결하기 위해서 이들 사이의 적절한 타협을 이루거나 또는 2자유도 제어를 이용하여 해결하였다^[13,14,15]. 그러나 기존의 2자유도 제어기는 입력추종과 외란제거를 순차적으로 설계하고 있으므로 이 둘의 문제를 종합적으로 고려하기에는 한계가 있음을 알 수 있다. 본 연구에서는 이러한 문제들을 종합적이고 해석적으로 고려할 수 있는 2자유도 제어기 설계기법^[16]을 제시하고 이에 대한 구현 문제도 다루었다.

앞으로 시간함수 $e(t)$ 의 라플라스 변환은 $e(s)$ 로 표시하고 $f'(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 도함수를 나타내고 RH_∞ 는 페우평면에서 해석적인 실계수 유리행렬의 집합을 나타내기로 하자.

II. 2 자유도 PI제어기의 구조

기준입력 추종과 외란 제거 등의 페루프 조정을 동시에 고려해야 하는 경우에는 2자유도 구조의 제어기가 기존 구조의 제어기보다 더 효율적이라는 사실은 이미 잘 알려져 있고^[16], PI 제어기에 대해서도 연구가 있었다^[13,14,15]. 일반적으로 궤환시스템에서 제어

기에 들어오는 신호는 기준입력신호 $u(s)$ 와 궤환신호 $w(s)$ 이다. 이러한 신호들을 효율적으로 처리하기 위해서는 각 신호들을 제어기가 각기 처리하는 형태, 즉 제어기 출력을 $r(s) = C_u(s) u(s) - C_w(s) w(s)$ 와 같은 형태로 취한다면 더 효율적일 수 있다. 이러한 구조를 갖는 제어기를 2자유도 제어기라고 하며 그림 1과 같은 구조를 갖는다^[16].

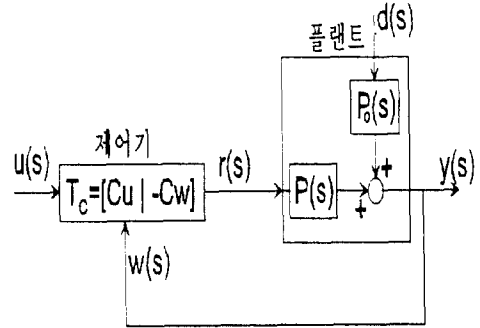


그림 1. 2 자유도 PI 제어 시스템

Fig. 1. System configuration adopting the 2DOF PI controller.

그림 1에서 주목할 점은 구체적인 2자유도 제어기의 구조를 명시하지 않고 단지 $u(s)$ 와 $w(s)$ 에서 $r(s)$ 까지의 전달함수 $C_u(s)$, $-C_w(s)$ 만을 표시한 것이다. 2자유도 제어기의 구현문제는 페루프 시스템의 내부 안정도 등을 고려하여 조심스럽게 다루어져야 하고, 또한 가능한 여러 구현 방법 중에 어떤 것을 선택할 지의 문제도 해결되어야 한다.

앞으로 플랜트 $P(s)$ 와 $P_0(s)$ 는 진분수(strictly proper) 함수로 가정하자. 그리고 PI제어기는 $s=0$ 에 극점(pole)을 갖고 있으므로 플랜트 $P(s)$ 가 $s=0$ 에 영점(zero)을 갖게 되면 극점과 영점의 상쇄가 일어나 내부 안정도에 문제가 생기게 된다. 따라서 이 논문에서는 플랜트 $P(s)$ 는 $s=0$ 에 영점을 갖지 않는 것으로 가정한다. 제어기 $C_u(s)$ 와 $C_w(s)$ 의 형태는 PI구조이므로 각각

$$C_u(s) = K_{up} + \frac{K_{ui}}{s}, \quad C_w(s) = K_{wp} + \frac{K_{wi}}{s} \quad (1)$$

으로 놓는 것이 합리적이다. 이때 두 제어기의 계수들이 같은 값을 가질 필요는 없으나 다음 분석을 통하여 $K_{ui} = K_{wi}$ 의 조건이 바람직하다는 것을 알 수 있다. 먼저 기준입력 $u(s)$ 가 단위 계단함수로 인가되었을 때

제어계의 오차 $e(s)$ 의 정상상태 값이 0 이 되는 조건을 살펴보자. 제어 시스템의 오차 $e(s)$ 는

$$e(s) = u(s) - y(s) = \hat{E}_u(s)u(s) - \hat{E}_d(s)d(s) \quad (2)$$

인데 여기서 $\hat{E}_u(s)$ 와 $\hat{E}_d(s)$ 는

$$\hat{E}_u(s) = \frac{1 + P(s)(C_w(s) - C_u(s))}{1 + P(s)C_w(s)}, \quad \hat{E}_d(s) = \frac{P_u(s)}{1 + P(s)C_w(s)} \quad (3)$$

이다. 이제 $u(s) = \frac{1}{s}$, $d(s) = 0$ 인 경우에 $e(t)$ 의 최종값이 0 이 될 조건은

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \hat{E}_u(s)u(s) = \hat{E}_u(0) = \frac{P(0)(K_{wi} - K_{ui})}{P(0)K_{wi}} \quad (4)$$

이 된다. 물론, 이때 제어기는 페루프 시스템을 안정화시켰다고 가정한다. 여기서, $P(0) \neq 0$ 이므로, 단위계단 입력에 대한 오차의 정상상태 값이 0이 되기 위한 필요조건은 $K_{ui} = K_{wi}$ 가 된다. 따라서, 앞으로는 $C_u(s)$ 와 $C_w(s)$ 를 각기

$$C_u(s) = K_{up} + \frac{K_i}{s}, \quad C_w(s) = K_{wp} + \frac{K_i}{s} \quad (5)$$

로 표시하겠다.

III. H₂ / H_∞ 기법을 이용한 계수 결정법

자승(quadratic)형태의 평가함수를 최소화시키는 H₂ 기법은 일반 선형제어기의 설계에 성공적으로 응용되어왔으나 PI제어기의 설계에는 별로 활용되지 않는 편이다. 다음의 분석은 H₂기법의 PI제어기 설계 응용에 근본적인 어려움이 있음을 보여주고 있다.

1. H₂기법 적용의 문제점

주파수 영역의 제어기 설계에서 표준적인 자승형태 평가함수는 기준입력 $u(s)$ 와 출력 $y(s)$ 의 차이 $e(s)$ 와 플랜트 입력항 $r(s)$ 를 조정하기 위하여

$$E_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [e(s)e(-s) + kr(s)r(-s)] ds = \int_0^{\infty} (e^2(t) + kr^2(t)) dt \quad (6)$$

로 잡는 것이 보통이다. 평가함수 E_1 이 유한한 값을 가지려면 $e(t)$ 와 $r(t)$ 는 각기 0으로 수렴해야 하며 이는 주파수 영역에서 $e(s)$ 와 $r(s)$ 가 $j\omega$ 축을 포함하는 폐우평면에 극점을 갖지 않는 조건과 같다. PI제어기 경우에는 기준입력 $u(s)$ 를 흔히 단위계단함수로 간

주하는데, 이 경우 (6)식의 형태의 평가함수는 분자를 일으킨다는 것을 곧 알 수 있다. 먼저 그림 1에서 플랜트 $P(s)$ 가 $\frac{1}{s}$ 의 적분항을 포함하지 않는 경우에는 $e(t)$ 항과 $r(t)$ 항중 한개는 반드시 0으로 수렴하지 않음을 보일 수 있고 따라서 (6)식의 평가함수값은 항상 발산하게 된다. 즉 식 (2)의 오차 $e(s)$ 가 $\frac{1}{s}$ 의 항을 갖지 않으려면 $y(s)$ 가 $\frac{1}{s}$ 의 항을 가져 $u(s)$ 의 $\frac{1}{s}$ 항을 소거시켜야 한다. 출력 $y(s)$ 가 계단함수 형태가 되려면 플랜트가 $\frac{1}{s}$ 항을 포함하지 않으므로 플랜트 입력 $r(s)$ 가 계단함수 성분을 포함해야 하고 따라서 이 경우 (6)식의 평가함수 값은 발산하게 된다. 비슷한 방법으로 $r(t)$ 가 0으로 수렴하면 $e(t)$ 가 0으로 수렴하지 않음을 보일 수 있다. 플랜트가 $\frac{1}{s}$ 의 적분항을 포함하는 경우에는 (6)식의 평가함수값이 유한하게 되고 따라서 최적제어문제가 성립된다. 그러나 이 경우의 문제점은 최적제어기법을 적용할 수 있는 대상플랜트의 범위가 매우 한정되고 (우리가 제어하고자 하는 플랜트는 적분항을 포함하지 않는 경우가 상당히 많다), (6)식을 최소화시키는 (5)식의 계수를 구하는 경우 항상 K_i 값은 0이 되고 따라서 단순한 비례 제어기가 되는데 많은 경우 비례제어기만으로는 충분한 성능이 보장되지 않는 경우가 생긴다. 대표적인 예는 $P(s) = \frac{1}{s^2}$ 의 경우를 들 수 있는데 이러한 플랜트에 대해서는 PI구조가 아닌 일반 선형제어기의 구조를 채택해야 될 것이다. 따라서 일반적인 PI제어기 경우에는 (6)식의 평가함수 대신

$$E_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e(s)e(-s)ds = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_u(s)E_u(-s)ds + \frac{k_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_d(s)E_d(-s)ds \quad (7.1)$$

$$E_u(s) = \frac{1 + P(s)C_w(s) - C_u(s)}{1 + P(s)C_w(s)} u(s), \quad E_d(s) = \frac{P_u(s)}{1 + P(s)C_w(s)} d(s) \quad (7.2)$$

형태의 평가함수가 많이 사용되고 있다^{15,6,7,8,9,10}. 이 경우는 앞서서와 같은 발산문제와 대상 플랜트의 한정 문제는 생기지 않지만 플랜트 입력항 $r(t)$ 를 전혀 고려하고 있지 않기 때문에 E_2 를 최소화시키는 제어기를 사용하는 경우 제어기 출력 $r(t)$ 가 실제 제어기의 허용 출력범위를 벗어날 가능성이 있게 된다. 극단적인 경우로, 2차 이하의 저차 플랜트에서는 K_{wp} 의 최적값이 ∞ 로 나오는 경우도 있다. 실제로 (7)식과 비슷한

형태의 평가함수를 사용한 [8]의 설계결과는 플랜트 입력값이 상당히 큰 값으로 나타났고 따라서 이 설계 기법은 재고할 필요가 있어 보인다. 따라서 (7)식의 평가함수를 사용할 때의 안전한 설계방법은, E_2 를 최소화시키는 제어기에 대하여 시뮬레이션을 통하여 $r(t)$ 의 크기가 정해진 범위 내에 있는지를 확인하는 방법 일 것이다. 그러나 이러한 과정에서 문제가 되는 것은 $r(t)$ 의 값이 너무 큰 경우 이를 줄일 수 있도록 다시 설계를 해야하는데 $r(t)$ 의 값이 줄어드는 것을 보장하는 설계법이 없기 때문에 이 후에는 시행착오에 의존해야하며 이것은 최적제어 설계의 의도에 벗어나게 된다. 다음절에서는 H_∞ 기법을 도입하여 $r(t)$ 의 크기를 체계적으로 조정할 수 있는 방법에 대하여 설명하겠다.

2. H_2/H_∞ 기법을 이용한 계수 결정법
전달함수 $G(s)$ 의 H_∞ 노름(norm)은:

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{u \neq 0} \frac{\|G(s)u(s)\|_2}{\|u(s)\|_2} = \max_{\|u\|_2=1} \|G(s)U(s)\|_2 \quad (8)$$

으로 정의되는데 여기서 $\|\cdot\|_2$ 는 H_2 노름을 표시한다^[6]. 따라서 $\|G(s)\|_\infty$ 의 최소화 문제는 임의의 입력에 의해 발생할 수 있는 최대출력을 최소화시키는 문제이고 이러한 의미에서 H_∞ 설계는 최악경우 설계(worst case design)로 볼 수도 있다.

그림 1에서 플랜트 입력 $r(s)$ 는

$$r(s) = R_u(s)u(s) - R_w(s)d(s) = \begin{bmatrix} R_u(s) & R_w(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(s) \\ -d(s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R_u(s) = \frac{C_u(s)}{1+P(s)C_w(s)}, \quad R_w(s) = \frac{P_0 C_w(s)}{1+P(s)C_w(s)} \quad (10)$$

이 되는데 여기서 $[R_u(s) : k_2 R_w(s)]$ 의 H_∞ 노름을 최소화시키는 제어기를 찾는 문제를 생각하자(상수 k_2 는 가중치 상수이다). 이러한 최소화 문제는 $\begin{bmatrix} u \\ -d \end{bmatrix}$ 의 입력에 의하여 발생할 수 있는 플랜트 입력 $r(s)$ 의 최대 H_2 노름값을 최소화시키는 제어기를 찾는 것이고 따라서 (6)식의 자승형 평가함수를 사용하는 경우와 같이 $r(s)$ 의 값을 억제하는 효과가 있다. 그러나 (6)식의 경우와는 달리 $r(t)$ 의 정상상태 값이 꼭 0이 아니어도 최적화 문제는 성립하게 된다. 그러므로

$$E_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{j\omega} E_u(s)E_u(-s)ds + \frac{k_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{j\omega} E_d(s)E_d(-s)ds \quad (11)$$

$$E_\infty = \|[R_u \quad k_2 R_w]\|_\infty$$

의 두 개의 평가함수를 동시에 사용하는 H_2/H_∞ 설계 기법은 E_2 를 단독으로 사용하는 설계법의 단점을 보완할 수 있게 된다.

집합 C_s 를 주어진 플랜트를 안정화시키는 모든 PI 제어기 $C(s)$ 의 집합으로 정의하고 \bar{E}_2 와 \bar{E}_∞ 를 각기

$$\bar{E}_2 = \min_{C(s) \in C_s} E_2, \quad \bar{E}_\infty = \min_{C(s) \in C_s} E_\infty \quad (12)$$

으로 정의하자. 또한 평가함수 E_2 의 값을 $\bar{E}_2 + \alpha$ 보다 작게 하는 모든 PI제어기 $C(s)$ 들의 집합을 C_α 로 표시하자. 즉,

$$C_\alpha = \{C(s) \mid E_2 \leq \bar{E}_2 + \alpha, C(s) \in C_s\} \quad (13)$$

로 정의하자. 이제 C_α 에 속하는 제어기 $C(s)$ 중에서 평가함수 E_∞ 를 최소화시키는 제어기를 $C_{\alpha\beta}(s)$ 라하고 이때의 값을 β_α 로 표시하자. 즉

$$\beta_\alpha = \min_{C(s) \in C_\alpha} E_\infty = E_\infty(C_{\alpha\beta}(s)) \quad (14)$$

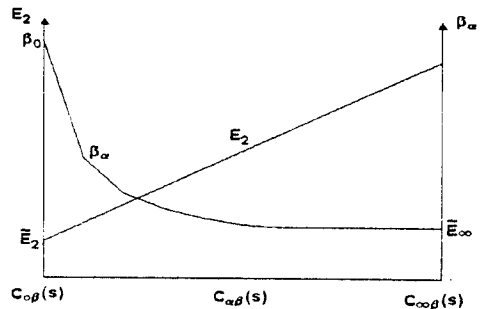


그림 2. α 변화에 대한 E_2 , β_α 의 변화
Fig. 2 The variation of E_2 and β_α as functions of α .

항상 $C_{\alpha_1} \subset C_{\alpha_2}$, $\alpha_1 < \alpha_2$ 가 성립하므로 $\beta_{\alpha_1} \geq \beta_{\alpha_2}$ 가 되고 따라서 α 값을 변화시키면서 $C_{\alpha\beta}(s)$ 를 구하고 각 $C_{\alpha\beta}(s)$ 에 대한 β_α 값과 E_2 값을 그래프로 나타내면 앞에서 서술한 성질 때문에 항상 그림 2와 같은 형태의 결과를 얻을 수 있다.

그래프에서 관찰할 수 있듯이 제어기 $C_{\alpha\beta}(s)$ 와

$C_{\infty\beta}(s)$ 는 평가함수들 중의 한쪽 값을 최소화시키지만 다른 쪽의 평가함수 값이 크므로 적합한 제어기가 아님을 알 수 있다. 가장 합리적인 선택은 β_a 값은 충분히 줄어들었으나 E_2 값의 증가는 별로 크지 않은 지점의 제어기가 존재한다면 이러한 점을 선택하는 것일 것이다. 다음은 본 연구에서 제시한 H₂/H_∞설계기법을 이용한 PI제어기 계수를 찾는 설계절차이다.

첫째, Routh-Hurwitz 안정도 판별법을 이용하여 페루프 시스템의 안정도를 보장하는 PI 계수 (K_{up} , K_{wp} , K_i) 영역을 구한다.

둘째, 가중치 상수 k_1 , k_2 를 선택하고 (K_{up} , K_{wp} , K_i)의 변수 값을 변화시키며 (12)식의 \hat{E}_2 값을 찾는다.

셋째, 첫째에서 수행된 PI 계수 영역 내에서 평가함수 E_2 값을 $\hat{E}_2 + \alpha$ 보다 작게하는 모든 PI 제어기들을 모아놓은 집합 C_a 를 구한다.

넷째, C_a 에 속하는 PI 제어기 중에서 평가함수 E_{∞} 를 최소화하는 PI 제어기 계수 및 최소 E_{∞} 값 β_a 를 구한다.

다섯째, α 값에 대한 β_a 값의 변화를 관찰하여 최종 PI 제어기를 결정한다.

위의 내용중 페루프 시스템의 안정도는 시스템의 특성 다항식(characteristic polynomial)에 의해 결정되는데 그림 1로부터 $1+P(s)C_u(s)$ 의 분자항이 특성 다항식이 됨을 알 수 있다. 플랜트 $P(s)$ 를 $P(s) = n(s)/d_0(s)$ 의 서로 소인 다항식으로 표시하면

$$d_c(s) = d_0(s) \cdot s + n(s)(K_{wp}s + K_i) \quad (15)$$

이 특성 다항식이 되고 항상 K_{wp} , K_i 의 변수만 관련됨을 알 수 있다.

위의 제어기를 결정하는 과정에서 PI 계수에 대한 직접탐색법(direct search)에 의해 \hat{E}_2 및 β_a 의 값을 구하게 되므로 (11)식의 H₂ 및 H_∞ 노름 계산의 효율적인 알고리즘 적용은 매우 중요하다. 다음절에서는 (11)식의 계산 방법에 대하여 설명하기로 하자.

IV. 평가함수 E_2 와 E_{∞} 의 계산

이 절에서는 3절의 제어기를 결정하는 과정에서 필

요한 E_2 와 E_{∞} 의 계산에 대하여 살펴보자.

1. H₂ 및 H_∞ 노름의 계산

전달행렬 $G(s) \in RH_{\infty}$ 의 H₂ 노름, $\|G(s)\|_2$ 의 정의는

$$\|G(s)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Trace } G(s)G^T(-s)ds} \quad (16)$$

인데 $G(s)$ 의 상태공간 변수가 구해지면 Lyapunov식을 풀어서 계산할 수 있다^[12]. 특별히 $G(s)$ 가 스칼라 함수인 경우에는 계산표를 이용할 수도 있다.^[17]

전달행렬 $G(s) \in RH_{\infty}$ 의 H_∞ 노름, $\|G(s)\|_{\infty}$ 은

$$\|G(s)\|_{\infty} = \sup_{\omega} \sqrt{\lambda_{\max}[G(j\omega)\bar{G}^T(j\omega)]} \quad (17)$$

으로 정의되는데 λ_{\max} 는 행렬의 고유치(eigenvalue)중 최대치를 의미한다. 위의 H_∞ 노름 값은 $G(s)$ 의 상태공간 변수가 주어지면 이 변수들을 이용하여 구할 수 있고 이 방법은 이미 널리 알려져 있다^[18].

특히 본 논문에서와 같이 $G(s)$ 가 스칼라 함수가 되는 경우에는 주파수 영역에서 직접 구할 수도 있다. 다음 내용은 [19]의 내용을 약간 보강한 것이다.

$G(s) \in RH_{\infty}$ 가 $G(s) = \frac{n(s)}{d(s)}$ 와 같이 두 개의 다항식 (polynomial)으로 표현되는 경우

$$\|G(s)\|_{\infty} = \sup_{\omega} \sqrt{\frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)}} \quad (18)$$

$$\beta(\omega) = n(j\omega)n(-j\omega), \quad \alpha(\omega) = d(j\omega)d(-j\omega) \quad (19)$$

인데 $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ 는 모두 다항식이므로 $\beta(\omega)/\alpha(\omega)$ 의 최대값은 도함수 값이 0인 ω 값에서 생기게 된다. 따라서 도함수 값이 0이 되는 ω 값을

$$\alpha(\omega)\beta'(\omega) - \beta(\omega)\alpha'(\omega) = \prod_{i=1}^n (\omega - b_i) = 0 \quad (20)$$

의 식과 같이 b_i 로 표현한다면 $\|G(s)\|_{\infty}$ 의 값은

$$\|G(s)\|_{\infty} = \max \left\{ \max_i \frac{\beta(b_i)}{\alpha(b_i)}, \frac{\beta(\infty)}{\alpha(\infty)} \right\} \quad (21)$$

으로 결정된다.

다음 내용은 다항식 $d(s)$ 의 계수가 주어진 경우 (19)식의 다항식 $\alpha(\omega)$ 의 계수를 결정하는 식이다. 먼저 $d(s) = \sum_{k=1}^n a_k s^k$ 으로 주어졌다 하자. 이제 $D(s) \triangleq d(s)d(-s)$ 로 정의하면 항상 $D(s) = \sum_{k=1}^n d_{2k} s^{2k}$ 로 표

시됨은 쉽게 알 수 있다.

이제 $\alpha(\omega) = d(j\omega)d(-j\omega) = d(s)d(-s) |_{s=j\omega}$ 이므로

$$\alpha(\omega) = \sum_{k=1}^n d_{2k}(j\omega)^{2k} = \sum_{k=1}^n (-1)^k d_{2k}\omega^{2k} \triangleq \sum a_{2k}\omega^{2k} \quad (22)$$

이 된다. $\beta(\omega)$ 의 계수도 역시 같은 방법으로 구할 수 있다.

[18]의 방법과 여기서 제시한 [19]의 내용을 약간 보완한 방법은 각기 장단점이 있다. [18]의 방법은 $G(s)$ 가 행렬(matrix)인 경우에도 적용가능한 점이 장점이지만 기본적으로 탐색법에 의존하므로 계산 결과의 정밀도를 높이면 필요한 연산시간이 매우 늘어나게 된다. 또한 전송영점의 계산시에 역행렬 혹은 랭크값의 연산이 필요한데 이러한 연산은 계산결과의 정밀도를 높이는데 장애가 될 때도 있다. [19]의 내용을 보완한 방법은 유한한 갯수의 b_i 값에서만 계산을 하므로 유한한 횟수의 연산으로 정확한 노름값을 구할 수 있으나 스칼라 함수가 아닌 경우는 적용이 곤란하다.

2. $E_\infty = \|[R_u \ k_2 R_w]\|_\infty$ 의 계산

식(11)의 E_∞ 의 계산은 $[R_u \ k_2 R_w]$ 이 스칼라 함수가 아니므로 앞 절의 계산방법1을 사용해야 한다. 그러나 행벡터(row vector) 형태의 전달행렬의 경우에는 다음의 내용을 이용하면 계산방법2를 사용할 수 있다. 먼저

$$E_\infty = \|[R_u \ k_2 R_w]\|_\infty = \sqrt{\sup_{\omega} (R_u(j\omega)R_u(-j\omega) + k_2^2 R_w(j\omega)R_w(-j\omega))} \quad (23)$$

임을 관찰하여 다음의 유리행렬 분해(rational matrix fraction)를 생각하자. 즉,

$$R_u(s)R_u(-s) + k_2^2 R_w(s)R_w(-s) = G(s)G(-s) \quad (24)$$

의 식을 만족시키는 $G(s) \in RH_\infty$ 를 찾으면 (23)으로부터 $E_\infty = \|G(s)\|_\infty$ 이 됨을 쉽게 알 수 있다. 식(24)의 분해식을 만족하는 $G(s)$ 는 항상 존재하며 그 중 하나는 $G(s)$ 의 영점과 극점이 모두 폐좌평면에 위치하는 위너-호프 분해인데 여기서는 단지 $G(s)$ 가 RH_∞ 에 속하는 것으로 충분하다.

이제 R_u, R_w, C_u, C_w 가 2절의 내용과 같을 때 (24)식의 분해항 $G(s)$ 를 구하기로 하자. 먼저 플랜트

전달함수 $P(s), P_0(s)$ 를

$$P(s) = \frac{n(s)}{d_0(s)}, \quad P_0(s) = \frac{n_0(s)}{d_0(s)} \quad (25)$$

의 서로 소인 다항식으로 표시하고(이때 $d_0(s)$ 의 최고차항의 계수는 항상 1이라 가정하자.) R_u, R_w 를 정리하면

$$R_u = \frac{C_u}{1+PC_w} = \frac{n_u(s)}{d_c(s)}, \quad R_w = \frac{P_0 C_w}{1+PC_w} = \frac{n_w(s)}{d_c(s)} \quad (26)$$

$$n_u(s) = d_0(s)(K_{up}s + K_i) \quad (27)$$

$$n_w(s) = n_0(s)(K_{wp}s + K_i) \quad (28)$$

$$d_c(s) = d_0(s) \cdot s + n(s)(K_{wp}s + K_i) \quad (29)$$

이 된다. 위 식에서 다항식 $d_c(s)$ 는 전체 시스템의 안정도를 판별하는 특성 다항식(characteristic polynomial)이고 3절의 설계과정에서 항상 strict Hurwitz 되도록 K_{wp}, K_i 의 값이 제한된다. 이제

$$R_u(s)R_u(-s) + k_2^2 R_w(s)R_w(-s) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n_u(s)n_u(-s) + k_2^2 n_w(s)n_w(-s)}{d_c(s)d_c(-s)} \\ &= \frac{d_0(s)d_0(-s)(k_{up}s + k_i)(-k_{up}s + k_i) + k_2^2 n_0(s)n_0(-s)(k_{wp}s + k_i)(-k_{wp}s + k_i)}{d_c(s)d_c(-s)} \end{aligned} \quad (31)$$

이 된다. 여기서

$$\begin{aligned} &d_0(s)d_0(-s)(k_{up}s + k_i)(-k_{up}s + k_i) \\ &+ k_2^2 n_0(s)n_0(-s)(k_{wp}s + k_i)(-k_{wp}s + k_i) = d_1(s)d_1(-s) \end{aligned} \quad (32)$$

의 다항식 분해항을 생각하면 (31)식으로부터

$$R_u(s)R_u(-s) + k_2^2 R_w(s)R_w(-s) = \frac{d_1(s)}{d_c(s)} \frac{d_1(-s)}{d_c(-s)} \quad (33)$$

이 되므로 (24)식의 분해항 $G(s)$ 는

$$G(s) = \frac{d_1(s)}{d_c(s)} \quad (34)$$

이 됨을 알 수 있다. 따라서 E_∞ 의 계산은 $G(s)$ 의 H_∞ 노름의 계산으로 간단히 구할 수 있다.

식(32)의 다항식 분해항 $d_1(s)$ 는 $P_0(s) \cdot (k_{wp}s + k_i)/(k_{up}s + k_i)$ 의 상태공간 모델을 이용하면 다음과 같이 대수 리카티 방정식을 풀어서 쉽게 구할 수 있다.

정리 1 : 식(32)의 다항식 분해항 $d_1(s)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다. 먼저 $P_0(s) \cdot (k_{wp}s + k_i) / (k_{up}s + k_i)$ 의 상태공간 변수를 (A, B, C) 라 하고 리카티 방정식

$$A^T M + MA = -k_2^2 C^T C + MBB^T M \quad (35)$$

의 대칭(symmetric)이고 유일한 반 양정치(positive semidefinite)해를 M 이라 하고 유리함수 $\Lambda(s) = I + B^T M (sI - A)^{-1} B$ 의 분자항, 분모항을 각기 $n_\lambda(s)$, $d_\lambda(s)$ 라 하면

$$d_1(s) = k_{up} \cdot n_\lambda(s) \quad (36)$$

이다.

증명 : 우선 $d_0(s) \triangleq k_{up}s + k_i$, $d_w(s) \triangleq k_{wp}s + k_i$ 로 정의하면 (31)식의 분자항을

$$d_0(s)d_w(-s)d_w(s)d_0(-s) \left(1 + k_2^2 P_0(s)P_0(-s) \frac{d_w(s)}{d_0(s)} \frac{d_0(-s)}{d_w(-s)} \right) \quad (37)$$

로 놓을 수 있다. 여기서

$$P_0(s) \frac{d_w(s)}{d_0(s)} \triangleq P_1(s) = C(sI - A)^{-1} B \quad (38)$$

라고 정의할 때 다음 식이 성립함을 보일 수 있다.

$$I + k_2^2 P_1^T(-s)P_1(s) = (I + B^T(-sI - A^T)^{-1}MB) (I + B^T M (sI - A)^{-1}B) \quad (39)$$

(39)식을 증명하기 위해 (35)식의 리카티 방정식을 이용한다. (35)식의 양변에 마이너스를 취한 후 좌측에 $-Ms + Ms$ 를 더하면

$$M(sI - A) + (-sI - A^T)M = k_2^2 C^T C - MBB^T M \quad (40)$$

이 되고 양변에 우측에는 $(sI - A)^{-1}$, 좌측에는 $(-sI - A^T)^{-1}$ 를 곱하면,

$$(-sI - A^T)^{-1}M + M(sI - A)^{-1} = (-sI - A^T)^{-1}k_2^2 C^T C (sI - A)^{-1} - (-sI - A^T)^{-1}MBB^T M (sI - A)^{-1} \quad (41)$$

이 되며 다시 양변에 우측에는 B , 좌측에는 B^T 를 곱한 후 I 를 더하면

$$\begin{aligned} & (I + B^T(-sI - A^T)^{-1}MB + B^T M (sI - A)^{-1}B \\ & - I + k_2^2 B^T(-sI - A^T)^{-1}C^T C (sI - A)^{-1}B - B^T(-sI - A^T)^{-1}MBB^T M (sI - A)^{-1}B \end{aligned} \quad (42)$$

이 되어 이항하면

$$\begin{aligned} & (I + B^T(-sI - A^T)^{-1}MB + B^T M (sI - A)^{-1}B + B^T(-sI - A^T)^{-1}MBB^T M (sI - A)^{-1}B \\ & - I + k_2^2 B^T(-sI - A^T)^{-1}C^T C (sI - A)^{-1}B \end{aligned} \quad (43)$$

이 된다. 여기서 $P_1(s) = C(sI - A)^{-1}B$, $P_1^T(-s) = B^T(-sI - A^T)^{-1}C^T$ 이므로

$$I + k_2^2 P_1^T(-s)P_1(s) = (I + B^T(-sI - A^T)^{-1}MB) (I + B^T M (sI - A)^{-1}B) \quad (44)$$

이 되고 이 식은 SISO의 경우이므로 식(37)의 괄호항과 같다. 따라서 식(44)은

$$I + k_2^2 P_1^T(-s)P_1(s) = \Lambda^T(-s)\Lambda(s) \quad (45)$$

로 분해할 수 있고 따라서

$$\Lambda(s) = I + B^T M (sI - A)^{-1} B \triangleq n_\lambda(s)/d_\lambda(s) \quad (46)$$

이다. 여기서 $d_\lambda(s) = d_0(s) \left(s + \frac{k_i}{k_{up}} \right)$ 이므로 결국 $d_1(s)$ 는

$$d_1(s) = k_{up} \cdot n_\lambda(s) \quad (47)$$

이 된다.

상태공간 모델을 이용하여 $[R_u \ k_2 R_w]$ 의 H_∞ 노름을 계산하는 경우에도 위의 내용은 매우 중요한 의미를 갖는다. 주어진 전달행렬에 대한 최소차수의 상태공간 변수를 찾는 일은 소프트웨어적으로 처리하기가 매우 어려운 일인데 (34)식의 내용은 이미 최소차수의 등가 전달함수로 변환시킨 결과로서 E_∞ 의 계산시간을 상당히 줄일 수 있다.

V. 2자유도 PI제어기의 구현

앞 절의 알고리즘을 통하여 적합한 제어기의 계수를 구한 후에는 올바른 $C_u(s)$ 와 $C_w(s)$ 값을 나타나게 하는 제어기 구현문제가 남게 된다. 그림 1에서 제시된 2자유도 제어기의 구현은 $K_{up} = K_{wp}$ 이 되는 경우를 제외하고는 기존의 PI 제어기 구조로는 불가능하다는 것을 쉽게 알 수 있다.

그림 3은 2자유도 제어기의 가능한 구조들을 나타낸

것인데, 그림 3.1은 F_1 블럭의 전방루프를 가지는 구조이고 그림 3.2는 F_2 를 통한 내부루프를 가지는 구조이고 그림 3.3은 이들의 혼합형이다.

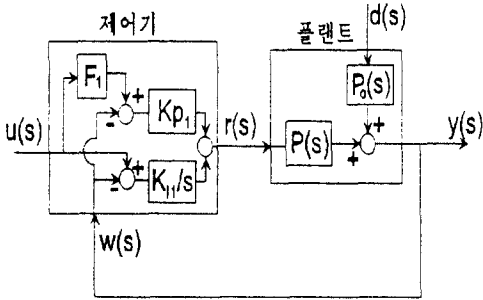


그림 3.1 전방루프를 가진 2자유도 PI 제어기 구조
Fig. 3.1 Schematic of the 2DOF PI controller with forward loop.

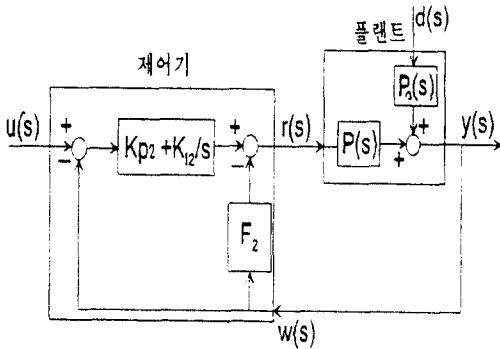


그림 3.2 내부루프를 가진 2자유도 PI 제어기 구조
Fig. 3.2 Schematic of the 2DOF PI controller with inner loop.

다음은 그림 1의 제어기(= T_c)의 내부구조를 구체적으로 구현한 것이다. 적분기를 케환 루프 밖으로 빼면 불안정한 함수가 루프 밖에 존재하게되므로 시스템은 항상 불안정하게 되고 따라서 우리가 생각할 수 있는 구조는 다음과 같다.

그림 3.1에서 플랜트 입력 $r(s)$ 는

$$\begin{aligned} r(s) &= C_u(s)u(s) - C_w(s)w(s) = (\Gamma_1 k_{p1} + \frac{k_{i1}}{s})u(s) - (k_{p1} + \frac{k_{i1}}{s})w(s) \\ &= (k_{up} + \frac{k_{i1}}{s})u(s) - (k_{wp} + \frac{k_{i1}}{s})w(s) \end{aligned} \quad (48)$$

이므로 k_{p1} , k_{i1} , F_1 와 k_{up} , k_{wp} , k_{i1} 와의 관계는

$$k_{p1} = k_{wp}, \quad k_{i1} = k_{i1}, \quad F_1 = \frac{k_{up}}{k_{wp}} \quad (49)$$

이 된다. 특히 이 구조는 그림을 통해 알 수 있듯이

F_1 을 통해 입력추종만을 독립적으로 고려할 수 있는 구조이다^[6].

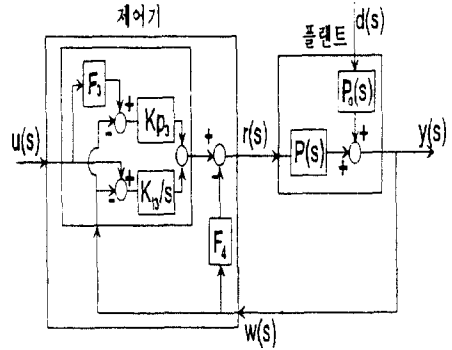


그림 3.3 전방루프와 내부루프를 혼합한 2자유도 PI 제어기 구조

Fig. 3.3 Schematic of the 2DOF PI controller with mixed forward and inner loop.

비슷한 방법으로 각 제어기의 계수들은

$$k_{p2} = k_{up}, \quad k_{i2} = k_{i1}, \quad F_2 = k_{wp} - k_{up} \text{ (그림 3.2의 경우)} \quad (50)$$

$$K_{p2} = \frac{K_{up}}{F_3} = K_{wp} - F_4, \quad K_{i2} = K_{i1}, \quad F_3 = \frac{K_{up}}{K_{wp} - F_4}, \quad F_4 = K_{wp} - \frac{K_{up}}{F_3} \quad \text{(그림 3.3의 경우)} \quad (51)$$

이 된다.

어떠한 구조의 제어기를 쓰든지 결과적인 $C_u(s)$ (기준입력신호 $u(s)$ 에서 플랜트 입력까지의 전달함수)와 $C_w(s)$ (케환신호 $w(s)$ 에서 플랜트 입력 $r(s)$ 까지의 전달함수)의 값이 같다면 동일한 성능을 나타내게 될 것이다.

그러나 제어기가 설치된 후의 상황을 몇가지 생각하면 각 구조는 다른 특성을 가지게 된다. 앞의 알고리즘으로 PI 계수를 결정할 것은 최적상태로 근접한 값을 찾는 것이고 이를 실제 플랜트에 장치한 후에는 상황에 따라 약간의 미세조정이 필요할 수 있다.

그림 3.1의 경우 F_1 의 조정은, 페루프 안정도와 외란감쇄 효과 등의 피이드백 성질은 전혀 영향을 미치지 않으므로 전방루프 구조는 입력추종 성질을 독립적으로 처리하는 장점을 가지게 된다.

그림 3.2의 내부루프 구조는 전방루프 구조와 같이 뚜렷이 분리되는 성질은 나타나지 않으나 F_2 의 조정으로 페루프 시스템의 강인 안정도를 조정할 수 있을 것으로 보인다.

VI. 설계 예

다음의 플랜트에 대하여 H_2/H_∞ 제어기법을 적용하여 보자.

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)^2}, \quad P_0(s) = \frac{(s+3)}{(s+1)(s+2)^2}$$

기준 입력 및 외란이 단위계단 함수일 때, 기준입력에 대한 오차 $E_u(s)$ 와 외란에 대한 오차 $E_d(s)$ 는

$$E_u(s) = \frac{1+P(s)[C_w(s)-C_d(s)]}{1+P(s)C_w(s)}, \quad u(s) = \frac{s^3+5s^2+8s+4+(k_{wp}-k_{up})}{s^4+5s^3+8s^2-(k_{wp}+4)s+k_i}$$

$$E_d(s) = \frac{P_d(s)}{1+P(s)C_w(s)}, \quad d(s) = \frac{s+3}{s^4+5s^3+8s^2+(k_{wp}+4)s+k_i}$$

이고 $R_u(s)$ 와 $R_w(s)$ 는

$$R_u(s) = \frac{C_u(s)}{1+P(s)C_w(s)} = \frac{k_{wp}s^4+(5k_{wp}+k_i)s^3+(4k_{up}+8k_i)s+4k_i}{s^4+5s^3+8s^2+(k_{wp}+4)s+k_i}$$

$$R_w(s) = \frac{P_d(s)C_w(s)}{1+P(s)C_w(s)} = \frac{k_{wp}s^2+(3k_{wp}+k_i)s+3k_i}{s^4+5s^3+8s^2+(k_{wp}+4)s+k_i}$$

이다. Routh-Hurwitz 안정도 판별법을 통한 페루프 시스템의 안정도를 보장하는 PI 계수 영역을 구해보면 $-4 < K_{wp} < 36, K_i > 0$ 임을 알 수 있다. 따라서 이 영역 내에서 모든 탐색(search)이 이루어지게 된다. 3절에서 제시한 설계과정을 따라 수행한 결과 이 예제에서는 $k_1 = k_2 = 1$ 과 $k_1 = 10, k_2 = 1$ 경우가 우수한 응답을 나타내었다. 표1, 2는 α 의 변화에 대한 k_{up}, k_{wp}, k_i 와 H_2 및 H_∞ 노름의 크기를 나타낸다.

표 1. α 의 변화에 대한 PI 계수 및 H_2, H_∞ 노름의 크기($k_1=k_2=1$)

Table 1. PI parameters, amplitude of H_2 and H_∞ norm as functions of α .

| α | K_{up} | K_{wp} | K_i | H_2 | H_∞ |
|----------|----------|----------|-------|--------|------------|
| 0 | 13.1 | 13.3 | 3.9 | 0.9224 | 36.5510 |
| 0.1 | 8.1 | 8.3 | 3.5 | 1.0218 | 16.8200 |
| 0.2 | 6.6 | 6.5 | 3.2 | 1.1223 | 12.5100 |
| 0.3 | 5.4 | 5.6 | 3.1 | 1.2222 | 10.1197 |
| 0.4 | 4.6 | 5.1 | 2.9 | 1.3222 | 8.5537 |
| 0.5 | 4.3 | 4.3 | 2.5 | 1.4222 | 7.4226 |
| 0.6 | 3.9 | 3.9 | 2.3 | 1.5215 | 6.5066 |
| 0.7 | 3.2 | 3.8 | 2.4 | 1.6223 | 5.9430 |
| 0.8 | 3.0 | 3.7 | 2.2 | 1.7200 | 5.4248 |
| 0.9 | 2.6 | 3.8 | 2.2 | 1.8202 | 5.0251 |
| 1.0 | 2.4 | 4.3 | 2.3 | 1.8565 | 4.9032 |

그림 4는 가중치 상수를 $k_1 = k_2 = 1$ (실선)과 $k_1 =$

10, $k_2 = 1$ (긴 점선)으로 할 때 α 변화에 대한 H_∞ 노름의 변화를 나타내었다.

표 2. α 의 변화에 대한 PI 계수 및 H_2, H_∞ 노름의 크기($k_1=10, k_2=1$)

Table 2. PI parameters, amplitude of H_2 and H_∞ norm as functions of α .

| α | K_{up} | K_{wp} | K_i | H_2 | H_∞ |
|----------|----------|----------|-------|--------|------------|
| 0 | 12.7 | 17.4 | 6.5 | 1.5718 | 60.0193 |
| 0.1 | 8.3 | 14.1 | 6.5 | 1.6718 | 32.8533 |
| 0.2 | 7.2 | 12.6 | 6.1 | 1.7714 | 25.6323 |
| 0.3 | 5.7 | 12.1 | 6.1 | 1.8718 | 21.2492 |
| 0.4 | 5 | 11.2 | 5.9 | 1.9710 | 18.1862 |
| 0.5 | 4.1 | 10.9 | 5.8 | 2.0712 | 15.8806 |
| 0.6 | 3.9 | 10.3 | 5.4 | 2.1702 | 14.1845 |
| 0.7 | 3.3 | 9.9 | 5.3 | 2.2718 | 12.7546 |
| 0.8 | 2.7 | 9.8 | 5.2 | 2.3706 | 11.6184 |
| 0.9 | 2.4 | 9.5 | 5 | 2.4694 | 10.6711 |
| 1.0 | 2.4 | 9 | 4.7 | 2.5686 | 9.8779 |

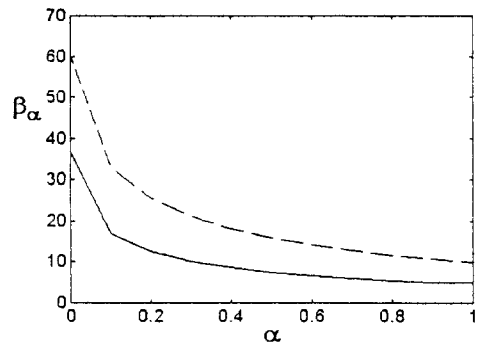


그림 4. α 의 변화에 대한 H_∞ 노름의 크기 변화
Fig. 4. The amplitude variation of H_∞ norm as function of α .

그림 4를 보면 α 의 증가에 따라 즉 H_2 노름의 크기 상승에 따라, H_∞ 노름의 크기는 줄어들고 있음을 알 수 있고, 특히 $k_1 = k_2 = 1$ 일 경우와 $k_1 = 10, k_2 = 1$ 일 경우에는 $\alpha = 0 \sim 0.4$ 부근에서 H_2 노름의 상승값에 비해 H_∞ 노름의 크기가 급격히 줄어들고 있음을 알 수 있다. 따라서 이 부근에서의 PI 계수값을 선택하는 것이 가장 합리적이다.

그림 5,6,7은 본 논문에서 제시한 H_2/H_∞ 혼합기법을 이용한 제어기($\alpha=0.3, k_1 = k_2 = 1$ 일 경우 : 긴 점선, $\alpha = 0.3, k_1 = 10, k_2 = 1$ 일 경우 : 짧은 점선)와 기존의 H_2 설계기법을 이용한 제어기(실선)를 비교한 것이다. 여

기서 볼 수 있듯이 플랜트 입력응답의 최대크기가 H_2 설계기법보다는 훨씬 작다는 것을 볼 수 있고 플랜트 출력응답도 전체적으로 우수하게 나타남을 볼 수 있다. 모의실험은 입력과 외란이 단위계단함수가 들어오는 것으로 하였다.

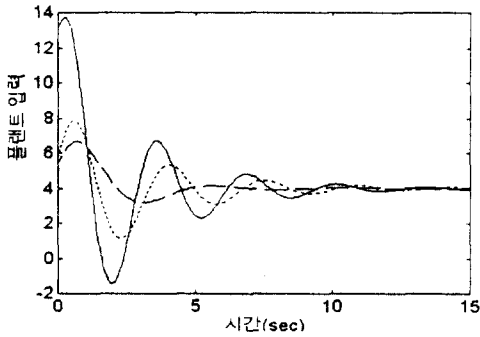


그림 5. 플랜트 입력 응답 비교
Fig. 5. Comparison of plant input.

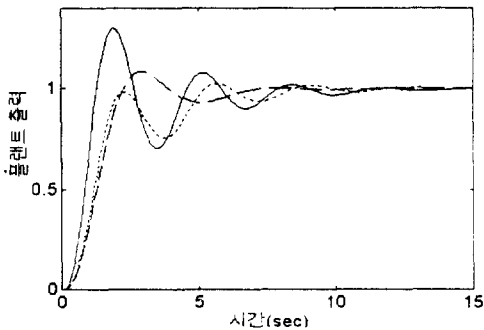


그림 6. 기준입력에 대한 플랜트 출력 응답 비교
Fig. 6. Comparison of plant output to reference input.

VII. 결론 및 검토

전통적으로 개환 PI 제어기는 입력 추종과 외란 억제를 동시에 고려할 수 없기 때문에 어느 하나에 맞추어 설계해야 한다. 최근의 설계기법들은 이러한 문제를 해결하기 위해 기존의 방식을 통해 외란 억제를 고려하여 제어기를 설계한 후, 보상기를 추가하여 입력추종 문제를 해결하는 방식을 취하였는데 본 연구에서는 좀더 해석적이고 최적한 값에 근접할 수 있는 2자유도 PI 제어기 구조를 제시하고 구체적으로 구현하였다.

또한 본 연구에서는 최적 PI 제어기법에 사용되는 H_2 설계기법의 문제점을 지적하고 이를 해결할 수 있

는 방안을 모색하였다. 최적 PI 제어기에서 사용되고 있는 H_2 설계기법은 평가함수의 발산문제로 인해 오차항만을 고려하고 있는데 이로 인해 플랜트 입력문제를 고려하지 못하므로 플랜트 입력이 상당히 커지거나 플랜트 포화가 일어날 소지가 항상 존재한다. 이러한 플랜트의 포화문제를 해결하기 위해서는 기존의 설계기법으로 제어기를 설계한 후, 플랜트의 입력을 검토하여 만족스럽지 못할 경우에는 다시 제어기를 설계해야 하는 시행착오 방식을 취해야 한다.

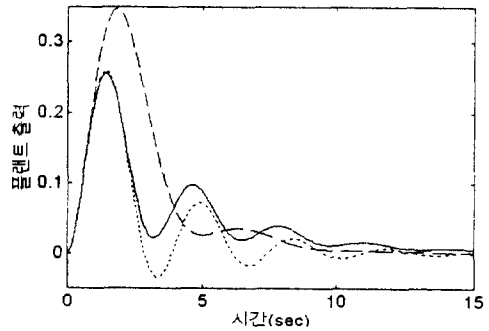


그림 7. 외란에 대한 플랜트 출력 응답 비교
Fig. 7. Comparison of plant output with disturbance.

본 연구에서는 이러한 비 해석적이고 이중적인 설계기법의 문제점을 해결하기 위해서 H_2 설계기법으로 PI 최적 계수를 찾되 플랜트 입력의 최대 크기를 최소화시키는 기법, 즉 H_∞ 설계기법을 추가하여 플랜트 입력이 커지거나 포화를 일으키는 것을 방지하는 H_2/H_∞ 혼합기법을 제시하였다. 마지막으로 기존의 H_∞ 노름계산하는 방식들을 서술하여 그의 장단점을 지적하였고 4.2절에서는 스칼라 함수가 아닌 항을 위너-호프 분해를 이용하여 스칼라 함수로 수식전개함으로써 H_∞ 노름 계산시간을 상당히 줄일 수 있었다. 본 논문에서는 미분항의 제어기 부분을 포함시키지 않았으나 PID제어기의 경우에도 본 연구에서 개발한 방법이 쉽게 적용될 수 있으리라 생각된다.

참고 문헌

[1] K. J. Åström and T. Häggglund, "Automatic tuning of PID controller", Institute society of America, 1988.
[2] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum

- settings for automatic controllers”, Trans. ASME, 65, pp. 433-444, 1942.
- [3] G. H. Cohen and G. A. Coon, “Theoretical consideration of retarded control”, Trans. ASME, 75, pp. 827-834, 1953.
- [4] K. J. Åström and T. Häggglund, “Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins”, Automatica, Vol. 20, pp. 645-651, 1984.
- [5] M. Zhuang and D. P. Atherton, “Automatic tuning of optimum PID controllers”, IEE proceeding-D, Vol. 140, No 3, May 1993.
- [6] A. Kaya, “Tuning of PID Control of different Structures”, Control Engineering, July, 1988.
- [7] J. P. Gerry, “A comparison of PID control algorithms”, Control Engineering, March, 1987.
- [8] Salam A. K. Al-Assadi and Lamya A. M. Al-chalabi, “Optimal gain for Proportional-Integral-Derivative Feedback”, IEEE Control Systems Magazine, 1987.
- [9] Y. Nishikawa, et al, “A method for auto-tuning of PID control parameters”, Automatica, Vol. 30, No. 3, pp. 321-332, 1984.
- [10] A. Margalith and H. W. Margler, “Optimum setting for proportional controller”, IEEE Trans. on industrial electronics. Vol. IE-29, No. 2, May 1982.
- [11] Zames. G., “Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverse”, IEEE trans. on Automatic Control, pp. 652-665, July 1985.
- [12] B. A. Francis, “A course in H_∞ control theory”, Lecture Notes in Control and Information Science, Vol. 88, Springer-Verlag, New York, 1987.
- [13] C. C. Hang, K. J. Åström and W. K. Ho, “Refinement of Ziegler-Nichols tuning formula”, IEE proceeding-D, Vol. 138, pp. 111-118, 1991.
- [14] E. Eitelberg, “Regulating and tracking PI(D) controller”, INT. J. control, Vol. 45, No. 1, pp. 91-95, 1987.
- [15] P. Hippe, Ch. Wurmthaler and F. Dittrich, “Correspondence comments on ‘A regulating and tracking PI(D) controller’”, INT. J. control, Vol. 46, No. 5, pp. 1851-1856, 1987.
- [16] D. C. Youla and J. J. Bongiorno, Jr, “A feedback theory of two-degree-of-freedom optimal Wiener-Hopf design”, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-30, No. 7, pp. 652-665, July 1985.
- [17] G. C. Newton. Jr, L. A. Gould, and J.F. Kalser, “Analytical design of linear feedback controls”, John Wiley, New York, 1957.
- [18] G. Robel, “On computing the infinity norm”, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 34, No.8, pp. 882-882, August, 1989.
- [19] B. S. Chen, Y. M. Cheng and C. H. Lee, “A genetic approach to mixed H₂/H_∞ optimal PID control”, IEEE Control Systems Magazine, pp. 51-60, October, 1995.

저 자 소 개



朴基憲(正會員)

1955년 7월 5일생. 1978년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1980년 ~ 1983년 해군사관학교 전기공학과 전임강사. 1987년 미국 Polytechnic University

졸업(공학박사). 1988년 ~ 1989년 한국 전자통신연구소 선임연구원. 현재 성균관대학교 전기공학과 부교수



趙容奭(正會員)

1966년 4월 19일생. 1989년 성균관대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1992년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 현재 성균관대학교 대학원 전기공학과 박사수료