論文96-33B-4-4

2-자유도 이동 로보트의 위치 궤환제어를 위한 기구학 모델링

(Kinematic Modeling for Position Feedback Control of an 2 - D.O.F Wheeled Mobile Robot)

鄭 容 旭 *, 朴 鍾 國 **

(YongOug Chung and ChongKug Park)

요 약

4-바퀴 2-자유도를 갖는 이동 로보트의 기구학 모델링과 기구학을 기초로한 궤환제어 시스템을 제안한다. 좌표변환행렬의 설정과 이동 로보트에 대한 동작의 기구학 방정식을 구하기 위하여 좌표계를 할당하고 바퀴의 액츄에이터 속도와 로보트의 속도를 각각 계산하기 위하여 구동된 역기구학 해(Actuated inverse solution)과 측정된 전향기구학 해(Sensed forward solution)를 구한다. 이동 로보트의 실제방향과 목적방향 사이의 차이로서 정의되는 방향오차는 외관상의 오차에서 나타나는 결과이기 때문에 가장 현격한 오차이며, 동작의 정확도에 있어 가장 큰 오차의 원인이 된다. 실시간에서 이동 로보트의 위치계산을 위하여 Dead-Reckoning 알고리즘을 도입하여 기구학을 기초로한 2 가지의 궤환제어 시스템을 구성한다. 모의실험 결과를 통하여 이동 로보트의 주된 목적인 위치 제어에 대하여 상호비교한다.

Abstract

This paper proposed a kinematic modeling methodlogy and feedback control system based on kinematics for 2 Degrees of freedom of 4-wheeled mobile robot. We assigned coordinate systems to specify the transformation matrix and write the kinematic equation of motion. We derived the actuated inverse and sensed forward solution for the calculation of actuator velocity and robot velocities. Orientation error, which is defined as the difference between the actual robot orientation and the desired robot orientation. It is the most significant error and has the largest impact on the motion accuracy. To calculate the WMR position in real time, we introduced the Dead- Reckoning algorithms and composed two feedback control system that is based on kinematics. Through the simulation result, we compare with the feedback control system for position control.

I. 서 론

최근 산업현장에서 규격화된 제품의 대량생산과 자동화를 위하여 산업용 로보트를 폭넓게 사용하고 있다. 그러나 현재 사용하고 있는 대부분의 산업용 로보트는 작업공간이 한정되어있고 작업수행에 많은 제약을 받고있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 이동의 기능을 갖추고, 인간의 간섭없이 지능적으로 움직일 수 있는 이동 로보트는 잠재적인 능력과 활용범위가 무한히 넓기 때문에 이에 대한 관심과 연구 또한 활발히 이루어지고 있다. Saha와 Angels[1]는 3-바퀴의 2-자유도를 갖는 바퀴형 이동 로보트(Wheeled Mobile Robots :WMR)에 대한 모델을 연구하였으며, Yilin Zhao와 L.Bement[2]는 2-자유도와 3-자유도 이동 로보트에 대한 각각의 형태를 구분하고 특히, 2-자유도

* 正會員, 晋州專門大學 自動車電子科
(Dept. of Automotive Electronics, Chinju Technical College)
** 正會員, 慶熙大學校 電子工學科
(Dept. of Electronic Engineering, Kyung hee Univ.)

接受日字:1995年5月10日, 수정완료일:1996年2月16日

를 갖는 WMR의 두 바퀴가 동시에 구동되는 경우에 대한 연구가 이루어졌다. 그러나 이동 로보트에 대한 대부분의 연구가 구체적인 수학적 모델링과 제어 알고리즘에 대한 연구보다는 단순화된 기구학 모델링과 여러센서를 이용한 경로 및 동작설계 분야에 중점을 두고 이루어져왔다[7]. 본 논문에서는 이동 로보트의 정확한 위치 제어를 위하여 기본이 되는 기구학 모델링의 구체적인 방법을 제시하고 이 기구학 모델링을 토대로하여 이동 로보트에서 정확한 위치 제어를 위해 가장 큰 오차의 원인으로 대두되고 있는 방향오차를 최소화 하기 위하여 새로운 궤환 제어시스템을 구성한다. 기구학을 기초로한 일반적인 제어시스템과 제안한 제어시스템을 4-바퀴의 2-자유도를 갖는 이동 로보트에 적용하고 모의실험을 통하여 상호 비교한다.

먼저 4 바퀴 2 자유도를 갖는 WMR의 기구학적 구조를 도해하고 좌표시스템의 할당, 변환행렬의 설정, 그리고 바퀴 자코비안 행렬의 구성에 의하여 기구학 동작 방정식을 전개한다. 각각 두개의 구동바퀴에 대한 자코비안행렬은 바퀴속도의 선형결합으로 이루어지는 로보트의 속도와 관계를 갖으며 2바퀴의 동작방정식은 로보트 동작 방정식의 구성형태로 이루어진다. 구동된 역기구학 해(actuated inverse solution)는 로보트의 몸체 속도로부터 구동 바퀴의 속도를 계산하고, 측정된 전향기구학 해(sensed forward solution)는 측정된 바퀴의 속도로부터 로보트 몸체의 속도를 계산한다[3].

바퀴의 shaft encoder로부터 구해지는 정보로부터 로보트 위치의 실시간 계산을 위하여 Dead-Reckoning[4]을 사용하였으며 이는 현재 연구중인 동력학 모델링과 동력학을 기초로한 제어기 구성의 기초가 된다.

본 논문에서 제안한 4 바퀴 2 자유도 이동 로보트의 기구학 모델링과 궤환 제어시스템은 모의실험을 통하여 유효성을 입증한다.

Ⅱ. 이동 로보트

1. 좌표시스템의 할당

이동 로보트가 움직이는 평면에서, 바닥 좌표축 F는 고정된 기준 좌표축이며, 이동 로보트는 몸체 기준점 B에 대하여 정의하고 좌표(x,y)는 이동 로보트에 부착되어 있다고 가정한다. 평면에서 이동 로보트의 위치는 다음 3개의 변수에 의하여 정의되어진다.

x,y : 고정된 기준좌표에 대한 WMR 몸체 기준점 B의 좌표

θ : 고정된 기준좌표에 대한 WMR 몸체 기준좌표 (x,y)의 방향

WMR 몸체의 위치벡터 P는 다음과 같이 정의한다.

$$P = (x, y, \theta)^T \tag{1}$$

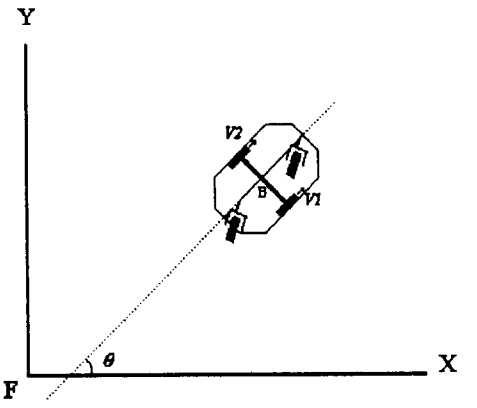

그림 1. 평면에서 WMR의 위치
Fig. 1. position of the WMR in the plane.

고정된 로보트 매니퓰레이터는 좌표시스템의 할당을 위해 Denavit-Hartenburg convention[8]을 사용하는 반면에 이동 로보트에서 좌표시스템을 할당하기 위하여 Sheth Uicker convention[1]을 적용한다.

바퀴형 이동 로보트의 대표적인 예로서, 4-바퀴 2-자유도를 갖는 WMR에 대한 형태는 그림 2.에서 나타낸다. 바닥 좌표시스템의 Z축은 로보트 이동의 표면에 직교하게 설정하며 로보트 좌표시스템 B은 바닥에 대해 수직인 Z축을 갖는 로보트 몸체에 할당한다. 로보트 좌표시스템의 동작은 로보트의 동작으로서 해석된다. 로보트 몸체의 중앙에 로보트 좌표시스템을 할당하고, 접촉점 좌표시스템 $C_i\,(i=1,2,3,4)$는 바퀴의 방향에 평행한 Y축을 갖는 바닥과 각각의 바퀴사이의 접촉점에 위치한다.

고정된 매니퓰레이터의 조인트는 prismatic이나 revolute 조인트에 의해 직선 혹은 회전 동작을 갖으며 공통표면은 이웃하는 링크와 접하는 lower-pair[4]인데 이는 한 링크의 위치는 이웃하는 링크의 위치와 방향으로부터 구할 수 있는 'Holonomic (Position) 제약'을 갖는다. 반면에 WMR은 이동표면과 바퀴사이에 점이나 선접촉을 갖는 higher pair이며 이는 한 링

크의 속도는 이웃하는 링크의 속도와 조인트의 속도로부터 구할 수 있지만 위치를 구하기 위해 속도를 적분할 수 없다는 'Non-holonomic (Velocity) 제약'을 갖는다.

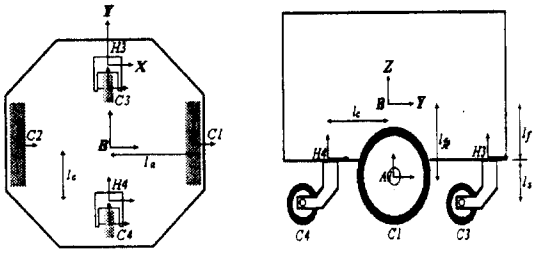

그림 2. WMR 좌표시스템의 할당
Fig. 2. Assignment of coordinate system in WMR.

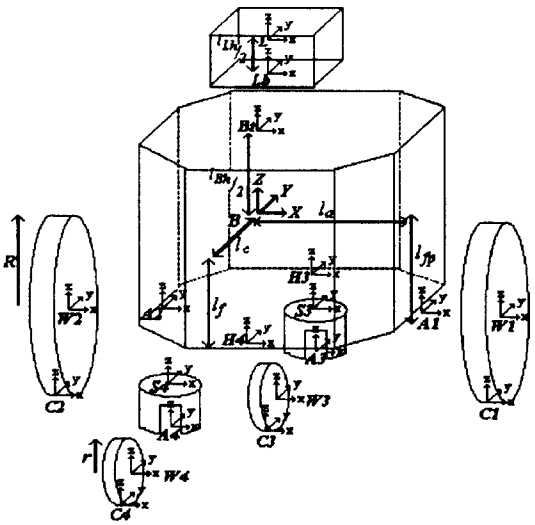

그림 3. 3차원에서 WMR의 형태
Fig. 3. Configuration of WMR in 3-Dimension.

Non holonomic 제약에 대한 설명은 순간 일치 (Instantaneously coincident)좌표시스템[4]의 도입에 의해 쉽게 설명할 수 있다. 그림 4.는 바퀴의 동작에 대한 순간일치 좌표시스템을 설명하기 위하여 나타내었다.

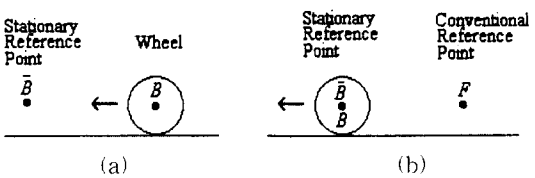

그림 4. 순간일치 좌표시스템
Fig. 4. Instantaneous coincidence coordinate system.

이동 로보트 좌표시스템(B)이 바닥 좌표시스템(F)에 대하여 상대적으로 움직일때 각각의 순간시간에서 다른 순간일치 좌표시스템을 설정한다. WMR이 바닥 고정 기준점(F)을 출발해서 임의의 고정된 기준점($\bar{B}$)을 통과할때 WMR의 몸체 좌표시스템(B)에 대한 임의의 고정된 기준점($\bar{B}$)의 위치 ${}^{B}p_{B} = 0$이지만, ${}^{B}v_{B} \neq 0$ 이고 ${}^{\bar{B}}a_{B} \neq 0$이다. 이러한 사실로부터 움직이는 좌표 시스템의 속도와 가속도는 움직이는 좌표시스템의 위치와 상관없이 구할 수 있다. 즉, Non-Holonomic constraint를 갖는다. 이는 곧 higher-pair의 특징이다. 여기서 움직이는 좌표는 몸체좌표인 B이며 일반적인 기준점 좌표는 바닥좌표인 F이다. 임의의 고정된 기준점좌표는 움직이는 몸체좌표에 따라 이동하며 몸체좌표인 B와 위치와 방향이 동일한 순간 일치 좌표 $\bar{B}$이다.

2. 변환 행렬

동차변환 행렬은 좌표시스템의 상대적인 위치와 방향을 표시한다. 동차변환행렬 ${}^{A}H_{B}$는 좌표축 B에서의 점 ${}^{B}r$의 좌표를 좌표축 A에서의 점 ${}^{A}r$로 변환시킨다[16].

$$ {}^{A}r = {}^{A}H_{B}\,{}^{B}r \tag{2} $$

표기법은 다음과 같이 선택한다.

- ${}^{A}\theta_{B}$: A좌표시스템의 X축과 B 좌표시스템의 X축 사이에서 A좌표시스템의 Z축에 대한 회전변위
- θ_{wix} : C_i의 x축에 나란하는 바퀴의 중심에 대한 i번째 축의 회전변위
- θ_{wiz} : C_i의 z축에 나란하는 바퀴의 중심에 대한 i번째 축의 회전변위
- ${}^{A}d_{Bj}$: A좌표시스템의 j축에 나란한 천이위치

이동 평면에 대하여 수직인 z축을 갖는 모든 좌표시스템을 할당한다. 그래서 좌표시스템 사이의 모든 회전은 z축에 대하여 나타낸다. 변환행렬 ${}^{A}H_{B}$는 그래서 좌표시스템 A의 z축에 대한 회전 ${}^{A}\theta_{B}$와 천이 ${}^{A}d_{Bx}, {}^{A}d_{By}, {}^{A}d_{Bz}$를 구체화한다[6].

$$ {}^{A}H_{B} = \begin{bmatrix} \cos{}^{A}\theta_{B} & -\sin{}^{A}\theta_{B} & 0 & {}^{A}d_{Bx} \\ \sin{}^{A}\theta_{B} & \cos{}^{A}\theta_{B} & 0 & {}^{A}d_{By} \\ 0 & 0 & 1 & {}^{A}d_{Bz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3} $$

그림 3.의 WMR에 대한 좌표변환 행렬은 다음과 같다.

$$ {}^{B}T_{C1}=\begin{bmatrix} 1&0&0&l_a\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&-l_{fp}-R\\ 0&0&0&1 \end{bmatrix} \quad {}^{B}T_{C2}=\begin{bmatrix} 1&0&0&-l_a\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&-l_{fp}-R\\ 0&0&0&1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{B}T_{HB}=\begin{bmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&l_c\\ 0&0&1&-l_f\\ 0&0&0&1 \end{bmatrix} \quad {}^{B}T_{HA}=\begin{bmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&-l_c\\ 0&0&1&-l_f\\ 0&0&0&1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{H_3}\Phi_{S_3}=\begin{bmatrix} \cos{}^{H_3}\theta_{S_3z} & -\sin{}^{H_3}\theta_{S_3z} & 0 & 0\\ \sin{}^{H_3}\theta_{S_3z} & \cos{}^{H_3}\theta_{S_3z} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{S3}T_{C3}=\begin{bmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&-l_g\\ 0&0&1&l_s\\ 0&0&0&1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{H_4}\Phi_{S_4}=\begin{bmatrix} \cos{}^{H_4}\theta_{S_4z} & -\sin{}^{H_4}\theta_{S_4z} & 0 & 0\\ \sin{}^{H_4}\theta_{S_4z} & \cos{}^{H_4}\theta_{S_4z} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{S4}T_{C4}=\begin{bmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&-l_g\\ 0&0&1&l_s\\ 0&0&0&1 \end{bmatrix} \qquad (4) $$

그림 2.과 3.에서 바퀴 1,2는 각각의 구동모터에 의해 구동되고 바퀴3,4는 구동은 되지않고 단지 바퀴 1,2의 속도차에 의하여 자유로이 방향을 바꿀 수 있는 보조 바퀴이다. 즉,중앙의 2개의 바퀴는 방향이 고정된 반면에 앞뒤의 바퀴 3과 4는 방향을 변화할 수 있다.

각각의 구동 모터에 의하여 구동되는 바퀴1,2의 축 기준점 A_1, A_2는 WMR의 몸체 기준점 B에 대하여 x 방향으로는 각각 $l_a, -l_a$의 거리에 위치하고 z 방향으로는 l_{fp} 의 거리에 위치한다. 그리고 y방향으로는 0의 거리에 위치한다. 바퀴 1,2,3 과 4의 기하학적 특징은 다음과 같다[12].

바퀴 1: $R1=R,\ d_{c1y}=l_b=0,\ d_{c1x}=l_a,\ \sin{}^{B}\theta_{c1z}=0\ ,\ \cos{}^{B}\theta_{c1z}=1$

바퀴 2: $R2=R,\ d_{c2y}=l_b=0,\ d_{c2x}=-l_a,\ \sin{}^{B}\theta_{c2z}=0\ ,\ \cos{}^{B}\theta_{c2z}=1$

바퀴 3: $R3=r,\ d_{c3y}=l_c,\ d_{c3x}=0$

바퀴 4: $R4=r,\ d_{c4y}=-l_c,\ d_{c4x}=0 \qquad (5)$

각 좌표시스템 사이의 관계는 동차변환 행렬의 사용에 의하여 상대적인 위치와 방향을 표시한다[6].

3. 바퀴 자코비안 행렬

다음의 세 가정으로부터 기구학 모델링을 위한 제약이 이루어진다[1][5]. 첫번째, 이동 로보트의 동작에 있어서의 떨림은 무시한다. 두번째, 로보트는 평면을 움직인다. 즉, 불안정한 표면에서의 요철부분은 무시한다. 세번째, 바퀴와 표면사이의 회전 마찰력은 회전 미끄럼을 허용할 정도로 매우 작다고 가정한다. 이 가정은 접촉점에 대한 회전으로 간주하기 위함이다.

이동 로보트의 바퀴속도는 일반적으로 x축에 대한 바퀴의 속도 ω_{wx}, 회전 미끄럼속도 ω_{wz}, 조향속도 ω_s, 그리고 ball 바퀴일 경우의 회전속도 ω_{wy}로 구분할 수 있다. 바퀴의 속도 벡터로부터 이동 로보트의 몸체 속도를 구하기 위하여 자코비안 행렬을 도입한다.

$$ {}^{B}\dot{p}_B=\begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx}\\ {}^{B}v_{By}\\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} =\begin{bmatrix} \cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -\sin{}^{B}\theta_{Ciz} & {}^{B}d_{Ciy} & -{}^{B}d_{Hiy}\\ \sin{}^{B}\theta_{Ciz} & \cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -{}^{B}d_{Cix} & {}^{B}d_{Hix}\\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{C_i}v_{Cix}\\ {}^{C_i}v_{Ciy}\\ {}^{C_i}\omega_{Ciz}\\ {}^{H_i}\omega_{Si} \end{bmatrix} = f_i\hat{q}_i \qquad (6) $$

식(3)에서 ${}^{B}\dot{p}_B$는 이동 로보트의 순간일치 좌표시스템[4]에 대한 WMR 몸체 속도의 벡터이고, f_i는 바퀴i에 대한 가상-자코비안(Pseudo-Jacobian) 행렬이며 이는 동차변환 행렬로부터 구해진다. $\hat{q}_i$는 바퀴i에 대한 가상-바퀴속도 행렬이다. 여기서 바퀴 i에 대한 바퀴 변수는 w_i 로 나타낸다. (4 x 1)의 가상-바퀴속도 벡터는 (4 x w_i)의 바퀴 행렬 W_i에 의해서 (w_i x 1)의 물리적 속도벡터와 관계한다. 즉,

$$ \hat{q}_i = W_i\,\dot{q}_i \qquad (7) $$

식(7)을 (6)에 대입하면 바퀴의 속도 벡터로부터 WMR 몸체의 속도를 구할 수 있다.

$$ {}^{B}\dot{p}_B = f_i\,W_i\,\dot{q}_i = J_i\,\dot{q}_i \qquad (8) $$

$J_i = f_i\,W_i$는 바퀴 i에 대한 (3 x w_i)의 바퀴 자코비안 행렬이다.

그림 3.에서 바퀴 1,2는 각각의 구동모터에 의해 구동되고 바퀴3.4는 구동은 되지않고 단지 바퀴 1,2의 속도차에 의하여 자유로이 방향을 바꿀 수 있는 보조 바퀴를 갖는, 4-바퀴 2-자유도 이동 로보트이다. 이 WMR에 대한 자코비안 행렬을 구하기 위하여 먼저

가상-바퀴속도를 실제 바퀴속도 ${}^{A}\omega_{wx}$ 와 ${}^{C}\omega_{cz}$와 바퀴행렬 W_i로 대치하면 다음과 같다.

$$\dot{q}=\begin{bmatrix} {}^{C}v_{cx} \\ {}^{C}v_{cy} \\ {}^{C}\omega_{cz} \\ {}^{H}\omega_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A}\omega_{wx} \\ {}^{C}\omega_{cz} \end{bmatrix} = W\dot{q} \tag{9}$$

여기서 ${}^{C}\omega_{cz}$는 ${}^{A}\omega_{wx}$ 의 속도 차이에 의하여 발생하는, 구동되지 않는 바퀴속도며, R은 바퀴의 반경이다.

식(6)과 (9)으로부터

$$\begin{aligned} {}^{B}\dot{p}_{B} &= \begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -\sin{}^{B}\theta_{Ciz} & {}^{B}d_{Ciy} & -{}^{B}d_{Hiy} \\ \sin{}^{B}\theta_{Ciz} & \cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -{}^{B}d_{Cix} & {}^{B}d_{Hix} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{Ci}v_{Cix} \\ {}^{Ci}v_{Ciy} \\ {}^{Ci}\omega_{Ciz} \\ {}^{Hi}\omega_{Si} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -\sin{}^{B}\theta_{Ciz} & {}^{B}d_{Ciy} & -{}^{B}d_{Hiy} \\ \sin{}^{B}\theta_{Ciz} & \cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -{}^{B}d_{Cix} & {}^{B}d_{Hix} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A}\omega_{wx} \\ {}^{C}\omega_{cz} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -R\sin{}^{B}\theta_{Ciz} & {}^{B}d_{Ciy} \\ R\cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -{}^{B}d_{Cix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A}\omega_{wx} \\ {}^{C}\omega_{cz} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{10}$$

4-바퀴 2-자유도를 갖는 이동 로보트에서의 바퀴 자코비안 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$J_i = \begin{bmatrix} -R\sin{}^{B}\theta_{Ciz} & {}^{B}d_{Ciy} \\ R\cos{}^{B}\theta_{Ciz} & -{}^{B}d_{Cix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

2개의 구동바퀴에 의해 구동되는 이동 로보트 경우에 바퀴 i에 대한 자코비안 행렬 J_i는 바퀴속도 $\dot{q}_i$ 의 선형결합으로서, 로보트의 속도와 바퀴 속도사이의 관계를 나타낸다[6].

$${}^{B}\dot{p}_{B} = J_i\,\dot{q}_i \quad \text{for } i = 1,2 \tag{12}$$

로보트 속도벡터 ${}^{B}\dot{p}_{B}$는 다음의 3구성원, 즉, 로보트의 직선속도 ${}^{B}v_{Bx}$, ${}^{B}v_{By}$ 그리고 회전속도 ${}^{B}\omega_{Bz}$으로 표현할 수 있으며, 특히, 2개의 구동바퀴에 의한 WMR에서 바퀴의 회전과 접촉점에 대한 회전은 바퀴의 속도벡터 $\dot{q}_i$의 두 구성원 ${}^{A}\omega_{wx}$, ${}^{C}\omega_{cz}$에 해당한다.

식(11)과 (12)의 바퀴 자코비안 행렬과 관계식으로부터 각각의 구동 바퀴에 대한 동작방정식을 다음과 같이 나타낸다.

Wheel 1 : ${}^{B}\dot{p}_{B} = J_1\,\dot{q}_1$

$$\begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & -l_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{c1z} \end{bmatrix} \tag{13}$$

Wheel 2 : ${}^{B}\dot{p}_{B} = J_2\,\dot{q}_2$

$$\begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & l_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{w2x} \\ \omega_{c2z} \end{bmatrix} \tag{14}$$

4. 2-자유도 WMR의 동작 방정식의 구성

WMR의 동작은 바퀴들의 동시 동작으로 인하여 일어난다. 동작을 모델하기 위하여 식(13)과 (14)의 각각의 구동 바퀴에 대한 동작방정식의 결합으로부터 다음 식을 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_{B} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ R & -l_a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & l_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{c1z} \\ \omega_{w2x} \\ \omega_{c2z} \end{bmatrix} \tag{15}$$

혹은

$$A_o\,{}^{B}\dot{p}_{B} = B_o\dot{q} \tag{16}$$

여기서 I_1 , I_2는 각각 (3x3)의 단위행렬, B_o는 (6x4) 행렬이고, $\dot{q}$는 (4x1)행렬이며 각각의 바퀴에 대한 변수의 합이다. 즉, 바퀴변수 $w = w_1 + w_2 = w_{1x} + w_{1z} + w_{2x} + w_{2z} = 4$이다.

일반적으로 이동 로보트에 대한 자유도의 정의는 여러형태로 표현 가능하나 non-holonomic 제약과 관련하여, WMR을 표현하기 위하여 필요로하는 일반화된 좌표수와 WMR의 기구학적 제약에서 구할 수 있는 non-holonomic 제약 방정식의 수의 차이로서 구한다.

Ⅲ. 기구학 방정식

1. 구동된 역기구학 해

로보트의 속도로부터 구동된 바퀴의 속도를 구한다. 구동된(actuated) 바퀴의 변수와 구동되지 않은 바퀴의 변수로 구분하기 위하여 바퀴의 방정식(15)를 다음 2개의 구성원으로 분리한다[11] [12].

$${}^{B}\dot{p}_{B} = J_{ia}\,\dot{q}_{ia} + J_{iu}\,\dot{q}_{iu} \qquad \text{for } i=1,2 \tag{17}$$

여기서 "a"는 구동된 구성원을 나타내고, "u"는 구동되지 않은 구성원을 나타낸다. 분리된 바퀴의 방정식을 다시 결합하여 식(15)의 바퀴 자코비안 행렬을 사용

하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_B = \begin{bmatrix} J_{1a} & 0 & J_{1u} & 0 \\ 0 & J_{2a} & 0 & J_{2u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1a} \\ \dot{q}_{2a} \\ \dot{q}_{1u} \\ \dot{q}_{1u} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -R\sin{}^{B}\theta_{c1z} & 0 & d_{c1y} & 0 \\ R\cos{}^{B}\theta_{c1z} & 0 & -d_{c1x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -R\sin{}^{B}\theta_{c2z} & 0 & d_{c2y} \\ 0 & R\cos{}^{B}\theta_{c2z} & 0 & -d_{c2x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1a} \\ \dot{q}_{2a} \\ \dot{q}_{1u} \\ \dot{q}_{1u} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ R & 0 & -l_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & l_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \\ \omega_{c1z} \\ \omega_{c2z} \end{bmatrix} \tag{18}$$

혹은

$$A_o\, {}^{B}\dot{p}_B = B_{op} \begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_u \end{bmatrix} \tag{19}$$

식(19)에서 B_{op}는 정방 행렬이 아니기 때문에 $[\dot{q}_a \;\; \dot{q}_u]^T$에 대한 해를 구하기 위해 pseudo-inverse[6]를 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_u \end{bmatrix} = (B^T_{op} B_{op})^{-1} B^T_{op} A_o\, {}^{B}\dot{p}_B \tag{20}$$

위식으로부터 구동된 역기구학 해는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_a \\ 0 & 1 & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} \tag{21}$$

고정 기준좌표인(F)에 대한 WMR의 몸체좌표 속도는 동작행렬에 의하여 순간일치 좌표시스템에 대한 몸체속도로 변환된다. 즉,

$${}^{F}\dot{p}_B = \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos{}^{F}\theta_B & -\sin{}^{F}\theta_B & 0 \\ \sin{}^{F}\theta_B & \cos{}^{F}\theta_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = M\, {}^{B}\dot{p}_B \tag{22}$$

식(21)에서 동작행렬 M의 역행렬을 사용하여 고정 기준 좌표인 F에 대한 WMR 몸체의 속도가 주어졌을 경우에 각 구동바퀴의 각속도를 구하는 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_a \\ 0 & 1 & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_a \\ 0 & 1 & -l_a \end{bmatrix} M^{-1} \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_a \\ 0 & 1 & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & S\theta & 0 \\ -S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{R} \begin{bmatrix} -S\theta & C\theta & l_a \\ -S\theta & C\theta & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix} \tag{23}$$

여기서 $C\theta = \cos{}^{F}\theta_{Bz}(nT)$, $S\theta = \sin{}^{F}\theta_{Bz}(nT)$이며, ${}^{F}\theta_{Bz}$은 고정 기준좌표 F 와 이동 로보트 몸체좌표 사이의 방향각을 나타낸다(그림 1. 참조). 바퀴행렬 M은 고정 기준좌표 F에서 로보트 몸체좌표 B에 대한 좌표변환 행렬로부터 구해진다.

2. 측정된 전향기구학 해

측정된 전향기구학 해는 바퀴의 위치 q_s와 속도 $\dot{q}_s$로부터 로보트의 속도벡터 ${}^{B}\dot{p}_B$를 구한다. 전향기구학 해를 구하기 위한 첫번째 단계는 바퀴의 속도를 측정부분 "s"와 측정되지 않는 부분 "n"으로 다음과 같이 분리한다.

$${}^{B}\dot{p}_B = J_{is}\dot{q}_{is} + J_{in}\dot{q}_{in} \qquad \text{for} \quad i = 1, 2$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_B = \begin{bmatrix} J_{1s} & 0 \\ 0 & J_{2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1s} \\ \dot{q}_{2s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{1n} & 0 \\ 0 & J_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1n} \\ \dot{q}_{2n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -R\sin{}^{B}\theta_{c1z} & 0 \\ R\cos{}^{B}\theta_{c1z} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -R\sin{}^{B}\theta_{c2z} \\ 0 & R\cos{}^{B}\theta_{c2z} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{1y} & 0 \\ -d_{1x} & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & d_{2y} \\ 0 & -d_{2x} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{c1z} \\ \omega_{c2z} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & R \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -l_a & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & l_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{c1z} \\ \omega_{c2z} \end{bmatrix} \tag{24}$$

식(24)에서 측정된 전향기구학 해를 구하기 위하여 $J_{1n}\dot{q}_{1n}$을 포함하는 두번째항을 좌측으로 이동하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_1 & -J_{1n} & 0 \\ I_2 & 0 & -J_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_B \\ \dot{q}_{1n} \\ \dot{q}_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{1s} & 0 \\ 0 & J_{2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1s} \\ \dot{q}_{2s} \end{bmatrix} \tag{25}$$

혹은

$$A_n \begin{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_B \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = B_s\, \dot{q}_s \tag{26}$$

여기서 I 는 (3 x 3)의 단위행렬, A_n는 (6 x 5)이고, $\begin{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_B \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$ 는 (5 x 1), B_s는 (6 x 2), $\dot{q}_s$는 (2 x 1)의 행렬이다. 측정된 바퀴의 속도벡터 $\dot{q}_s$ 로부터 측정되지 않은 바퀴의 속도 $\dot{q}_n$와 WMR의 속도를 구하기 위하여

pseudo-inverse를 사용한다.

$$\begin{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_{B} \\ \dot{q}_{n} \end{bmatrix} = (A^{T}{}_{n}A_{n})^{-1}A^{T}{}_{n}B_{s}\ \dot{q}_{s} \tag{27}$$

식(27)으로부터 측정된 전향기구학 해는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_a & l_a \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} \tag{28}$$

식(28)을 고정된 기준 좌표인 F에 대한 WMR 몸체의 속도로 표현하기 위하여 바퀴행렬 M을 사용하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = M\begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a}\begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_a & l_a \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{R}{2l_a}\begin{bmatrix} -l_a S\theta & -l_a S\theta \\ l_a C\theta & l_a C\theta \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} \tag{29}$$

여기서 $C\theta = \cos {}^{F}\theta_{Bz}(nT)$, $S\theta = \sin {}^{F}\theta_{Bz}(nT)$이다.

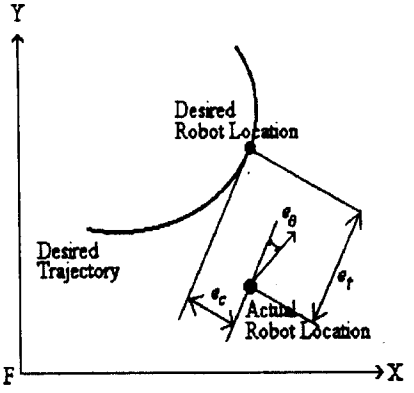

그림 5. 동작 오차의 분석
Fig. 5. Motion error Decomposition.

Ⅳ. 오차의 분석과 위치제어 알고리즘

1. 오차의 분석

이동 로보트에서 동작 오차는 그림 5.과 같이 e_θ, e_c, e_t로 분리 할 수 있다. 여기서 e_θ 는 이동 로보트의 실제 방향과 목적 방향사이의 차이로서 정의되는 방향오차이다. 방향오차는 외관상의 오차에서 나타나는 결과이기 때문에 가장 현격한 오차이며, 동작의 정확도에 있어 가장 큰 오차의 원인이 된다. e_c 는 실제 로보트의 위치와 원하는 로보트 위치사이의 거리로서 정의되며, e_t 는 추적 오차로서 이동 방향에서 실제 위치와 원하는 위치사이의 거리로서 정의한다.

추적오차(e_t)는 이동 로보트의 동작의 정확도에는 큰 영향은 미치지 않고, 원하는 이동 속도의 적응에 의하여 제어 할 수 있다. 2개의 독립된 모터에 의하여 구동되는 이동 로보트에서 동시에 여러개의 오차를 제어할 수는 없다. 방향오차의 최소화는 이동 로보트가 원하는 경로와 나란히 이동할 수 있게하며 결과적으로 방향 오차는 일정한 한계 범위내에 놓이게된다.

2. Dead-Reckoning

실시간에서 WMR의 위치제어를 위하여 Dead-Reckoning 알고리즘을 사용한다[4] [11] [12]. 이 알고리즘에서 WMR의 현위치는 각각의 샘플링 구간에서 속도의 적분을 전단계의 위치에 더하여 이루어진다. Dead-Reckoning은 WMR이 정지상태이거나 혹은 측정된 초기속도 ${}^{F}\dot{p}_{B}(o)$를 알때 시작된다. WMR의 초기위치 ${}^{F}\dot{p}_{B}(o)$는 설정되었거나 혹은 측정된다.

시간 t=(n-1)T에서 t = nT까지의 샘플링 구간에서 WMR의 속도 ${}^{B}\dot{p}_{B}$는

$${}^{B}\dot{p}_{B}(t) = {}^{B}\dot{p}_{B}[\ (n-1)T\ ] + \frac{({}^{B}\dot{p}_{B}(nT) - {}^{B}\dot{p}_{B}(n-T))}{T}(t-[\ (n-1)T\ ]) \tag{30}$$

여기서 각각의 샘플링 순간에서 속도 ${}^{B}\dot{p}_{B}$는 식(38)의 측정된 전향속도에 의해 계산된다.

WMR의 속도에서 바닥 좌표시스템으로의 변환은 다음의 동작행렬에 의하여 이루어진다.

$${}^{F}\dot{p}_{B} = \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos {}^{F}\theta_{B} & -\sin {}^{F}\theta_{B} & 0 \\ \sin {}^{F}\theta_{B} & \cos {}^{F}\theta_{B} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{B} \end{bmatrix} = M\ {}^{B}\dot{p}_{B} \tag{31}$$

여기서 M은 (3x3)의 동작행렬이며 이는 WMR의 위치 ${}^{F}p_{B}$에 의한다. 위식의 이용에 의하여 변환은

$${}^{F}\dot{p}_{B} = M[\ (n-1)T\ ]\ {}^{B}\dot{p}_{B}(t) \tag{32}$$

시간 t에서 현재 이동 로보트의 각도에 대한 위치는 모르기 때문에 동작행렬 M [(n-1)T]를 구하기 위하여 샘플링 순간 t= [(n-1)T] 에서 WMR 위치를 사용한다. 지나간 샘플링 구간의 속도의 적분과 샘플링 순간 t=(n-1)T에서의 WMR 위치의 합에 의해서 현재 샘플링순간 t=nT에서의 WMR의 위치를 계산한다.

$$ {}^{F}p_B(nT) = {}^{F}p_B[\ (n-1)T) + \int_{(n-1)T}^{nT} {}^{F}\dot{p}_B(t)dt \qquad (33) $$

식(31)와(32)을 식(33)의 적분항에의 대입해 마지막 샘플링 순간에서의 위치와 현재와 마지막 샘플링 순간에서의 WMR 몸체속도의 항으로 현재의 WMR 위치를 표현한다.

$$ {}^{F}p_B(nT) = {}^{F}p_B[\ (n-1)T) + \frac{T}{2} M[\ (n-1)T)\ {}^{B}\dot{p}_B[\ (n-1)T] + {}^{B}\dot{p}_B(nT)) \qquad (34) $$

식(28)에서 구해진 측정된 전향기구학 해를 확장, 간략화하면 현재 이동 로보트의 방향 ${}^{F}\theta_B(nT)$에 대한 직접 계산과 현재의 위치 ${}^{F}p_{Bx}(nT)$, ${}^{F}p_{By}(nT)$가 순차적으로 계산이 이루어진다[11][12].

$$ {}^{F}\theta_B(nT) = $$

$$ \frac{R}{l_a}({}^{A1}\theta_{w1x}(nT) - {}^{A2}\theta_{w2x}(nT)) + {}^{F}\theta_B(o) - \frac{R}{l_a}\theta(o) \qquad (35) $$

$$ \begin{bmatrix} {}^{F}p_{Bx}(nT) \\ {}^{F}p_{By}(nT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{F}p_{Bx}((n-1)T) \\ {}^{F}p_{By}((n-1)T) \end{bmatrix} + \frac{T}{2}\begin{bmatrix} C\theta & -S\theta \\ S\theta & C\theta \end{bmatrix} [\ {}^{B}\dot{p}_B((n-1)T) + {}^{B}\dot{p}_B((n)T)\ ] \qquad (36) $$

여기서 $C\theta = \cos {}^{F}\theta_{Bz}(nT)$, $S\theta = \sin {}^{F}\theta_{Bz}(nT)$이며, $\theta(o) = ({}^{A2}\theta_{w2x}(o) - {}^{A1}\theta_{w1x}(o))$이다. 그림 2.의 좌표계의 할당에 의해 4-바퀴의 2-자유도를 갖는 WMR의 매개변수는

$$ \sin {}^{B}\theta_{ciz} = 0\ ,\ \cos {}^{B}\theta_{ciz} = 1,\ \ d_{c1y} = d_{c2y} = l_b = 0 $$

$$ d_{c1x} = l_a\ \ ,\ \ d_{c2x} = -l_a \qquad (37) $$

임을 알 수 있다.

식(35)에서 나타내는 WMR의 방향의 계산은 두 구동 바퀴의 각 변위의 차이에 의하여 직접 구할 수 있는 Holonomic constraint[2]인 반면에, WMR의 위치는 이동 로보트의 몸체속도로부터 직접 구할 수 없고 몸체의 방향을 나타내기 위하여 사용되어지는 동작행렬(M)의 사용에 의하여 WMR의 몸체 속도와 방향으로 부터 이동 로보트의 현재 위치를 계산할 수 있는 Non-Holonomic constraint[9]을 갖는다.

3. 기구학 모델링을 기초로한 궤환제어

4-바퀴 2-자유도 이동 로보트에 대한 기구학 모델링과 실시간에서 이동 로보트의 위치와 방향의 계산을 위한 Dead-Reckoning 알고리즘을 기초로하여, 위치와 방향을 하나의 변수로 묶어서 궤환하는 일반적인 궤환 제어시스템과 위치와 방향에 대한 각각의 궤환 루프를 갖는 위치-방향 궤환 제어시스템을 구성하여 상호 비교한다.

1) 일반적인 궤환 제어시스템 (A) :

이동 로보트의 정확한 위치 제어를 위한 궤적 궤환 제어시스템은 위치와 방향을 하나의 변수로(그림 6.에서 ${}^{F}p_{dB}(nT)$) 묶어서 궤환하는 방법을 일반적으로 사용하여 왔다[4][11][13][14].

shaft encoders로부터 구해지는 바퀴의 속도 $\dot{q}_s(nT)$와 위치 $q_s(nT)$를 Dead-Reckoning 알고리즘에 적용하여 WMR의 위치와 방향을 하나의 구성원으로 함께 궤환하는 방법으로서 이득 행렬 K를 사용한다.

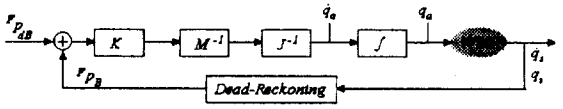

그림 6. 일반적인 궤환 제어시스템:(A)
Fig. 6. Conventional Feedback Control System: (A).

식(35) (37)에서 로보트의 궤적 ${}^{F}p_{dB}(nT)$을 구하기 위해서 Dead-Reckoning 알고리즘을 적용한다. 계산된 로보트 궤적(방향,위치) 오차를 구하기 위해서 구동된 로보트 궤적과 원하는 로보트 궤적을 비교하면 다음과 같이 구해진다.

$$ {}^{F}e_B(nT) = {}^{F}p_{dB}(nT) - {}^{F}p_B(nT) \qquad (38) $$

궤적오차는 (3 x 3)의 대각 전향이득행렬 K에 의해서 곱해지고, 역동작행렬 $M^{-1}(nT) = M^{T}(nT)$의 적용에 의해서 로보트 좌표축으로 변환되어진다. 즉, WMR의 속도에서 바닥 좌표시스템으로의 변환은 다음의 동작행렬에 의하여 이루어지며 관계식은 식(22)에서 나타내었다.

$$ {}^{F}\dot{p}_B = \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos {}^{F}\theta_B & -\sin {}^{F}\theta_B & 0 \\ \sin {}^{F}\theta_B & \cos {}^{F}\theta_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = M\ {}^{B}\dot{p}_B \qquad (39) $$

4 바퀴 2 자유도를 이동 로보트에서 구동바퀴의 속도는 다음과 같은 기구학 궤환제어 알고리즘에 의한 행렬벡터의 곱에 의해서 계산되어진다. 식(21) 참조.

$$ \dot{q}_a(nT) = J_a^{-1}\ M^{T}(nT)\ K\ {}^{F}e_B(nT) \qquad (40) $$

$$= \frac{1}{R}\begin{bmatrix} 0 & 1 & l_a \\ 0 & 1 & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & S\theta & 0 \\ -S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} K\, {}^{F}e_B(nT)$$

즉, $\begin{bmatrix} \omega_{w1x}(nT) \\ \omega_{w2x}(nT) \end{bmatrix} = \frac{K}{R}\begin{bmatrix} -S\theta & C\theta & l_a \\ -S\theta & C\theta & -l_a \end{bmatrix} {}^{F}e_B(nT)$ (41)

여기서 $C\theta = \cos {}^{F}\theta_{Bz}(nT)$, $S\theta = \sin {}^{F}\theta_{Bz}(nT)$이다.

2) 제안한 위치-방향 궤환 제어시스템 (B) :

일반적인 궤환제어 시스템(A)에서는 위치와 방향을 하나의 구성원으로 다루지만 제안한 시스템(B)에서는 shaft encoders로부터 구해지는 바퀴의 속도와 위치를 원하는 WMR의 위치와 방향에 대하여 각각 궤환하며, 위치 이득행렬 K_p와 방향 이득행렬 K_o의 적절한 선택에 의하여 이동 로보트의 원하는 위치와 방향에 대한 오차를 최소화한다[12].

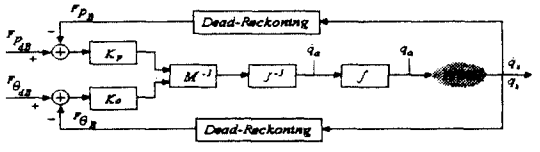

그림 7. 위치-방향 궤환 제어시스템(B)
Fig. 7. Position and Orientation Feedback Control System :(B).

궤환된 이동 로보트의 위치와 방향오차를 구하기 위해서 구동된 로보트 궤적과 원하는 로보트 궤적을 비교하면 다음과 같이 구해진다.

$${}^{F}p_{eB}(nT) = {}^{F}p_{dB}(nT) - {}^{F}p_{B}(nT) \quad (42)$$

$${}^{F}\theta_{eB}(nT) = {}^{F}\theta_{dB}(nT) - {}^{F}\theta_{B}(nT) \quad (43)$$

식(42)와(43)의 위치와 방향의 오차로부터 대각 전향 이득벡터의 곱에 의하여 다음과 같은 이동 로보트의 선속도와 각속도가 구해진다.

$${}^{F}\dot{p}_{B}(nT) = K_p({}^{F}p_{d}(nT) - {}^{F}p_{B}(nT)) \quad (44)$$

$${}^{F}\dot{\theta}_{B}(nT) = K_o({}^{F}\theta_{d}(nT) - {}^{F}\theta_{B}(nT)) \quad (45)$$

역동작행렬 $M^{-1}(nT) = M^{T}(nT)$의 적용에 의해서 로보트 좌표축으로 변환되어진다. 즉, WMR의 속도에서 바닥 좌표시스템으로의 변환은 다음의 동작행렬에 의하여 이루어지며 관계식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} {}^{B}\dot{p}_{B} \\ {}^{B}\dot{\theta}_{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{B}v_{Bx} \\ {}^{B}v_{By} \\ {}^{B}\omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos {}^{F}\theta_{B} & \sin {}^{F}\theta_{B} & 0 \\ -\sin {}^{F}\theta_{B} & \cos {}^{F}\theta_{B} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix}$$

$$= M^{-1}\begin{bmatrix} {}^{F}\dot{p}_{B} \\ {}^{F}\dot{\theta}_{B} \end{bmatrix} \quad (46)$$

이동 로보트 구동 바퀴의 속도는 다음과 같은 기구학 궤환제어 알고리즘에 의한 행렬벡터의 곱에 의해서 계산되어진다.

$$\dot{q_a}(nT) = J_a^{-1} M^{T}(nT)\begin{bmatrix} K_p\, {}^{F}\dot{p}_{e_B}(nT) \\ K_o\, {}^{F}\theta_{e_B}(nT) \end{bmatrix} \quad (47)$$

4-바퀴 2-자유도에서 이는 다음식으로 변환되어진다.

$$\begin{bmatrix} \omega_{w1x}(nT) \\ \omega_{w2x}(nT) \end{bmatrix} = \frac{1}{R}\begin{bmatrix} -S\theta & C\theta & l_a \\ -S\theta & C\theta & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_p\, {}^{F}P_{eB}(nT) \\ K_o\, {}^{F}\theta_{eB}(nT) \end{bmatrix} \quad (48)$$

전향이득 K_p, k_o의 값은 기준궤적에 대한 과도응답이나 떨림을 없애고 빠른 로보트의 추적 응답을 갖기 위해 선택하게되는 값으로 많은 경험에 의해 구해지게 된다.

VI. 모의실험 및 고찰

실시간에서 이동 로보트의 정확한 위치제어를 위한 일반적인 궤환 제어시스템과 위치와 방향에 대한 각각의 궤환 루프를 갖는 위치-방향 궤환 제어시스템은 그림 6,7에서 각각 구성하였다. 2 가지의 궤환 제어시스템은 본 논문에서 구한 체계적인 기구학 모델링과 Dead Reckoning 알고리즘을 토대로 하여 이루어진다.

모의실험에서 기준궤적은 고정된 바닥 좌표에 대한 이동 로보트 몸체의 위치궤적으로 주어진다. 실제 적용하고자 하는 4-바퀴 2-자유도 이동 로보트의 형태[1]는 그림 8에서 보이며 모의실험에서 사용된 시스템 매개변수값은 표 1.과 같다[11][12].

다음의 모의실험 결과는 그림 6,7의 각각의 궤환 제어 시스템에 대하여 임의의 기준궤적을 설정하여 실제 궤적과 기준궤적을 비교하였다. 그림 9,10,11,12은 기준궤적을 시간에 비례하는 일직선으로 설정하였을 경우에 궤환 이득행렬 K의 변화에 따른 일반적인 궤환 제어시스템(A)의 기준 궤적과 실제 궤적을 보인것이고,

1) 日本 東京大의 생산기술 연구소에서 제작중인 이동 로보트로서 5개의 MCS-8098 Micro-processor를 탑재하고 있으며 33MHz를 갖는 IBM PC 386를 주 컴퓨터로 사용

그림.13,14,15는 기준 궤적이 일직선 일경우에 위치와 방향에 대하여 각각의 궤환 루프를 갖는 위치-방향 궤환 제어시스템(B)의 이득행렬 K_p와 K_o의 변화에 대한 실행결과를 나타내고있다. 일반적인 궤환 제어시스템(A)에서 K=30,50,90,100을 각각 사용하여 모의실험하였으며, 위치-방향 궤환 제어시스템(B)에서는 K_p, K_o의 값을 그림 13-16에서와 같이 각각 다르게 선택하여 기준궤적에 대한 실제궤적의 추적을 비교평가 하였다.

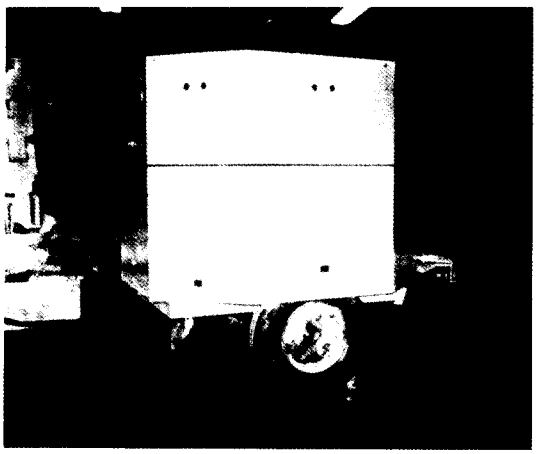

그림 8. 4-바퀴 2-자유도 이동 로보트의 형태
Fig. 8. Configuration of 4-wheeled 2-D.O.F WMR.

표 1. 2-D.O.F WMR의 매개변수 값
Table 1. Parameter value of 2-D.O.F WMR..

Name	Value	Unit	Meaning
$l_{Lh}/2$	0.25	m	Load Height
$l_{Bh}/2$	0.3	m	Body Height
l_a	0.32	m	Half body width
l_c	0.32	m	Caster y displacement
l_f	0.22	m	Caster z-displacement
l_{fb}	0.24	m	Wheel z-displacement
l_s	0.1	m	Hip length
l_g	0.02	m	Caster steering link length
R	0.11	m	Wheel radius
r	0.03	m	Caster radius

그림. 13 15은 일직선의 기준 궤적에 대한 각각의 실제궤적을 x-y평면상에서 나타낸 결과이고, 그림 16 18는 그림 13-15에서의 실제궤적에 의하여 발생하는 이동 로보트의 방향오차를 나타낸 결과이다. 특히 그림 17 18을 통하여, 방향오차는 한계된 일정 범위내에서 지속적으로 일정 오차값을 갖으며 기준 위치궤적을 추적함을 알 수 있다. 기준궤적이 일직선으로 설정하였을 경우, 두 궤환 제어시스템에 대한 모의실험의 비교 결과, 위치와 방향을 하나의 구성원으로 취급하여 궤환하는 일반적인 궤환 제어시스템(A)은 전반적으로 기준궤적에 대한 수렴은 K=100에서 양호하나 실제궤적이 지속적으로 많은 떨림을 갖음을 알 수 있다.

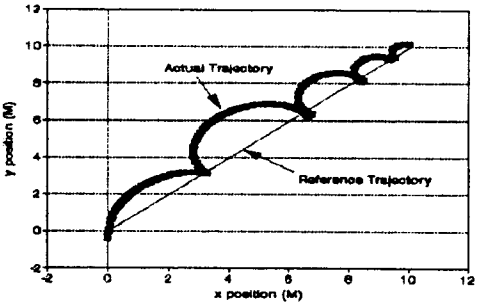

그림 9. 시스템(A)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 K=30,50에 대대한 실제 위치궤적
Fig. 9. System (A): K=30

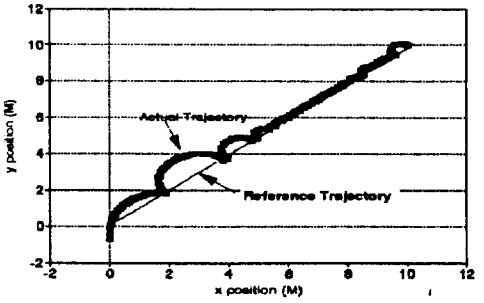

그림 10. 시스템(A)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 K=30,50에 대한 실제 위치궤적
Fig. 10. System (A):K=50

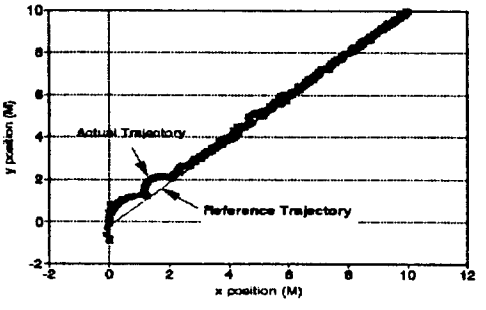

그림 11. 시스템(A)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 K=90,100에 대한 기준궤적과 실제 위치궤적
Fig. 11. System (A): K=90

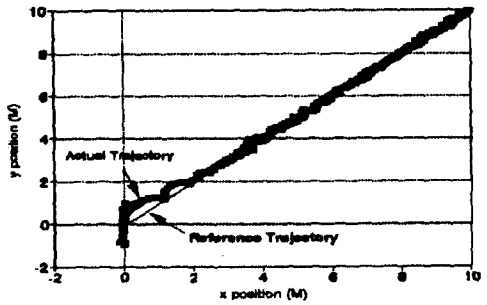

그림 12. 시스템(A)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 K=90,100에 대한 기준궤적과 실제 위치궤적
Fig. 12. System (A):K=100

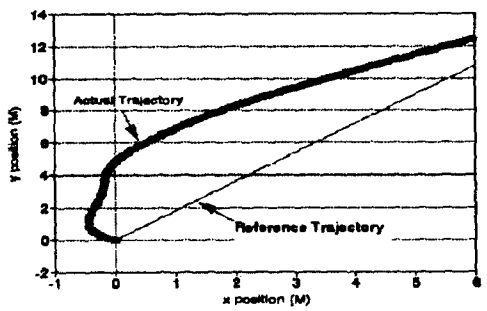

그림 13. 시스템(B)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 Kp=3 Ko=5 ,Kp=30 Ko=37에 대한 기준 궤적과 실제 위치궤적
Fig. 13. System (B):Kp=3 Ko=5

위치-방향 궤환 제어시스템(B)에서 기준 위치궤적을 타원형으로 설정하였을 경우에 이에 대한 기준 위치궤적과 실제 위치궤적은 그림 19에서 보이며, 그림 19에서 x,y축에 대한 각각의 위치오차는 그림 20에서 나타낸다(K_p=55, K_o=58).

그리고 위치와 방향에 대하여 각각의 궤적 이득값 K_p와 K_o를 갖는 위치 방향 궤환 제어시스템(B)는 일반적인 궤환 제어시스템(A)에 비하여 임의의 이득값 (K_p=55, K_o=58)에서 빠른 시간내에 수렴하며 수렴후 거의 완벽하게 기준궤적을 추적함을 알 수 있다.

모의실험 결과를 통하여 이득행렬 K, K_p, K_o의 선택이 실제궤적에 민감한 반응을 보임을 알 수 있으며, 수행초기에 있어서의 이동 로보트의 실제궤적에 대한 떨림은 기구학적 모델링에 있어서의 불완전함과 초기치 오차에 의한 것으로 여겨진다.

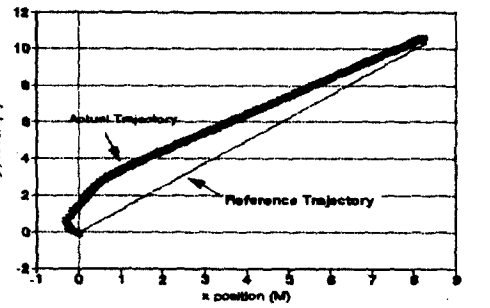

그림 14. 시스템(B)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 Kp=3 Ko=5 ,Kp=30 Ko=37에 대한 기준 궤적과 실제 위치궤적
Fig. 14. System (B):Kp=30 Ko=37

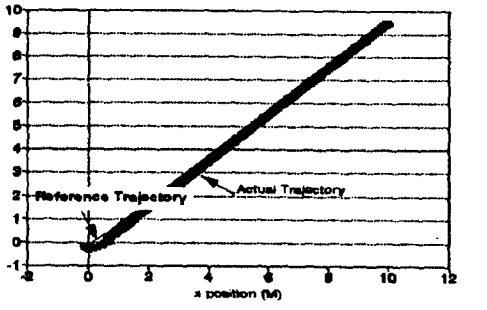

그림 15. 시스템(B)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 Kp=45 Ko=50에 대한 실제 위치궤적과 Kp =3 Ko=5일 경우에 대한 방향오차
Fig. 15. System (B):Kp=45 Ko=50

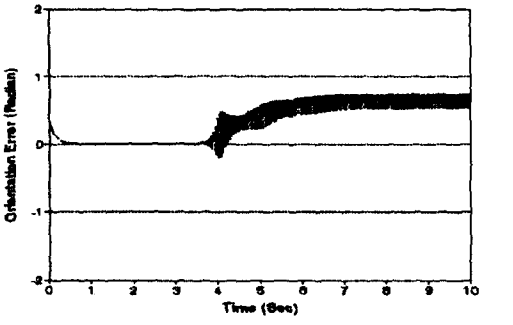

그림 16. 시스템(B)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 Kp=45 Ko=50에 대한 실제 위치궤적과 Kp=3 Ko=5일 경우에 대한 방향오차
Fig. 16. System (B):Orientation Error:Kp=3 Ko=5

Ⅶ. 결 론

지난 수년동안 로보트 매니퓰레이터의 제어시스템은

독립된 조인트-공간의 제어로부터 기구학을 기초로한 직각공간제어, 강건 동력학을 기초로한 궤환제어와 적응제어 알고리즘에 이르기까지 많은 진전을 이루어왔다.

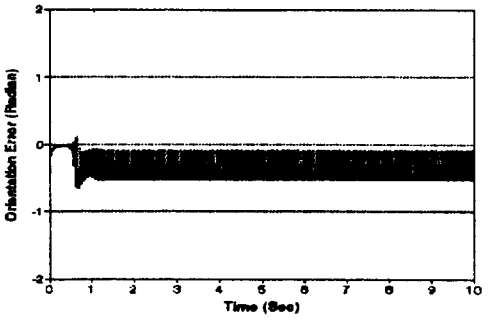

그림 17. 시스템(B)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 Kp=30 Ko=37,Kp=45 Ko=50에 대한 방향오차

Fig. 17. System (B):Orientation Errors :Kp=30 Ko=37.

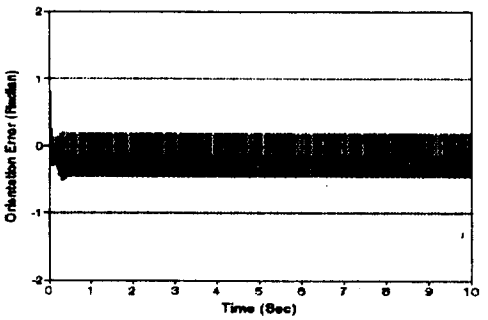

그림 18. 시스템(B)에서 기준궤적이 일직선일 경우에 Kp=30 Ko=37,Kp=45 Ko=50에 대한 방향오차

Fig. 18. System (B):Orientation Errors :Kp=45 Ko=50.

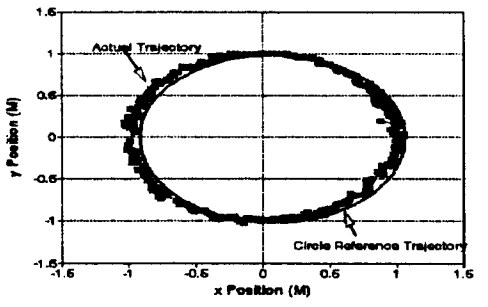

그림 19. 시스템(B)에서 기준궤적이 타원형일 경우에 기준궤적,실제궤적과 x,y 위치오차 : Kp=55, Ko=58

Fig. 19. Reference and actual trajectory : Kp=55, Ko=58.

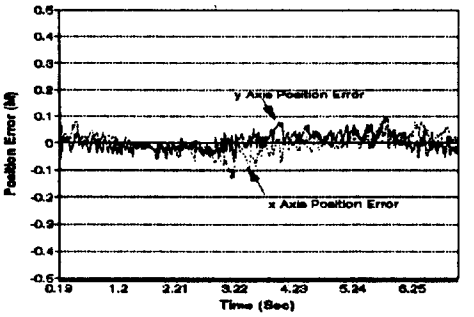

그림 20. 시스템(B)에서 기준궤적이 타원형일 경우에 기준궤적,실제궤적과 x,y 위치오차 : Kp=55, Ko=58

Fig. 20. System (B):x and y position errors : Kp=55, Ko=58.

본 연구에서는 대부분의 산업현장에서 주로 사용되고 있는 고정된 로보트 매니퓰레이터의 기능 및 작업영역 확장을 위해, 연구대상으로 각광받고 있는 이동로보트의 여러 종류중에서 특히, 4-바퀴 2-자유도를 갖는 바퀴형 이동 로보트의 기구학 모델링을 위한 방법에 대해 논의하였고, 수학적 예를 통하여 4-바퀴 2-자유도의 이동 로보트의 기구학 동작방정식을 구하였다. 실시간에서 WMR의 위치를 파악하기 위하여 기존의 Dead-Reckoning 알고리즘을 도입하였으며, 기구학 모델링을 토대로한 이동 로보트에서, 정확한 위치제어를 위해 가장 큰 오차의 원인으로 대두되고 있는 방향오차를 최소화 하기 위하여 위치-방향에 대하여 각각의 궤환 루프를 갖는 궤환 제어시스템을 구성하였으며, Dead-Reckoning을 사용한 2가지 형태의 제어시스템의 제시로 상호비교하였다. 모의실험을 통하여 4-바퀴 2-자유도 이동 로보트의 체계적인 기구학 모델링과 새로이 제시한 위치-방향 궤환 제어시스템의 유효성을 입증하였다.

본 연구에서 바퀴의 미끄럼은 고려하지 않았지만 실제 WMR의 위치를 파악하기 위하여 사용된 Dead-Reckoning에서 바퀴의 미끄럼은 위치오차의 가장 큰 원인으로 대두되고있다. 이점에 좀더 신중한 연구가 필요하며 지금까지의 기구학 모델링을 동력학 모델과 연계하여 계속적으로 Fuzzy 및 신경회로망을 이용한 이동 로보트의 위치제어에 많은 연구를 하고자한다.

참 고 문 헌

[1] S.K. Shha and J.Angeles, "Kinematics and

Dynamics of Three-Wheeled 2-DOF AGV", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 1572-1577, May. 1989.

[2] Yilin.Zhao and Spencer L.Bement, "Kine matic, Dynamics and Control of Wheeled Mobile Robots", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 91-96, May. 1992.

[3] Thomas and Hugh F.Durrant : "Kine-matics for Modular Weheeled Mobile Robots." *Proc. IEEE Int. Conf.Robotics and Automation*, pp. 1130-1135, Apr. 1991

[4] P.Muir and C.Newman, "Kinematic Modeling of Wheeled Mobile Robots," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 4, No. 2, pp. 281-333, 1987.

[5] Y.Zhao, "Theoretical and Experimental Studies of Mobile Robot Navigation ",*Ph.D. Thesis, the University of Michgan*, 1991.

[6] John J. Craig, "Introduction Robotics Mechnics & Control"

[7] Barry Steer, "Trajectory Planning for a Mobile Robot", *Int. J. Robotics Research*, Vol. 8, no. 5, pp. 3-14, Octover. 1989.

[8] D.E. Orin and S.Y. Oh, "Control of force distribution in robotic mechanisms contaning closed kinematic chains "*Transactions of the ASME* Vol. 102, June, 1981, pp 134-141.

[9] P.N. Sheth and J.J. Uicker, Jr., "A generalized symbolic notation for mechatronics", *Journal of Engineering for Industral*, Vol. 93, No. 7019, 102 112, 1971.

[10] J.Barraquand and J.C. Latombe, "Nonholonomic Multibody Motion Robot: controllability and motion planning in the presense of obstacles", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 2328-2335, 1991.

[11] Yong-Oug Chung, Chong-Woo Moon, Jun-Kyung Bae, Chong-Kug Park, "Kinematic Modelling for position feedback control of 4-wheeled 2-D. O.F mobile robot", *Proceeding of the international symposium on MIMR 95.* pp. 588-591. 1995.

[12] Yong-Oug Chung, Jun-Kyung Bae, Chong-Kug Park," Design of feedback control system for position control of wheeled mobile robot ",*Proceeding of the International Workshop on Advanced Mechatronics'95. pp. 348-352. 1995.*

[13] Yutaka Kanayama,"A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot" *Proc.IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 384-389, 1990.

[14] Plamen P,Petrov,"Robust trajectory tracking algorithms for a mobile robot" IECON '91, 1071-1074, 1991.

[15] J.Alexander & J.Maddocks : "Autonomous Robot Vehicles", Springer-Verlag.

[16] Yutaka Kanayama : "Two Dimensional Wheeled Vehicle Kinematics" *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 3079-3084, 1994.

[17] Z.Li and J.Canny, "Motion of two rigid bodies with rolling constraint" *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, vol.6 no. 1, pp. 62 72, 1990.

[18] 김기열,정용욱,박종국,"이동 로보트의 제어와 경로설계 ",*한국자동제어학술대회논문집, pp. 273-277, 1995*

[19] J.Alexander and J. Maddocks,"On the maneuvering of vehicles",*SIME Journal of applied Mathematics*,vol. 48, pp. 38-51, February 1988.

[20] Nicosia,S.and Tomei, P., "Model-Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots", *Automatica*, Vol. 20, No. 5, pp. 635-644, 1984.

[21] P.Tournassoud and O.Jehl, "Motion Planning for a Mobile Robot with Constraint", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 785-1790, 1988.

[22] T.Burke and F. Durrant-Whyte, "Kinematics for Modular Wheeled Mobile Robots" *Proc. IEEE/RJS Int.Conf. Intelligent Robots and System*, July, pp. 1279-1286, 1993.

[23] J.C. Alexander and J.H. Maddooks, "On the Kinematics of Wheeled Mobile Robots",

Int. J.Robotics Research, Vol. 8, no. 5, pp. 15-27, Aug. 1989.

저 자 소 개

鄭 容 旭(正會員)

1965년 12월 18일생. 1988년 2월 경희대학교 공과대 전자공학과 졸업. 1992년 2월 경희대학교 대학원 전자공학과 공학석사 학위 취득. 1995년 8월 경희대학교 대학원 전자공학과 박사과정 수료. 현재 진주전문대학 자동차전자과 전임강사. 주관심분야는 이동 로보트 제어, 적응제어, 퍼지제어 시스템 등임.

朴 鍾 國(正會員) 第 29卷 第 10號 參照

현재 경희대학교 전자공학과 교수