

論文96-33B-4-3

# 모델 불확실성과 해파외란을 고려한 물수체의 $H^\infty$ 제어기 설계

( $H^\infty$  controller design for submerged vehicle under model uncertainty and sea wave disturbances)

李載命\*, 柳東奇\*, 李甲來\*\*, 朴烘培\*\*

(Jae Myoung Lee, Dong Ki Ryu, Kap Rai Lee, and Hong Bae Park)

## 요약

수중에서 다양한 운동을 하는 비선형 다변수 시스템인 물수체는, 유체역학적 교란과 내외부의 섭동에 견실한 안정성과 성능을 유지해야 한다. 그러나 수학적인 모델링 때 생기는 불확실성과 비선형요소의 선형화시 발생되는 오차 등으로 인하여 정확한 제어기의 설계는 사실상 불가능하게 된다. 더우기 해파의 영향권에 있는 수면근처에서 물수체의 최적제어기 설계는 고전적인 설계방법으로는 불가능하다. 따라서 수면근처에서도 제어가 용이한  $H^\infty$  제어기를 설계하여, 실시간으로 제어기 성능 검증이 가능한 HILS(hardware in the loop simulation) 시스템을 이용하여 PID 제어기와  $H^\infty$  제어기의 성능을 비교분석하여  $H^\infty$  제어기의 성능이 우수함을 입증한다.

## Abstract

A submerged vehicle which is a nonlinear multivariable system must be designed to be robust against inner-outer perturbations and hydrodynamic disturbances induced by various maneuvering operation. But a practical design of motion controller is limited by both mathematical modelling error and linearization errors. Performance of a motion controller based on traditional design method is very poor when the vehicle motion is under wave force disturbances near sea surface. Therefore, this paper proposes a design method of  $H^\infty$  controller under model uncertainty and sea wave disturbances. Performance of the controllers by both computer simulation and HILS (hardware in the loop simulation) shows that  $H^\infty$  controller is more robust than PID controller under model uncertainty and high sea state.

## I. 서론

수중에서 수평면과 수직면으로 운동하는 물수체는 입력과 출력이 상호 연관성을 가지며 유체역학적 계수 값들이 비선형요소를 갖는 다변수 시스템이다.<sup>[1-4]</sup> 더 구나 유체역학적 계수에는 측정오차와 불확실성이 존

\* 正會員, 國防科學研究所

(Agency for Defense Development)

\*\* 正會員, 廉北大學校 電子電氣工學部

(School of Electronic & Electrical Engineering,  
Kyungpook National University)

接受日字: 1996年2月26日, 수정완료일: 1996年3月21日

재하므로, 정확한 수학적 모델링이 불가능하며 수면근처에서는 해파외란의 영향으로 고전적 방법으로 설계한 제어기로는 정확한 조종성능을 얻기가 매우 어렵다<sup>[5-7]</sup>. Daniel 등은 물수체의 심도제어를 위하여 LQG 방식에 의한 제어기<sup>[4,7,8,9]</sup>를 제안하였고, Martin 등<sup>[10]</sup>은 LTR방식을, Ruth<sup>[11]</sup>는 Doyle<sup>[12]</sup>이 제안한 구조적인 특이치방법에 의한 제어기 설계방법을 제안하였으나 이는 해파외란이 고려되지 않은 방법이고, Williams 등<sup>[13]</sup>은  $H^\infty$ 제어기를, Marshfield<sup>[14]</sup>는  $H^\infty$  노치필터(notch filter) 결합제어기를, E. Liceaga-Castro 등<sup>[15]</sup>은 상태공간  $H^\infty$ 방법에 의한 제어기 설계를 제안하였다.

그러나 시스템의 모델오차에 따른 유체역학적 교란과 내외부 섭동에 대한 영향도 최소로 줄이고 수면근처에서 운동할 때 해파에 의한 영향에도 견실한  $H^\infty$  제어기를 설계할 필요가 있으며, 설계된 제어기가 실제 물수체 조종장치 하드웨어에 의한 성능검증이 최근에는 HILS 시스템에 의해 가능하므로 최종적인 성능확인이 필요하다.

본 논문에서는 물수체의 견실안정성과 성능개선 및 비교를 위해 PID 제어기와 수평면 및 수직면  $H^\infty$  제어기를 설계하고, 해파모델을 이용하여 파도의 영향권에 있는 수면근처에서의 운동을 해석한다. 또한 견실안정성 문제를 풀기 위해 시간지연을 가지는 운동제어 시스템의 시간지연항을 실유리 함수로 Pade 근사화<sup>[15]</sup>하고 근사화된 시간지연 시스템에 대하여 McFarlane 등<sup>[16]</sup>이 제시한 정규화 좌소인수분해(NLCF: normalized left coprime factorization)방법을 이용하여 섭동의 최대 한계치를 구한다. 또한 루프쉐이핑 방법을 통하여 최적의 제어기 설계사양을 구하기 위해 적절한 하중함수를 선택하여 시간지연을 가지는 폐루프 시스템을 해석한다.

또한 설계된 제어기의 성능 검증을 위하여 고속 병렬처리가 가능한 Inmos사의 트랜스퓨터 T805<sup>[17]</sup>를 이용한 조종장치를 하드웨어로 구현하여, 하드웨어 및 제어판의 시간지연과 비선행요소의 선형화에 따른 영향을 확인하고 시스템의 최종 성능확인을 위하여 실시간으로 3축 운동 재현이 가능한 HILS 시스템<sup>[18,19]</sup>을 이용하여 성능 검증을 수행한다.

## II. 물수체의 수학적 모델링

설계하고자 하는 물수체의 6 자유도 모델링<sup>[3,5,20]</sup>은 식(1)과 같으며, 각각의 계수값은 예인수조에서 PMM (planar motion mechanism) 시험장치에 의해 구하고, 실제 주행시험에서 얻어지는 데이터의 시스템 인식 방법에 의해 보완한다. 그러나 모델링에서 얻어지는 계수값은 실제의 시스템과는 다소의 차이가 있을 수 있다.

$$\begin{aligned} m\ddot{u} &= \frac{\rho}{2} AIX_u \dot{u} + \frac{\rho}{2} AU X_u U + \frac{\rho}{2} AU^2 X_T - (W-B) \sin \theta \\ m(\ddot{v} + u\dot{r}) &= \frac{\rho}{2} AI^2(Y_r \dot{r} + Y_p \dot{p}) + \frac{\rho}{2} AIY_t + \frac{\rho}{2} AIU(Y_r r + Y_p p) \\ &\quad - \frac{\rho}{2} AUY_t v + \frac{\rho}{2} AU^2 Y_s \delta_r + (W-B) \sin \phi \cos \theta + Y_{wave} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\ddot{w} + uq) &= \frac{\rho}{2} AI^2 Z_q \dot{q} + \frac{\rho}{2} AI Z_w \dot{w} + \frac{\rho}{2} AIU Z_q q \\ &\quad + \frac{\rho}{2} AUZ_w w + \frac{\rho}{2} AU^2 Z_s \delta_q + (W-B) \cos \phi \cos \theta + Z_{wave} \\ I_z \ddot{p} &= \frac{\rho}{2} AI^2(K_p \dot{p} + K_r r) + \frac{\rho}{2} AI^2 U(K_p \dot{p} + K_r r) \\ &\quad + \frac{\rho}{2} AI^2 K_v \dot{v} + \frac{\rho}{2} AIU K_v v + \frac{\rho}{2} AIU^2(K_s \delta_r + K_s(\delta_{er} - \delta_e)) \\ &\quad - y_B B \cos \phi \cos \theta + z_B B \sin \phi \cos \theta + K_{wave} \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} I_z \ddot{q} &= \frac{\rho}{2} AI^2(M_u \dot{u} + M_w \dot{w}) + \frac{\rho}{2} AI^2 M_q \dot{q} + \frac{\rho}{2} AIU(M_u u + M_w w) \\ &\quad + \frac{\rho}{2} AI^2 UM_q q + \frac{\rho}{2} AIU^2 M_s \delta_e - x_B B \cos \phi \cos \theta + Z_B B \sin \theta + M_{wave} \\ I_z \ddot{r} &= \frac{\rho}{2} AI^2(N_p \dot{p} + N_r r) + \frac{\rho}{2} AI^2 N_v \dot{v} + \frac{\rho}{2} AI^2 U(N_p \dot{p} + N_r r) \\ &\quad + \frac{\rho}{2} AIUN_v v + \frac{\rho}{2} AIU^2 N_s \delta_r - x_B B \sin \phi \cos \theta + y_B B \sin \theta + N_{wave} \end{aligned}$$

여기서  $p, q, r$ 은 물수체의 동체좌표계에 대한 각속도,  $u, v, w$ 는 속도,  $\phi, \psi, \theta$ 는 기준좌표계에 대한 동체좌표계의 오일러 각을 나타낸다. 또한  $\delta$ 은 방향타각,  $\delta_{el}, \delta_{er}$ 은 좌우 승강타각을 나타내며, 첨자로 표시한  $wave$ 는 해파외란에 의해 시스템에 작용하는 힘과 모멘트<sup>[20]</sup>를 나타낸다. 그리고  $K$ 첨자,  $N$ 첨자,  $M$ 첨자,  $Y$ 첨자,  $Z$ 첨자 및  $X$ 는 유체역학적 계수들이며,  $I$ 첨자는 관성모멘트,  $x_B, y_B, z_B$ 는 부력중심의 위치,  $W$  및  $B$ 는 각각 무게와 부력이고,  $X$ 는 추력,  $U$ 는 전진방향 속도,  $A$ 와  $A$ 는 물수체의 길이 및 단면적이며,  $m$  및  $\rho$ 는 질량과 밀도를 나타낸다.

물수체가 수면근처인 자유표면하에서 운동할 경우, 파도는 물수체의 봄체 및 수심 센서에 외란<sup>[21,22]</sup>으로 작용한다. 따라서 해파에 대한 시스템의 제어성능 분석을 위하여 식(2)와 같은 Pierson-Moskowitz 해파스펙트럼을 사용한다.

$$S(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp(-B/\omega^4) \tag{2}$$

여기서  $S(\omega)$ 는 파도의 에너지 밀도( $m^2 \cdot s$ ),  $A = 0.0081 g^2$ ,  $B = 3.11/h_{1/3}^2$ ,  $\omega$ 는 해파의 주파수,  $g$ 는 중력가속도이며,  $h_{1/3}$ 은 미터로 표시한 파고(significant wave height)이다. 식(2)와 같은 해파스펙트럼을 시간영역으로 표현하면

$$y(t) = \sum_{i=0}^N y_i \sin(\omega_i + \theta_i) t \tag{3}$$

이 된다. 여기서  $y_i = 2.0 \sqrt{S(\omega_{ei}) \Delta \omega}$ 이고,  $\theta_i$ 는 랜덤상수이다. 물수체에 미치는 해파의 영향은 식(4)에서

와 같이 수식에 따라 지수적으로 감소하는 것을 나타낸다.

$$V(t) = y(t) \exp [ -\omega_{ei}^2 \cdot Z(t)/g ] \quad (4)$$

여기서  $Z(t)$ 는 물수체의 심도이며,  $\omega_{ei}$ 는 조우주파수 (encounter frequency)로서

$$\omega_{ei} = \omega_i (1 + \frac{\omega_i}{g} U \cos \mu) \quad (5)$$

와 같이 표현된다. 여기서  $\omega_i$ 는 표준 해파주파수,  $U$ 는 물수체의 속도,  $\mu$ 는 침로이다.

물수체의 심도에 영향을 주는 힘  $Zwave$ 와 모멘트  $Mwave$ 는 다음과 같다.

$$Z_{wave} = C_Z V(t) \quad (6)$$

$$M_{wave} = C_M V(t)$$

여기서  $C_Z$ ,  $C_M$ 은 유체역학적 상수이다.

또한 시간지연을 가지는 물수체 시스템  $G_T(s)$ <sup>[23][24]</sup>는

$$G_T(s) = e^{-sT_d} G(s), \quad T_d > 0 \quad (7)$$

와 같이 표현하며, 여기서  $G(s)$ 는 시간지연이 없는 플랜트,  $T_d$ 는 시간지연이다. 시간지연항을

$$e^{-sT_d} = 1 - T_d s + \frac{(T_d s)^2}{2!} - \frac{(T_d s)^3}{3!} + \dots = D_T(s) \quad (8)$$

와 같이 Taylor 급수 전개할 수 있으며 이를  $n(s)$ 와  $d(s)$ 의 차수가 각각 1차인 것으로 Pade 근사화한다. 함수  $f(s)$ 를

$$f(s) = c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots, \quad c_0 \neq 0 \quad (9)$$

와 같이 power급수로 전개되는 함수라 할 때 차수가 각각  $p$ ,  $q$ 인 다항식  $n(s)$ 와  $d(s)$ 는

$$n(s) = \sum_{k=0}^p a_k s^k$$

$$d(s) = \sum_{k=0}^q b_k s^k \quad (10)$$

와 같다고 할 때,  $f(s)d(s)-n(s)$ 의 최저차수가  $p+q+1$ 이 되도록  $n(s)$ 와  $d(s)$ 를 결정하면  $n(s)/d(s)$ 를  $f(s)$ 의  $(p, q)$  Pade 근사화라 한다.

시간 지연항은 주파수  $\omega$ 에 대하여 전대역 통과이므로  $n(s)$ 와  $d(s)$ 를

$$\begin{aligned} n(s) &= a - bs \\ d(s) &= a + bs \end{aligned} \quad (11)$$

와 같이 둘 수 있고  $D_T(s)d(s)-n(s)$ 의 0, 1, 2차항은 소거되어야 되므로

$$\begin{aligned} n(s) &= a - \frac{T_d}{2} as \\ d(s) &= a + \frac{T_d}{2} as \end{aligned} \quad (12)$$

이고 최종적으로 얻고자 하는 (1, 1)의 Pade 근사화<sup>[15]</sup>는

$$P_1(s) : \quad \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{2 - T_d s}{2 + T_d s} \quad (13)$$

로 유일하게 결정할 수 있다. 이와같은 방법으로 확장하여  $n(s)$ 와  $d(s)$ 의 차수가 각각  $k$ 차인  $(k, k)$  Pade 근사화를 구하면

$$P_k(s) = \frac{2 + (-T_d s) + \frac{(-T_d s)^2}{3!} + \dots + \frac{(-T_d s)^k}{(2k-1)!}}{2 + (T_d s) + \frac{(T_d s)^2}{3!} + \dots + \frac{(T_d s)^k}{(2k-1)!}} \quad (14)$$

이 된다. 식 (14)에서 얻은  $(k, k)$  Pade 근사화는 대형식  $D_T(s)d(s)-n(s)$ 의  $2k$ 차항까지 소거시킨다. 그러면 실유리 합수  $P(k)$ 는  $k$ 가 무한대로 접근함에 따라 시간지연항  $e^{-sT_d}$ 에 수렴함을 쉽게 알 수 있다.

### III. $H^\infty$ 제어기 설계

#### 1. $H^\infty$ 제어기 설계 알고리듬

주어진 전달함수로 부터  $H^\infty$  제어기를 설계하기 위하여 섭동의 집합  $D$ 를

$$D = \{ \Delta = [\Delta_n, \Delta_m] ; \Delta \in RH^\infty ; \| \Delta \| < \varepsilon \} \quad (15)$$

로 정의할때 정규화 LCF(left coprime factorization) 모델은 그림 1과 같다.

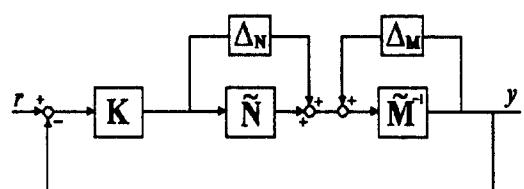


그림 1. 정규화 LCF 모델

Fig. 1. Normalized LCF model.

섭동을 가진 플랜트  $G_d$ 를 정규화 LCF 형태로 나타내면  $G_d = (\bar{M} + \Delta_M)^{-1}(\bar{N} + \Delta_N)$ 이고 섭동의 최대한계치가  $\varepsilon_{\max}$ 이라면  $G_d$ 를 안정화시키는 제어기  $K$ 는 식(16)과 같다.

$$\varepsilon_{\max} = (\gamma_{\min})^{-1} = (\inf \left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I + GK)^{-1} \bar{M}^{-1} \right\|_\infty)^{-1} \quad (16)$$

여기서  $G$ 는  $p \times m$  행렬,  $\bar{M}$ 은  $p \times p$  행렬,  $\bar{N}$ 은  $p \times m$  행렬,  $K$ 는  $(m \times p)$  행렬이며  $G$ 는 섭동이 없는 기준 시스템이다.

정규화 LCF 형태로 표현된 시스템을 안정화시킬 제어기  $K$ 는 행렬전달함수  $[\bar{N}^* \bar{M}^*]^T$ 의 Nehari 확장 문제<sup>[25]</sup>를 풀므로써 공칭플랜트  $G$ 의 정규화 소인수 분해 요소  $(\bar{N}, \bar{M})$ 으로부터 구할 수 있다.

정리 1<sup>[15]</sup>

주어진 플랜트를 안정화시키고

$$\left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I + GK)^{-1} \bar{M}^{-1} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (17)$$

를 만족하는 제어기  $K$ 가 존재할 필요충분조건은

$$\left\| \begin{bmatrix} \bar{N}^* \\ \bar{M}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq (1 - \gamma^{-2})^{1/2} \quad (18)$$

이며, 여기서  $K = UV^{-1}$ ,  $U, V \in RH^\infty$ 이다. 따라서 정규화된 LCF 요소로 표현된 시스템에 대한 견실 안정화문제의 해는 Nehari 확장문제를 푸는 것으로 바꿀 수 있으며, 이때 최대 안정화여유  $\varepsilon_{\max}$ 는

$$\varepsilon_{\max} = \{1 - \|\begin{bmatrix} \bar{N} & \bar{M} \end{bmatrix}\|_H^2\}^{1/2} > 0 \quad (19)$$

으로 구할 수 있다.

정리 2<sup>[15]</sup>

$\left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I + GK)^{-1} \bar{M}^{-1} \right\|_\infty < \gamma$ ,  $\gamma > \gamma_{\min} = (1 - \|\begin{bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{bmatrix}\|_H^2)^{-1/2}$ 를 만족하는 정규화된 LCF로 표현된 시스템의 견실 안정화문제에 대한 모든 제어기들은  $K = (L_{11}\Phi + L_{12})(L_{21}\Phi + L_{22})^{-1}$ 로 주어지고,  $L$ 을 상태공간 표현으로 나타내면

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

와 같으며, 여기서

$$L = \begin{bmatrix} A^c & -\gamma^2 W_1^{*-1} B S^{-1/2} & \gamma^{2\xi-1} W_1^{*-1} Z C^* R^{-1/2} \\ -F & S^{-1/2} & \xi^{-1} D^* R^{-1/2} \\ C + DF & D S^{-1/2} & -\xi^{-1} R^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

이고  $\xi = (1 - \gamma^{-2})^{1/2}$ ,  $W_1 = I + (XZ - \gamma^2 I)$ ,  $F = -S^{-1}(B^* X + D^* C)$ ,  $A^c = A + BF$ ,  $R = I + DD^*$ ,  $S = I + D^* D$ 이다. 또한  $X$ 와  $Z$ 는 각각 식(22)와 식(23)을 만족하는 일반화된 제어대수 리카터방정식(식 22)과 일반화된 월터링 대수리카터 방정식(식 23)의 해이며,  $A, B, C, D$ 는 공칭플랜트  $G$ 의 상태공간 표현이다.

$$A^T X + X A - X B B^T X + C^T C = 0 \quad (22)$$

$$A Z + Z A^T - Z C^T C Z + B B^T = 0 \quad (23)$$

여기서  $\|\Phi\|_\infty \leq 1$ ,  $\Phi \in RH^\infty$ 이다.

## 2. Loop shaping<sup>[26]</sup>

Loop shaping의 기본적인 원칙은, 폐회로 최대특이치가 적절한 주파수 대역에 따라 개루프 특이치에 의해 결정될 수 있으며 견실안정성과 성능의 상호 보완적 관계(tradeoff)로부터 제어기를 찾는 것이다. 식(1)에서 해파외란은 플랜트 입력으로 작용하므로 해파외란에 대한 플랜트 출력 감쇄문제는  $\sigma((I - GK)^{-1} G)$ 가 최소화 되도록 제어기  $K$ 가 설계되어야 한다. 개루프 전달함수와의 관계식은

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}((I - GK)^{-1} G) &= \bar{\sigma}\{((GK)^{-1} - I)^{-1} (GK)^{-1} G\} \\ &\simeq \bar{\sigma}(K^{-1}) \\ &= 1 / \sigma(K) \end{aligned} \quad (24)$$

이 되므로, 제어기는  $\sigma(K)$ 가 크도록 설계되어야 한다.

다음은 정규화된 LCF 구조에서의 Loop shaping 설계과정이다.

(1) 먼저 플랜트의 앞뒤로 하중함수  $W_1$ 과  $W_2$ 를 곱하여 원하는 형태의 개루프 전달함수의 특성을 얻는다.

(2) 원하는 형태의 플랜트  $G_s = W_2 G W_1$ 에 대해서 정규화된 LCF 제어기 설계과정을 통해 섭동의 한계치를 조사하며, 너무 작으면 첫 단계로 돌아가 하중함수를 다시 설계하고 아니면 적당한 섭동의 한계치를 선택하여 제어기  $K_\infty$ 를 설계한다.

(3) 설계된 제어기로부터 최종제어기  $K = W_1 K_\infty W_2$ 를 구한다.

### 3. 수직면 제어기 설계

식 (1)을 정적인 부분과 섭동부분으로 나누면 평형상태를 유지하기 위한 제어판의 중립타가이 구해지므로 이 조건에서 비선형 운동방정식을 선형화시킬 수 있다 [3,27]. 수직면 운동방정식은

$$\begin{aligned}\dot{X}_v &= A_v X_v + B_v U_v + E_v d \\ Y_v &= C_v X_v\end{aligned}\quad (25)$$

와 같이 표현된다. 여기서

$$X_v = [u \ w \ q \ \theta \ z]^T, \quad U_v = [\delta_v], \quad Y_v = [q \ \theta \ z]$$

$$A_v = \begin{bmatrix} -0.7203 & 0 & -0.2939 & -2.8025 & 0 \\ -0.0010 & -4.5853 & 10.9267 & -0.0142 & 0 \\ 0.0188 & 12.1760 & -33.7341 & -0.1663 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -23.1480 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_v = \begin{bmatrix} 0 \\ -19.5148 \\ -122.4154 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$C_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5557 & 0.0667 \\ 0.0566 & 0.2808 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이여,  $d$ 는 해파외란을 나타낸다. 그림 2는 설계한 제어기의 구조로서, 내부루프는 피치 변화율과 피치제어기로 PID 제어기로 구성하고, 외부루프만  $H^\infty$  제어기로 구성하였다.

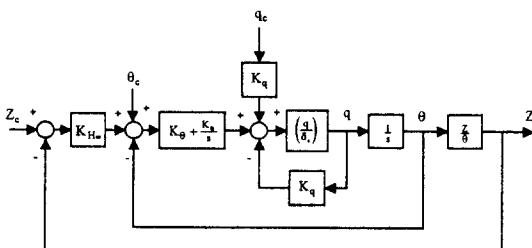


그림 2. 제어기 구조.

Fig. 2. Structure of the controller.

또한 몰수체의 입력부와 측정 출력부에 존재하는 시간지연  $T_d$ 를 100ms로 하여 근사화된 시간지연 시스템을 루프쉐이핑 기법을 이용하여 성능요구조건을 만

족하도록 적절한 하증함수를 선정한 후 정규화된 소인수분해를 이용하여 견실한 심도제어기를 설계한다.

하증함수  $W = 0.0047^\circ$ 이고 안정화 여유  $\epsilon = 0.52165$ 이다. 그림 3은 심도에 관한 개루프 보드선도를 나타내었다.

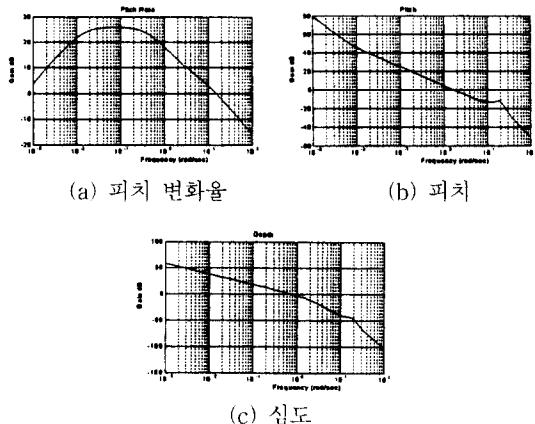


그림 3. 제어된 심도에서 각 입력에 대한 출력들의 개루프 보드선도

Fig. 3. Open loop output Bode diagrams for each input at controlled depth.

### 4. 수평면 제어기 설계

몰수체의 수평면에 대한 상태변수는  $v, p, r, \phi, \psi$ 이고, 침로와 롤에 대한 견실제어기를 설계하고, 롤변화율과 롤은 '0'이 되도록 설계한다. 수평면에 대한 선형화 운동방정식은

$$\begin{aligned}\dot{X}_h &= A_h X_h + B_h U_h + E_h d \\ Y_h &= C_h X_h\end{aligned}\quad (27)$$

과 같이 표현된다. 여기서

$$X_h = [v \ p \ r \ \phi \ \psi], \quad U_h = [\delta, \delta_\phi], \quad Y_h = [p \ r \ \phi \ \psi]$$

$$A_h = \begin{bmatrix} -4.5631 & 0.2474 & -10.9191 & 1.8607 & 0 \\ -1.1079 & -37.4490 & -3.1952 & -9.4847 & 0 \\ -11.8017 & -0.0669 & -33.7367 & 1.2878 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_h = \begin{bmatrix} 19.5164 & 1.9186 \\ -0.6894 & -810.3391 \\ -122.4160 & -0.7034 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$C_h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_h = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 & -0.0001 \\ 0 & 0.0019 & -0.0003 \\ -0.0001 & 0 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이며  $d$ 는 해파외란을 나타낸다.

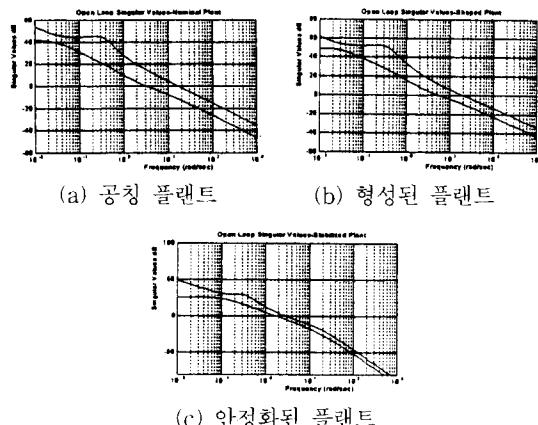


그림 4. 제어된 침로와 롤의 개루프에서 각 입력에 대한 출력들의 특이선도

Fig. 4. Output singular diagrams for each open loop input of controlled yaw and roll.

원하는 형태의 루프형태를 만들어 주기 위한 하중함수는

$$W = \begin{vmatrix} 1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.4 \end{vmatrix} \quad (29)$$

이고  $\epsilon = 0.46286$ 이다. 그림 4는 침로와 롤에 대한 개루프 특이선도이다.

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션

설계된 제어기에 의한 물수체의 성능평가를 위해 시스템이 정상상태에 이를 후 수심 20m에서 수심 5m로 심도를 변경할 때 물수체의 자세(롤 및 피치)와 제어판(롤 타각) 및 심도를 시뮬레이션한다. 시뮬레이션은 순수한 PID제어기와 그림 2와 같이  $H^\infty$ 제어기(PID 제어기와  $H^\infty$ 제어기가 결합된 구조)에 대하여 수행한다.

##### 1. 센서오차와 외란이 없는 경우의 시뮬레이션

그림 5는 심도측정 센서와 자세제어용 센서인 자이로 및 가속도계의 오차가 없고, 해파외란이 물수체에 가해지지 않고 모델링 오차가 없는 경우에 물수체가

수심 20m에서 5m로 변심할 때의 물수체의 롤, 피치, 롤타각 및 심도의 시뮬레이션 결과이다.

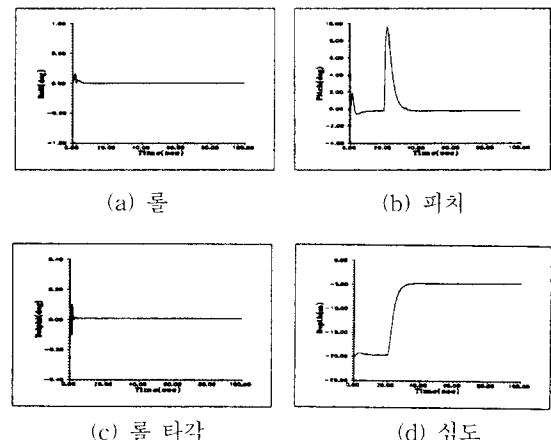
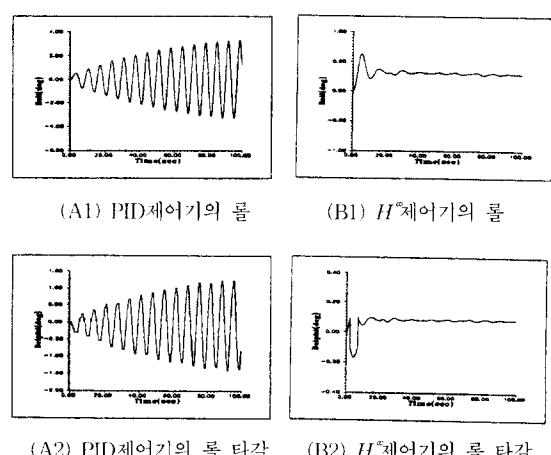


그림 5. 센서오차와 외란이 없는 경우의 시뮬레이션 결과

Fig. 5. Simulation outputs without sensor errors and disturbances.

##### 2. 모델 불확실성을 가지며 해파외란이 있는 경우의 시뮬레이션

모델링시에 생기는 모델 불확실성과 해상상태(sea state) 3인 경우 물수체가 수심 20m에서 수심 5m로 변심할 때 수면근처(5m)에서 물수체가 받는 해파외란에 대한 PID 제어기와  $H^\infty$ 제어기의 성능을 각각 비교한다. 그림 6에서와 같이 PID 제어기인 경우는 롤 및 롤 타각은 계속해서 발산하는데 비하여  $H^\infty$ 제어기는 0도로 수렴하고, 피치는 상대적으로 매우 적은 제어력으로도 제어가 가능하다. 그러나 수심 5m에서의 심도 유지능력은 서로 비슷하다.



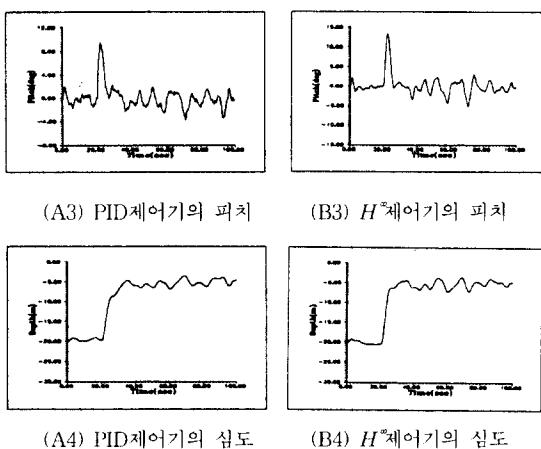


그림 6. 모델 불확실성과 해파외란(sea state 3)이 있는 경우의 시뮬레이션 결과

Fig. 6. Simulation outputs with model uncertainty and sea wave disturbances(sea state 3).

## V. HILS 구성 및 시험 결과

### 1. HILS 시스템의 개요

유도 비행체인 미사일, 항공기 및 잠수함 등을 개발 시, 유도 및 제어장치와 구동장치 등의 구성품들이 컴퓨터 시뮬레이션 결과와 같은 성능을 가지고 있는가를 실시간으로 확인<sup>[18,19]</sup>하는 것은 매우 중요하다. 따라서 HILS는 비행체의 개발단계에서 해석적인 컴퓨터 시뮬레이션 단계와 실제 비행시험 단계의 중간과정으로, 여러가지 비행환경은 소프트웨어로 구현하고 관련되는 하드웨어를 연결하여 반복적이고 비파괴적인 방법으로 성능과 기능을 검증하여 비행시험의 불확실성을 사전에 제거하고 비행시험의 결과에 대한 비교분석<sup>[28]</sup>이 가능한 비행전(preflight) 해석과 비행후(post-flight) 해석 목적으로 이용된다.

이와같은 HILS에 대한 연구는 컴퓨터가 발달하기 시작한 1960년대부터 선진국 군수산업 분야에서 시작되었고, 국내에서는 일부 연구기관에서 초보적인 연구가 이루어지고 있는 실정이다.

### 2. HILS 시스템의 구성

몰수체의 제어기 성능 비교를 위하여 그림 7과 같이 HILS 시스템을 구성한다. 몰수체의 운동을 재현하기 위하여 3축 비행운동 시뮬레이터와 타각을 측정하여 주 전산기에 전송하기 위한 타각 감지기, 주전산기와 실시간 통신을 위해 미국 ADI사의 ADRTS, 그리고

몰수체의 설계된 제어기가 구현된 유도조종장치로 하드웨어로 구성한다. 주전산기는 워크스테이션을 사용하고 몰수체의 6 자유도 운동방정식과 해파외란 및 심도 센서 오차 등이 모델링되어 내장되었다.

3축 비행체현 시뮬레이터에는 몰수체의 3축 운동을 감지하기 위하여 2축 레이트사이로 두개와 1축짜리 가속도계 세개가 조립된 관성측정장치를 설치하고, 비행체현 시뮬레이터는 주전산기에서 계산된 몰수체의 자세에 해당하는 만큼의 자세 움직임을 수행한다. 주 전산기는 몰수체의 측정된 타각을 6자유도 운동 방정식에 입력시키고 몰수체의 운동로직을 수행한다.

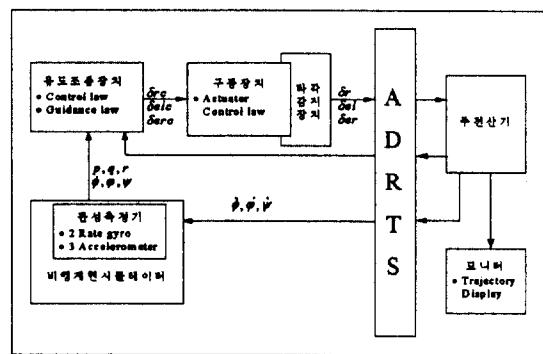


그림 7. HILS 구성도

Fig. 7. HILS configuration for submerged vehicle.

### 3. HILS 수행 결과

롤 변화율, 롤, 피치 변화율 및 피치는 몰수체의 운동을 재현하는 3축 비행운동 시뮬레이터에서 측정한 값이고, 롤 타각 및 승강타각은 몰수체의 구동장치에 연결된 타각감지장치에서 측정한 값이며 심도는 6 자유도 운동방정식으로 부터 계산한 값이다.

HILS 시험결과는 컴퓨터 시뮬레이션 결과와 거의 유사하다. 그림 8의 HILS 시험결과는 PID 제어기와  $H^\infty$  제어기의 성능을 비교한 것이다.

## VI. 결 론

시간지연을 가지는 몰수체에서 모델 불확실성과 수면근처에서 항주할때 발생하는 해파외란에도 안정성을 유지하면서 성능개선을 위한 견실제어기를 설계하였다. 시간지연항을 1차의 실유리함수로 Pade 근사화하고 정규화된 소인수분해를 이용하였으며, 주어진 설계사항을 만족하는 최적의 제어기를 구하기 위해 루프쉐이핑 기

법을 이용하여 적절한 하중함수를 선택함으로써 시간 지연을 가지는 페루프 시스템의 성능을 개선하였다.

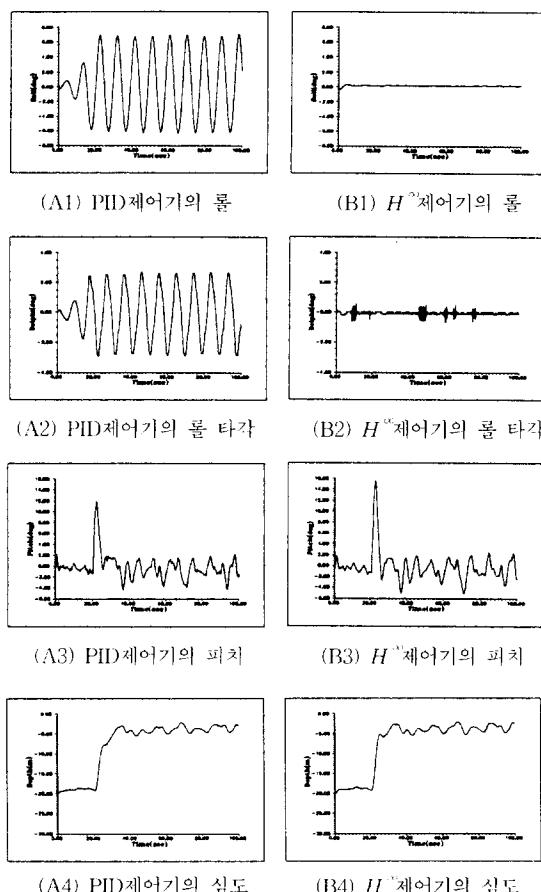


그림 8. PID 제어기와  $H^\infty$ 제어기의 HILS 수행 결과  
Fig. 8. HILS results for PID controller and  $H^\infty$  controller.

또한 물수체의 비선형 방정식에 대한 컴퓨터 시뮬레이션과 HILS를 통하여 PID 제어기와  $H^\infty$  제어기의 성능을 검증한 결과  $H^\infty$  제어기가 모델 불확실성 및 해파외란에 대하여 견실하며 만족할만한 성능을 가짐을 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- [1] F. M. Callier and C. A. Desoer, *Multivariable Feedback Systems*, Springer-Verlag, New York, 1982.
- [2] J. Doyle and G. Stein, "Multivariable feedback design: Concepts for a classical and modern synthesis," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 26, no. 1, pp. 4-16, 1981.
- [3] D. E. Humphreys, "Development of equation of motion and transfer function for underwater vehicles," *Technical Report*, pp. 267-276, NSCL, 1976.
- [4] C. J. Danial and R. J. Richards, "A Multivariable controller for depth control of a submersible vehicle," *Proc. Inst. of Meas. and Cont. Conf. on Application of Multivariable Systems*, Oct. 1982.
- [5] E. Liceaga-Castro and G. M. van der Molen, "Submarine  $H^\infty$  depth control under wave disturbances," *IEEE Trans. Contr. Systems Technology*, vol. 3, no. 3, pp. 338-346, Sept. 1995.
- [6] T. B. Booth, "Optimal depth control of an underwater vehicle under a seaway," *R.I.N.A., Int. Symp. on Naval Submarines*, London, pp. 17-19, May 1983.
- [7] R. J. Richards and D. P. Stoten, "Depth control of a submersible vehicle," *Int. Shipbuilding Progress*, vol. 81, pp. 30-39, 1981.
- [8] G. F. Gueler, "Modelling, design and analysis of an autopilot for submarine vehicles," *Inst. Shipbuilding Progress*, vol. 36, pp. 51-85, 1989.
- [9] T. Miyake and K. Takahashi, "Application of optimal control theory to submarine control system," *N.E.C., Research and Development*, no. 25, pp. 45-53, Apr. 1972.
- [10] R. J. Martin, L. Valavani, and M. Athans, "Multivariable control of a submersible using the LQG/LTR design methodology," in *Proc. Am. Contr. Conf.*, Seattle, WA, June 1986.
- [11] M. J. Ruth, "Application of  $\mu$ -synthesis to control design for a submersible vehicle," Lecture notes from MUSYN, Robust Control Short Course, CA, Arcadia, Sep. 1989.
- [12] C. J. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis, "State-space solutions to

- standard  $H^2$  and  $H^\infty$  control problems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, no. 8, pp. 831-847, 1989.
- [13] S. J. Williams and W. B. Marshfield, " $H^\infty$  multivariable design of a submarine depth control system," *Inst. of Meas. and Contr., Symp. Appl. Multivariable Syst. Techniques*, pp. 104-205, 1990.
- [14] W. B. Marshfield, "Submarine depth keeping using an  $H^\infty$  controller together with sea-noise-reduction notch filters," *Trans. Inst. Mech. Contr.*, vol. 13, no. 5, pp. 233-240, 1991.
- [15] D. C. McFarlane and K. Glover, *Robust Controller Design*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 138, Springer-Verlag, 1990.
- [16] K. Glover and D. C. McFarlane, "Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with  $H^\infty$ -bounded uncertainty," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, no. 8, Aug. 1989.
- [17] INMOS, *The Transputer Databook*, 1992.
- [18] S. J. Powers and M. E. Sisle, "Design criteria for hardware-in-the-loop simulation facilities", *Proc. of the SCS Multireference on Aerospace Simulation III*, ISBN 0-911801-28-6, pp. 23-34, 1988.
- [19] C. Frangos, "Control system analysis of a hardware-in-the-loop simulation", *IEEE Trans. Aerospace and Electronics System*, vol. 26, no. 4, pp. 666-668, July 1990.
- [20] L. A. Lopes, "Motion Equations for Torpedoes," *NAVORD Report 2090*, U.S. Naval Ordnance Test Station, 1954.
- [21] "12th ITTC 1969 report of the seakeeping committee," *Proc. 12th Int. Towing Tank Conf.*, pp. 776, Sept. 1969.
- [22] A. R. J. M. Lloyd, *Sea Keeping-Ship Behavior in Rough Weather*. Chichester: Ellis-Horward, 1989.
- [23] A. K. El-Sakkary, "A new criterion for estimating robust time delays for closed-loop stability," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, no. 2, pp. 209-210, 1990.
- [24] M. Jamshidi and M. Malek-zavarei, *Time-delay Systems Analysis, Optimization and Applications*, North-Holland, 1987.
- [25] K. Glover, "All optimal Hankel norm approximation of linear multivariable systems and their  $L_\infty$ -error bounds," *Int. J. Contr.*, vol. 39, pp. 1115-1193, 1984.
- [26] D. C. McFarlane, "A loop shaping design procedure using  $H^\infty$  synthesis", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, no. 6, pp. 759-769, 1992.
- [27] A. Strumpf and A. Anguil, *A Study of Longitudinal Dynamic Stability Criteria for Torpedo*, SIT Report 1001, Dec. 1963.
- [28] D. C. Montgomery, "Comparison of simulation and flight-test data for missile systems", *SIMULATION*, pp. 63-72, Feb. 1980.

## 저자 소개

李載命(正會員) 第 31 卷 B 編 第 5 號 參照  
현재 국방과학연구소 근무



柳東奇(正會員)

1970年 2月 14日生. 1991年 2月  
경북대학교 전자공학과 학사. 1993  
年 2月 경북대학교 전자공학과 석  
사. 1993年 3月 ~ 현재 국방과학  
연구소 연구원. 주관심 분야는 견실  
제어 이론, 항법 알고리즘 등임.



李甲來(正會員)

1964年 11月 22日生. 1987年 2  
月 경북대학교 전자공학과 학사.  
1990年 2月 경북대학교 전자공  
학과 석사. 1990年 3月 ~ 1995  
年 3月 국방과학연구소 연구원.  
1995年 3月 ~ 현재 경북대학교

대학원 박사과정. 주관심 분야는 다변수 견실제어 이론, 필터링 제어이론, 유도제어항법 등임.

朴烘培(正會員) 第 32 卷 B 編 第 2 號 參照

경북대학교 전자전기공학부 부교수