論文96-33A-7-7

비대칭 분포의 PAM 신호와 3차 통계에 의한 자력 등화 기법

(Asymmetric Distribution of PAM Signals and Blind Equalization Algorithm using 3rd Order Statistics)

鄭 敎 逸 *, 林 濟 鐸 **

(Kyo Il Chung and Chae Tak Lim)

요 약

3차 통계를 이용한 자력 등화기 설계에 있어서 송신 데이터의 분포가 대칭일 경우 bispectrum 의 값이 0 으로 되어 송신 데이터를 복원할 수 없다. 그러나, 본 논문에서는 4차 통계에 비하여 계산량이 적고, 잡음에 대하여 제거가 가능한 고차 통계의 특징을 유지하는 3차 통계를 이용하고자 송신 측에서는 송신 데이터의 대칭 분포를 비대칭으로 변환하여 전송한다. 이 방법으로 자연 대수 방식을 적용하였고, 압축 인자에 대한 무관성을 증명하였다. 수신 측에서는 3차 통계를 이용하여 등화기 기능을 실시간으로 수행하고자 블록 단위의 처리에서 매 샘플마다 연산하고, 복원 후에 본래의 대칭으로 신호를 변환하는 방법을 제안한다. 제안한 알고리듬에 따라 실험한 결과, 3차 통계에 의한 방법이 4차 통계에 의한 방법보다 계산량은 약 1/2 정도, MSE 측면에서 약 4-PAM 의 경우 10 dB 정도, 8-PAM 의 경우 15 dB 정도 우수함을 확인하였다. 따라서, 송신 데이터의 분포를 비대칭의 분포를 유지하면 3차 통계의 자력 등화가 가능함을 보였다.

Abstract

The probability distribution function (pdf) of transmitted symbols should be asymmectric for recovering the received data in the 3rd order blind equalizer system. In this paper, we have designed the blind equalizer using Symmetric-Asymmetric (SA) and Asymmetric-Symmetric (AS) transforms for less computational complexities and robustness in the noisy environments. The method of SA and AS transform was performed using natural logarithmic operation. This paper proves that the compression factor K has no effect on transmitted symbols. Also 3rd order equalization method proposed in this paper can be performed as real time operation. As a result of computer simulation, the computational complexity of proposed algorithm is reduced to be an half of 4th order method and MSE is enhanced as 10 dB at the case of 4-PAM and 15 dB at the case of 8-PAM respectively. Conclusively, we have found that 3rd order blind equalizer can be implemented when the pdf of transmitter is asymmetric.

* 正會員, 韓國電子通信研究所

(Elec. and Telecom. Research Institute)

** 正會員, 漢陽大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Hanyang Univ.)

接受日字:1996年1月11日, 수정완료일:1996年7月3日

I. 서 론

디지털 통신 시스템에서, 통신 채널에 의한 신호의 왜곡은 수신 단에서 올바른 신호를 복원하는 데 많은 어려움을 준다. 이러한 채널에서의 왜곡을 제거하여 원래의 신호를 복원하는 적응 등화기(adaptive equali

zer)에 대해 많은 연구가 있었다. 그러나 데이터의 전송율이 높아지고 다자간 채널 공유 등의 상황에서는 종래의 적응 등화기에서 예측하지 못했던 새로운 문제가 발생한다. 즉, 적응 등화기는 초기 훈련기간 동안 송신 측과 수신 측 사이에 미리 약속된 훈련열(training sequence)을 주고받아 채널의 왜곡 특성을 상쇄시킬 수 있도록 등화기의 탭 계수를 조정해야 한다. 그러나 디지털 통신망의 발전과 함께 다자간 채널을 공유하는 데, 1 대 다수의 통신 시스템에서 등화되지 않은 특정 수신자를 위해 기존 통신을 중단하고 훈련열을 전송한다는 것은 불가능하므로, 이러한 경우 훈련열 없이도 초기 등화가 이루어지도록 할 필요가 있다[1][2]. 즉 전송된 데이터를 알지 못하는 상황에서 수신된 데이터만으로 심벌간의 간섭(ISI : Inter Symbol Interference) 을 제거하여 정확한 데이터로 복원할 수 있는 등화기인 자력 등화기(Blind Equalizer)의 필요성이 대두되었다.

자력 등화 알고리듬은 크게 비볼록 (non-convex) 비용 함수를 최소로 하는 Bussgang계열[3][4][5]과 고차 스펙트럼 (poly-spectra) 계열로 나눌 수 있다. 이중에서 고차 큐물런트(cumulant)와 그 Fourier 변환인 고차 스펙트럼을 이용한 기법이 관심을 불러일으키고 있다[6]-[10][12][13]. 이 방법은 채널의 출력으로부터 수신 심벌의 고차 통계치를 구하고, 채널의 전달 함수를 추정한 뒤 이를 기반으로 등화기의 탭 계수를 구한 뒤 송신 심벌을 검출하는 방법이다. 특히, 가우시안 과정(Gaussian process)에 대하여 2차 이상의 고차 통계치가 0이 되므로 부가 가우시안 잡음의 영향을 받지 않는다는 장점이 있으며, 추정 오차의 2차 함수를 최소화하는 적응 필터 이론에 고차 통계를 이용하면 전역 최소값(global minimum) 수렴이 항시 가능하다는 장점을 지니고 있다. 그러나, 고차 통계를 이용하더라도, 송신 데이터 심벌에 대한 확률적 분포가 대칭의 분포를 지닌다면 3차 통계, 즉 bispectrum 을 이용하여 추정할 수 없다. 이것은 3차의 큐물런트가 0이 되어 수신 신호에서 3차 통계의 특성이 없어지기 때문이다. 즉, 이러한 경우에는 4차 이상의 고차 통계를 이용하여 추정하여야 한다. 따라서, 대칭의 분포를 갖는 송신 데이터 심벌을 적당한 함수를 이용하여 비대칭 분포로 변환하여 전송하게 하고, 수신 측에서는 이를 복원하기 위하여 송신 측의 역과정으로 본래의 신호로 복원하는 방법이 가능하리라 판단한다. 이렇게 하여 4차 통계를 이용할 경우보다 4차 통계의 계산량보다 적은 3차 통계만으로도 복원이 가능하기 때문이다. [12]에서 3차 통계를 이용하여 비최소 위상인 시스템에 대한 추정 방법을 제시하였다. 그러나, 이 방법은 일정한 양의 데이터를 수신하여 하나의 블록을 형성한 뒤 연산을 수행하여 송신한 심볼을 추정하므로 매 샘플마다 실시간 처리가 곤란하다. 이를 보완하기 위하여 본 논문에서는 3차 통계를 수신되는 샘플마다 실시간으로 추정할 수 있도록 하여 3차 통계의 자력 등화의 가능성을 제시하였다. 그리고, 본 논문에서는 송신 측 심벌의 대칭의 분포를 비대칭으로 변환하는 방법으로 [13]에서 사용한 자연 대수 함수를 사용하였는 데 여기에서의 압축 인자의 범위를 설정한 것보다 수신 프로세서의 정밀도에 의존함을 나타내었다.

본 논문은 압축 인자에 관한 문제를 2장에서 제시하고, 3장에서는 3차 통계를 연산하는 방법과 이를 이용하여 자력 등화를 하는 방법을 기술한다. 이 방법에 의한 컴퓨터 모의 시험 결과를 4장에 기술한 뒤, 마지막으로 결론을 맺는다.

Ⅱ. 비대칭 분포를 형성하기 위한 데이터 변환 방법

일반적인 통신 시스템의 구성을 (그림 1)에 나타내었다. 그림에서 채널은 안정된 선형의 시불변 채널, $n(k)$ 는 대칭적으로 분포되는 가산 잡음이고, $h(k)$ 는 채널의 임펄스 응답의 계수, $x_s(k)$ 는 $2M$ ($M \geq 2$) 개의 데이터 세트로 되어 있는 PAM 신호로 각각 독립적이고, 균일하게 분포된 송신 신호라 가정한다. 즉, 송신 신호 세트는 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_s(k) &= \{s_i = 2i = -(2M-1), -(2M-3), \ldots, 2M-1\} \\ &= \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm(2M-1)\} \end{aligned} \tag{1}$$

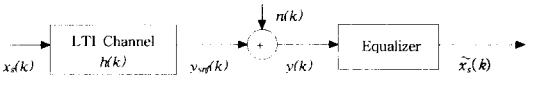

그림 1. 통신 시스템 구성도
Fig. 1. Communication System.

여기서 M 이 충분히 큰 수이어야 $\{x_s(k)\}$ 가 Gaussian 분포에 근접하나, 실제로 M 은 큰 수가 될 수 없다[6]. 그리고, 수신 신호(등화기의 입력 신호)는

식(2)와 같이 표현할 수 있다.

$$y(k)=y_{sn}(k)+n(k) \quad =h(k)*x_s(k)+n(k) \tag{2}$$

한편, $x_s(k)$ 를 대칭의 분포 형태로 발생하였으므로 3차 통계의 skewness γ_x ($\gamma_x=C_{x_s}(m,n)|_{m=n=0}$) 와 큐물런트 $C_y(m,n)$ 의 값이 0 이 되므로 3차 통계를 이용한 등화는 어렵다. 이것을 해결하기 위하여 Zheng 등은 [13] 에서 대칭의 분포를 갖는 신호를 비대칭의 분포로 변환 (SAT : Symmetric to Asymmetric Transformation) 하고자 자연 대수 함수를 사용하였고, 수신 측에서는 비대칭 신호를 대칭의 분포로 환원 (AST : Asymmetric to Symmetric Transformation) 시켜 복원한다. (그림 2)에 3차 통계를 위한 통신 시스템을 표현하였다.

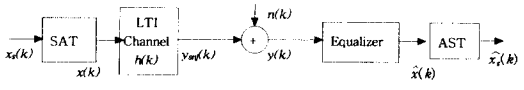

그림 2. SAT, AST 를 추가한 등화기 시스템
Fig. 2 Equalization System adding SAT and AST.

송신 신호 세트 $x_s(k)$ 를 식(3)과 같이 $x(k)$ 로 변환시킨다.

$$\{s_i\} \rightarrow \{a_i=\ln[K(2M+s_i)]-\mu\}$$

$$x_s(k) \rightarrow x(k)=\ln[K(2M+x_s(k))]-\mu \tag{3}$$

여기서 μ 는 비대칭으로 변환된 신호 $x(k)$ 의 평균을 0 으로 하는 것이고, K 는 압축 인자이다.

$$\mu = E[\ln K(2M+x_s(k))]=\frac{1}{2M}\sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)}\ln K(2M+s_i) \tag{4}$$

이므로, $x(k)$ 의 skewness 는

$$\begin{aligned}\gamma_x &= E[x^3(k)]=\sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)}a_i^3\,P(a_i)\\ &=\frac{1}{2M}\sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)}\{\ln[K(2M+i)]-\mu\}^3\end{aligned} \tag{5}$$

여기서 $P(a_i)=P(s_i)=\frac{1}{2M}$

로 나타낼 수 있다. 이렇게 하여 평균이 0 인 왜곡된 (skewed) $\{x(k)\},\{y(k)\}$ 로 부터 3차의 통계를 적용할 수 있게 된다. 수신 측에서 본래의 신호를 복원하기 위하여는 비대칭의 분포를 대칭의 분포(AST)로 변환시켜야 한다.

$$\{a_i\} \rightarrow \left\{s_i=\frac{1}{K}e^{(a_i+\mu)}-2M\right\} \tag{6}$$

즉,

$$\hat{x}(k) \rightarrow \hat{x_s}(k)=\frac{1}{K}e^{(\hat{x}(k)+\mu)}-2M \tag{7}$$

식(4), (5)로 송신 신호 세트를 비대칭으로 변환하고, 다시 대칭으로 변환하였을 때 신호 $x(k)$ 는 K (>0) 의 값에 관계없이 동일한 값을 유지됨을 알 수 있다. 식(3), (4)에서

$$x(k)=\ln[K(2M+x_s(k))]-\frac{1}{2M}\sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)}\ln K(2M+s_i) \tag{8}$$

예를 들어 M 이 2이면, 즉 4-PAM 일 경우,

$$\begin{aligned}x(k) &= \ln[K(4+x_s(k))]-\frac{1}{4}\sum_{i=-3}^{3}\ln K(4+s_i)\\ &=\ln(4+x_s(k))-\frac{1}{4}\{\ln(1\ \text{x}\ 3\ \text{x}\ 5\ \text{x}\ 7)\}\end{aligned} \tag{9}$$

가 된다. 식(9)에서 보듯이 압축 인자 K 가 상쇄되기 때문이다. 참고로 PAM level 의 변화에 따른 μ 와 skewness 의 값을 <표 1>에 나타내었다. 그리고, 4-PAM, 8-PAM 신호의 경우 압축 인자 K 값에 관계없이 변환되는 $x(k)$의 값을 <표 2>에 나타내었다.

수신 측에서 복원시의 오차를 줄이기 위하여 [13] 에서 K 의 범위를 $\frac{1}{2M}<K<\frac{3}{4M}$ 으로 기술하였다. 그러나, 수신 측의 복원식인 (7)에서 K 의 값이 매우 작다면 $\frac{1}{K}$의 값이 매우 커지고 $e^{(\hat{x}(k)+\mu)}$의 값은 매우 작아지게 된다. 이 식에서 $\frac{1}{K}$과 $e^{(\hat{x}(k)+\mu)}$의 항이 연속되어 있어, 그 연산 결과값은 본래의 값으로 된다. 여기에서 K 값과 μ 값은 이미 송수신측 통신 시스템에 정해진 것이다. 반대로 수신 측의 복원식인 (7)에서 K 의 값이 매우 커지면 $\frac{1}{K}$의 값이 매우 작아지고 $e^{(\hat{x}(k)+\mu)}$의 값은 커지게 된다. 동일한 식에서 $\frac{1}{K}$과 $e^{(\hat{x}(k)+\mu)}$의 항이 연속되어 있어, 그 연산 결과값 역시 본래의 값이 된다. 결국, 전송되는 $\hat{x}(k)$는 압축인자의 값과 관계없이 비대칭으로 변환하더라도 동일하므로, $\hat{x_s}(k)$ 를 복원할 때 오차는 없게 된다. 다만, 이 부분은 그 연산을 수행하는 프로세서의 정밀도에 의존한다고 판단되므로, 압축 인자의 범위는 $K>0$ 이면 된다. <표 3>에 K 값에 따른 $\frac{1}{K}$, $e^{(\hat{x}(k)+\mu)}$ 의 관계를 나타내었다.

표 1. 자연 대수 변환에 있어서의 PAM level 의 변화에 따른 μ 와 skewness

Table 1. Values of μ and skewness on various PAM level in natural logarithmic transform.

level of PAM		4	8	16	32
skewness		-0.251908	-0.621207	-0.992518	-1.304696
μ	K = 0.00001	-10.349436	-9.697666	-9.025692	-8.343253
	K = 0.1	-1.139095	-0.487325	0.184649	0.867088
	K = 0.25	-0.222804	0.428966	1.100940	1.783378
	K = 0.375	0.182661	0.834431	1.506405	2.188844
	K = 1.0	1.163490	1.815260	2.487234	3.169673
	K = 100000	12.676415	13.328185	14.000159	14.682599

표 2. 4-PAM, 8-PAM level 의 변환된 $x(k)$ 의 값

Table 2. Values of transformed $x(k)$ on 4-PAM, 8-PAM level.

$x_s(k)$	4-PAM 일 경우의 변환된 $x(k)$	8-PAM 일 경우의 변환된 $x(k)$
-7	-	-1.815260
-5	-	-0.716648
-3	-1.163490	-0.205822
-1	-0.064878	0.130650
1	0.445948	0.381965
3	0.782420	0.582635
5	-	0.749690
7	-	0.892790

표 3. K 값에 따른 K, $\frac{1}{K}$, $e^{(\widehat{x(k)}+\mu)}$ and $\widehat{x_s(k)}$ 의 관계

Table 3. Relations between compression factor K, $\frac{1}{K}$, $e^{(\widehat{x(k)}+\mu)}$ and $\widehat{x_s(k)}$ with various K.

압축 인자 K	송신 신호 $x_s(k)$	변환된 전송 신호 $\widehat{x_s(k)}$	μ	$e^{(\widehat{x(k)}+\mu)}$	$\frac{1}{K}$	$\frac{1}{K}e^{(\widehat{x(k)}+\mu)}$	최종 복원 신호 $\widehat{x_s(k)} = \frac{1}{K}e^{(\widehat{x(k)}+\mu)} - 2M$
0.00001	-3	-1.163490	-10.349436	0.00001	100000	1	-3
	-1	-0.064878		0.00003		3	-1
	1	0.445948		0.00005		5	1
	3	0.782420		0.00007		7	3
0.1	-3	-1.163490	-1.139095	0.1	10	1	-3
	-1	-0.064878		0.3		3	-1
	1	0.445948		0.5		5	1
	3	0.782420		0.7		7	3
0.25 (1/2M)	-3	-1.163490	-0.222804	0.25	4	1	-3
	-1	-0.064878		0.75		3	-1
	1	0.445948		1.25		5	1
	3	0.782420		1.75		7	3
0.375 (3/2M)	3	-1.163490	0.182661	0.375	2.6667	1	-3
	-1	0.064878		1.125		3	-1
	1	0.445948		1.875		5	1
	3	0.782420		2.625		7	3
1	-3	-1.163490	1.163490	1	1	1	-3
	-1	-0.064878		3		3	-1
	1	0.445948		5		5	1
	3	0.782420		7		7	3
100000	-3	-1.163490	12.676415	100000	0.00001	1	-3
	-1	-0.064878		300000		3	-1
	1	0.445948		500000		5	1
	3	0.782420		700000		7	3

Ⅲ. 3차 통계를 이용한 자력 등화 기법

압축 인자와 무관하게 송신 측 신호 발생의 분포를 비대칭으로 변환하였기 때문에 3차의 통계치를 이용하더라도 큐물런트가 0 이 아니므로, 본래의 신호를 복원할 수 있다. 평균이 0인 실수의 이산 신호인 정상 process $\{x(k)\}$ 의 3차 큐물런트 $C_3(m, n)$ 는

$$C_3(m, n) = E[x(k)\, x(k+m)\, x(k+n)] \tag{10}$$

이다. 3차 통계의 대칭성을 이용하여 시변수 m, n 으로 이루어지는 2차원 평면에서 하나의 부분($m \geq 0$, $n \geq 0, m \geq n$) 만을 연산하고, 나머지 5개 부분의 3차 통계치를 대체하여 전체의 계산량을 감소시킨다. 즉, 식(11)과 같은 대칭 특성을 활용하여, (그림 3)의 I 부분만 계산하여, II ~ VI 까지 대체시킨다.

$$\begin{aligned} C_3(m, n) &= C_3(n, m) = C_3(-n, m-n) \\ &= C_3(n-m, -m) = C_3(m-n, -n) \\ &= C_3(-n, n-m) \end{aligned} \tag{11}$$

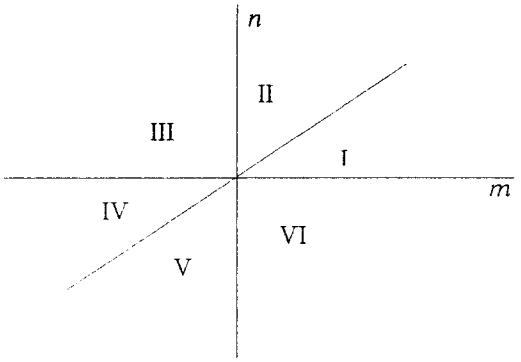

그림 3. 3차 큐물런트의 대칭성
Fig. 3. Symmetricity of 3rd order cumulant.

(그림 2) 에서 수신 신호 $y(k)$로 부터 3차 모멘트 $R_y(m, n)$ 와 큐물런트 $C_y(m, n)$ 은 다음과 같다. 왜곡을 가하여 송신 신호의 분포를 비대칭으로 변환하였더라도 그 평균이 0이므로 3차의 모멘트와 큐물런트는 같은 값을 갖는다. 즉,

$$C_y(m, n) = R_y(m, n) = \gamma_x R_h(m, n) \tag{12}$$

여기서, γ_x 는 송신 신호의 skewness 이고, $R_h(m, n)$ 는 채널에 대한 3차 모멘트이다.

일반적으로 3차 통계의 큐물런트를 구할 때, 일정한 크기의 데이터를 모아서 하나의 블록을 형성한다. 그 블록의 큐물런트를 구하고, 모든 블록의 큐물런트의 평균을 계산하여 추정한다[6]. 그러나, 이 방법은 일정한 블록을 형성할 때까지 기다려야 하므로 실시간 처리가 곤란하다. 본 논문에서는 실시간 처리가 가능하도록 신호가 수신될 때마다 일정한 양의 데이터를 모아서 하나의 블록을 형성하여 3차 통계치를 계산하여 3차 모멘트 $\widehat{R_y}(m, n)$ 와 큐물런트 $\widehat{C_y}(m, n)$ 를 추정한다. 그리고, i 번째까지 수신된 모든 데이터에 대하여 평균을 계산할 수 있도록 수신된 전체 신호의 수 i 로 나눈다.

$$\begin{aligned} \widehat{C_y^{(i)}}(m, n) &= \widehat{R_y^{(i)}}(m, n) \\ &= \eta(i) \sum_{k=S_1}^{S_3^{(i)}} y(k)\, y(k+m)\, y(k+n) \end{aligned} \tag{13}$$

여기서, $i = 1, 2, \ldots,$ $\eta(i) = \frac{1}{i}$, $S_1 = \max(1, 1-m, 1-n)$, $S_3^{(i)} = \min(i, i-m, i-n)$

i 번째에서의 3차 큐물런트는 $(i-1)$ 번째에서의 3차 큐물런트로 부터 얻어낼 수 있다. 즉, $(i-1)$ 번째에서 가장 오래된 데이터를 제거하고 i 번째 데이터를 수신하여 새로운 블록을 형성하여 추정한다. 처음에는 수신만 하여 하나의 블록을 형성한다. 식(13)으로 부터

$$\begin{aligned} i\widehat{C_y^{(i)}}(m, n) &= \sum_{k=S_1}^{S_3^{(i)}} y(k)\, y(k+m)\, y(k+n) \\ &= (i-1) \sum_{k=S_1}^{S_3^{(i)}} y(k)\, y(k+m)\, y(k+n) \\ &\quad + y(S_3^{(i)})\, y(S_3^{(i)}+m)\, y(S_3^{(i)}+n) \\ &= (i-1)\, \widehat{C_y^{(i-1)}}(m, n) \\ &\quad + y(S_3^{(i)})\, y(S_3^{(i)}+m)\, y(S_3^{(i)}+n) \\ \widehat{C_y^{(i)}}(m, n) &= [1-\eta(i)]\, \widehat{C_y^{(i-1)}}(m, n) \\ &\quad + \eta(i)\, y(S_3^{(i)})\, y(S_3^{(i)}+m)\, y(S_3^{(i)}+n) \end{aligned} \tag{14}$$

와 같이 실시간 추정을 한다.

한편, 채널이 비최소 위상의 특성이 있으므로, 이 채널에 대한 최소 위상 성분인 $A^{(I)}$, 최대 위상 성분인 $B^{(I)}$ 는 bicepstrum 영역에서 직접 계산할 수 있다. 즉, 3차의 bispectrum 이 아니고 수신 신호의 3차 큐물런트 $C_y(m, n)$ 와 bicepstrum $b_y(m, n)$ 으로 부터 다음의 bicepstrum 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{I=1}^{p} \{A^{(I)}[C_y(m-I, n) - C_y(m+I, n+I)]\} \\ &\quad + \sum_{J=1}^{q} \{B^{(J)}[C_y(m-J, n-J) - C_y(m+J, n)]\} \\ &\quad = -mC_y(m, n) \end{aligned} \tag{15}$$

여기서, $A^{(l)} = \sum_{i=1}^{L_1} a_i^l - \sum_{i=1}^{L_3} c_i^l, B^{(l)} = \sum_{i=1}^{L_2} b_i^l$

$A^{(l)}$ 및 $B^{(l)}$는 l 의 증가에 따라 지수 함수적으로 감소하므로 p와 q는 적당한 값으로 정하고, $w = \max(p, q)$, $z \le \frac{w}{2}$ 로 정의하면, 식(15)는 다음의 시스템 방정식을 얻는다.

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{a} = \boldsymbol{p} \tag{16}$$

여기서 $\boldsymbol{P}$는 원소가 $\{C_y(m, n) - C_y(\sigma, \tau)\}$인 $N_p \times (p+q)$($N_p = (2w+1)(2z+1)$) 행렬이며, $\boldsymbol{a}$ 는 크기가 $(p+q)\times 1$ 인 bicepstrum 벡터이다. $\boldsymbol{p}$는 $\{-mC_y(m, n)\}$ 가 원소인 $N_p \times 1$ column 벡터이다. 식(16)으로 부터 $\boldsymbol{a}$ 는 식(17)과 같이 된다.

$$\boldsymbol{a} = (\boldsymbol{P}^H \boldsymbol{P})^{-1} \boldsymbol{P}^H \boldsymbol{p} \tag{17}$$

여기서 H는 복소 공액 전치 행렬을 나타낸다. 수신 신호로부터 $\hat{C}_y(.)$ 을 추정하므로 식(17)은

$$\hat{\boldsymbol{a}} = (\hat{\boldsymbol{P}}^H \hat{\boldsymbol{P}})^{-1} \hat{\boldsymbol{P}}^H \hat{\boldsymbol{p}} \tag{18}$$

같다. $\hat{\boldsymbol{a}}$ 는 $\boldsymbol{a}$ 를 추정한 것이다. 식(16)에 $\hat{C}_y(m, n)$ 을 대입하여 LS (Least Square) 방법으로 bicepstrum 변수를 구한다.

$$\hat{\boldsymbol{a}} = [\hat{A}^{(1)}, \cdots, \hat{A}^{(p)}, \hat{B}^{(1)}, \cdots, \hat{B}^{(q)}]^T \tag{19}$$

이제, 역채널 (inverse channel) 을 구하기 위하여 식(19)의 성분을 이용하여 differential cepstrum 을 활용한다. 먼저, $\hat{i}_{inv}(i,0) = 1$, $\hat{o}_{inv}(i,0) = 1$ 로 초기화하고,

$$\hat{i}_{inv}(i,k) = -\frac{1}{i}\sum_{n=2}^{i+1}[-\hat{A}_{(i)}{}^{(n-1)}]\,\hat{i}_{inv}(i-n+1,k), i=1,\ldots,N_1$$
$$\hat{o}_{inv}(i,k) = \frac{1}{i}\sum_{n=i+1}^{0}[-\hat{B}_{(i)}{}^{(n-1)}]\,\hat{o}_{inv}(i-n+1,k), i=-1,\ldots,-N_2 \tag{20}$$

과 같이 최소, 최대 위상 성분을 추정한다. 여기서 $\hat{i}_{inv}(.)$ 과 $\hat{o}_{inv}(.)$ 는 각각 최소, 최대 위상 성분으로 $A^{(l)}$ 과 $B^{(l)}$ 를 이용하여 계산할 수 있으므로 등화기의 계수는 다음과 같이 된다.

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{norm}(i,k) = \hat{i}_{inv}(i,k) * \hat{o}_{inv}(i,k), i=-N_2,\ldots,N_1 \tag{21}$$

또, 추정한 채널의 전력을 실시간으로 얻어낸 후, 수신한 신호와의 연산으로 왜곡된 신호를 등화하고 본래의 송신 신호로 복원시킨다. 특히, 송신 측에서 자연대수 함수를 이용하여 압축시켰으므로, 수신 측에서는 그 역변환을 수행하여 본래의 PAM 신호로 환원시켜야 한다. 이와 같이 수신 신호로부터 실시간으로 고차 통계치와 등화기의 출력을 연산한다. <표 4>에 3차 통계를 이용한 자력 등화 기법의 흐름을 정리하였다. 그리고, 3차 통계를 이용하는 등화 기법의 1회 반복에서 소요되는 덧셈 및 곱셈의 계산량을 4차 통계를 이용하는 등화 기법의 경우와 비교하여 본다. 그리고, Bussgang 계열의 하나인 Stop & Go 알고리듬의 연산량과도 비교를 <표 5>에서 하였다.

표 4. bicepstrum 을 이용한 등화기 순서도
Table 4. Flowchart of bicepstrum equalizer.

1) 선택 M : 3차 큐물런트의 추정을 위한 연산 블록 샘플 수 p, q : bicepstrum 계수의 수
2) 3차 큐물런트의 추정 $\hat{C}_y^{(l)}(m,n) = [1-\eta(i)]\,\hat{C}_y^{(l-1)}(m,n)$ 여기서, $i=1,2,\ldots,\ \eta(i)=\frac{1}{i},\ S_1=\max(1,1-m,1-n),$ $S_3^{(i)}=\min(i, i-m, i-n)$ $+\eta(i)\,y(S_3^{(i)})\,y(S_3^{(i)}+m)\,y(S_3^{(i)}+n)$
3) $w = \max\{p, q\}$, $z = w/2$ $\hat{\boldsymbol{P}} \cdot \hat{\boldsymbol{a}} = \hat{\boldsymbol{p}}$ 구성
4) cepstrum 계수 연산 $\hat{\boldsymbol{a}}(i+1) = \hat{\boldsymbol{a}}(i) + \mu(i)\,\hat{\boldsymbol{P}}^H(i)$ $\hat{\boldsymbol{e}}(i) = \hat{\boldsymbol{p}}(i) - \hat{\boldsymbol{P}}(i)\,\hat{\boldsymbol{a}}(i)$ $0 < \mu(i) < \frac{2}{tr\{\hat{\boldsymbol{P}}^H(i)\,\hat{\boldsymbol{P}}(i)\}}$
5) 등화기 계수 연산 $\hat{i}_{inv}(i,0) = \hat{o}_{inv}(i,0) = 1$ $\hat{i}_{inv}(i,k) = -\frac{1}{i}\sum_{n=2}^{i+1}[-\hat{A}_{(i)}{}^{(n-1)}]\,\hat{i}_{inv}(i-n+1,k)$ $\hat{o}_{inv}(i,k) = \frac{1}{i}\sum_{n=i+1}^{0}[-\hat{B}_{(i)}{}^{(1-n)}]\,\hat{o}_{inv}(i-n+1,k)$ $\hat{\boldsymbol{h}}_{norm}(i,k) = \hat{i}_{inv}(i,k) * \hat{o}_{inv}(i,k)$
6) Gain 계산: $\frac{1}{\hat{A}}(i) = \lvert\gamma_x\rvert^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\gamma_k^{(i)}}{\hat{R}_x(0,0)}\right)^{\frac{1}{2}}$
7) $\hat{x}(i)$ 계산 $\hat{x}(i) = \frac{1}{\hat{A}(i)} \cdot [\hat{\boldsymbol{h}}_{norm}(i)]^T \cdot [y_s(i)]$

Ⅳ. 컴퓨터 모의 시험 결과

Ⅱ 에서 기술한 변환 방식과 본 논문에서 제시한 실시간의 등화 기법에 따라 3차의 자력 등화 알고리듬의 성능을 평가하기 위하여 컴퓨터를 이용한 모의 시험을 수행하였다.

표 5. 3차 통계, 4차 통계를 이용한 자력 등화 기법과 Stop & Go 알고리듬에 의한 1회 연산시 연산량 비교

Table 5. Comparison of computational complexity in blind equalization using 3rd order and 4th order statistics and Stop & Go algorithm.

	매 반복당 덧셈 수	1회 계산량	매 반복당 곱셈 수	1회 계산량
4차 통계에 의한 등화 방법 (M=8, M_T=2M+1, N=31, p=q=3, Np=36)	$\frac{1}{6}M_T{}^3+M_T$ $+3N_p(p+q)$ $+\frac{1}{2}(N^2-2N)$	$1451\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}M_T{}^3+3M_T$ $+(p+q)(2N_p+1)$ $+\frac{1}{4}(N^2+8N+3)$	$1550\frac{5}{8}$
3차 통계에 의한 등화 방법 (M=8, M_T=2M+1, N=31, p=q=3, Np=21)	$\frac{1}{144}M_T{}^3-\frac{19}{144}M_T$ $+\frac{1}{3}+3N_p(p+q)$ $+\frac{1}{2}(N^2-2N)$	$839\frac{23}{38}$	$\frac{1}{36}M_T{}^3-\frac{1}{24}M_T{}^2$ $-\frac{1}{36}M_T+\frac{1}{24}$ $+(p+q)(2N_p+1)$ $+\frac{1}{4}(N^2+8N+3)$	$604\frac{13}{18}$
Bussgang 계열의 Stop & Go 알고리듬 (N=31)	2N+2	64	2N+4	66

대상 채널은 비최소 위상 채널로, [10] [11] 에서 사용한 2 가지 채널을 선정하였다. 그리고, 모든 경우에 신호 대 잡음 비는 30 dB 로 하였고, 등화기의 차수는 31 차로 동일하게 하였다. 각각의 채널에 대한 3 차 통계 연산시 연산 블록 단위 M = 8, p, q = 3, w = 3, z = 1 로 고정하여 시험하였다. 이 시험에서는 4 PAM 신호와 8 PAM 신호의 전송 시스템에 대하여도 시험하였으며, 4차 통계를 이용한 자력 등화 알고리듬과 그 결과를 비교하였다.

(그림 4), (그림 5) 는 자연 대수를 이용하여 변환하였을 경우의 4 level PAM 신호와 8-level PAM 신호의 형태를 1,000 개만 나타낸 것이다. 앞에서도 지적하였듯이 자연 대수를 이용하여 변환할 경우 K 값과 관계없이 동일한 값을 갖게 되므로, 각각 하나만으로 표현되었다.

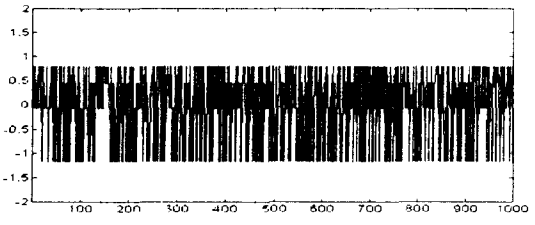

그림 4. 변환된 4-PAM 신호

Fig. 4. 4-PAM signal transformed asymmetrically.

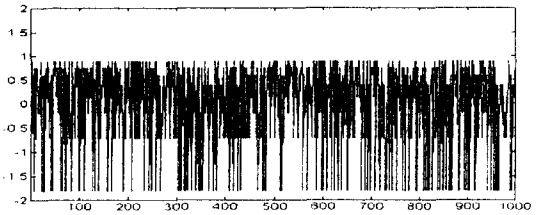

그림 5. 변환된 8-PAM 신호

Fig. 5. 8-PAM signal transformed asymmetrically.

각 채널에 대하여 자력 등화 결과를 MSE 의 값으로 비교하였는 데, MSE 는 송신 측의 자연 대수를 이용하여 변환한 신호와 등화기를 통과하여 복원된 후의 신호를 비교하여 식(22)와 같이 연산하였다. 자력 등화 기법에서의 MSE 는, 사실상 송신 신호에 대하여 정확한 데이터를 알 수 없지만, 송신 측의 데이터를 알고 있다는 가정 하에서 계산한 것이다. 이때, 등화기의 특성상 나타나는 일정한 지연을 반영한다.

$$MSE = 10 \log E\{[x_s(k) - \hat{x_s}(k)[^2\} \qquad (22)$$

이 같은 경우, 등화기를 통과한 후 역변환에 의하여 본래의 대칭 분포로 복원되었을 때 신호와 비교할 수 있는 SER (Symbol Error Rate) 이 요구된다. 즉, 송신 측에서 자연 대수 함수를 이용하여 변환하였으므로, 수신 측에서는 등화 기능을 수행한 후 이의 역함수인 지수 함수를 이용하여 본래의 신호로 환원시킨다. 이후

결정 방식에 의하여 송신 신호를 얻게 되므로 SER 이 필요한 것이다. 그러나, 이미 MSE 가 -10dB 이하이므로 복원 후의 SER 은 그다지 의미가 없어서 제외하였다. 실제로 수회만 반복 연산하면 SER 은 0 이 되어 그림으로 나타내지 않았다.

그리고, 3차 통계에 의한 방법과 4차 통계를 이용한 방법의 성능을 비교하기 위하여 동일한 채널과 동일하게 발생된 데이터를 이용하여 그림으로 표현하였다.

1) 채널 I 에서의 실험

(그림 6) 은 [10] 에 사용한 비최소 위상 채널의 임펄스 응답이고, (그림 7)은 주파수 응답이다. 이 채널은 극점이 -0.5 와 -2 에 있다. 이를 수식으로 표현하면 아래 식(23)과 같다.

$$H(z) = (1+0.5z)(1+0.5z^{-1}) = 0.5z + 1.25 + 0.5z^{-1} \quad (23)$$

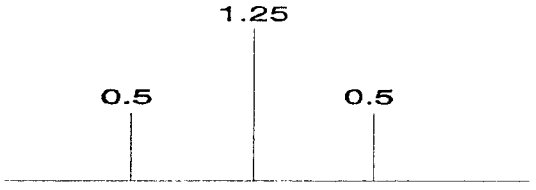

그림 6. 채널 I 의 임펄스 응답
Fig. 6. Impulse response of channel I.

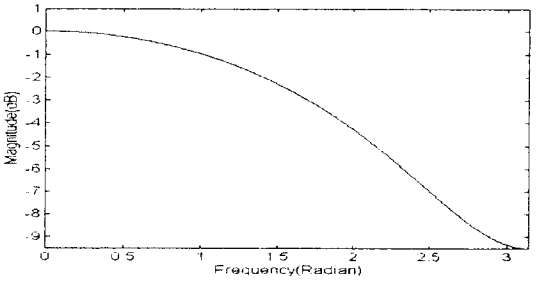

그림 7. 채널 I 의 주파수 응답
Fig. 7. Frequency Response of Channel I.

송신 신호의 분포를 비대칭으로 하고자 자연 대수 함수를 이용한 변환 방법에 있어서 특이한 점은 앞에서도 지적하였듯이 압축 인자 K 의 값에 관계없이 변환한 후의 신호에 대한 값과 그 skewness 가 같다는 점이다. 따라서, 압축 인자 K 의 값에 관계없이, PAM 신호의 level 이 증가하더라도 변환한 후 신호들의 평균은 0 을 유지한다. 채널 I 을 대상으로 시험한 결과 (그림 8) 과 같은 MSE 를 얻었다. 이 시험은 각 100 회마다의 결과를 평균하여 얻은 것으로 20회 반복한 결과이다. (그림 8) 에서 약 2,000 회 정도 반복 수행하면 MSE 가 약 -10 dB 정도 되고 이후 -20 dB 정도를 유지함을 알 수 있다.

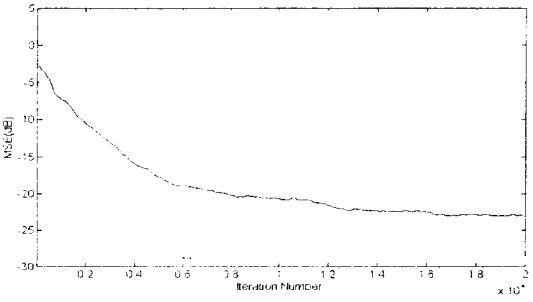

그림 8. 채널 I 에서의 MSE
Fig. 8. MSE curve at channel I.

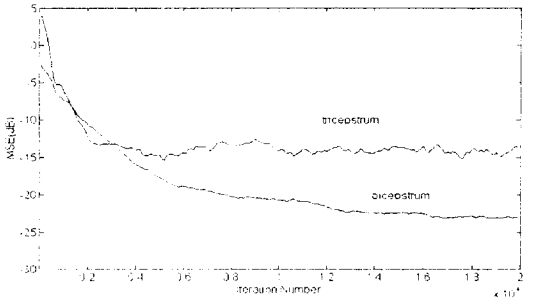

그림 9. 채널 I 에 대한 4-PAM 신호의 3차 통계를 이용한 자력 등화 방법과 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법의 MSE 비교
Fig. 9. Comparison of MSE with 3rd order statistics blind equalizer and 4th order statistics blind equalizer on 4-PAM at channel I.

(그림 9)는 같은 채널에 대하여 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법의 결과와 본 논문에서 제시한 3차 통계에 의한 방법의 결과를 비교한 그림이다. 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법의 경우 초기의 수렴 속도는 3차 통계를 이용한 자력 등화 방법보다 다소 신속하게 이루어지나, 계산이 반복되면서 3차 통계를 이용한 자력 등화 방법의 MSE 값은 4차 통계를 이용한 자력 등화의 결과보다 약 8 ~ 10 dB 정도 우수함을 나타내고 있다. 이와 같이, 계산량도 적고, MSE 측면에서 3

차 통계를 이용하는 자력 등화 방법이 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법보다 우수함을 알 수 있다.

(그림 10)은 동일한 환경 하에서 PAM 신호의 발생 레벨을 8로 한 경우의 비교 그림이다. 이때 발생된 신호의 $\{\pm1, \pm3, \pm5, \pm7\}$ 로, 비대칭으로 변환된 후의 신호 set 는 <표 2> 와 같고, 전송되는 형태를 (그림 5) 에 나타내었다. 이 경우는 앞에서 실험한 4-PAM 의 경우보다 더욱 뚜렷이 나타나는 데, 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법과 수렴 속도는 유사하나, 3차 통계를 이용한 방법의 MSE 값이 약 15 dB 정도 우수함을 보여주고 있다. 이 역시, 계산량도 적고, MSE 측면에서 3차 통계를 이용하는 자력 등화 방법이 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법보다 우수함을 알 수 있다.

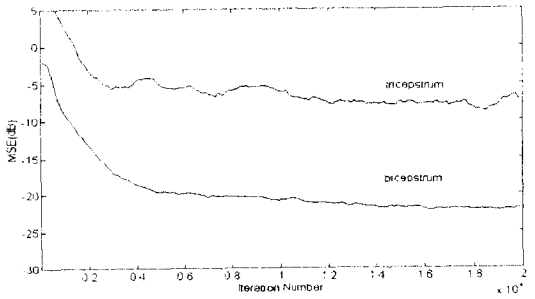

그림 10. 채널 I 에 대한 8-PAM 신호의 3차 통계를 이용한 자력 등화 방법과 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법의 MSE 비교

Fig. 10. Comparison of MSE with 3rd order statistics blind equalizer and 4th order statistics blind equalizer on 8-PAM at channel I.

2) 채널 II 에서의 실험

(그림 11) 은 [11] 에서 제시한 비최소 위상 채널의 임펄스 응답이고, (그림 12) 는 주파수 응답이다. 이를 수식으로 표현하면 아래 식(24)와 같다.

$$H(z) = (1+0.386z)(1+0.385z^{-1}) = 0.304z + 0.903 + 0.304z^{-1} \quad (24)$$

이 채널에 대한 시험에서도 앞에서도 지적하였듯이 압축 인자인 K 의 값에 관계없이 변환한 후의 신호에 대한 값과 그 skewness 가 같다는 점이다. 따라서, PAM 신호의 level 이 증가하더라도 변환한 후 신호들의 평균은 0 을 유지한다. 시험 결과 (그림 13) 과 같이 MSE 를 갖는다. 이 시험 역시 각 100 회마다의 결과를 평균하여 얻은 것으로 20회 반복한 결과이다. (그림 13) 에서 약 4,000 회 정도 반복 수행하면 MSE 가 약 -20 dB 정도 되고 이후 -25 dB 정도를 유지함을 알 수 있다.

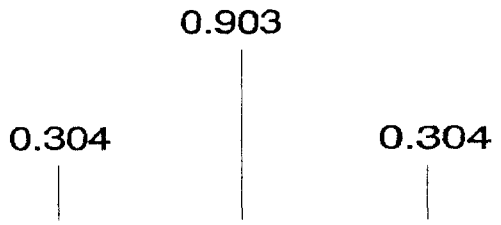

그림 11. 채널 II 의 임펄스 응답

Fig. 11. Impulse response of channel II.

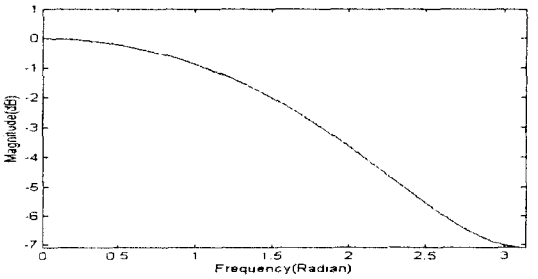

그림 12. 채널 II 의 주파수 응답

Fig. 12. Frequency Response of Channel II.

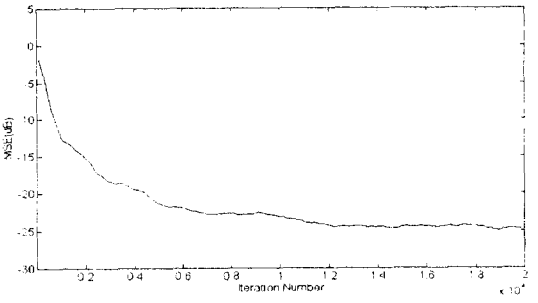

그림 13. 채널 II 에서의 MSE

Fig. 13. MSE curve of channel II.

(그림 14)는 동일한 채널에 대하여 4차 통계를 이용한 방법과 본 논문에서 제시한 3차 통계에 의한 방법의 결과를 비교한 그림이다. 4차 통계를 이용하는 경우 초기 수렴 속도는 3차 통계 방법보다 신속하게 이루어지나, 계산 반복이 되더라도 3차 통계의 MSE 의 값은 4차 통계의 결과보다 약 8 dB 정도 우수함을 알 수 있다.

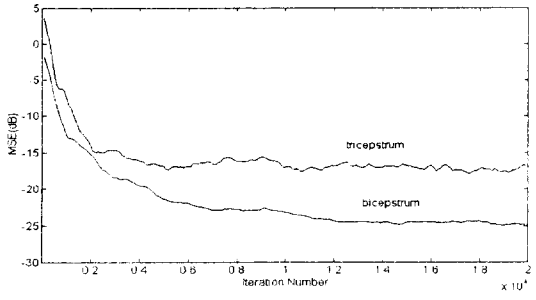

그림 14. 채널 II 에 대한 4-PAM 신호의 3차 통계를 이용한 자력 등화 방법과 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법의 MSE 비교

Fig. 14. Comparison of MSE with 3rd order statistics blind equalizer and 4th order statistics blind equalizer on 4-PAM at channel II.

(그림 15)는 동일한 환경 하에서 신호의 발생 레벨을 8로 한 경우의 비교 그림이다. 이때의 발생된 신호의 set 는 <표 2> 와 (그림 5)에 나타내었다. 이 경우는 앞에서 실험한 4-PAM 의 경우보다 더욱 뚜렷이 판명되는 데, 수렴 속도는 유사하나, MSE 의 값이 약 15 dB 정도 우수함을 보여주고 있다.

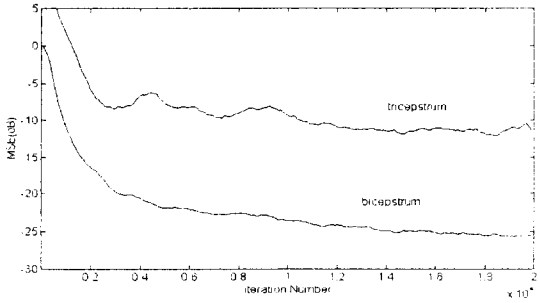

그림 15. 채널 II 에 대한 8-PAM 신호의 3차 통계를 이용한 자력 등화 방법과 4차 통계를 이용한 자력 등화 방법의 MSE 비교

Fig. 15. Comparison of MSE with 3rd order statistics blind equalizer and 4th order statistics blind equalizer on 8-PAM at channel II.

V. 결 론

고차 통계를 이용한 자력 등화기 설계에 있어서 송신 데이터의 분포가 대칭일 경우 3차 통계의 bispectrum 값이 0 으로 되어 송신 데이터를 복원할 수 없다. 그러나, 본 논문에서는 4차 통계에 비하여 계산량이 적고, 잡음에 대하여 제거가 가능한 고차 통계의 특징을 유지하는 3차 통계를 이용하고자 송신 측에서는 송신 데이터의 대칭 분포를 비대칭으로 변환하여 전송한다. 이 방법으로 자연 대수 방식을 적용하였고, 압축 인자에 대한 무관성을 증명하였다. 수신 측에서는 3차 통계를 이용하여 등화기 기능을 실시간으로 수행하고자 블록 단위의 처리에서 매 샘플마다 연산하고, 복원 후에 본래의 대칭으로 신호를 변환하는 방법을 제안한다. 제안한 알고리듬에 따라 실험한 결과, 3차 통계에 의한 방법이 4차 통계에 의한 방법보다 계산량은 약 1/2 정도, MSE 측면에서 약 4-PAM 의 경우 10 dB 정도, 8-PAM 의 경우 15 dB 정도 우수함을 확인하였다.

향후 고차 자력 등화기의 큰 단점인 방대한 계산량을 더욱 효과적으로 줄여서 실시간 처리가 가능하도록 하는 연구와 다양한 채널에 대해서도 계산량과 수렴 특성을 적절하게 상호 보완하는 연구가 진행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory,* 2nd Ed. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ. pp. 722-756, 1991.

[2] D. N. Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 28, No. 11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.

[3] Y. Sato, "A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 23, pp. 679-682, June 1975.

[4] A. Benveniste and M. Goursat, "Blind equalizer," *IEEE Trans. on Comm.,* Vol. COM-32, pp. 871-882, Aug. 1984.

[5] G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a stop-and-go decision-directed algorithm," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 35, No. 9, pp. 877-887, Sep. 1984.

[6] C. L. Nikias and M. R. Raghuveer, "Bispectrum estimation : A digital signal processing framework," *Proc. of IEEE*, Vol. 75, pp. 869-891, July 1987.

[7] C. L. Nikias and J. M. Mendel, "Signal Processing with Higher-Order Spectra," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 10-37, July 1993.

[8] C. L. Nikias and A. P. Petropulu, *Higher-order spectra analysis*, Prentice Hall, 1993.

[9] S. Haykin, *Blind Deconvolution,* Englewood Cliffs, NJ. Prentice-Hall, 1994.

[10] D. Hatzinakos and C. L. Nikias, "Blind equalization using a tricepstrum based algorithm," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. COM-39, pp. 669-682, May 1991.

[11] G. Proakis, *Digital Communication,* 2nd Ed. McGraw-Hill, 1989.

[12] R. Pan and C. L. Nikias, "The complex cepstrum of higher order cumulants and nonminimum phase system identification," *IEEE Trans. on ASSP*, Vol. 36, No. 2, pp. 186-205, Feb. 1988.

[13] F. Zheng, S. McLaughlin and B. Mulgrew, "Blind Equalization of Nonminimum Phase Channels : Higher Order Cumulant Based Algorithm," *IEEE Trans. on SP*, Vol. 41, No. 2, pp. 681-691, Feb. 1993.

저 자 소 개

鄭 敎 逸(正會員) 第 33卷 B編 第 6號 參照

林 濟 鐸(正會員) 第 30卷 B編 第 6號 參照