

## 〈논 문〉

## 가중함수법을 이용한 두꺼운 배관의 응력강도계수 계산

이형연\* · 이재한\* · 유 봉\*

(1996년 1월 8일 접수)

Calculation of Stress Intensity Factors for a Thick Pipe  
Using WeightFunction Method

Hyeong-Yeon Lee, Jae-Han Lee and Bong Yoo

**Key Words :** Weight Function(가중 함수), Boundary Integral Equation(경계 적분식), Stress Intensity Factors(응력강도계수), Pipe(배관)

## Abstract

An approximate weight function technique using the indirect boundary integral equation has been presented for the analysis of stress intensity factors(SIFs) of a thick pipe. One-term boundary integral was introduced to represent the crack surface displacement field for the displacement based weight function technique. An explicit closed-form SIF solution applicable to symmetric cracked pipes without any modification of the solution including both circumferential and radial cracks has been derived. The necessary information in the analysis is two or three reference SIFs. In most cases the SIF solution using two reference load cases gives good results. The analysis results using the present solution were in good agreement with those available in the literature.

## 1. 서 론

가중함수법은 균열면 위치에서의 공칭응력(nominal stress)과 가중함수를 곱하여 단순히 적분함으로써 응력강도계수를 간단하게 계산하는 방법이다. 가중함수가 작용하중에 독립적이기 때문에 선형 탄성 범위 내에서 작은 천이하중을 받거나 여러 가지 하중이 동시에 작용할 때 유한요소법이나 경계요소법 등의 수치해석에 의한 방법보다 응력강도계수를 더욱 효율적으로 계산할 수 있다. 따라서 이 방법은 변동하중에 따라 SIF를 신속히 계산하고자 할 때나 피로파괴 해석 등을 수행하고자 할 때에 많이 사용된다.

가중함수법은 Bueckner<sup>(1)</sup>와 Rice<sup>(2)</sup>가 처음 제시한 이래로 SIF를 계산하는 효율적인 방법으로 지금도 이에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다.

Wu<sup>(3,4)</sup>는 해석적인 접근법으로 균열체의 작용하중을 균열면에서의 공칭응력(nominal stress) 분포로 바꾼 다음 다항식의 합으로 표현하고, 각 항에 대한 SIF를 구하여 합산함으로써 최종적으로 SIF를 구하였다.

한편 본 연구에서 적용한 간접 경계적분법은 가상의 밀도함수(density function)를 도입하여 변위와 응력을 간접적으로 결정하기 때문에 비교적 많은 수식으로 표현이 되며 이에 대한 연구는 변위 및 응력 등의 변수를 직접 결정하는 직접 경계적분법에 비하여 상대적으로 연구가 미진한 편이다.

최근의 연구에서는 균열면 변위(crack surface displacement; CSD)에 대하여 간접 경계적분법의

\*회원, 한국원자력연구소

single-layer potential로 근사시킨 다음 가중함수 개념을 적용하여 SIF해를 유도할 수 있는 것으로 나타났다.<sup>(5-8)</sup> 이 하나의 SIF 해는 모드 I 하중을 받는 2차원 선형탄성 범위 내에서 다양한 형상의 두꺼운 배관 균열체에 대하여 또한 광역의 균열비에 걸쳐 해를 전혀 수정하지 않고 응력강도계수의 계산을 가능하게 한다.

### 2. 가중함수 수식화

응력강도계수는 잘 알려진 바와 같이 가중함수  $h_I(X, A)$ 와 균열이 없는 경우의 공칭응력인  $\sigma(X)$ 를 곱하여 적분함으로써 구할 수 있다.<sup>(3,4)</sup>

$$K_I = \int_r \sigma(X) h_I(X, A) d\Gamma \quad (1)$$

여기서,  $X$ 와  $A$ 는 각각 균열길이 방향의 축과 균열길이이다. Rice<sup>(2)</sup>는 균열면 변위  $U_y(X, A)$ 와 기준 응력강도계수인  $K_I$ 에 기초한 다음 형태의 가중함수식을 유도하였다.

$$h_I(X, A) = \frac{E^*}{K_{Ic}} \frac{\partial U_y(X, A)}{\partial A} \quad (2)$$

여기서,  $E^*$ 는 평면응력조건에서 영률  $E$ 이고, 평면변형조건에서는  $E/(1-\nu^2)$ 이며,  $\nu$ 는 푸아송비이다.

Fig. 1과 같이 대칭형상을 갖는 원형 디스크의 중앙균열(center crack)을 고려하여 보자. 균열면 상에 원공이 없는 경우에는 반경  $R$ 을 특성길이(characteristic length)로 정하여 균열길이, 좌표계 및 변위 등을 무차원화 시킨다.

$$a = A/R, \quad x = X/R, \quad y = Y/R, \quad u_y = U_y/R \quad (3)$$

본 연구에서는 균열면 변위를 다음식과 같은 potential로 근사화시켰다.

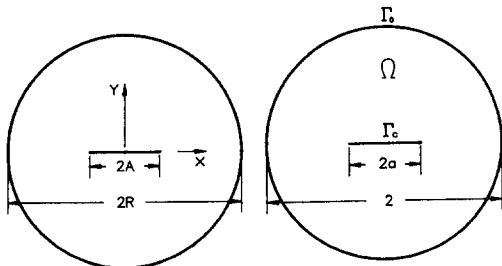


Fig. 1 A center crack in a circular disc

$$u_y(P, a) = C_0 \int_r \rho_1(Q) u_{yy}^*(Q, P) d\Gamma(Q) \quad (4)$$

여기서, 장점(field point)  $P$ 는 균열면 상에서 움직이고, 근원점(source point)  $Q$ 는 균열체의 모든 경계면 상에서 움직인다. 즉

$$P = (x, y) \in \Gamma_c, \quad (-a \leq x \leq a, y = 0) \\ Q = (\xi, \eta) \in \Gamma_c + \Gamma_o, \quad (-1 \leq \xi \leq 1, -1 \leq \eta \leq 1) \\ r = |Q - P|$$

또한  $C_0$ 는 상수이고,  $\rho_1(Q)$ 는 경계  $\Gamma$ 를 따른 근원점  $Q$ 의 밀도함수이며  $u_{yy}^*(Q, P)$ 는 kernel이다. 식 (4)은 경계  $\Gamma$ 에 걸쳐 밀도  $\rho_1(Q)$ 인 가상의 단일 근원이 연속적으로 분포하는 single-layer potential이라고 한다. 식 (4)의 kernel은 2차원 평면변형률 문제에서 Navier 방정식을 만족하는 기본해(fundamental solution)에  $C_1$ 항을 추가한 수정 기본해로 이는 여전히 지배방정식인 Navier 방정식을 만족한다.<sup>(9)</sup>

$$u_{ij}^*(Q, P) = C_0 \left[ \ln r \delta_{ij} - \frac{1}{3-4\nu} r_{,i} r_{,j} + C_1 \right] \quad (5)$$

여기서,  $\mu$ 는 전단탄성계수,  $C_0 = -(3-4\nu)/\{8\pi\mu(1-\nu)\}$ 이다.

$u_{yy}^*(Q, P)$  성분을 고려하여 균열면 변위를 다시 쓰면

$$u_y(P, a) = \int_r \rho(Q) \left\{ \ln |Q - P| - \frac{1}{3-4\nu} \left( \frac{\eta - y}{|Q - P|} \right)^2 + C_1 \right\} d\Gamma(Q) \quad (6)$$

여기서,  $\rho(Q) = C_0 \rho_1(Q)$ 이다. 윗식에서 균열면 변위장은 균열면의 적분 기여량인  $u_{yc}(x, a)$ 와 외부 경계면의 적분 기여량인  $u_{yo}(x, a)$  성분으로 분리하여 나타내면

$$u_y(x, a) = u_{yc}(x, a) + u_{yo}(x, a) \\ = \int_{\Gamma_c} \rho_c(\xi) u_{yc}^*(\xi, x) d\Gamma \\ + \int_{\Gamma_o} \rho_o(\xi) u_{yo}^*(\xi, x) d\Gamma \quad (7)$$

$u_{yc}(x, a)$ 에서 균열면에 대한 밀도함수  $\rho_c(\xi)$ 는 균열체가 대칭형상이므로 다음과 같이 우함수의 조합으로 근사시킬 수 있다. 즉,

$$\rho_c(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \xi^{2k} = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \xi^{2k}$$

여기서,  $\alpha_k$ 는 상수이고  $\xi$ 는 균열중심에 원점이 위치하는 근원점의 국부좌표이다. 윗 식을 식 (7)에 대입하여  $u_{yc}(x, a)$ 를 유도하면

$$\begin{aligned} u_{yh}(x, a) &= \int_a^a \left\{ \alpha_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \xi^{2k} \right\} \{ \ln | \xi - x | + C_1 \} d\xi \\ &= \alpha_0 \{ (a+x) \ln(a+x) \\ &\quad + (a-x) \ln(a-x) - 2a + 2C_1 a \} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{2k+1} \left[ (a^{2k+1} - x^{2k+1}) \ln(a-x) \right. \\ &\quad + (a^{2k+1} + x^{2k+1}) \ln(a+x) \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{2k+1} \frac{2x^{2m} a^{2k-2m+1}}{2k-2m+1} + 2C_1 a^{2k+1} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입한 후 균열선단에서 균열면의 변위가 영이 되는 조건을 적용하면

$$u_y(x, a) = \alpha_0(a+x) \ln(a+x) + (a-x) \ln(a-x) = \frac{\partial}{\partial l} u_{yo}(x, l),$$

$$\begin{aligned} R_n(x, a) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{2k+1} \left[ \frac{2k+1}{2} (a^{2k} + x^{2k}) \ln(a-x) \right. \\ &\quad + (a^{2k+1} - x^{2k+1}) \frac{1}{a-x} + \frac{2k+1}{2} (a^{2k} - x^{2k}) \ln(x+a) - (2k+1) a^{2k} \ln(2a) - a^{2k} \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{2k+1} \frac{(2k-2m+1) a^{2k-2m} (x^{2m} - a^{2m}) - 2m a^{2k-2m+1} (x^{2m-1} + a^{2m-1})}{2k-2m+1} \right] \end{aligned}$$

한편  $u_{yo}(x, a)$ 에 따른 SIF 결정시 균열체의 외부 형상이 대칭이고, 식 (10)에서와 같이 가중함수 결정시 균열길이에 대해 미분되므로 기함수가 된다. 이 기함수는 대칭구간에 걸쳐 적분되므로 그 기여도는 영이 되고 따라서  $u_{yo}(x, a)$ 는 결정할 필요가 없게 된다.

다음의 경계조건으로서 균열체가 무한체로 접근할 때의 경계조건을 적용하기로 한다. 균열체의 먼 곳에서 균일 인장응력이 작용할 때의 SIF를  $K_{I0}$ 로 나타낼 때 하첨자 'I'는 모드 I을 의미하고 '0'는 멱하중의 지수가 영인 균일하중을 의미한다. 식 (1)과 식 (10)을 이용하여 SIF를 나타내면

$$\begin{aligned} K_{I0}^2 &= \frac{E^* R}{2} \int_{-a}^a \sigma_0 \frac{\partial u_y(x, l)}{\partial l} dx \\ &= \frac{E^* \sigma_0 R}{2} \int_{-a}^a \left\{ \alpha_0 \left[ \ln \left( 1 - \frac{x}{a} \right) - \ln 2 \right] + R_n(x, a) \right. \\ &\quad \left. + D_o(x, a) - D_o(a, a) \right\} dx \\ &= \frac{E^* \sigma_0 R}{2} \left[ -2\alpha_0 a - \frac{\alpha_1}{3} a^3 + \dots \right. \\ &\quad \left. - 2a \{ D_o(a, a) \} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &- 2a \ln(2a) \} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{2k+1} \left[ (a^{2k+1} \right. \\ &- x^{2k+1}) \ln(a-x) + (a^{2k+1} \\ &+ x^{2k+1}) \ln(a+x) - 2a^{2k+1} \ln(2a) \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{2k+1} \frac{2a^{2k-2m+1} (x^{2m} - a^{2m})}{2k-2m+1} \right] \\ &\quad + u_{yc}(x, a) - u_{yo}(a, a) \end{aligned} \quad (9)$$

가중함수의 결정을 위해  $x' = x + a$ 로 변환하고,  $l = 2a$ 로 놓은 다음  $l$ 에 대하여 편미분하면

$$\begin{aligned} h_l(x, a) &= \frac{E^*}{2K_{Ir}} \frac{\partial u_y(x, l)}{\partial l} \\ &= \frac{E^*}{2K_{Ir}} \left[ \alpha_0 \left\{ \ln \left( 1 - \frac{x}{a} \right) - \ln 2 \right\} + R_n(x, a) \right. \\ &\quad \left. + \{ D_o(x, a) - D_o(a, a) \} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $K_{Ir}$ 은 기준 응력강도계수이고,  $D_o(x, a)$

$$= \frac{\partial}{\partial l} u_{yo}(x, l),$$

여기서, 생략된 항은  $a^5, a^7, a^9, \dots$ 항들이며 균열체의 특성길이  $R$ 이 무한체로 접근할 때 다음 식이 성립된다.

$$K_{I0}^2 = \sigma_0^2 \pi a R \quad (12)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} [D_o(a, a)] = \lim_{a \rightarrow 0} [D_o(a, a)] = 0 \quad (13)$$

디스크의 반경에 비해 균열의 길이가 상대적으로 작을 때 밀도함수의 계수는 식 (11) 및 식 (12)로부터

$$\alpha_0 = -\frac{\pi \sigma_0}{E^*}, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = 0 \quad (14)$$

식 (13) 및 식 (14)를 식 (11)에 대입하면

$$K_{I0} = \sigma_0 \sqrt{\pi a R} \sqrt{1 - \frac{E^*}{\pi \sigma_0} \{ D_o(a, a) \}} \quad (15)$$

균열면에 다음의 멱하중의 작용할 때

$$\sigma(x) = \sigma_0 |x|^n, \quad (n=0, 1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

이에 따른 SIF  $K_{In}$ 은

$$K_{In} = \int_r \sigma(x) h_l(a, x) d\Gamma(x)$$

$$= \frac{\pi\sigma_0 R}{2K_{I,r}} \int_{-a}^a \sigma_0 |x|^n \left[ \ln 2 - \ln \left\{ 1 - \left( \frac{x}{a} \right) \right\} \right] + f_0 f_N \frac{(N+1)}{a^N} \Big] dx \quad (22)$$

$$- \frac{E^*}{\pi\sigma_0} \{D_0(a, a)\} \quad (17)$$

윗 식의 적분인자는  $x=a$ 에서 로그 특이성을 갖는다. 식 (17)을 적분하면

$$f_n = \frac{1}{f_0} \frac{a^n}{n+1} \left[ \ln 2 + \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i} - \frac{1}{2i+n+1} \right) - \frac{E^*}{\pi\sigma_0} \{D_0(a, a)\} \right] \quad (18)$$

여기서,

$$f_0 = \frac{K_{I0}}{\sigma_0 \sqrt{\pi a R}}, \quad f_N = \frac{K_{IN}}{\sigma_0 \sqrt{\pi a R}}$$

## 2.1 선형근사

무차원 SIF해인  $f_n$ 에 대하여  $f_{n0}$ 는 균일하중  $\sigma(x) = \sigma_0$ 에 기초한 무차원 응력강도계수라 놓고  $f_{nN}$ 을 기준하중  $\sigma(x) = \sigma_0 |x|^N$ 에 기초한 응력강도계수라 할 때 선형근사(linear approximation) 기법을 이용하여  $n=0$ 일 때  $f_{n0}$ 와 일치하고,  $n=N$ 일 때는  $f_{nN}$ 와 일치하도록 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_n = \frac{N-n}{N} f_{n0} + \frac{n}{N} f_{nN} \quad (19)$$

식 (15)와 식 (18)로부터  $f_{n0}$ 를 결정하면

$$f_{n0} = \frac{1}{f_0} \frac{a^n}{n+1} \left[ \ln 2 + \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i} - \frac{1}{2i+n+1} \right) - 1 + \{f_0\}^2 \right] \quad (20)$$

같은 방법으로  $f_{nN}$ 을 구하면

$$f_{nN} = \frac{1}{f_0} \frac{a^n}{n+1} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i+N+1} - \frac{1}{2i+n+1} \right) + f_N f_0 \frac{N+1}{a^N} \right] \quad (21)$$

식 (20)과 식 (21)을 식 (19)에 대입하면 최종적으로 다음과 같은 응력강도계수에 대한 폐형해를 얻을 수 있다.

$$f_{nN} = \frac{1}{f_0} \frac{a^n}{n+1} \left[ \frac{(N-n)}{N} \left\{ \ln 2 + \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i} - \frac{1}{2i+n+1} \right) - 1 + \{f_0\}^2 \right\} + \frac{n}{N} \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i+N+1} - \frac{1}{2i+n+1} \right) \right]$$

## 2.2 이차근사

선형근사식에서는 두개의 기준 SIF를 이용하여 SIF를 구하는 반면 이차근사(quadratic approximation)식에서는 해의 거동을 개선하기 위하여 세개의 기준 SIF를 이용한다.  $f_{n0}$ 는 기준하중  $\sigma(x) = \sigma_0$ 에 기초한 무차원 SIF해이고,  $f_{nN_1}$ 는 기준하중  $\sigma(x) = \sigma_0 |x|^{N_1}$ 에, 그리고  $f_{nN_2}$ 는 기준하중  $\sigma(x) = \sigma_0 |x|^{N_2}$ 에 기초한 해라고 할 때  $f_n$ 은  $f_{n0}$ ,  $f_{nN_1}$  및  $f_{nN_2}$ 를 이차근사시켜 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$f_n = \frac{(n-N_1)(n-N_2)}{N_1 N_2} f_{n0} + \frac{n(n-N_2)}{N_1(N_1-N_2)} f_{nN_1} + \frac{n(n-N_1)}{N_2(N_2-N_1)} f_{nN_2} \quad (23)$$

선형근사의 경우와 같은 방법으로 SIF를 구하면 최종적으로 다음과 같은 폐형해를 얻을 수 있다.

$$f_n = \frac{1}{f_0} \frac{a^n}{n+1} \left[ \frac{(n-N_1)(n-N_2)}{N_1 N_2} \left\{ \ln 2 + \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i} - \frac{1}{2i+n+1} \right) - 1 + \{f_0\}^2 \right\} + \frac{n(n-N_2)}{N_1(N_1-N_2)} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i+N_1+1} - \frac{1}{2i+n+1} \right) + f_0 f_{N_1} \frac{(N_1+1)}{a^{N_1}} \right\} + \frac{n(n-N_1)}{N_2(N_2-N_1)} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2i+N_2+1} - \frac{1}{2i+n+1} \right) + f_0 f_{N_2} \frac{(N_2+1)}{a^{N_2}} \right\} \right] \quad (24)$$

여기서, 이차근사식을 적용하는 경우는 선형근사시 해석 차이(difference)가 큰 경우에 적용하며 많은 경우에는 선형근사해가 충분히 좋은 결과를 보여준다.

폐형해로 주어진 식 (22) 및 식 (24)의 SIF 해는 선형탄성 범위내에서 수식의 수정없이 광역의 균열비 및 균열형상에 대하여 그대로 사용할 수가 있다. Rice가 제시한 가중함수법은 원래는 하나의 기준 SIF와 CSD해가 필요하고 별도로 각 균열비에서의 경계조건을 적용하여야 한다. 그러나 본 방법을 따르면 임의의 균열비에서 SIF 계산을 위해 필요한 정보는 특정 균열비에서 두 개 또는 세 개의 기준 SIF 뿐이며 별도의 CSD해나 경계조건을 적용할 필요가 없게 되므로 스펙트럼 균열진전문제

등에서 SIF 계산을 보다 효율적으로 수행할 수 있게 된다.

2.3 균열면상에 원공이 존재하는 경우

Fig. 2(a)의 배관균열 문제와 같이 균열면상에 원공이 존재하는 경우에는 배관의 두께  $W$ 를 특성 길이로 정한다. 그러면 식 (3)은 다음과 같이 표현된다.

$$a = A/W, x = X/W, y = Y/W, u_y = U_y/W \quad (25)$$

균열면에 다음의 멱차중이 작용할 때

$$\sigma(x) = \sigma_0 |x - r_i|^n$$

여기서,  $r_i$ 는 내부 원공의 무차원 반경이다. 양쪽 균열선단에 특이성이 있으므로 응력강도계수는 식 (17)으로부터 다음 식과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} K_m &= \int_r \sigma(x) h_1(x, a) d\Gamma(x) \\ &= 2 \frac{\pi \sigma_0 W}{2K_{I_r}} \int_{r_i}^{r_i+a} \sigma_0 |x - r_i|^n \left[ \ln 2 - \ln \left( 1 - \frac{x - r_i}{a} \right) - \frac{E^*}{\pi \sigma_0} \{D_0(a, a)\} \right] dx \\ &= \frac{\pi \sigma_0 W}{K_{I_r}} \int_0^a \sigma_0 |x_1|^n \left[ \ln 2 - \ln \left( 1 - \frac{x_1}{a} \right) - \frac{E^*}{\pi \sigma_0} \{D_0(a, a)\} \right] dx_1 \end{aligned} \quad (26)$$

내부 원공에 작용하는 traction은 선형중첩법에 의하여 균열면상의 하중으로 전환할 수 있으므로<sup>(4)</sup> 원공선상의 traction은 영이고, 따라서 원공을 따른 적분 기여도는 영이 된다. 즉 식 (26)과 식 (17)은 같은 형태로서 내부의 원공효과가 크지 않을 때 이 문제는 균열면에 하중이 작용하는 원형디스크 문제로 근사시킬 수가 있고 이때의 SIF해도

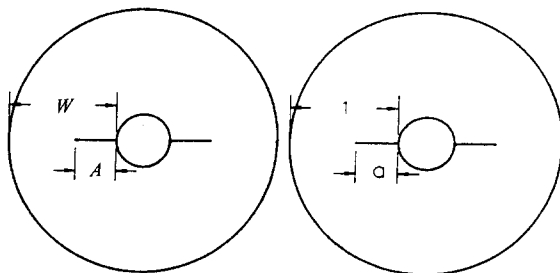


Fig. 2 Radial cracks in a circular ring

식 (22) 또는 식 (24)로 나타낼 수 있다. 다만, 무차원 SIF는 다음 식으로 표현된다.

$$f_0 = \frac{K_{I_0}}{\sigma_0 \sqrt{\pi a W}}, f_n = \frac{K_{I_n}}{\sigma_0 \sqrt{\pi a W}}$$

2.4 기준하중의 영향

균열면 변위에 기초한 해석적 가중함수법은 CSD의 엄밀해가 존재하지 않으므로 기준 하중상태에 어느 정도는 영향을 받게 된다.<sup>(4)</sup> 기준 하중상태가 가중함수에 미치는 영향을 조사하기 위하여 선형 및 이차 근사식을 이용하여 여러가지 기준 하중상태에 대한 영향을 평가하였다.

선형근사식을 이용한 식 (22)의 SIF 해를 적용할 경우  $\sigma(x) = \sigma_0 |x|^n$ 에서 두 개의 기준상태중 하나는 멱차수가  $N_i = 0$ , 즉  $\sigma(x) = \sigma_0$ 의 균일하중으로 고정하고, 나머지 하나의 멱차수,  $N_2$ 가 1부터 6까지 변하는 경우에 대하여 무차원 SIF를 비교하여 보았다.

한편 이차근사식을 이용한 식 (24)를 적용할 경우, 세 개의 기준 하중상태의 멱차수인  $N_1, N_2, N_3$ 에서  $N_1 = 0, N_3 = 6$ 으로 고정하고, 나머지  $N_2$ 를 1부터 5까지 변화시켜가며 기준상태의 의존성을 조사하였다.

선형근사식을 원형 링의 균열에 대하여 적용할 경우 계산결과와 Fig. 3에서와 같이 기준 하중상태를  $N_1 = 0, N_2 = 0$ 로 정할 때, 참고문헌과의 차이가 가장 크고,  $N_2$ 가 일단 3을 넘으면 해석차이가 1% 내의 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 여기서 두 번째 기준 하중상태인  $N_2$ 가 3 또는 4일 때 해의

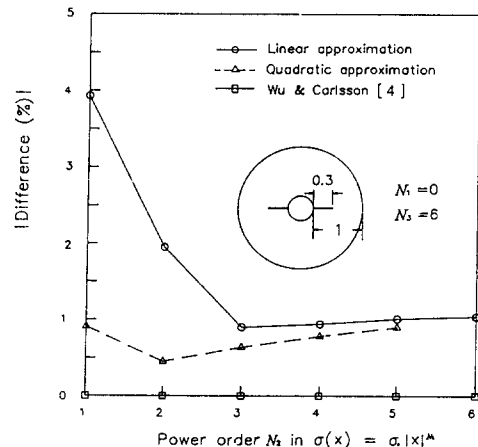


Fig. 3 The effect of reference load cases

거동이 비교적 좋은 결과를 보여주고 있다. 그러므로 다음의 예제해석시 기준 하중상태를  $N_1=0, N_2=4$ 로 정하여 해석을 수행하기로 한다.

이차근사식을 원형링 내의 균열에 대하여 적용할 경우의 해석결과는 Fig. 4에서와 같이 선형근사식보다 해의 거동이 개선된 것을 알 수 있다. 여기서 두번째 기준 하중상태가  $N_2=2$ 일 때 해의 거동이 가장 좋으므로 다음의 예제해석시 기준 하중상태를  $N_1=0, N_2=2, N_3=6$ 으로 정한다.

따라서 SIF의 해인 식 (22) 및 식 (24)는 선형근사식  $N_1=0, N_2 \geq 3$ 로 정하고, 이차근사식 두개의 기준 하중상태에 대해서만  $N_1=0, N_3=6$ 으로 정하면 기준 하중상태의 영향을 거의 받지 않는다는 것을 알 수 있다.

### 3. 해석예제

#### 3.1 반경방향 균열

내부에 두 개의 균열이 존재하는 경우에 식 (22)의 선형근사식을 이용하여 계산한 결과는 Fig. 4에 제시하였으며, 최대 차이가 균열비 0.001에서 0.5%, 0.5에서는 1.90%로 나타났다. 한편 식 (24)의 이차근사식을 이용할 경우 최대 차이가 균열비 0.001에서 0.32%, 0.5에서는 0.83%로 해가 개선되었다.

네개의 내부균열이 등각으로 존재하는 경우 해의 거동은 Fig. 5에 제시하였으며 선형근사식에는 최대 차이가 균열비 0.001에서 0.58%, 0.5에서는 1.42%로 나타났고, 이차근사식을 적용한 경우 최

대 차이가 균열비 0.001에서 0.3%, 0.5에서는 0.56%로 해가 개선되었다. 이차근사식을 적용함에 따라 해가 멱차수,  $N_1=1$ 인 경우에 대하여 비교적 많이 개선되었고  $N_1 \geq 3$ 인 경우에 대해서는 두 해가 거의 겹치는 것으로 나타났다.

#### 3.2 원주방향 균열

배관 또는 중공원통의 원주방향의 균열문제에 대해서도 선형 및 이차 근사식을 적용하였다. 원주방향 내부균열에 대한 해석결과는 Fig. 6에 제시하였으며 선형근사식을 이용하여 해석한 결과 원통의 내부균열문제에 대하여 최대 차이가 균열비 0.01에서는 0.55%, 균열비 0.5에서는 1.41%로 나타났고, 식 (24)의 이차근사식을 이용할 경우 최대 차이

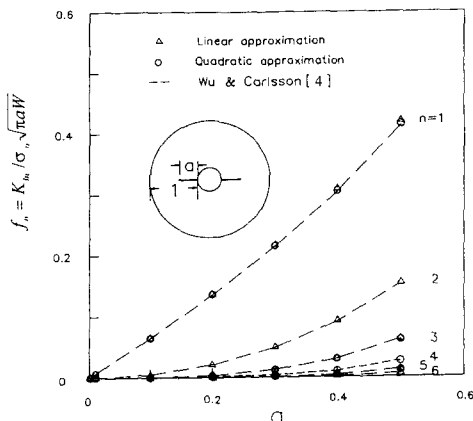


Fig. 4 Stress intensity factor  $f_n$  for radial cracks for a thick pipe ( $N=2$ )

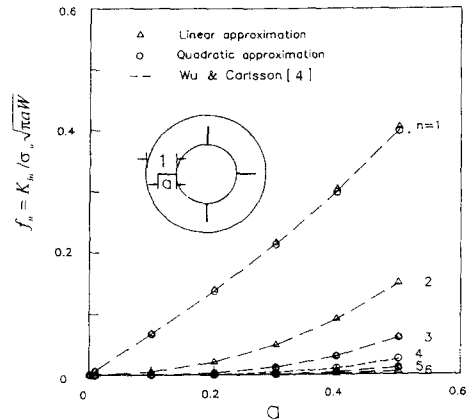


Fig. 5 Stress intensity factor  $f_n$  for radial cracks for a thick pipe ( $N=4$ )

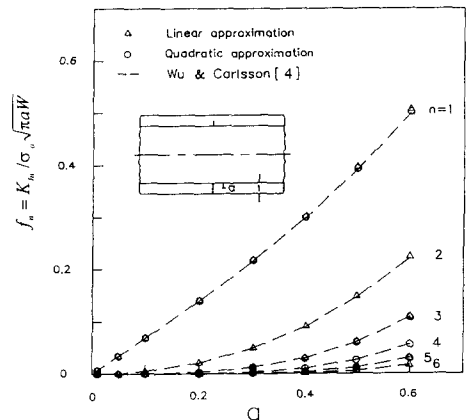


Fig. 6 Stress intensity factor  $f_n$  for internal circumferential cracks in a pipe

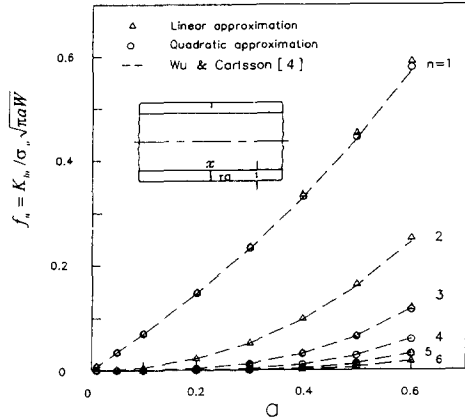


Fig. 7 Stress intensity factor  $f_n$  for external circumferential cracks in a pipe

가 균열비 0.01에서는 0.29%, 균열비 0.5에서는 0.66%로 해가 개선되었다.

한편 원주방향 외부균열 (external crack)에 대한 해석결과는 Fig. 7에 제시하였으며, 선형근사시 최대차이가 균열비 0.01에서는 0.59%, 균열비 0.5에서는 2.58%로 나타났고, 이차근사시 균열비 0.01에서는 0.32%, 균열비 0.5에서는 1.14%로 나타났다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 간접 경계적분법의 single-layer potential과 가중함수(weight function)를 이용하여 두꺼운 배관의 응력강도계수를 효율적으로 계산하는 방법을 제시하였다. 여기서는 균열면 변위를 하나의 적분식인 single-layer potential로써 표현하였기 때문에 응력강도계수에 대한 해석적 폐형해를 얻을 수 있었다. 적분 kernel로는 탄성체에서의 지배방정식인 Navier 방정식을 만족하는 수정 기본해를 사용하였다. 이와 같은 형태의 균열면 변위장을 이용하여 변위미분 수식에 기초한 가중함수법을 따라 SIF를 해석적으로 계산하는 절차를 제시하였다. 본 방법에서는 임의의 배관 균열길이에 대하여 응력강도계수를 계산할 때 그 균열길이에서 다른 경계조건을 사용함이 없이 기준 하중상태만을 이용하여, 광역의 균열비에 걸쳐 SIF해를 수정하지 않고 그대로 사용하여 SIF를 계산한다. 해의 거동을

개선하기 위하여 3개의 기준 하중상태를 사용할 수도 있다.

배관내 원주방향 균열과 반경방향 균열 등 대칭 형상을 갖는 모든 배관 균열체 문제에 대하여 해석을 수행한 결과가 참고문헌과 잘 일치하였다.

#### 참고문헌

- (1) Bueckner, H.F. 1970, "A Novel Principle for the Computation of Stress Intensity Factors," *Z. angew. Math. Mech.*, Vol. 50(9), 125~146.
- (2) Rice, J.R. 1972, "Some remarks on elastic crack-tip stress fields," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 8, 751~758.
- (3) Wu, X.R. 1992, "Analytical Wide-Range Weight Functions for Various Finite Cracked Bodies," *Engineering Analysis with Boundary Elements*. Vol. 9, 307~322.
- (4) Wu, X. R. and Carsson. A. J. 1991, "Weight Functions and Stress Intensity Factors," Pergamon Press.
- (5) H.Y.Lee and C.S.Hong, "A New Weight Function Approach Using Indirect Boundary Integral Method," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52, No.6, pp.1087~1105.
- (6) H.Y.Lee, Y.W.Kim and B.I.Yun, 1996, "Analysis of Stress Intensity Factors for Radial and Circumferential Cracks in Hollow Cylinder Using Indirect Boundary Integral," *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vol.65, in Press.
- (7) 이형연, 홍창선, 1995, "Single-layer 포텐셜과 가중함수를 이용한 응력강도계수의 계산," 대한기계학회논문집, 제19권, 제4호, pp.981~989.
- (8) H.Y.Lee and C.S.Hong, 1994 "Approximate Weight Function Technique Using Indirect Single-Layer Potential for a Cracked Circular Disc," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 14, pp. 305~313.
- (9) Brebbia, C.A., Telles, J.C.F and Wrobel, L.C. 1984, "Boundary Element Techniquetheory and Application in Engineering," Springer-Verlag.