

< 논 문 >

# 광탄성기법을 이용한 터빈로터 퍼-트리부의 응력해석

신광복\* · 경우민\* · 김천곤\*\* · 홍창선\*\* · 박희용\*\*\*

(1995년 9월 18일 접수)

## Stress Analysis of Fir-Tree Root in Turbine Rotor Using Photoelastic Technique

K. B. Shin, W. M. Kyoung, C. G. Kim, C. S. Hong and H. Y. Park

**Key Words:** Shear-Difference method(전단차분법), Photoelasticity(광탄성), Isochromatics(등색선), Isoclinics(등경선), Nonlinear Contact Problem(비선형 접촉문제), Fir-Tree Type Root(퍼-트리식 루트), Polariscope(편광기)

### Abstract

The disk/blade assembly of a turbine engine is made in the shape of a dovetail type or a fir-tree type. Since disk fillet regions or contact surfaces undergo high stress concentration, fatigue cracks frequently occur in the disk/blade assembly. Therefore, it is necessary to analyze the stress distributions in the fir-tree type disk/blade assembly and predict the region of fatigue failure. The stress distributions of the disk/blade assembly were investigated by using the photoelastic method and the finite element method. Two dimensional photoelastic techniques were used to investigate the stress distributions of contact surfaces and fillet regions. The stress distributions were obtained by the shear-difference method and were compared to the finite element results. It was found that maximum tensile stresses were higher in the fillet region than in the contact surfaces of the fir-tree models. The finite element results showed good agreement with the experimental results.

### 1. 서 론

터빈엔진의 블레이드와 디스크 연결부위 (blade/disk assembly)는 대개 퍼트리루트식(fir-tree root type)이나 도브테일식(dovetail type)으로 이루어져 있다. 이 부위에서는 흔히 피로에 의한 균열이 발생하고, 균열이 진전함으로 인해 블레이드와 디스크 연결부위의 파손을 일으킨다. 이러한 균열은 주로 블레이드와 디스크의 접촉면, 즉 하중을 직접 전달하는 표면이나 필렛(fillet)이 시작되는 지역에

서 발생하는 것으로 알려져 있다. 균열의 발생과 진전은 국부적인 응력에 의해 나타나므로 블레이드와 디스크 연결부위에 대한 응력해석은 필수적이다. 블레이드와 디스크 연결부위에 대한 응력분포를 얻기 위해서 광탄성(photoelasticity)을 이용한 실험적인 방법이 주로 사용되고 있으며, 최근 들어 유한요소법과 경계요소법 등의 해석적인 방법을 이용하기도 한다. 광탄성법은 빛의 굴절(refraction)과 편광(polarization)현상을 이용해서 모델의 응력분포를 전체적으로 알 수 있는 실험방법이다. 광학적으로 방향성이 있는 고분자계열의 재료를 이용해 시편을 제작한 후, 하중을 가한 상태에서 편광기(polariscope)로 관찰하면 응력분포를 얻을 수 있다. 이 방법은 간편하게 전체적인 정보를 얻을

\*한국과학기술원 항공우주공학과

\*\*회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

\*\*\*삼성항공산업(주)

수 있어서 터빈엔진의 파손해석, 구조물의 응력집중계수 그리고 파괴역학에서의 응력강도계수 등을 구하는 데 응용되고 있다.

광탄성실험에서 주응력 방향과 주응력 차는 등색선(isochromatics)과 등경선(isoclinics)이라고 하는 등고선 형태로부터 얻을 수 있다. 광탄성실험으로부터 얻은 주응력 방향과 주응력 차를 이용해 응력해석을 하는 방법은 20세기초부터 많은 사람들에 의해 연구되어 왔다. Frocht<sup>(1)</sup>는 평형방정식의 적분 형태를 이용한 전단차분법(shear-difference method)을 제안하였고, Tesar<sup>(2)</sup>는 Frocht의 전단차분법을 보완한 식을 제안하였는데, 이는 Frocht의 방법에 비해 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 그런데, Tesar의 수정식은 시간이 많이 걸리고 적용하는데 제한이 따르므로 간단하면서도 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있는 Frocht의 전단차분법을 가장 널리 사용하고 있다. Drucker<sup>(3)</sup>는 빛의 경사각을 이용한 경사입사각법(oblique-incidence method)을 도입하였는데, 이는 비특정 전영역해석법(non-specific full field method)에 대한 기대를 주었고, 응력을 주변상태에 무관한 모델의 모든 지점에서 분리할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그런데, 이 방법은 초기 값이 정확해야하고, 전단차분법에 비해 정확하지 않은 단점이 있다. 이밖에도 Dally와 Riley 등<sup>(4)</sup>은 라플라스(Laplace)방정식을 이용하였고, Thompson과 Negus<sup>(5,6)</sup>는 하이브리드법(hybrid technique)을 사용하였다. 그리고, Haake와 Patterson<sup>(7)</sup>은 위의 여러 방법들을 비교하였는데, Frocht와 Tesar의 방법이 실제 이론치에 가장 잘 접근하는 것을 보였다. Dally와 Chen<sup>(8)</sup>은 일반적인 광탄성재료에 대한 마찰계수를 구하는 실험을 하였는데, 표면조도의 거칠기에 따라 마찰계수가 대개 0.5~0.7의 범위에 있음을 실험을 통해 구하였다. 대개의 경우 광탄성 재료의 마찰계수를 구하기 어렵기 때문에 Dally와 Chen의 실험 값을 주로 쓰고 있다. 터빈엔진의 블레이드와 디스크 연결부위에 대한 실제 광탄성실험은 Parks와 Sanford<sup>(9)</sup>가 기존의 광탄성실험에서 얻은 주응력 방향과 주응력차외에 영상기법중 하나인 홀로그래픽(holographic)을 이용해 주응력 합을 나타내는 선(isophachics)을 추가하여 더브테일식 디스크와 블레이드 연결부위에서의 응력집중계수를 얻어 응력해석을 하였다. 또한, Kenny 등<sup>(10)</sup>은 더브테일식 디스크와 블레이드 연결부위에서 2차원 응력동

결법(photoelastic frozen stress method)을 이용한 광탄성실험과 유한요소법의 비교를 수행하였다.

본 연구에서는 터빈 퍼트리식루트(turbine fir-tree type root)에 대한 응력을 2차원 광탄성실험과 유한요소해석에 의한 비교를 수행하였다. 기존의 블레이드와 디스크 연결부위에서의 응력해석은 주로 더브테일식에 국한되어 있었다. 따라서, 퍼트리식 블레이드와 디스크 연결부위에서의 응력해석을 수행하여 파손부위를 예측하는데 목적을 두었다. 광탄성실험에서는 조작이 간편한 투과식 편광기(transmission polariscope)를 사용하였고, 응력해석은 전단차분법을 채택하였다. 전단차분법은 사용이 간단하고 시간이 적게 걸리며 다른 방법들보다 정확하기 때문에 이 방법을 채택하였다. 유한요소해석은 상용패키지인 NISA를 사용하여 비선형 접촉문제(nonlinear contact problem)를 수행하였다. 이때, 비선형 접촉문제는 광탄성재료의 마찰계수 값을 정확히 알 수 없기 때문에, 무마찰문제와 마찰문제로 나누었다. 마찰문제의 경우, 마찰계수는 Dally와 Chen<sup>(8)</sup>의 실험에서의 마찰계수 값을 참고로 하여 0.5를 택하였다. 그리고, 접촉면에서는 갭-요소(gap-element)를 사용하였는데, 이는 접촉면에서의 응력과 변형 등을 충분히 표현할 수 있었다. 실험과 해석에 사용된 퍼트리식 모델(fir-tree type root model)은 Fig. 1(a)와 (b)에 나타난 바와 같이 접촉이 4개 일어나는 경우 [모델 I]와 6개가 일어나는 경우 [모델 II]이다.

## 2. 광탄성실험

투과성이 있는 합성수지 계열의 재료에서는 물질의 굴절계수(refractive index)  $n$ 이 전파방향에 무관한 균질성거동(homogeneous behavior)을 보이는 반면, 하중을 가할 때는 계수  $n$ 이 방향성을 가

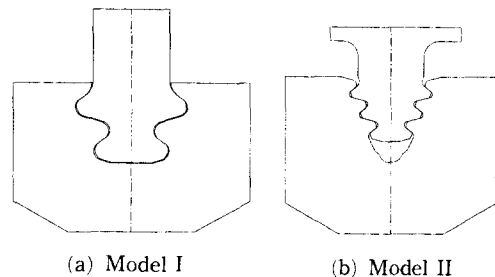


Fig. 1 Fir-tree type disk/blade assembly model

지는 이질성거동(heterogeneous behavior)을 보이는 이중굴절(double refraction or birefringence)현상이 나타난다. 광탄성실험은 이러한 현상을 바탕으로 하여 편광된 빛이 하중을 받는 광탄성 모델을 지나갈 때 발생하는 위상변화(phase shift)를 측정하여 응력분포를 관찰하고 주응력을 계산하는 실험 방법이다. 따라서, 광탄성실험을 통해 모델전체에서의 응력분포를 알기 위해서는 광학적인 정보와 역학적인 물리량에 대한 관계식을 이용하여 해석해야 한다.

## 2.1 수식화

빛이 공기중을 지나갈 때와 투명한 합성수지를 지나갈 때는 파장의 변화로 인해 속도의 차이가 생기게 된다. 이때 굴절계수와 속도와의 관계는 다음과 같다.

$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

여기서,  $n$ 은 굴절계수,  $c$ 는 빛의 속도,  $v$ 는 빛이 투과성 물질을 통과할 때의 속도를 나타낸다. 또한, 파장의 감소로 인해  $\Delta$ 만큼의 상변화가 생기며,  $\Delta$ 는 다음과 같다.

$$\Delta_i = (n_i - 1)t \quad (2)$$

여기서,  $\Delta$ 는 상변화를 나타내고  $t$ 는 재료의 두께 그리고  $i=1, 2$ 는 각각 주응력 축(principal axis)을 나타낸다.

응력-광학법칙(stress-optic law)은 선형탄성재료의 응력 또는 변형률과 굴절계수간의 관계가 선형적으로 변한다는 맥스웰(Maxwell)이론을 기초로 한다. 맥스웰이론을 기초로 한 평면응력상태에서의 응력-광학법칙은 다음과 같다.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{(n_1 - n_2)}{k} \quad (3)$$

여기서,  $k$ 는 상대적 응력광학계수를 의미한다. 식 (2)과 식 (3)을 조합하면,

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{kt} \quad (4)$$

이 되는 데, 여기서  $\Delta_1 - \Delta_2 (= N\lambda)$ 는 프린지차수와 파장의 곱으로 표현되므로, 최종적인 평면상태에서의 응력-광학식을 얻는다. 즉,

$$\sigma_1 - \sigma_2 = NC/t \quad (5)$$

여기서,  $N$ 은 프린지차수(fringe order),  $C(=\lambda/k)$ 는 재료의 프린지상수 값(material fringe value),  $t$ 는 재료의 두께 그리고  $\sigma_1, \sigma_2$ 는 각각 주응력을 의미한다.  $C$ 와  $t$ 는 광탄성 재료로부터 알 수 있는 상수값이고,  $N$ 은 광탄성실험에서 원형편광기에서 관찰되는 등색선으로부터 직접 구할 수 있다. 따라서, 식 (5)의  $\sigma_1 - \sigma_2$ 는 광탄성실험을 통해 구할 수 있는 값이 된다. 자유경계(free boundary)에서의 응력-광학식은, 주응력성분 중에 한 성분값이 영(zero)이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$|\sigma_{tan}| = NC/t \quad (6)$$

여기서,  $|\sigma_{tan}|$ 은 접선방향 경계주응력(tangential-boundary principal stress)을 의미한다. 또한, 평면상태에서의 응력관계식들은 다음과 같다.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (7)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\theta \quad (8)$$

여기서,  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 는  $xy$ 평면에서의 응력성분을 나타내고  $\theta$ 는 주응력방향을 나타낸다.

광탄성실험으로부터 얻은 정보(주응력방향과 차)와 식 (5)부터 식 (8)을 이용하면 모델전체에서의 응력성분을 구할 수 있는데, 이런 방법은 주응력 분리법으로 알려져 있다.

## 2.2 전단차분법에 의한 응력해석

평면응력상태에서 응력해석을 하기 위해서는 3개의 미지수( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ )가 필요하다. 그런데, 광탄성실험으로부터는 2개의 정보(주응력 방향과 차)만을 구할 수 있다. 따라서, 평면응력해석을 위해서는 전단차분법(shear-difference method)과 같은 주응력 분리법이 필요하다. 전단차분법<sup>(1,4,19)</sup>은 평행방정식의 적분형태를 이용하여 주응력을 분리하는 방법으로 Frocht<sup>(1)</sup>에 의해 도입되었다. 이 방법은 평행방정식이 유한차분형태의 근사식으로 표현되므로 응력구배가 큰 영역에서는 오차(error)가 커지는 단점을 가지고 있다. 그럼에도 불구하고 이 방법은 지금까지 널리 응용되고 있고 다른 방법들에 비해 정확한 응력값을 구할 수 있다. 전단차분법의 원리는 다음과 같다.

자중(body force)을 무시할 경우, 평면응력상태시 평행방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

위의 식 (9)을 적분형태로 나타낸 후 유한차분 (finite difference)을 사용하여 근사적으로 나타내면,

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (\sigma_x)_0 - \sum \frac{\Delta \tau_{yx}}{\Delta y} \Delta x \\ \sigma_y &= (\sigma_y)_0 - \sum \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta x} \Delta y \end{aligned} \quad (10)$$

이 된다. 여기서,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ 는  $xy$ 평면에서의 평면응력들이고,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ 는 각각  $x$ ,  $y$ 방향으로의 등간격거리를 나타낸다. 또한,  $(\sigma_x)_0$ ,  $(\sigma_y)_0$ 는 어떤 점에서 알고 있는 응력값을 나타내는 데, 주로 응력값이 영 (zero)인 자유경계 (free boundary)에서의 값을 선택한다. 식 (10)을 Fig. 2의 격자체에서 적용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_{i,j+2} &= (\sigma_x)_{i,j} \\ &\quad - \frac{\Delta x}{\Delta y} [(\tau_{xy})_{i-1,j+1} - (\tau_{xy})_{i-1,j-1}] \\ (\sigma_y)_{i+1,j+1} &= (\sigma_y)_{i-1,j+1} \\ &\quad - \frac{\Delta y}{\Delta x} [(\tau_{xy})_{i,j+2} - (\tau_{xy})_{i,j}] \end{aligned} \quad (11)$$

앞의 식 (11)에서  $\tau_{xy}$ 는 주응력들의 관계식으로 나타내면 식 (8)과 같다.

여기서,  $\sigma_1 - \sigma_2 (= CN/\rho)$ 와  $\theta$ 는 광탄성현시 얻는 등강선과 등색선으로부터 직접 구할 수 있으므로  $\tau_{xy}$ 는 식 (8)을 통해 구할 수 있다. Fig. 2의 임의의 격자점에서 주응력방향과 포린지차수를 알면 식 (8)을 이용하여  $\tau_{xy}$ 를 얻을 수 있고, 식 (11)으로부터는 그 점에서의  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ 를 알 수 있다. 또한, 식 (7)으로부터는 주응력( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ )을 구할 수 있으므로 위의 과정을 격자의 모든 점으로 확장시켜 적용하면 원하는 위치에서 응력성분을 얻을 수 있다.

위와 같이, 전단차분법은 각각의 격자점에서의 정보(주응력방향과 차)를 정확히 알면 매우 만족스런 결과를 얻을 수 있지만, 오차가 쌓겨 누적되면 좋은 결과를 얻지 못하므로 각각의 격자점에서의 정보를 정확히 측정하는 것이 무엇보다 중요하다.

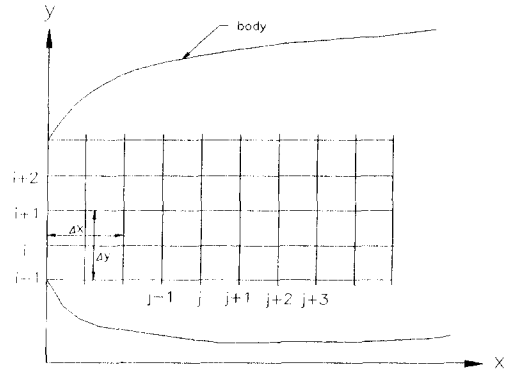


Fig. 2 Grid system used in the shear-difference method

### 3. 시편제작

#### 3.1 시편재료

본 실험에서 사용된 광탄성 시편재료는 특수일체 리본 폴리탄산에스텐(polycarbonate) 수지로 Photolastic Inc.의 모델명 PSM-1이며, 그 특성은 Table 1과 같다. 이 합성수지판은 뛰어난 투명도와 높은 감응도(sensitivity)외에도 두가지의 중요한 특성을 가지고 있다. 첫째는 비교적 재질이 연하다(ductile)는 것이고, 둘째는 모델의 가공면으로부터 습기의 흡수나 증발로 인한 영향을 전혀 받지 않는다는 것이다. 그리고, 실제의 크기보다 2배 크게 찍은 사진을 놓고 관찰할 때, PSM-1은 그 사진내에 포린지(fringe, 적색에서 청색 그리고 적색에서 녹색으로의 천이영역)가 선명하게 나타나므로 본 실험에 아주 적합하다.

#### 3.2 시편제작

광탄성 시편을 가공할 때는 잔류 이중굴절(residual birefringence)을 피하기 위해서 강한 절삭력이나 과도한 열이 발생되지 않도록 주의해야 한다. 따라서, 시편의 가공은 Photolastic Inc.에서 추천하고 있는 고속회전 공구인 라우터(router, 모델명 IISR-1)를 사용했으며, 시편제작 과정은 아래와 같다.

Table 1 Material properties of the PSM-1

| Elastic modulus E(psi) | Poissons ratio $\nu$ | Material fringe value C(psi/fringe/in) |
|------------------------|----------------------|--|
| 360,000                | 0.38                 | 40                                     |

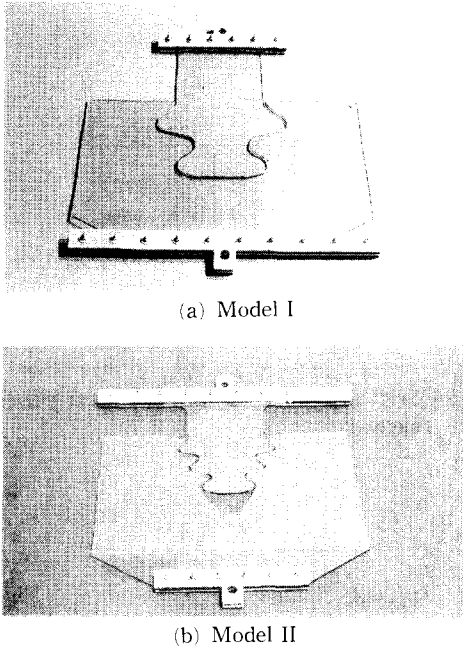


Fig. 3 Photographs of photoelastic specimen

먼저 금속형판(template)을 밀링작업에 의해서 만들고, 가공될 시편 가장자리의 조도와 냉각이 향상되도록 가장자리를 오목하게 가공하였다. 완성된 형판을 사용하여 시편을 가공하기 위해, 먼저 신틸(jig saw)으로 형판의 경계보다 3 mm 정도 여유있

게 자른 광탄성 시편(PSM-1)을 형판위에 양면 테이프로 붙여 올려놓는다. 그 다음 형판과 광탄성 시편을 적당한 압력으로 누르면서 연속적으로 가공을 한다. 이 작업에 사용된 라우티는 매우 예리한 공구를 사용하며 고속(45,000 rpm)으로 회전하고, 또한 광탄성 시편은 습기의 흡수나 증발의 영향이 적으므로 외형가공이나 원형가공을 할 때 물속에서 작업함으로써 가공시 발생하기 쉬운 잔류응력을 최소화시켰다. Fig. 3(a)와 (b)는 라우티작업에 의해 완성된 모델 I, II의 시편을 나타낸다.

3.3 실험장치

광탄성실험에 사용되는 광학기구는 주로 투과식 편광기를 사용한다. 투과식 편광기는 산란광을 사용하는 것과 평행광을 사용하는 것이 있다. 산란광을 사용하는 투과식 편광기는 장비조작이 쉽고 표면조도에 무관하며, 평행광을 사용하는 투과식 편광기는 사진등으로 모델전체를 관찰할 때 산란광을 이용하는 투과식 편광기에 비해 선명한 장점이 있다.

본 실험에서는 장비조작이 비교적 간편하고 재료의 표면조도에 무관한 투과식 산란광편광기(transmission diffused-light polariscope)를 사용하였으며, 구성은 Fig. 4와 같다.

투과식 산란광편광기는 4개의 fluorescent type

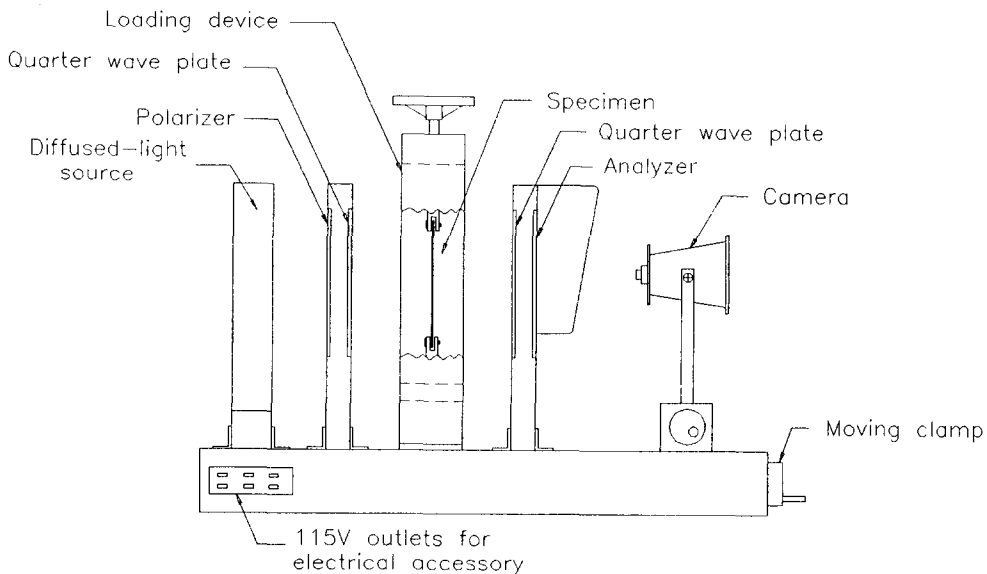


Fig. 4 Transmission diffused-light polariscope

tube로 된 광원과 2개의 편광자(polarizer, analyzer) 그리고 2개의 1/4 파장판(quarter wave plate)으로 구성되어 있다. 2차원 광탄성재료(PSM-1)는 선형적인 응력-이중굴절 특성(linear stress birefringence characteristic)을 나타내므로 시편위에 일정한 응력을 나타내기 위해서 하중은 나사 구동식 하중계(screw operated loading system)에 의해 공급되며 최대용량 500 lb의 로드셀(load cell)과 리드아웃시스템(read out system)을 사용했다.

3.4 실험방법

광탄성재료는 실험조건, 특히 온도에 많은 영향을 받으므로 실험 즉시 광탄성상수(C)를 보정해야 할 필요가 있다. 보정결과는 주어진 광탄성 재료상수 값(40 psi/fringe/inch)과 보정치(40.29 psi/fringe/inch)가 거의 일치하고 본 실험의 경우 거의 같은 온도에서 실험을 행하였으므로, Table 1에 주어진 값들을 그대로 사용하였다. 실험에서는 투과식 산란광편광기를 이용해서 접촉면이 4개인 모델 I (Fig. 1(a))과 6개인 모델 II (Fig. 1(b))의 퍼트리식 블레이드와 디스크 연결부위에 대해 광탄성해석을 수행했다. 터빈의 블레이드에 가해지는 하중은 터빈내의 유체흐름 등 여러가지 요인에 따

라 복잡하게 나타나지만, 퍼트리식 루트에 응력분포를 결정하는 주요 하중을 원심력에 의한 일축하중(uniaxial loading)으로 가정하였다. 이때 하중은 재료의 항복과 적당한 프리지 갯수를 고려해 반복적인 수행후 34 kg으로 하였다. 그리고 시편에는 두꺼운 유리판으로 제작한 안내지침판(guide frame)을 설치하여 시편의 휨이나 비틀림 등을 방지하였다. 광탄성실험시 광원은 앞에서 말했듯이 산란광을 사용하였으며, 프리지차수가 0, 1, 2, ... 되는 어두운 영역(dark field)과 프리지차수가 1/2, 3/2, 5/2, ... 되는 밝은 영역(light field)은 모노크로메이터(monochromator)에 의해 구분하였고, 이외의 프리지차수는 내삽법(interpolation)에 의해 측정하였다. 주응력 방향은 컬러사진을 이용하여 검정색의 선을 색출하였다. 주응력 방향과 프리지차수를 그릴 때, 오차가 발생하기 쉬우므로 주의깊게 그려야 한다. 모든 작업이 끝나면, 전단차분법에 의해 원하는 지점에서 응력을 구한다. Fig. 5는 등경선으로부터 퍼트리식 블레이드와 디스크 연결부위의 주응력방향을 추출하여 나타낸 것이다.

모델 I의 퍼트리식 블레이드와 디스크 연결부위에서의 응력해석은 전단차분법을 사용하여 접촉면에서 수행하였고, 해석에 사용된 격자체계는 Fig. 6과 같다. 격자의 간격은 2.5 mm로 하였다. 그리

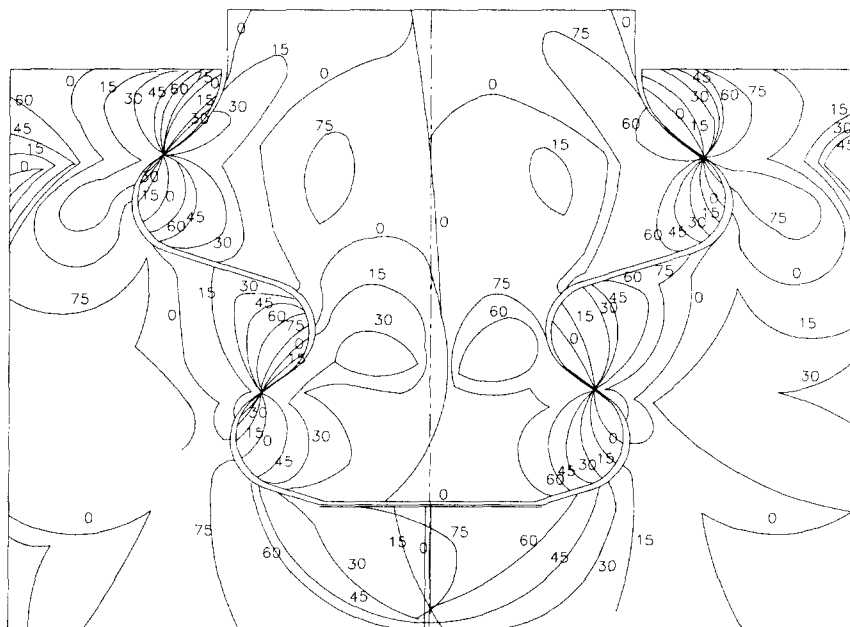


Fig. 5 Distribution of the principal stress direction in model I

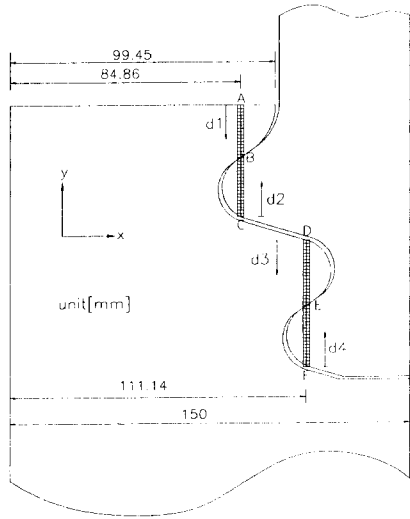


Fig. 6 Shear difference grid system of model I

고, 모델 II의 컷트리식 블레이드와 디스크 연결부 위에서의 응력해석은 필렛부위에서 수행하였다. Fig. 7은 해석에 사용된 필렛부위의 그림이다. 컷트리부(fir-tree type root)에서의 좌손은 점축면이나 필렛의 자유경계에서 대부분 발생하므로, 점축면과 필렛에서 응력을 구하였다. 모델 I에서 전단차분법을 사용할 때 초기값은 모두 자유경계에서 선택하였으며, 프리지차수는 내삽법에 의해 구했다. 내삽법은 광탄성실험시 얻은 정수배의 프리지차수( $N=0, 1, 2, \dots$ ; dark field)와 1/2배의 프리지

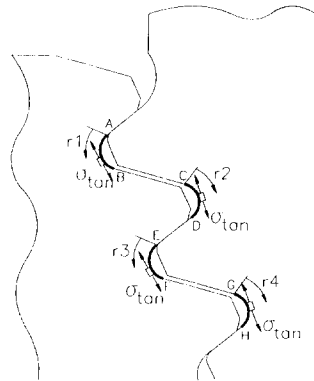


Fig. 7 Tangential boundary fillet stresses of model II

차수( $N=1/2, 3/2, \dots$ ; light field)만으로 나머지의 프리지차수를 구하는 방법이다. 이 방법은 직접 확대경으로 프리지차수를 구하는 타디방법(Tardy method)과 더불어 많이 사용되고 있으며, 오차가 비교적 적고 시간이 절약되므로 프리지차수를 구하는데 널리 사용되고 있다. 모델 II에서 필렛부위에서의 응력은 식 (6)을 이용하였다. 필렛부위에서의 응력은 프리지차수만을 구하면 얻을 수 있고, 프리지차수는 모델 I과 같은 방법으로 구하였다.

### 4. 결과 및 고찰

#### 4.1 모델 I

모델 I은 Fig. 1(a)에 나타난 바와 같이 점축면

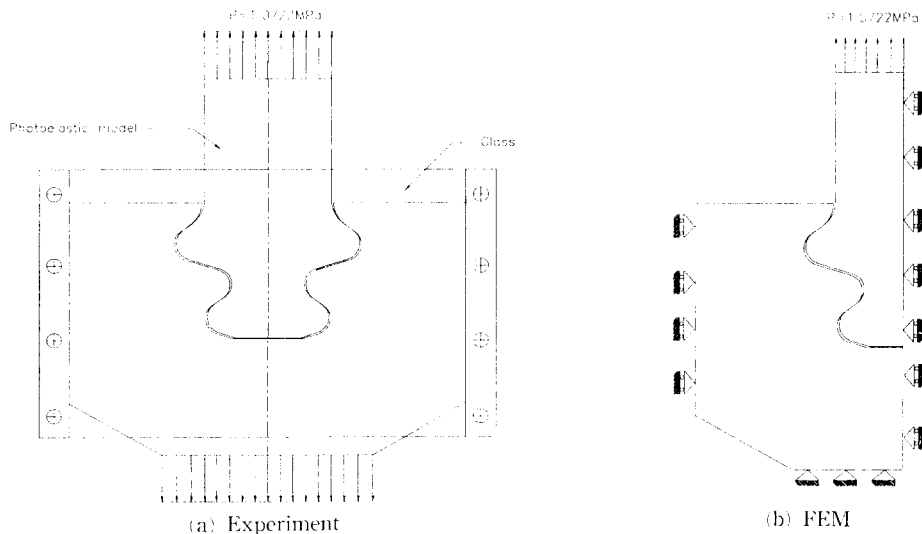


Fig. 8 Loading and boundary conditions in model I





행하였다. Fig. 9(a)와(b)는 광탄성실험과 유한요소해석에서 얻은 프린지차수(fringe order)를 비교한 것이다. 실험에서는 최대 프린지차수가 3.8인 반면 유한요소해석에서는 3.3으로 비교적 잘 일치한다. Fig. 10(a)에서 (d)까지는 터빈 퍼트리식 블레이드와 디스크 접촉부위에서의 주응력들을 광탄성실험과 유한요소해석에 의해 비교한 것이다. Fig. 10(a)는 디스크 윗부분(Fig. 6의 A-B line)에서의 주응력들을 비교한 것으로 A는 자유경계를, B는 접촉점을 의미한다. 그림에서 볼 수 있듯이 접촉점에 가까워질수록 주응력들의 절대값이 증가한다. 또한, 접촉점 근처에서는 응력들의 변화가 심한 반면 나머지 부분(자유경계로부터 약 14 mm 부분까지)에서는 거의 같은 응력변화가 나타난다. Fig. 9에서 나타나듯이 자유경계에서는 응력구배가 작고 접촉점 근처에서는 매우 큰 응력구배(stress gradient)가 발생한다. 실험과 해석치가 자

유경계 부근에서는 잘 일치하는 반면 접촉점 부근에서 잘 일치하지 않음을 보이는데, 이는 접촉면에서의 높은 응력구배와 소성영역 발생등에 원인이 있다. 이때, 접촉면에서 발생하는 소성영역은 시편을 광탄성실험후 하중을 가하지 않은 상태로 편광기에서 관찰하면 미소의 접촉영역에서 잔류응력이 존재하는 것을 보고 확인할 수 있었다. 이것으로 미루어 접촉면에서는 미소의 소성영역이 발생하는 것을 알 수 있고 실험과 해석결과의 오차를 제공하는 원인이 된다. 그러나, 응력값의 변화형태는 실험과 해석결과가 잘 일치한다. 또한, 실험과 해석결과를 보면 무마찰인 경우보다는 마찰이 존재하는 경우에 응력값들이 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 이것은 실험에 사용된 광탄성 시편의 표면조도가 다소 높았기 때문이다. Fig. 10(b)는 블레이드 윗부분(Fig. 6의 C-B line)에서의 주응력들을 비교한 것으로 C는 자유경계를, B는 접촉점을 의미한다.

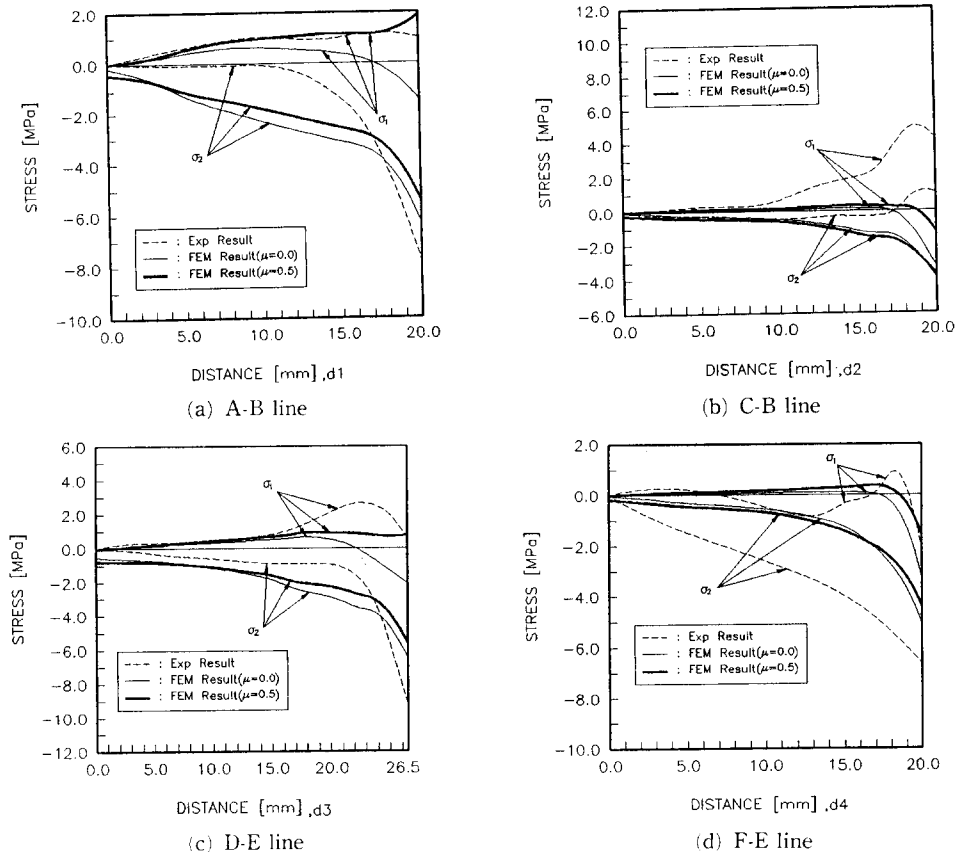


Fig. 10 Principal stresses near contact point of model I.

앞의 경우와 마찬가지로 접촉점에 가까워질수록 주응력들의 절대값이 증가하고, 접촉점근처에서는 응력들의 변화가 심한 반면 나머지 부분(자유경계로부터 약 17 mm부분까지)에서는 거의 같은 응력변화가 나타난다. C-B line에서 실험과 해석치가 잘 일치하지 않는 것은 전단차분법으로 응력해석을 할 때 필요한 실험값(주응력방향과 차)들의 오차가 누적되어 일어난 것이다. 그리고, 이 경우에서도 실험과 해석결과를 보면 무마찰인 경우보다는 마찰이 존재하는 경우( $\mu=0.5$ )에 응력값들이 잘 맞는 것을 볼 수 있다. Fig. 10(c)과 (d)는 각각 디스크 아랫부분(Fig. 6의 D-E line)과 블레이드 아랫부분(Fig. 6의 F-E line)에서의 주응력들을 비교한 것이다. D-E line에서의 응력변화는 A-B line의 응력변화와 비슷하고 F-E line에서의 응력변화는 C-B line에서와 비슷하다.

모델 I의 주응력 값은 앞의 결과에서 볼 수 있듯이 자유경계보다는 접촉점에서 매우 높다. 이는 디스크와 블레이드에 가해진 하중이 접촉면을 통해 전체에 전달되기 때문이다. 또한, 실험과 해석결과를 보면 무마찰경우보다는 마찰이 있는 경우( $\mu=$

0.5)에 더 잘 일치하는데 이것은 실험에 사용된 광탄성 시편의 표면조도가 다소 높기 때문이다. 접촉면에서의 최대 인장응력(maximum tensile stress)은 실험에서는 C-B line(블레이드 윗부분)과 A-B line(디스크의 윗부분)에서 비교적 높게 나타나고, 해석에서는 A-B line(디스크 윗부분)에서 가장 높다. 따라서, 접촉면중 B점에서 최대 인장응력이 가장 크게 나타난다. Fig. 11는 NISA에 의한 모델 I 전체의 최대 인장응력에 대한 해석결과( $\mu=0.0$ )인데, 결과에서 볼 수 있듯이 최대 인장응력은 접촉면보다는 필렛부위에서 높게 나타남을 알 수 있다. 따라서, 모델 I은 접촉면보다는 필렛부위(특히, 디스크 윗부분)에서 파손의 위험이 크다는 것을 알 수 있다.

4.2 모델 II

모델 II는 Fig. 1(b)에 보여진 바와 같이 접촉면이 6개인 터빈 퍼트리식 블레이드와 디스크 연결부위이다. 하중조건과 경계조건은 모델 I의 경우와 동일하다. 모델 II의 응력해석은 디스크와 블레이드의 필렛부위에서 수행하였고, 실험방법과 유한요

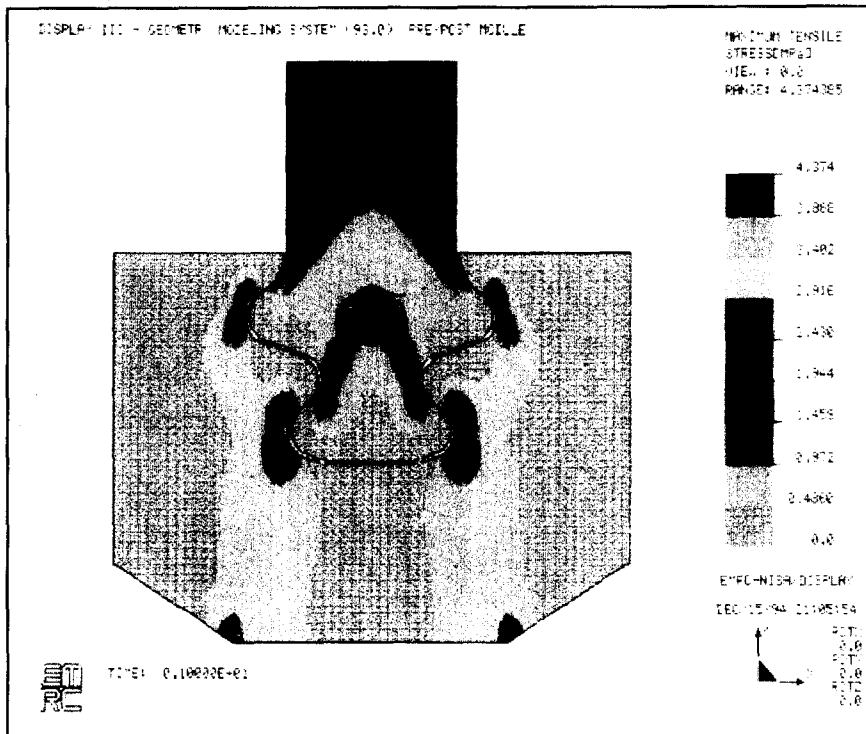


Fig. 11 Maximum tensile stress in model I-finite element analysis



소해석은 모델 I의 경우와 같다. Fig. 7은 응력해석을 수행한 필렛부위를 나타낸다.

Fig. 12(a)와 (b)는 광탄성실험과 유한요소해석에서 얻은 프린지차수를 비교한 것이다. 실험에서는 최대 프린지차수가 3.5인 반면 유한요소해석에서는 3.2로 비교적 잘 일치한다. Fig. 13(a)에서 (d)까지는 터빈 퍼트리 블레이드와 디스크 필렛부위에서의 접선방향 경계주응력(tangential-boundary principal stress)을 광탄성실험과 유한요소해석에 의해 비교한 것이다. Fig. 13(a)는 디스크 윗부분(Fig. 7의 A-B 필렛)에서의 접선방향 경계주응력들을 비교한 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 접촉면에 가까운 곳(A점)의 응력값은 크고 인장을 나타내는 반면 필렛의 끝부분(B점)에서는 응력값이 A점에서의 값보다 작고 압축을 나타낸다. 그리고, A-B 필렛의 2/3부분까지는 인장이고, 나머지 1/3은 압축을 나타낸다. Fig. 13(b)는 블레이드

드 중간부분(Fig. 7의 C-D 필렛)에서의 접선방향 경계주응력들을 비교한 것이다. 이 부분에서도 앞의 경우와 마찬가지로 접촉면에 가까운 곳(D점)의 응력값은 크고 인장을 나타내는 반면 필렛의 끝부분(C점)에서는 응력값이 D점에서의 값보다 작고 압축을 나타낸다. 그리고, C-D 필렛의 1/3부분까지는 압축이고 나머지 2/3은 인장을 나타낸다. Fig. 13(c)와 (d)는 각각 디스크 중간부분(Fig. 7의 E-F 필렛)과 블레이드의 아랫부분(Fig. 7의 G-H 필렛)에서의 접선방향 경계주응력의 변화를 나타내는 그림이다. E-F 필렛에서의 응력변화형태는 A-B 필렛에서와 비슷하고 G-H 필렛에서의 응력변화형태는 C-D 필렛에서와 비슷함을 볼 수 있다.

실험과 해석결과를 비교하면 모델 I의 경우에 비해 매우 잘 일치함을 볼 수 있는데, 이것은 필렛부위에서는 비교적 응력구배가 작고 응력해석에 필요한 실험값(프린지차수,  $N$ )들을 정확히 측정할

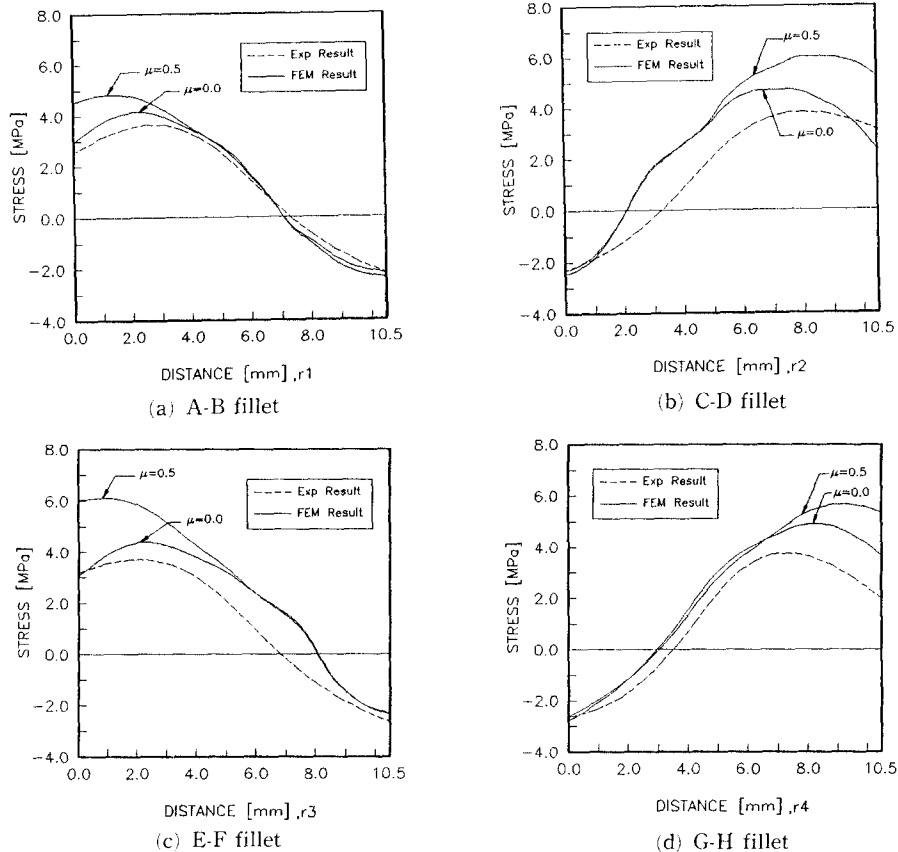


Fig. 13 Tangential boundary principal stresses at fillet region of model II

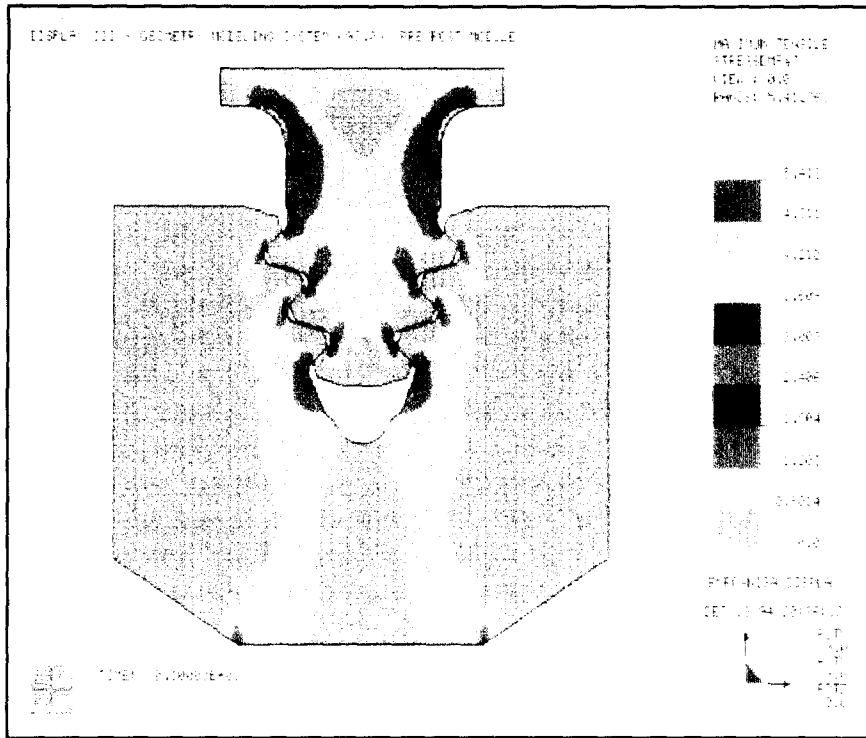


Fig. 14 Maximum tensile stress in model II-Finite element analysis

수 있기 때문이다. 그리고, 모델 I의 응력값은 마찰이 있는 경우에 잘 일치하는 반면 모델 II는 무마찰경우에 잘 일치함을 보인다. 이것은 모델 II의 광탄성 시편의 표면조도를 낮게 했기 때문이다. 모델 II에서의 최대 인장응력은 실험과 해석결과 모두 E-F 필렛(디스크 윗부분)과 G-H 필렛(블레이드 밑부분)에서 크게 나타난다. Fig. 14는 NISA에 의한 모델 II 전체에서의 최대 인장응력( $\mu=0.0$ )을 나타낸 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 최대 인장응력은 E점과 H점부근에서 일어난다. 따라서, 모델 II의 경우도 접촉면보다는 필렛부위 특히, E점과 H점 부위에서 파손의 위험이 더 크다고 볼 수 있다.

## 5. 결 론

광탄성법을 이용하여 퍼트리식 디스크와 블레이드 연결부위의 접촉면과 필렛부위에서 응력분포를 구하여 파손부위를 예측하였다. 응력해석은 전단차분법을 사용하였고 유한요소해석 결과와 비교하였다. 이상의 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻을

수 있었다.

(1) 퍼트리식 디스크와 블레이드 연결부위에 대한 2차원 광탄성 응력해석 결과는 유한요소해석 결과와 비교적 잘 일치한다. 퍼트리 모델의 내부응력을 해석하기 위해서 사용한 전단차분법은 접촉면에서 발생하는 높은 응력구배와 미소의 소성영역을 고려하지 못해 유한요소해석 결과와 다소의 차이를 보였다. 그러나, 실제 터빈엔진의 디스크와 블레이드 연결부위의 설계변수에 중요한 영향을 미치는 필렛부위에서의 응력해석결과는 유한요소해석 결과와 잘 일치하는데, 이는 필렛부위에서는 응력구배가 접촉면에 비해 작고 프린치차수의 축정이 정확했기 때문이다.

(2) 광탄성실험과 유한요소해석에서 모델 I과 모델 II 모두 접촉면보다는 필렛부위에서 응력집중에 의해 최대 인장응력이 크게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이것은 퍼트리식 모델의 필렛부위가 접촉면보다 파손의 위험이 더 크다는 것을 의미한다. 모델 I의 경우는 디스크 윗부분의 필렛시작부분이 파손의 위험이 있고, 모델 II의 경우에는 디스크 중간부분과 블레이드 밑부분에서 파손의 위험이 존

재한다. 따라서, 파손의 위험이 존재하는 필렛부위에서 설계변수의 조정이 필요하다.

### 참고문헌

- (1) Frocht, L. G., 1941 and 1948, *Photoelasticity*, Volumes 1 and 2, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- (2) Tesar, V., 1935, "La Photoelasticimetric et Ses Applications Dans la Construction Aeronautique," *La Science Aerienne*, Vol. II, pp. 372~394.
- (3) Drucker, D. C., 1943, "Photoelastic Separation of Principal Stresses by Oblique Incidence," *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME*, Vol. 65, pp. 156~160.
- (4) Dally, J. W. and Riley, W. F., 1991, *Experimental Stress Analysis*, McGraw Hill, 3rd Edition.
- (5) Thompson, J. C. and Negus, K. J., 1983, "Least Squares Asymptotic Analysis of Photoelastic Data from Stress Concentration Regions in Plane Problems," *Strain*, Vol. 19, No. 4, pp. 179~184.
- (6) Thompson, J. C. and Negus, K. J., 1984, "Developments in a Least Squares Asymptotic Analysis of Isochromatic Data from Stress Concentration Regions in Plane Problems," *Strain*, Vol. 20, No. 3, pp. 133~134.
- (7) Haake, S. J. and Patterson, E. A., 1992, "The Determination of Principal Stresses from Photoelastic Data," *Strain*, Vol. 28, No. 4, pp. 153~158.
- (8) Dally, J. W. and Chen, Y. M., 1991, "A Photoelastic Study of Friction at Multipoint Contacts," *Experimental Mechanics*, Vol. 31, No. 2, pp. 144~149.
- (9) Parks, V. J. and Sanford, R. J., 1978, "Photoelastic and Holographic Analysis of a Turbine-Engine Component," *Experimental Mechanics*, Vol. 18, No. 9, pp. 328~334.
- (10) Kenny, B., Patterson, E. A., Saidandk, M. and Aradhya, S. S., 1991, "Contact Stress Distributions in a Turbine Disc Dovetail Type Joint a Comparison of Photoelastic and Finite Element Results," *Strain*, Vol. 27, No. 1, pp. 21~24.
- (11) Scurria, N. V. and Doyle, J. F., 1982, "Photoelastic Analysis of Contact Stresses in the Presence of Machining Irregularities," *Experimental Mechanics*, Vol. 22, No. 9, pp. 342~347.
- (12) Godbole, P. B., 1993, "Shear Difference Using Spreadsheets," *Experimental Techniques*, Vol. 17, No. 4, pp. 24~25.
- (13) Chen, T. Y. and Chen, J. P., 1993, "Experimental-Numerical Contact Stress Measurement of Variable Pitch Lead Screw," *Proceeding of the 1993 SEM "50th Anniversary" Spring Conference on Experimental Mechanics- Dearborn, Michigan*, pp. 88~93.
- (14) Budynas, R. G., 1977, *Advanced Strength and Applied Stress Analysis*, McGraw-Hill, pp. 398~401.
- (15) Cernosek, J., 1980, "Three-Dimensional Photoelasticity by Stress Freezing," *Experimental Mechanics*, Vol. 20, No. 12, pp. 417~426.
- (16) Macke, H. J. and Sant, T. D., 1982, "The Intricate Patterns of stress," *Mechanical Engineering*, Vol. 104, No. 12, pp. 18~23.
- (17) Uchino, K., Kamiyama, T., Inamura, T., Simokohge, K., Aono, H. and Kawashima, T., 1986, "Three-Dimensional Photoelastic Analysis of Aeroengine Rotary Parts," *Photoelasticity Symposium*, Tokyo, pp. 209~214.