〈논 문〉

본 연구는 1994년도 교육부 학술연구조성비 (기계공학 : ME94-C-09)에 의하여 연구되었음.

SPATE에 의한 직교이방성체의 응력확대계수 측정

황재석* · 서재국** · 이효재*** · 남정환**** · R.E. Rowlands*****

(1996년 5월 8일 접수)

Measurement of Stress Intensity Factor of Orthotropic Material Using SPATE

J. S. Hawong, J. G. Suh, H. J. Lee, J. H. Nam and R. E. Rowlands

Key Words : SPATE(Stress Pattern Analysis by Thermal Emission), Stress Intensity Factor (응력확대계수), Thermomechanical Calibration Coefficient(열역학적 교정계수)

Abstract

SPATE(Stress Pattern Analysis by Thermal Emission) can be effectively used to analyze the stress distribution of the orthotropic structure under the repeated load by non-contact. In this research, the measuring conception and method of stress intensity factor of orthotropic material using SPATE are suggested. The validity of the method and conception were certified through SPATE experiment. The relationships between the maximum values of SPATE signal and $1/\sqrt{x'}$ (or $1/\sqrt{y'}$) are theoretically established in the vicinity of crack tip of the orthotropic material. It is certified through SPATE experiment that their linear quality is very excellent.

1. 서 론

SPATE(stress pattern analysis by thermal emission)의 기초이론인 열탄성효과(thrermoelastic effect)의 개념이 1853년 Lord Kelvin에 의하여 유도된 이래 응용되지 않다가, 최근에 고체의 표면에 발생되는 온도의 미소변화를 감지할 수 있는 측정장치가 개발되었으므로 1978년부터 Lord Kelvin에 의하여 유도된 열탄성효과를 이용한 SPATE 장치가 개발되었다. 이 장치는 등방성체나 직교이방성체로 된 구조물이 어떤 하중을 받으면 발생되는 구조물의 표면 온도변화를 측정하므로 구조물의 응력상태를 분석할 수 있도록 만들어진 장치이다. 그래서 최근에는 SPATE가 등방성체의 다양한 응력해석이나 복합체의 열탄성이론,[2~5] 복합체의 손상,[6] 복합체내에 내재된 미소크랙(micro-crack)의 열탄성 이론[7] 및 응력해석[8] 그리고 하이브리드법에 의한 복합체의 응력성분 분리법[9] 등에 응용되고 있다.

저자나 다른 연구자들은 SPATE를 사용하여 등방성체의 응력확대계수를 측정하는 방법들은 연구하였지만[10~14] 등방성체에 있어서도 SPATE에 의한 파괴역학의 연구는 아직도 체계화되지 않았다. 그러므로 SPATE를 이용하여 등방성체의 파괴역학의 다양한 문제들이 연구되어지고 있다. 그러나

*회원, 영남대학교 기계공학과
**회원, 경동전문대학 산업공학과
***영남대학교 대학원 기계공학과
****영남대학교 산업기술대학원
*****Dept. of Mech. Engr. and Astronautics. Univ. of Wisconsin-Madison)

직교이방성체에 있어서는 SPATE를 이용한 파괴역학 문제들이 연구된 적이 없으므로 본 연구에서는 SPATE를 이용하여 직교이방성체의 응력확대계수를 측정할 수 있는 개념과 방법을 체계화 하고자 한다.[15]

2. 기초이론

2.1 SPATE 시그널(S_d)과 응력성분과의 관계

단열상태에 있는 등방성체의 표면온도변화와 등방성체의 주응력합의 변화 사이에는 선형적인 관계가 성립하듯이 단열상태에 있는 직교이방성체에서도 방정식 (1)이 성립한다.[15]

$$dT=-\frac{T}{\rho C_\sigma}\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial T}d\sigma_{ij} \tag{1}$$

단, dT는 단열 온도변화(adiabatic temperature changes), T는 절대온도, ρ는 밀도, C_σ는 일정응력하의 비열, σ_{ij} 그리고 ε_{ij}는 각각 응력과 변형률의 성분 등을 나타낸다.[4]

열팽창계수(thermal expansion coefficients) α_{11}과 α_{22}는 방정식 (2)처럼 정의된다.[4]

$$\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial T}=\alpha_{11},\quad \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial T}=\alpha_{22},\quad \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial T}=\alpha_{12} \tag{2}$$

주평면에 있어서 방정식 (2)를 방정식 (1)에 대입하면 직교이방성체의 평면의 열탄성효과를 나타내는 방정식 (3)을 얻을 수 있다.

$$dT=-\frac{T}{\rho C_\sigma}(\alpha_{11}d\sigma_{11}+\alpha_{22}d\sigma_{22}) \tag{3}$$

방정식 (3)을 직교이방성체의 L-T 평면에 적용하면 방정식(4)를 얻을 수 있다.

$$dT=-\frac{T}{\rho C_\sigma}(\alpha_L d\sigma_L+\alpha_T d\sigma_T) \tag{4}$$

단, L은 파이버 복합체의 파이버방향이고 T는 파이버의 수직방향을 나타내고 α_L과 α_T는 각각 파이버방향과 파이버 수직방향의 열팽창계수를 각각 나타낸다. 직교이방성체에 있어서 응력의 주축(principal axes of stress)은 재료의 주축(principal axes of material)과 반드시 일치하지 않는다. 그리고 주평면에 있어서 전단응력(σ_{12})은 존재하지 않고 직교이방성체에 있어서 α_{LT}는 존재하지 않으므로 방정식 (3)은 방정식 (4)로 변경될 수 있다. SPATE 시그널(thermoelastic signal) S_d는 방정식 (5)처럼 시편의 표면온도변화에 비례한다.[16]

$$S_d=4eBRT^3dT \tag{5}$$

단, e는 표면방사율(surface emissivity), B는 Stefan-Boltzmann 상수, R은 검색기의 반응도(detector response) 등이다. 방정식 (4)를 방정식 (5)에 대입하면 방정식 (6)이 얻어진다.

$$S_d=-(f_L d\sigma_L+f_T d\sigma_T) \tag{6}$$

단, $f_L=-\frac{4eBRT^4}{\rho C_s}\alpha_L$, $f_T=-\frac{4eBRT^4}{\rho C_s}\alpha_T$, 그리고 f_L과 f_T는 각각 파이버방향과 파이버 수직방향의 열역학적 교정계수를 나타낸다. 그리고 방정식 (6)은 SPATE 시그널과 응력성분과의 관계 그리고 열역학적 교정계수(f_L과 f_T)와 SPATE 시그널과의 관계 등을 나타낸다. 열역학적 교정계수 f_L과 f_T는 실험적으로 측정되나[17] 또는 SPATE 메뉴얼에서 주어지는 공식에서 계산될 수도 있다.[17]

2.2 SPATE 시그널과 크랙근방의 응력성분과의 관계

직교이방성체의 크랙첨단의 응력성분은 방정식 (7)과 같다.[18]

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}=&\frac{K_{\rm I}}{\sqrt{2\pi r}}Re\left\{\frac{\mu_1\mu_2}{\mu_1-\mu_2}\left(\frac{\mu_2}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}-\frac{\mu_1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}\right)\right\}\\
&+\frac{K_{\rm II}}{\sqrt{2\pi r}}Re\left\{\frac{1}{\mu_1-\mu_2}\left(\frac{\mu_2^2}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}-\frac{\mu_1^2}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}\right)\right\}+\sigma_{0x}\\
\sigma_{yy}=&\frac{K_{\rm I}}{\sqrt{2\pi r}}Re\left\{\frac{1}{\mu_1-\mu_2}\left(\frac{\mu_1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}-\frac{\mu_2}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}\right)\right\}+\frac{K_{\rm II}}{\sqrt{2\pi r}}\\
&Re\left\{-\frac{1}{\mu_1-\mu_2}\left(\frac{1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}-\frac{1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}\right)\right\}\\
\tau_{xy}=&\frac{K_{\rm I}}{\sqrt{2\pi r}}Re\left\{\frac{\mu_1\mu_2}{\mu_1-\mu_2}\left(\frac{1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}-\frac{1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}\right)\right\}+\frac{K_{\rm II}}{\sqrt{2\pi r}}\\
&Re\left\{\frac{1}{\mu_1-\mu_2}\left(\frac{\mu_1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}-\frac{\mu_2}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{7}$$

방정식 (7)의 μ_1과 μ_2는 직교이방성체의 적합조건식(compatibility equation)에 해당되는 특이방정식에서 결정되어지는 수이다. 방정식 (7)의 응력성분은 방정식 (8)에 의하여 파이버방향 응력성분(σ_L)과 파이버 수직방향 응력성분(σ_T)로 변환될 수 있다.

$$\sigma_L=\frac{1}{2}(\sigma_{xx}+\sigma_{yy})+\frac{1}{2}(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})\cos 2\phi+\tau_{xy}\sin 2\phi$$

$$\sigma_T=\frac{1}{2}(\sigma_{xx}+\sigma_{yy})-\frac{1}{2}(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})\cos 2\phi+\tau_{xy}\sin 2\phi$$

$$\tau_{LT}=-\frac{1}{2}(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})\sin 2\phi+\tau_{xy}\cos 2\phi \qquad (8)$$

단, ϕ는 기준좌표계의 x축에 대한 파이버방향의 각도를 나타낸다.

방정식 (7)을 방정식 (8)에 대입하면 응력성분 σ_j는 방정식 (9)처럼 주어진다.

$$\sigma_j=\frac{K_{\mathrm{I}}}{2\sqrt{2\pi r}}Re\{Ap_j+Br_j\}+\frac{K_{\mathrm{II}}}{2\sqrt{2\pi r}}Re\{Ap_j+Br_j\}+\frac{1}{2}\sigma_{ox}(1+\cos 2\phi_j)\quad (j=L,\ T) \qquad (9)$$

단, $p_j=-(\mu_1^2\mu_2+\mu_2)-(\mu_1^2\mu_2-\mu_2)\cos 2\phi_j+2\mu_1\mu_2\sin 2\phi_j$

$q_j=-(\mu_1^2+1)-(\mu_1^2-1)\cos 2\phi_j+2\mu_1\sin 2\phi_j$

$r_j=\mu_1\mu_2^2+\mu_1+(\mu_1\mu_2^2-\mu_1)\cos 2\phi_j-2\mu_1\mu_2\sin 2\phi_j$

$s_j=\mu_2^2+1+(\mu_2^2-1)\cos 2\phi_j-2\mu_2\sin 2\phi_j$

$\phi_L=\phi\ (j=L),\quad \phi_T=\frac{\pi}{2}+\phi\ (j=T)$

$$A=\frac{1}{\mu_1-\mu_2}\frac{1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}$$

$$B=\frac{1}{\mu_1-\mu_2}\frac{1}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}$$

방정식 (9)를 이용하면 방정식 (6)을 방정식 (10)으로서 나타낼 수 있다.

$$S_d=\delta_{ij}f_i d\sigma_j\quad (i,\ j=L,\ T) \qquad (10)$$

단, δ_{ij}는 크로네크델타(Kronecker Delta), f_i는 열역학적 교정계수(thermomechanical calibration coefficient) 등을 나타낸다. 방정식 (10)의 $d\sigma_j$는 탄성한도 내에서는 σ_j로 대체될 수 있다. 그러므로 방정식 (10)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_d=\frac{1}{2\sqrt{2\pi r}}Re[A_0K_{\mathrm{I}}+B_0K_{\mathrm{II}}]+C_0 \qquad (11)$$

단, $A_0=A\sum_{j=L}^{T}p_jf_j+B\sum_{j=L}^{T}r_jf_j\quad (j=L,\ T)$

$B_0=A\sum_{j=L}^{T}f_jq_j+B\sum_{j=L}^{T}f_js_j\quad (j=L,\ T)$

$C_0=\frac{1}{2}\sigma_{0x}(f_L+f_T)+\frac{1}{2}\sigma_{0x}(f_L-f_T)$

만약 시편의 기하학적 조건, 재료 그리고 하중조건이 주어지면 C_0, K_{I} 그리고 K_{II} 등은 어떤 일정한 상수가 된다. 그러므로 방정식 (11)은 A와 B에 사용된 θ와 $\frac{1}{\sqrt{r}}$만의 함수이다. 두 개의 변수를 가진 방정식 (11)은 다음과 같은 조건과 과정으로 한 개의 변수를 가진 방정식으로 변환될 수 있다.

일반적으로 SPATE 데이터는 x'-y'좌표계로서 기록된다(Fig. 1 참조). 그러나 응력성분은 크랙좌표계(x-y좌표계)로서 표현된다. Fig. 1에 있어서 AB선상의 임의의 점에 있어서 x'좌표는 일정하고 y'좌표만이 변수가 된다. CD선상의 임의의 점에 있어서 y'좌표는 일정하고 x'좌표만이 변수이다. 이러한 개념은 AB선과 CD선에 평행한 임의의 선상에서도 성립한다. 그리고 방정식 (12)가 성립한다.

$$x_j'=r\sin(\theta+\beta_j)\quad (j=L,\ T) \qquad (12)$$

단, $x_L'=y'$, $x_T'=x'$, $\beta_L=\beta$, $\beta_T=\beta+\frac{\pi}{2}$이다.

방정식 (12)의 r을 방정식 (11)의 r에 대입하면, 방정식 (11)은 단지 θ만의 함수가 된다. 그러므로 방정식 (13)에서 최대 SPATE 시그널이 발생되는 각도 θ_j를 구할 수 있다.

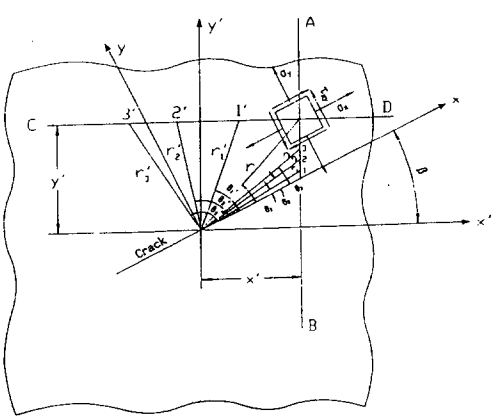


Fig. 1 Relationships between SPATE-coordinates (x' y' coordinates) and crack coordinates(x -y coordinates)

$$\frac{\partial S_d}{\partial \theta}=0 \tag{13}$$

2.3 x_j'가 일정한 경우

방정식 (12)에서 구한 $r=\frac{x_j'}{\sin(\theta+\beta_j)}$를 방정식 (11)의 r대신에 대입하고 이 식에 $\frac{\partial S_d}{\partial \theta}=0$를 적용하면 방정식(14)가 얻어진다.

$$\frac{\partial Re}{\partial \theta}\left[A_o\frac{\sqrt{\sin(\theta+\beta_j)}}{\sqrt{\cos\theta+\mu_1\sin\theta}}+B_o\frac{\sqrt{\sin(\theta+\beta_j)}}{\sqrt{\cos\theta+\mu_2\sin\theta}}\right]=0 \tag{14}$$

방정식 (14)는 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$A_j'\cos^4\theta+B_j'\cos^2\theta+C_j'=0 \tag{15}$$

단, $A_j=\mu_2^2-a_j'\mu_1^2+a_j'-1$, $B_j=2(\mu_2-\mu_1 a_j')$ 그리고 $C_j=a_j'\mu_1^2-\mu_2^2$, $A_j'=Re[A_j^2+B_j^2]$, $C_j'=ReC_j^2$, $B_j'=Re[2A_jC_j-B_j^2]$이다.

방정식 (16)은 방정식 (15)에서 얻어지며, 방정식 (16)의 θ_j는 최대 SPATE 시그널이 얻어지는 각도이다.

$$\theta_j=\cos^{-1}Re\left[\pm\sqrt{\frac{-B_j^2\pm\sqrt{B_j^2-4A_j'C_j'}}{2A_j'}}\right] \quad (j=L,\ T) \tag{16}$$

단, θ_L과 θ_T는 y'와 x'가 일정한 경우에서 SPATE의 최대값이 발생되는 각도를 의미한다. 방정식 (16)의 θ_j, μ_1, μ_2, f_L, f_T, $r=\frac{x_j'}{\sin(\theta+\beta_j)}$ 그리고 ϕ_j 등을 방정식 (11)에 대입하면 방정식 (17)이 얻어진다.

$$S_{dmax}=\frac{1}{\sqrt{x_j'}}(a_jK_{\mathrm{I}}+b_jK_{\mathrm{II}})+C_j \tag{17}$$

단, $a_j=Re\frac{\sqrt{\sin(\theta_j+\beta_j)}}{2\sqrt{2\pi}}A_0$, $b_j=Re\frac{\sqrt{\sin(\theta_j+\beta_j)}}{2\sqrt{2\pi}}B_0$ 그리고 $C_j=C_0$이다. 방정식 (17)에서 보듯이 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ 사이의 관계식은 선형이고, $a_1K_{\mathrm{I}}+b_1K_{\mathrm{II}}$은 방정식 (17)의 기울기이다. C_j는 방정식 (17)의 절편이다.

실험적으로 측정되어지는 θ_j와 크랙의 경사각도 β_j가 방정식 (17)에 대입된다면, 방정식 (17)의 기울기($a_1K_{\mathrm{I}}+b_1K_{\mathrm{II}}$)는 단지 K_{I}과 K_{II}만의 함수이다. 즉, 방정식(17)에서 K_{I}과 K_{II}는 미지수이다. 실험적으로 측정되어지는 θ_j와 크랙의 경사각도가 대입된다면 방정식 (17)의 기울기는 SPATE 시그널의 최대값과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$사이에서 실험적으로 결정되어지는 기울기 T_j와 같다. 그러므로 방정식 (18)이 얻어진다.

$$a_jK_{\mathrm{I}}+b_jK_{\mathrm{II}}=T_j \tag{18}$$

K_{I}과 K_{II}는 방정식 (18)과 같은 2개의 방정식에서 구하여지고 σ_{ox}는 C_j에서 구하여진다. SPATE의 최대 시그널과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ 사이의 기울기는 SPATE의 최대 시그널과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ 사이의 실험데이터에 커브피팅(curve fitting)을 적용하여 구하는 것이 좋다.

β_j가 0이고 하중이 혼합모드일 때 SPATE 시그널 최대값(S_{dmax})과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ 사이의 방정식은 방정식 (19)와 같다.

$$S_{dmax}=\frac{1}{\sqrt{x_j'}}(a_jk_{\mathrm{I}}+b_jK_{\mathrm{II}})+C_j \tag{19}$$

단, $a_j'=Re\frac{\sqrt{\sin\theta}}{2\sqrt{2\pi}}A_0$, $b_j'=ReRe\frac{\sqrt{\sin\theta}}{2\sqrt{2\pi}}B_0$ 그리고 $C_j=C_0$이다.

β_j가 0이고 하중이 Mode Ⅰ일 때 혹은 β_j가 0이고 하중이 Mode Ⅱ일 때 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ 사이의 관계식은 각각 방정식 (20a)와 (20b)와 같다.

$$S_{dmax}=\frac{1}{\sqrt{x_j}}a_jK_{\mathrm{I}}+C_j \tag{20a}$$

$$S_{dmax}=\frac{1}{\sqrt{x_j}}b_jK_{\mathrm{II}}+C_j \tag{20b}$$

단, $a_j'=Re\frac{\sqrt{\sin\theta}}{2\sqrt{2\pi}}A_0$, $b_j'=Re\frac{\sqrt{\sin\theta}}{2\sqrt{2\pi}}B_0$ 그리고 $C_j=C_0$이다.

하중이 Mode Ⅰ이거나 하중이 Mode Ⅱ일 때, K_{I} 그리고 σ_{0x} 혹은 K_{II} 그리고 σ_{0x}도 각각 위와 같은 방법으로 구하여진다.

3. 실험 및 실험방법

3.1 실험장치 및 실험방법

이 연구에 사용된 실험장치는 SPATE-8000이다. 그리고 구조물이 압축을 받으면 구조물의 표면온도는 증가하고 구조물이 인장을 받으면 구조물의 표면온도는 감소한다. 이러한 현상이 이 SPATE 장치에 의하여 감지되며 시편의 온도의 변화가 시편의 응력변화로 변환된다. 그러므로 SPATE 장치는 반복하중을 받는 구조물의 응력변화를 측정하는데 사용되어진다. 이 연구에서 사용되어지는 재료는 유리섬유강화 에폭시 복합체(glass fiber epoxy

Table 1 Thermomechanical calibration coefficient and the basic physical properties

	f_L (A/D/MPa)	f_T (A/D/MPa)	E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_{LT} (ν_{TL})
Glass-fiber epoxy composite [0/90/0$_9$/90/0]	61.763* 59.395**	156.210* 151.686**	32.5	14.1	3.73	0.227 (0.095)

L : Fiber direction T : Normal direction to fiber direction

* (* *) : Thermomechanical calibration coefficient measured by calibration against a calculated stress (calibration against a measured stress)

composite)이고 이 재료의 라미네이트 코드(laminate code)는 [0/90/0$_9$/90/0]이다. 사용된 시편의 크기(폭×높이×두께)는 40 mm×300mm×3 mm이다. 이 연구에서 사용된 그라스 파이버 에폭시 복합체의 기본적인 물성치(E_L, E_T, G_{LT}, ν_{LT}, ν_{TL})는 직교이방성체의 기본물성치의 측정법[19]을 사용하여 측정되었다. 유리섬유강화 에폭시 복합체의 열역학적 교정계수는 계산된 응력에 의한 교정이나 측정된 응력에 의한 교정법으로 측정되었다.[17,20] 이렇게 측정된 복합체의 기본물성치와 열역학적 교정계수는 Table 1에 제시되었다.

3.2 SPATE 데이터에 의한 응력확대계수 측정법

SPATE 데이터에 의한 응력확대계수의 실험적인 결정방법은 아래와 같다.

(1) SPATE 시그널의 최대값은 SPATE 시그널에서 선택된다.

(2) SPATE 시그널에서 x' 혹은 y'가 각각 일정한 경우, SPATE의 최대값이 발생되는 방향을 커브피팅(curve fitting)하여 θ_T과 θ_L를 측정한다.

(3) SPATE 값에서 x' 혹은 y'가 각각 일정한 경우의 $\frac{1}{\sqrt{x'}}$와 S_{dmax}(SPATE의 최대값) 사이의 관계에서 얻어지는 실험적인 선형 방정식의 기울기를 구한다. 이 선형방정식을 커브피팅(curve fitting)하여 직선의 기울기를 실험적으로 구한다.

(4) 실험적으로 측정되는 θ_j, f_j 그리고 시편에서 결정되어지는 β_j등을 방정식 (17)에 대입하여 각 실험조건에 대응되는 방정식 (17)의 기울기와 절편을 구한다.

(5) 실험데이터로서 결정되어지는 기울기와 절편을 각각 4항에서 구한 방정식 (17)의 기울기와 절편과 같게 놓는다. 그러면 각 경우에서 2원 1차 방정식이 주어 진다. 이러한 2원 1차 방정식이 구하여 지는 경우에는 x'가 일정한 경우 그리고 y'가 일정하고 0보다 작은 경우 그리고 y'가 일정하고 0보다 큰 경우 등이 있다. 그러므로 3개의 선형방정식으로부터 응력확대계수와 비고차항을 결정하는 경우에는 아래와 같이 3가지 경우가 있다.

경우-1 : S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x'}}$(x'가 일정한 경우)사이의 관계와 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{y'}}$(y'가 일정하고 0보다 큰 경우)사이의 관계에서 얻어지는 2개의 2원 1차의 연립방정식으로 응력확대계수를 구하는 방법.

경우-2 : S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x'}}$(x'가 일정한 경우)사이의 관계와 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{|y'|}}$(y'가 일정하고 0보다 적은 경우)사이의 관계에서 얻어지는 2개의 2원 1차 연립방정식으로부터 응력확대계수를 구하는 방법.

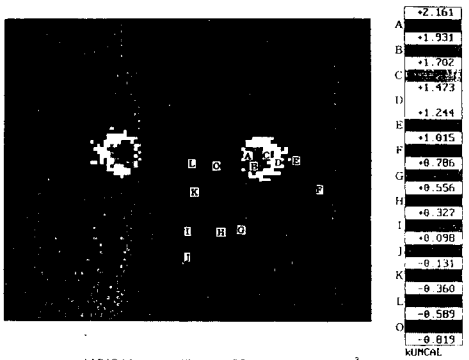
경우-3 : S_{max}과 $\frac{1}{\sqrt{y'}}$(y'가 일정하고 0보다 큰 경우)사이의 관계와 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{|y'|}}$(y'가 일정하고 0보다 적은 경우)사이의 관계에서 얻어지는 2개의 2원 1차 연립방정식으로부터 응력확대계수를 구하는 방법

4. 실험결과 및 고찰

Fig. 2, Fig. 3 그리고 Fig. 4는 크랙의 경사각도 β가 0°이고, 하중과 파이버가 이루는 각도 α가 0°인 경우, 크랙의 경사각도 β가 27°이고 하중과 파이버가 이루는 각도 α가 0°인 경우, 그리고 크랙의 경사각도 β가 45.5°이고 하중과 파이버가 이루는 각도 α가 90°인 경우의 SPATE의 응력분포도(SPATE stress pattern) 등을 각각 나타낸다. 각 응력 분포도를 발생시킨 시편의 기하학적 형상과 하중조건들은 각 응력분포도의 밑에 기록되었다. 그리고 $2a$는 크랙의 길이(mm), w는 시편의 폭

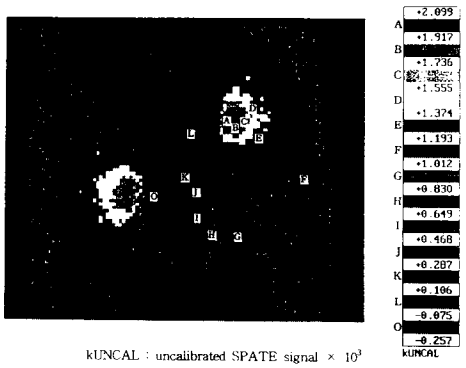
(mm), t는 시편의 두께(mm), 그리고 l은 시편의 높이(mm), N은 하중반복수(Hz), $d\sigma$는 최대응력 σ_{max}과 최소응력 σ_{min}과의 차이(MPa)를 각각 나타낸다.

Fig. 5와 Fig. 6은 $\beta=0°$, $\alpha=0°$, 그리고 $\frac{2a}{w}=0.34$이고 x'가 일정한 경우와 y'가 일정한 경우의 SPATE의 첫 번째 큰 값(기호 : □□□), 두 번째 큰 값을(기호 : △△△)을 시편의 실제 위치에 나타낸 것이다.



kUNCAL : uncalibrated SPATE signal × 10^3

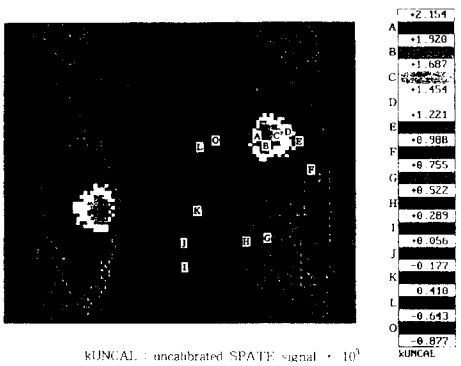
Fig. 2 SPATE stress patterns($\alpha=0°$, $\beta=0°$)



kUNCAL : uncalibrated SPATE signal × 10^3

$\frac{2a}{w}=0.542$, $N=23$, $d\sigma=11.945$, $t=3.21$, $l=293$

Fig. 3 SPATE stress patterns($\beta=27°$, $\alpha=0°$)



kUNCAL : uncalibrated SPATE signal × 10^3

$w=37.95$, $\frac{2a}{w}=0.382$, $N=23$, $d\sigma=6.99$, $t=3.25$, $l=305$

Fig. 4 SPATE stress patterns($\beta=45.5°$, $\alpha=90°$)

Fig. 5의 $\theta_2(=\theta_T)$(x'가 일정한 경우)는 0°이고 Fig. 6의 $\theta_1(=\theta_L)$(y'가 일정한 경우)는 62°이다.

Fig. 7과 Fig. 8은 Fig. 3에서 x'가 일정한 경우와 y'가 일정한 경우의 SPATE의 시그널의 첫 번째 큰 값과 두 번째 큰 값들을 시편의 실제의 위치에서 나타낸 것이다. 이 때 θ_T는 약 −30°이고 θ_L은 약 48°이다.

Fig. 9와 Fig. 10은 Fig. 4에서 x'가 일정한 경우와 y'가 일정한 경우의 SPATE의 시그널의 첫 번째 큰 값과 두 번째 큰 값들을 시편의 실제의 위치에 나타낸 것이다. 이때의 θ_T는 −52.5°이고 θ_L은 약 60°이다.

Fig. 5~Fig. 10에서 실험적으로 측정되어지는 S_{dmax}이 발생되는 방향, 즉 θ_f가 실험적으로 측정되어진다. 이렇게 측정되어지는 각도를 각 실험의 조건에 맞는 경우에 해당되는 방정식 (17), (19),

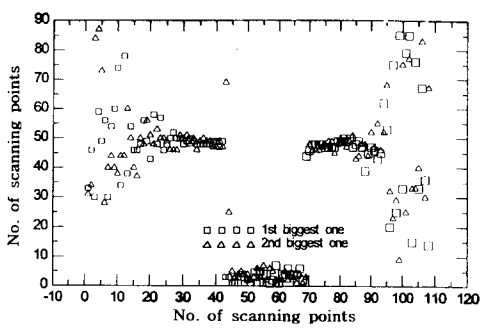


Fig. 5 Position of the first and second biggest values of the SPATE stress patterns(x'=const., $\beta=0°$, $\alpha=0°$)

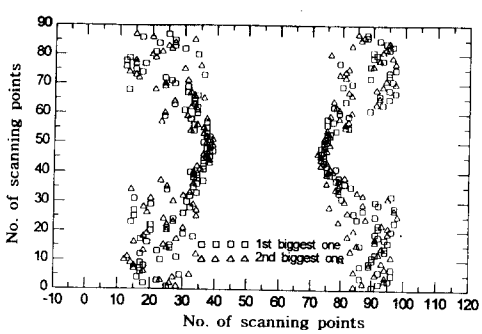


Fig. 6 Position of the first and second biggest values of the SPATE stress patterns(y'=const., $\beta=0°$, $\alpha=0°$)

(20) 등의 계수에 대입하여 응력확대계수 K_{I}과 K_{II}등의 계수인 a_j와 b_j등을 구한다.

일반적으로 하중이 x'에 수직으로 작용하고, x'가 일정한 경우의 SPATE 시그널의 최대값이 발생하는 방향의 $\theta_2(=\theta_T)$는 크랙의 경사각도에 (−)부호를 붙인 경우와 거의 같다. 즉, 이 경우의 주응력합의 방향이 x'에 수직이기 때문이다. 그리고 y'가 일정한 경우의 $\theta_1(=\theta_L)$은 각 조건에 따라 변한다.

Fig. 11은 크랙의 경사각도인 β_1은 약 0°이고 α

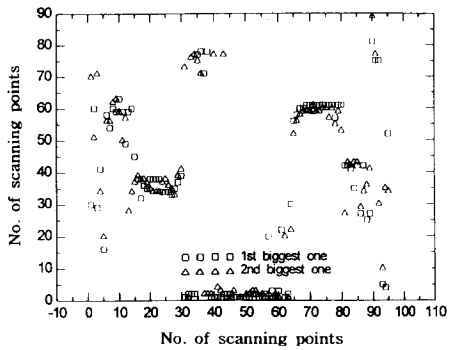


Fig. 7 Position of the first and second biggest values of the SPATE stress patterns(x′=const., β=27°, α=0°)

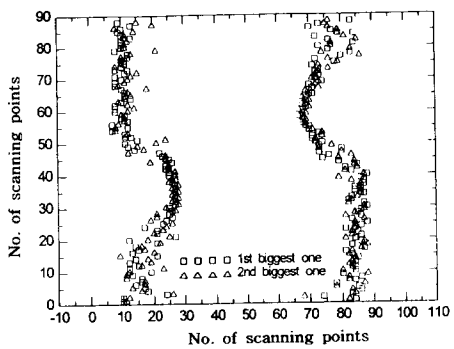


Fig. 8 Position of the first and second biggest values of the SPATE stress patterns(y′=const., β=27°, α=0°)

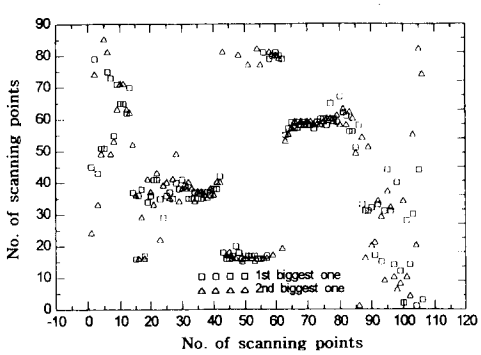


Fig. 9 Position of the first and second biggest values of the SPATE stress patterns(x′=const., β=45.5°, α=90°)

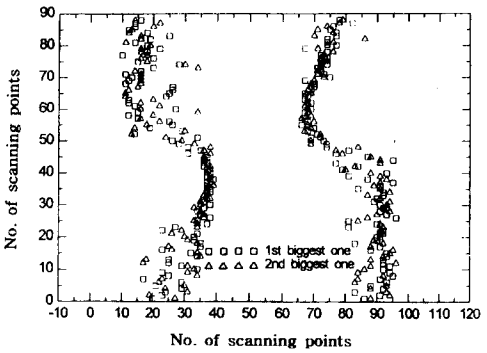


Fig. 10 Position of the first and second biggest values of the SPATE stress patterns(y′=const., β=45.5°, α=90°)

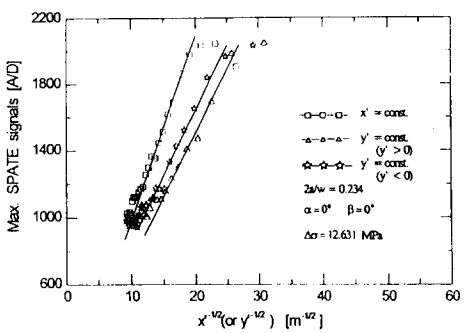


Fig. 11 Relationships between $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ and maximum SPATE signals

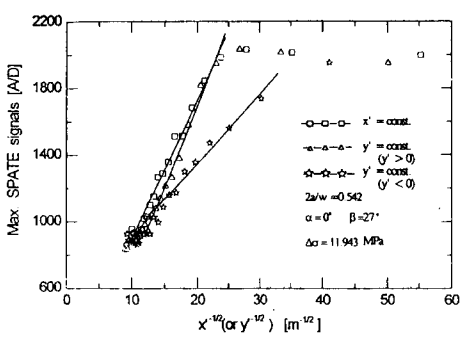


Fig. 12 Relationships between $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ and maximum SPATE signals

가 0°인 경우의 SPATE 시그널의 최대값과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$과의 관계를 나타낸 것이다. Fig. 11에서 보듯이 SPATE 데이터의 최대값과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$과의 관계는 거의 직선을 나타내고 있다. 그러므로 본 연구에서 유도된 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$과의 관계의 개념이 Mode I 하중을 받고 있는 직교이방성체에 있어서도 매우 유효하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 12는 α가 0°이고 β가 27°인 경우의 최대 SPATE 시그널과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$과의 관계를 나타낸 것이다.

Fig. 13는 α가 90°이고 β가 45.5°인 경우의 최대 SPATE 시그널과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$과의 관계를 나타낸 것이다.

Figs. 11, 12, 13 등의 그래프에서 -□-□-□-, -△-△-△-, -☆-☆-☆-등은 각각 x'가 일정한 경우, y'가 일정한 경우($y'>0$) 그리고 y'가 일정한 경우 등의 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$과의 관계를 나타낸 것이다.

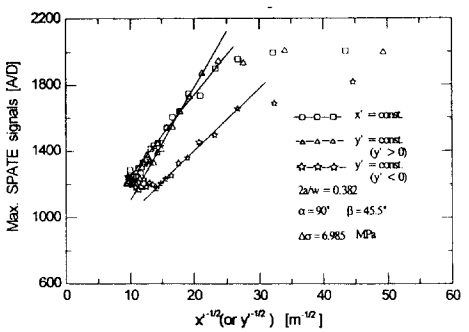


Fig. 13 Relationships between $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$ and maximum SPATE signals

Fig. 11~Fig. 13에서 보듯이 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x_j'}}$과의 직선적인 관계가 성립하는 영역은 크랙첨단에서 약 1.6 mm~10 mm사이이다. 그러므로 SPATE의 최

Table 2 Comparison of photoelastic experimental values (theoretical values) with SPATE experimental values (experimental model material : glass-fiber epoxy composite $(0/90/0_{10}/90/0)$)

Specimen loading conditions		$\frac{K_I}{K_0}$		$\frac{K_{II}}{K_0}$	
		Exp. val. (Photo.)	Exp. val. (SPATE)	Exp. val. (Photo.)	Exp. val. (SPATE)
$\alpha_1=0°$ $\beta=0°$ $\frac{2a}{w}=0.2343$ w=37.643 $d\sigma=12.631$ $\sigma_{mean}=8.559$	Case 1	1.07*	0.9807	0	2.953×10^{-2}
	Case 2	1.07*	0.9807	0	8.643×10^{-2}
	Case 3	None	None	None	None
$\alpha_1=0°$ $\beta=27°$ $\frac{2a}{w}=0.542$ w=37.95 $d\sigma=11.943$ $\sigma_{mean}=7.962$	case 1	0.9379**	0.9236	0.4693**	0.4859
	Case 2	0.9379**	0.9309	0.4693**	0.4707
	Case 3	0.9379**	0.9254	0.4693**	0.4775
$\alpha_1=90°$ $\beta=45.5$ $\frac{2a}{w}=0.382$ w=37.95 $l=305$ $d\sigma=6.985$ $\sigma_{mean}=5.734$	Case 1	0.535**	0.5569	0.55**	0.5882
	Case 2	0.535**	0.5259	0.55**	0.5277
	Case 3	0.535**	0.5299	0.55**	0.5591

Case 1 : x'=const., y'=const. and y'>0, Case 2 : x'=const., y'=const. and y'<0

Case 3 : y'=const., y'>0 and y'<0

W : Width of specimen (mm), 2a : Crack length, β : Slanted angle of crack

α_1 : Angle of fiber direction with loading direction, $d\sigma$: $\sigma_{max}-\sigma_{min}$(MPa), $\sigma_{mean}=(\sigma_{max}+\sigma_{min})/2$(MPa),

* : Theorectical value of Bowie[21]

** : Photoelastic experimental value,[22] Photo : Photoelastic experiment

대값으로 응력확대계수를 구할 수 있는 개념이 성립하는 영역은 약 1.6 mm~10 mm 사이이다.

Fig. 5~Fig. 10에서 구한 S_{dmax}이 발생하는 방향인 θ_f와 Fig. 11~Fig. 13 등의 각 그래프의 기울기를 방정식 (17), (19), (20) 등의 대응되는 식에 대입하면 각 그래프의 세 개의 직선중에 임의의 2식의 연립방정식으로서 응력확대계수를 구한다. 이렇게 구한 응력확대계수는 Table 2에 나타나 있다.

Table 2에서 보듯이 본 연구에서 고안한 SPATE의 최대 시그널로서 구한 응력확대계수는 Mode I이나 혼합모드 그리고 파이버방향에 관계없이 본 연구자가 직교이방성체용 광탄성실험법으로 구한 응력확대계수와 서로 매우 유사함을 알 수 있다. 그러므로 본 연구에서 고안된 SPATE 시그널 최대값으로서 응력확대계수를 구할 수 있는 개념이 직교이방성체 그리고 하중의 조건과 파이버 방향에 관계없이 유효함을 알 수 있다. 그리고 Table 2에서 보듯이 최대 SPATE 시그널로서 응력확대계수를 구할 수 있는 방법에는 3가지 경우가 있다. 이 중에서 어느것을 사용하여도 정확하게 응력확대계수를 구할 수 있다는 것도 알 수 있다.

5. 결 론

위와 같은 이론의 고안과 실험을 통하여 아래와 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) Table 2에서 보듯이 본 연구에서 제안된 SPATE값에 의한 직교이방성체의 응력확대계수 측정법에 대한 개념이 유효하다는 것이 확인되었다.

(2) 응력확대계수의 실험치 측정에 대한 오차는 x(혹은 x')가 일정한 경우 S_{dmax}이 발생되는 방향 $\theta_2(=\theta_T)$와 y(혹은 y')가 일정한 경우 S_{dmax}이 발생되는 방향 $\theta_1(=\theta_L)$ 등의 측정에 대한 오차와 S_{dmax}(SPATE의 최대치)과 $\frac{1}{\sqrt{x_j}}$과의 관계식의 기울기 측정에 대한 오차 등에 의하여 발생된다. 이 중에서도 후자에 대한 오차는 SPATE에 의한 응력확대계수의 실험치 측정에 대한 오차에 가장 큰 영향을 미친다. 그리고 후자의 오차는 주로 크랙첨단의 설정에 대한 오차에 의하여 발생한다.

(3) S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x_j}}$사이의 직선적인 관계식이 거의 완벽하게 성립하는 영역은 크랙 첨단에서 약 1.6 mm~10 mm사이이다.

(4) Table 2에서 보듯이 S_{dmax}과 $\frac{1}{\sqrt{x_j}}$ 등의 기울기 연립방정식으로서 응력확대계수를 구할 수 있는 방법은 3가지 경우가 있다. 이 중에서 어느것을 사용하여도 정확하게 응력확대계수를 구할 수 있다.

참고문헌

(1) Thomson, W. (Lord Kelvin), 1853, "On Dynamic Theory of Heat," *Trans, Roy, Soc, Edinburgh*, Vol. 20, pp. 261~283.

(2) Potter, R. T. and Greavers, L. J., 1987, "The Application of Thermoelastic Stress Analysis Technique to Fiber Composite," *Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, pp. 134~146.

(3) Potter, R. T., 1987, "Stress Analysis in Laminated Fiber Composites by Thermoelastic Emission," *Second International Conf. on Stress Analysis by Thermoelastic Techniques*, pp. 20~1 SA-20-10SA.

(4) Kageyama, K., Ueki, K. and Kikuchi, M., 1988, "Thermolelastic Technique Applied to Stress Analysis of Carbon Fiber Reinforced Composite Materials," *Proc. of the VI International Congress on Experimental Mechanics*, pp. 931~936.

(5) Wong, A. K., 1991, "A Non-adibatic Thermoelastic Theory for Composite Laminates," *Journal Phys. Chem. Solids*, Vol. 52, No. 3) pp. 483-494.

(6) Jones, R., Heller, M., Lombardo, D., Dunn S., Paul, J. and Saunders, D., 1989, "Thermoelastic Assessment of Damage Growth in Composites," *Composite Structures* 12, pp. 291~314.

(7) Bakis Charles E. and Reifsnider Kenneth L., 1986, "Application of Micromechanics in the Thermoelasticity of Laminated Fibrous Composites," Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnical Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 4061-4899 pp. 10~20.

(8) Reifsnider Kenneth L. and Giacco Alexander, 1990, "The Use of Microcrack Analysis in Performance Simulation for Composite Material Systems," *The American Society of Mechanical*

Engineers, AMD-Vol. III, MD-Vol. 22, pp. 19~27.

(9) Lin Shun-Tien, 1993, "Quantitative Thermoelastic Stress Analysis of Orthotropic Composite Structures," Ph D. Prelim. Document, Department of Engineering Mechanics and Astronautics, University of Wisconsin-Madison.

(10) Hawong, J. S., Suh, J. G., Choi, S. H. and Rowlands, R. E. 1994, "Measurement of Stress Intensity Factor of Isotropic Material Using SPATE," *Proceedings of the KSME Fall Annual Meeting '94, The Korean Society of Mechanical Engineers (KSME)*, Vol. 1, pp. 56~62.

(11) Stanley, P. and Chan, W. K., 1986, "Mode II Crack Studies Using the "SPATE" Technique," *Proc. SEM Spring Conference on Experimental Mechanics*, New Orleans, pp. 916~923.

(12) Rukas Stephan R., 1987, "Theoretical Considerations for Determining Stress Intensity Factors via Thermoelastic Stress Analysis," *Second International Conference of Stress Analysis by Thermoelastic Techniques*, pp. 9-1SA~9-12SA.

(13) Leaity, G. P. and Smith, R. A., 1989, "The Use of SPATE to Measure Residual Stress and Fatigue Crack Growth," *Fatigue Fracture Engineering Material Structure*, Vol. 12, No. 4, pp. 271~282.

(14) Stanley, P. and Dulieu J. M.-Smith, 1993, "Progress in the Thermoelastic Evaluation of Mixed-Mode Stress Intensity Factors," *Proceedings of the* 1993 *Society for Experimental Mechanics Conference*, pp. 617~626.

(15) Kageyama, K., Ueki, K. and Kikuchi, M., 1987, "Application of Thermoelastic Stress Analysis to FRP," *Prep. 32th Nat. Conf. FRP*, Tokyo, Japan, pp. 52~57.

(16) Stanly, P. and Chan, W. K., 1985, "Quantative Stress Analysis by Means of Thermoelastic Effect," *J. Strian Analysis*, 20, pp. 129~137.

(17) 황재석, 1995, "SPATE에 의한 복합체의 응력확대계수 측정," 1994년도 교육부 학술연구조성비의 연구보고서(기계공학 : ME94-C-09), pp. 34~40.

(18) Sih, S. G., Paris, G. R. and Irwin, G. R., 1965, "On Cracks in Rectlinearly Anisotropic Bodies," *Inter. Journal of Fracture Mechanics*, pp 189~203.

(19) Hawong, J. S., Shimamoto, A., Takahashi, S. and Choi, S. H., 1990, "A Method of Measuring Physical Properties from Stress Fringe Values," *JSME International Journal, the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 33, No. 4, pp 497~505.

(20) Dulieu J. M.-Smith, 1995, "Alternative Calibration Techiques for Quantitative Thermoelastic Stress Analysis, Strain," February, pp. 9~16.

(21) Bowie, O. L. and Freese, L. E., 1972, "Central Crack in Plane Orthortropic Rectangular Sheet," *International J. of Fracture Mechanics*, Vol. 8, pp. 49~58.

(22) Hawong, J. S., Shimamoto, A., Takahashi, S. and Choi, S. H., 1990, "A Study on the Development of the Composite Material for Photoelastic Experiment (3rd Report Analysis of the Fracture Mechanics of Orthotropic Material by Photoelastic Experiment)," *the Japan Society of Mechanical Engineers* (A), Vol. 56, No. 527, pp. 96~104.