3186 대한기계학회논문집(A) 제 20 권 제 10 호, pp. 3186~3198, 1996

〈논 문〉

μ-합성법에 의한 유연한 조작기의 위치 및 진동제어

박노철* · 양현석** · 박영필**

(1996년 3월 13일 접수)

Position and Vibration Control of a Flexible Manipulator Using μ-Synthesis

No-Cheol Park, Hyun-Seok Yang and Young-Pil Park

Key Words : Pneumatic Artificial Muscle(공압인공근육), Flexible Manipulator(유연한 조작기), Vibration Control(진동제어), μ-Synthesis(μ-합성법), H_∞ Control(H_∞제어), Robust Control (강인제어)

Abstract

When a robot is to have contact with its environment, such as a medi-care robot, it would be advantageous for the robot to have a high compliance. For this reason, a robot having not only a flexible link but also an actuator with compliance, is desirable. This paper is concerned with the position and vibration control of a 1 degree of freedom flexible robot using a pneumatic artificial muscle actuator. The dynamics of the manipulator assumed to be an Euler-Bernoulli beam are derived on the basis of the linear mathematical model. Although this pneumatic artificial muscle actuator has many merits for the compliance robot, it is difficult to make an effective control scheme of this system because of its nonlinearity and uncertainty on the dynamics of the actuator. By designing a controller using μ-synthesis, robust performance against measurement noise, various modeling uncertainties on the dynamics of the servo valve, actuator and manipulator, is achieved. The effectiveness of the proposed control method is illustrated through simulations and experiments.

기 호 설 명

a	: 강체허브의 길이, m
c_o	: 구동기의 점성감쇠계수 Ns/m
EI	: 보(유연한 조작기)의 굽힘강성계수, Nm^2
F, F_a, F_b	: 구동기의 수축력, N
G	: 구동기의 회전강성계수, Nm
h_b	: 보 단면의 두께, m
J, J_o	: 관성질량모멘트, kgm^2
K_P	: 구동기 토크상수, Nm/kPa
K_V	: 서보밸브게인, kPa/volt
L_o	: 기준위치에서의 구동기의 길이, m
l	: 보의 길이, m
m	: 보의 단위길이당 질량, kg/m
P	: 구동기의 내압, kPa
P_o	: 기준위치에서의 구동기의 내압, kPa
r	: 풀리반경, m
T	: 구동기의 수축에 의한 발생토크, Nm
u	: 기준위치를 원점으로 한 공압서보밸브의 제어전압, volt
$w(x, t)$	: 보의 수평방향 변위, m
α, β, γ	: 구동기의 수축력특성식 계수

*회원, 연세대학교 대학원 기계공학과
**회원, 연세대학교 기계공학과

ε : 구동기의 수축률
ε_o : 기준위치에서의 구동기의 수축률
ε_s : 보의 x_s위치에서의 변형률(strain)
δ_{ij} : Kronecker Delta
$\theta(t)$: 강체허브의 회전각, rad
μ : 구조화된 특이치(structured singular value)
ρ : 스펙트럴반경(spectral radius)
$\bar{\sigma}$: 최대 특이치(maximum singular value)
τ_V : 서보밸브의 시정수, s
$\|.\|_\infty$: ∞ norm
$(\cdot)$: 시간에 대한 미분

I. 서 론

로봇몸체를 경량화하면 작은 구동력으로 원하는 운동을 이룰 수 있을 뿐 아니라, 가볍고 연성이 좋은 몸체는 로봇의 안전성을 높이는 데도 이점이 있다. 또한 구동기도 연성이 좋으면서도 큰 구동력을 발휘할 수 있으면 경량의 몸체와 더불어 주변환경과의 접촉, 특히 인간과의 접촉시에도 기존의 로봇이 가질 수 없는 안전성을 확보할 수 있으면서, 작업내용의 다양화를 가져올 수 있다.

이러한 가볍고, 연성이 좋으면서, 큰 출력을 얻을 수 있는 구동기로서 본 연구에서는 공압인공근육(pneumatic artificial muscle)을 사용하고 있는데, 이 구동기에는 비선형성이 있으며, 부하에 대한 영향을 받기 쉽다는 등의 문제를 가지고 있고, 정확한 모델링이 어렵기 때문에, 이를 제어하는 데는 많은 어려움이 있다. Osuka 등[1]은 이 구동기를 이용한 1자유도 조작기(manipulator)에 H_∞제어이론을 적용하여 구동기의 비선형성 등의 모델링 오차에도 어느 정도 강인(robust)한 제어결과를 얻었다. 陳相浩 등[2]은 2자유도 강체조작기의 궤적(trajectory)추종제어에 대하여 각각의 링크에 대한 서보밸브, 구동기 및 조작기 등을 포함한 계를 2차 선형계로 모델링하고 토크계산제어(computed torque control) 및 시간지연을 고려한 최적서보제어를 적용하였다.

한편 유연한 로봇몸체는 운동시 몸체의 탄성으로 인한 진동이 발생하게 된다. 따라서 강체의 경우보다 동특성의 해석 및 제어기의 구현이 어렵게 된다. Book 등[3]은 유연한 조작기제어의 중요성을 지적하였고, 두 개의 보와 관절을 가진 계의 귀환제어법에 대해 연구하였으며, Sakawa 등[4]은 유연한 조작기를 분포정수계(distributed parameter system)로 취급하여 센서출력으로부터의 모드(mode) 추정법과 이에 기초한 제어법에 대해 연구하였다. Yoshida 등[5]은 탄성 회전외팔보의 위치제어문제를 다루면서 탄성구조계의 디지털 최적제어시 스필오버(spillover) 및 샘플링시간(sampling time)이 제어에 미치는 영향들에 대해 연구하였다. 하영균 등[6]은 부하중량 및 강체허브(hub)를 포함한 유연한 조작기의 모델링기법 및 최적제어의 가중치행렬과 스필오버가 제어효과에 미치는 영향에 대해 연구하였고, 하영균 등[7]은 또한 고속운동하는 3자유도 평행구동방식 수직다관절 로봇조작기의 마지막 링크를 유연한 팔로 보고 3차원 운동에 대한 진동해석 및 진동제어실험을 하였다. Matsuno 등[8]은 마지막 링크에 유연한 팔을 가지고 공압인공근육을 구동기로 사용한 2자유도 조작기에 대해 조작기 끝단의 위치 및 진동제어를 사전에 최적궤적을 계산하는 방법으로 행하였다. Hara 등[9]은 직선운동을 하는 유연한 조작기의 위치제어 및 진동억제문제에 H_∞제어기를 적용하여 조작기의 파라미터의 변화에도 강인한 제어결과를 얻었다. Leo 등[10]은 회전하는 유연구조물의 진동억제 및 회전각 제어에 대해 진동제어는 유연구조물내의 능동요소로서 행하고, 위치제어는 μ-합성법(μ-synthesis)을 이용하여 설계한 제어기로써 행하여 모델의 불확실성(uncertainty) 및 측정잡음에 대하여 강인한 제어성능을 얻었다.

본 연구에서는 공압인공근육에 의해 구동되는 1자유도의 유연한 조작기(flexible manipulator)에 대해, 강체허브(hub)의 회전각을 목표위치로 제어하면서 유연한 조작기의 진동을 억제시키는 것을 목적으로 하여, 이를 달성하기 위한 연구를 시뮬레이션과 실험을 통해 행하였다. 서보밸브 및 구동기 등을 포함한 구동계를 선형계로 모델링하였으며, 유연한 조작기는 Euler-Bernoulli보로서 이상화하고, 다시 1차 진동모드만을 고려하여 제어대상 플랜트를 모델링하였다. 따라서 제어대상 플랜트의 모델에는, 서보밸브 및 구동기계의 비선형성과 모델링하지 않은 동특성, 그리고 모델링하지 않은 조작기의 고차 모드로 인한 불확실성이 존재하게 된다. 위의 제어목적을 달성하기 위한 제어기를 적용한 폐루프계에서, 모델의 불확실성 및 계의 출력에

대한 측정잡음에 대해서도 안정성과 제어성능이 강인하게 유지될 수 있도록 μ-합성법을 이용하여 제어기를 설계하였다. 그리고 모델의 타당성과 설계된 제어기의 제어효과를 시뮬레이션 및 실험을 통하여 검증하였다.

2. 이론해석

2.1 계의 모델링

공압인공근육에 의해 구동되는 유연한 조작기 계의 모델은 Fig. 1과 같다.

유연한 조작기는 수평방향의 탄성을 가지고 있는 Euler-Bernoulli보로 가정하였으며, 구동기에 의해 회전하는 강체허브에 중심회전축으로부터 a만큼 떨어져 고정되어 있다. 그림에서 x는 유연한 조작기와 강체허브가 연결되어 있는 점을 원점으로 한 상대회전좌표축을 나타낸다. 유연한 조작기의 지배방정식과 경계조건은 Hamilton의 원리를 이용하여 다음의 식 (1), (2)와 같이 얻을 수 있다.

$$EI\frac{\delta^4 w(x,t)}{\delta x^4}+m\frac{\delta^2 w(x,t)}{\delta t^2}=-m(x+a)\ddot{\theta}(t)$$
$$w(x,t)|_{x=0}=0 \tag{1}$$
$$\frac{\delta w(x,t)}{\delta x}|_{x=0}=0,\quad \frac{\delta^2 w(x,t)}{\delta x^2}|_{x=l}=0$$
$$\frac{\delta^3 w(x,t)}{\delta x^3}|_{x=l}=0 \tag{2}$$

Galerkin의 모드합(mode summation) 방법을 이용하여 식 (1)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$w(x,\ t)=\sum_{j=1}^{N}\phi_j(x)\,q_j(t) \tag{3}$$

여기서, N은 가정한 모드수, $\phi_j(x)$는 경계조건 (2)를 만족하는 규준함수(comparison function), $q_j(t)$는 일반화된 좌표(generalized coordinate)를 각각 나타내며, 규준함수로는 식 (4)와 같은 균일외팔보의 고유함수를 사용한다.

$$\phi_j(x)=\frac{1}{\sqrt{ml}}\left[\cos h\left(\lambda_j\frac{x}{l}\right)-\cos\left(\lambda_i\frac{x}{l}\right)-\sigma_j\left\{\sin h\left(\lambda_j\frac{x}{l}\right)-\sin\left(\lambda_j\frac{x}{l}\right)\right\}\right] \tag{4}$$
$$(j=1,\ \cdots,\ N)$$

여기서,

$$\sigma_j=\frac{\sin h\lambda_j-\sin\lambda_j}{\cos h\lambda_j+\cos\lambda_j},\quad (j=1,\cdots,\ N)$$

이며, λ_j, σ_j의 값은 Table 1과 같다.

λ_j에 대해 균일외팔보의 고유진동수 ω_j는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있으며, 식 (4)의 고유함수는 식 (6), (7)을 만족한다.

$$\omega_j^2=\lambda_j^4\left(\frac{EI}{ml^4}\right)\quad (j=1,\ \cdots,\ N) \tag{5}$$

$$EI\frac{d^4\phi_j(x)}{dx^4}=m\omega_j^2\phi_j(x)\quad (j=1,\ \cdots,\ N) \tag{6}$$

$$\int_0^l m\phi_i(x)\,\phi_j(x)\,dx=\delta_{ij}\quad (i,j=1,\ \cdots,\ N) \tag{7}$$

식 (3)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{N}\left[m\omega_j^2\phi_j(x)\,q_j(t)+m\phi_j(x)\,\ddot{q}_j(t)\right]=-m(x+a)\ddot{\theta}(t) \tag{8}$$

식 (8)의 양변에 $\phi_i(x)$를 내적하고 식 (7)의 관계를 이용하면 다음의 행렬식을 얻을 수 있다.

$$M_B\ddot{\underline{q}}(t)+K_B\underline{q}(t)=\underline{f}\ddot{\theta}(t) \tag{9}$$

여기서, 행렬 M_B, K_B, $\underline{f}$의 요소는 식 (10)과 같다.

$$(M_B)_{ij}=\delta_{ij},$$
$$(K_B)_{ij}=\delta_{ij}\omega_j^2,\quad (i,j=1,\ \cdots,\ N)$$
$$f_i=-\int_0^l m(x+a)\,\phi_i(x)\,dx\quad (i=1,\cdots,\ N) \tag{10}$$

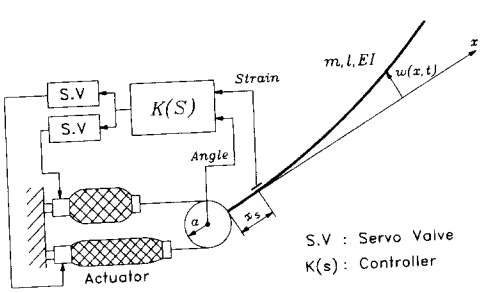

Fig. 1 Flexible manipulator model

Table 1 Values of λ_j and σ_j

j	λ_j	σ_j
1	1.87510407	0.734095514
2	4.69409113	1.018467319
3	7.85475744	0.999224497
4	10.99554073	1.000033553
5	14.13716839	0.999998550

또한 벡터 $\underline{q}(t)$의 요소는 식 (3)의 일반화된 좌표 $q_i(t)$이다.

다음으로, 구동기로 사용된 공압인공근육의 모델링을 수행한다. 공압인공근육의 내압을 P로 하였을 때의 구동기의 수축력은 식 (11)과[14] 같다.

$$F=P(\beta-\alpha\varepsilon)-\gamma \tag{11}$$

Fig. 1의 각각의 구동기에 $P_o+\Delta P$와 $P_o-\Delta P$를 가할 경우의 풀리에서의 발생토크 T는 다음의 식 (12)와 같다. 여기서, P_o는 기준위치에서 평형을 이룰 때의 기준압이고, ΔP는 기준압으로부터의 압력변화량을 나타낸다.

$$\begin{aligned}T&=r(F_a-F_b)\\T&=r[(P_o+\Delta P)\{\beta-\alpha(\varepsilon_o+\Delta\varepsilon)\}\\&\quad-(P_o-\Delta P)\{\beta-\alpha(\varepsilon_o-\Delta\varepsilon)\}]\\T&=2r(\beta-\alpha\varepsilon_o)\Delta P-2r\alpha P_o\Delta\varepsilon\end{aligned} \tag{12}$$

식 (12)에서의 $\Delta\varepsilon$은 ΔP에 의한 수축률의 변화량으로 식 (13)과 같다.

$$\Delta\varepsilon=r\theta/L_o \tag{13}$$

식 (12)를 정리하면 식 (14)를 얻을 수 있다.

$$T=-G\theta+K_P\Delta P \tag{14}$$

여기서, G는 구동기의 회전강성계수로, K_P는 구동기의 토크상수로 정의되며, 식 (12), (13)의 관계를 이용하면 각각 식 (15), (16)으로 나타낼 수 있다.

$$G=2\alpha(r^2/L_o)P_o \tag{15}$$

$$K_P=2r(\beta-\alpha\varepsilon_o) \tag{16}$$

한편, 구동기와 관련된 부분의 운동방정식은 식 (17)과 같이 나타 낼 수 있다.

$$J\ddot{\theta}(t)+c_o\dot{\theta}(t)+\int_0^l m(x+a)\frac{\delta^2w(x,t)}{\delta t^2}dx=T \tag{17}$$

여기서,

$$J=J_o+\int_0^l m(x+a)^2dx$$

이고, J_o는 조작기를 제외하고 강체허브까지를 포함하는 회전 구동기계의 관성질량모멘트이다. 식 (14), (17)을 정리하면 식 (18)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&J\ddot{\theta}(t)+c_o\dot{\theta}(t)+G\theta(t)\\&+\int_0^l m(x+a)\frac{\delta^2w(x,t)}{\delta t^2}dx=K_P\Delta P\end{aligned} \tag{18}$$

압력조절형 공압서보밸브의 출력압력의 변화량 ΔP와 기준지령전압으로부터의 전압변화 u는 식 (19)와 같은 관계를 갖는다고 모델링한다.

$$\tau_V\Delta\dot{P}+\Delta P=K_Vu \tag{19}$$

여기서, 서보밸브의 시정수 τ_V는 실험을 통하여 측정가능하고, 밸브게인 K_V는 설정 가능한 값이다. 식 (18)에 식 (3)을 대입하여 정리하면 다음의 식 (20)을 얻을 수 있다.

$$J\ddot{\theta}(t)+c_o\dot{\theta}(t)+G\theta(t)+\sum_{j=1}^{N}-f_j\ddot{q}_j(t)=K_P\Delta P \tag{20}$$

공압인공근육을 구동기로 하는 유연한 회전 조작기 계의 상태변수벡터를 식 (21)과 같이 정의한다.

$$\underline{x}=\{\underline{q}^T,\ \dot{\underline{q}}^T,\ \theta,\ \dot{\theta},\ \Delta P\}^T \tag{21}$$

식 (9), (19), (20)을 정리하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$M_l\dot{\underline{x}}=A'\underline{x}+\underline{b}'u \tag{22}$$

여기서,

$$M_l=\begin{bmatrix} I_{N\times N} & 0_{N\times N} & 0_{N\times 3} \\ 0_{N\times N} & I_{N\times N} & \begin{matrix}0 & -f_1 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & -f_N & 0\end{matrix} \\ 0_{3\times N} & \begin{matrix}0 & \cdots & 0\\ -f_1/J & \cdots & -f_N/J\\ 0 & \cdots & 0\end{matrix} & I_{3\times 3}\end{bmatrix}$$

$$A'=\begin{bmatrix} 0_{N\times N} & I_{N\times N} & 0_{N\times 3} \\ -\Lambda & 0_{N\times N} & 0_{N\times 3} \\ & & \begin{matrix}0 & 1 & 0\\ -G/J & -c_o/J & K_P/J\\ 0 & 0 & -1/\tau_V\end{matrix} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda=\mathrm{diag}\{\omega_1^2,\ \cdots,\ \omega_N^2\}$$

$$\underline{b}'=\{0_{1\times 2N}\ 0\ 0\ K_V/\tau_V\}^T$$

이다. 계의 출력을 조작기의 고정단으로부터 x_s거리에 있는 지점에서의 변형률(strain)과 강체 허브의 회전각으로 하면 계의 상태방정식과 출력식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\underline{x}}=A\underline{x}+\underline{b}u \tag{23}$$

$$\underline{y}=\{\varepsilon_s\ \theta\}^T=C\underline{x} \tag{24}$$

Table 2 Natural frequency and damping ratio of the nominal plant

Mode	Natural frequency (rad/sec)	Damping ratio
1	9.7109	0.1626
2	76.287	0.0864
3	217.50	0.0394
4	427.55	0.0243

여기서,

$$A=M_I^{-1}A'$$
$$\underline{b}=M_I^{-1}\underline{b}'$$
$$C=\begin{bmatrix}\underline{E}^T & 0_{1\times N} & 0 & 0 & 0\\ 0_{1\times N} & 0_{1\times N} & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$\underline{E}^T=-\frac{h_b}{2}\left\{\left.\frac{d^2\phi_1(x)}{dx^2}\right|_{x=x_s},\cdots,\left.\frac{d^2\phi_N(x)}{dx^2}\right|_{x=x_s}\right\} \tag{25}$$

이다. 위와 같은 상태방정식으로 표시되는 구동기를 포함하는 유연한 조작기계의 처음 4개 모드에 대한 고유진동수와 감쇠율은 Table 2와 같다.

2.2 모델링오차

제어기의 설계와 해석은 식 (3)에서 첫번째 모드만을 고려하여 행한다. 플랜트의 차수는 고려하는 모드수의 두배가 되므로, 고려하는 모드수는 설계된 제어기의 차수의 증가에 큰 영향을 주게 된다. 제어기의 차수가 커지면 그에 따라 샘플링주기도 커지게 되어 결과적으로 제어계의 성능저하 및 안정성 악화를 가져올 수 있을 뿐 아니라, 경우에 따라서는 설계된 제어기의 구현이 불가능해질 수도 있다. 따라서 계의 특성을 기술하거나 이를 바탕으로 제어기를 설계하는데 충실성을 잃지 않는 범위에서 식 (3)의 모드수를 제한하게 된다. 더욱이 본 연구에서와 같이 μ-합성법을 이용하여 제어기를 설계하는 경우, 제어기의 차수는 최소로 하였을 때 플랜트와 같은 정도이고, 대부분의 경우 제어기차수는 플랜트의 거의 두배 정도가 되므로 가능한 한 플랜트의 차수를 줄이는 것은 중요하다고 볼 수 있다. 그러나 고려하지 않은 고차모드로 인해 계의 안정성 및 제어성능에 대한 악영향이 있을 수 있다. 또한 식 (19), (20)의 지배방정식으로 표현된 구동기 회전부의 해석적 모델에는 공압서보밸브의

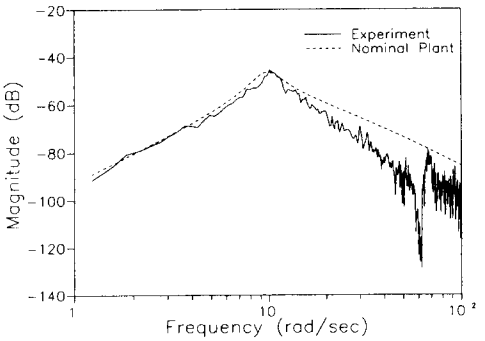

Fig. 2 Frequency response of the transfer function between valve input and strain output

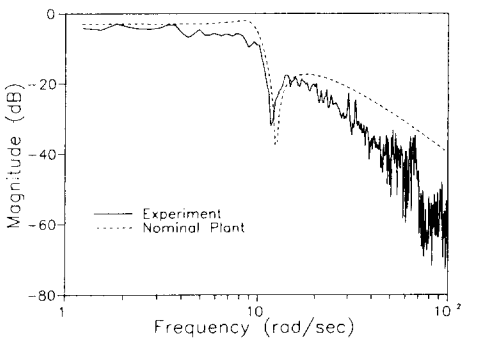

Fig. 3 Frequency response of the transfer function between valve input and angle output

2차 이상의 동특성, 압축공기의 동특성, 구동기의 비선형성, 그리고 마찰의 영향 등이 고려되어 있지 않으며, 각 시스템 구성요소의 파라미터에도 불확실성이 포함되어 있다. 따라서 공칭플랜트와 실제계 사이에는 모델링오차가 존재하게 된다. 이러한 모델링오차의 특성을 파악하고 이를 제어기 설계에 반영해야 실제 계에 대해서도 원하는 제어 목적을 달성할 수 있게 된다.

공압서보밸브에 대한 입력전압과 조작기의 변형률 및 허브의 회전각 사이의 전달함수의 주파수응답을 실험을 통하여 구하고, 시뮬레이션을 통해 얻은 공칭플랜트에 대한 주파수 응답과 비교하여 그 결과를 Figs. 2, 3에 나타내었다. 대체로 응답의 형태는 유사하지만 상대적으로 높은 주파수영역에서는 모델링오차가 비교적 큰 것을 볼 수 있다.

3. 제어기 설계

식 (23)의 상태방정식으로 표현된 공칭플랜트와

실제 계 사이에는 모델의 불확실성이 존재한다. 이러한 불확실성에 대해서도 폐루프계의 안정성을 강인하게 유지하면서, 원하는 제어목적을 강인하게 얻을 수 있도록, 실험을 통하여 주파수 영역에서의 계의 불확실성에 대한 정보를 얻고, μ-합성법을 이용하여 강인제어기(robust controller)를 설계한다.

3.1 강인성능

본 연구에서는 제어대상계의 모델에 불확실성이 존재하여도 강인한 안정성과 제어성능을 얻기 위해 구조화된 특이치(structured singular value)를 사용하여 제어기의 설계 및 분석을 행한다. 이를 위하여 Fig. 4와 같이 제어기 $K(s)$ 및 구조화된 불확실성(structured uncertainty) $\Delta(s)$를 포함한 계에 대해 고려한다.

그림에서 일반화 플랜트 $P(s)$는 Fig. 5와 같으며, 공칭플랜트 $P_m(s)$ 외에 불확실성 가중치함수(uncertainty weighting function) W_{m1}, W_{m2} 및

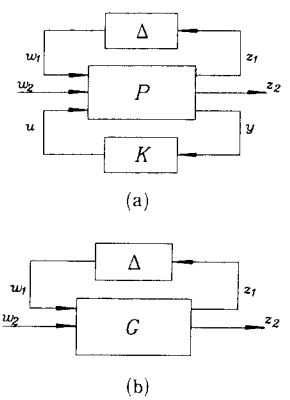

Fig. 4 Block diagram of feedback system with uncertainties

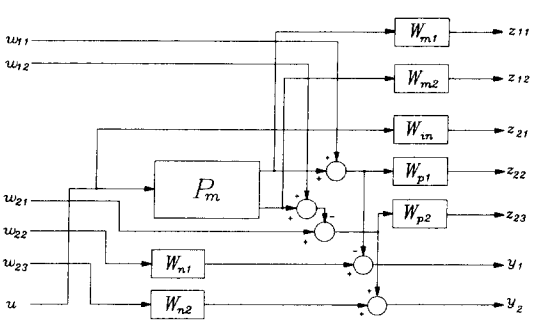

Fig. 5 Block diagram of the generalized plant

성능에 대한 가중치함수 W_{p1}, W_{p2}, W_{in}, W_{r1}, W_{r2} 등을 포함한다.

또한, Fig. 4(b)의 $G(s)$는 일반화 플랜트 $P(s)$와 제어기 $K(s)$를 포함한 폐루프계이고, 그림에서 입력 $\underline{w}_2$와 출력 $\underline{z}_2$사이의 관계는 다음의 식 (26)과 같이 $G(s)$의 $\Delta(s)$에 의한 LFT(linear fractional transformation)로 나타낼 수 있다.

$$\underline{z}_2 = F_u(G,\ \Delta)\ \underline{w}_2 \tag{26}$$

여기서,

$$F_u(G,\ \Delta) = G_{22} + G_{21}\Delta(I - G_{11}\Delta)^{-1}G_{12}$$

이고, $G_{ij}(s)$는 다음과 같이 $G(s)$의 적당한 크기의 부분행렬이다.

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$$

상수행렬 $M \in C^{m\times m}$에 대해, 구조화된 특이치 $\mu_\Delta(M)$은 다음의 식 (27)과 같이 정의된다.

$$\mu_\Delta(M) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta)\ |\ \Delta \in C_d,\ \det(I - \Delta M) = 0\}} \tag{27}$$

단, $\det(I-\Delta M)=0$을 만족하는 Δ가 존재하지 않을 경우는 $\mu_\Delta(M)=0$으로 정의된다. 여기서, 집합 C_d 및 그의 놈유계(norm bounded) 부분집합 BC_d는 다음의 식 (28)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} C_d &= \{\mathrm{diag}(\delta_1 I_{r1},\ \cdots,\ \delta_S I_{rS},\ \Delta_1,\ \cdots,\ \Delta_F) \\ &\qquad |\ \delta_i \in C\ ;\ \Delta_j \in C^{nj\times nj}\} \\ BC_d &= \{\Delta \in C_d\ |\ \bar{\sigma}(\Delta) < 1\} \end{aligned} \tag{28}$$

여기서, $r_1 \cdots r_S$, $n_1 \cdots n_F$, S, F는 양의 정수이고 다음을 만족한다.

$$\sum_{i=1}^{S} r_i + \sum_{j=1}^{F} n_j = m$$

구조화된 특이치는 식 (29)와 같이 상한과 하한을 계산함으로써 그의 근사값(또는 S, F의 조건에 따라서는 정확한 값)을 계산한다.

$$\sup_{Q\in Q_\Delta} \rho(MQ) \le \mu_\Delta(M) \le \inf_{D\in D_\Delta} \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \tag{29}$$

여기서, Q, D는 구조화된 특이치의 크기에는 영향이 없고 상한과 하한에만 영향을 주는 스케일링 행렬이고, 집합 Q_Δ, D_Δ는

$$\begin{aligned} Q_\Delta &= \{Q \in C_d\ |\ Q^*Q = I\} \\ D_\Delta &= \{\mathrm{diag}(D_1,\ \cdots,\ D_S,\ d_1 I_{n1},\ \cdots,\ d_F I_{nF}) \end{aligned}$$

$$|D_i \in C^{r_i \times r_i},\ D_i = D_i^* > 0,\ d_i \in R,\ d_i > 0\}$$

이다. 식 (27)에서와 같이 구조화된 특이치는 상수 행렬 M과 Δ의 구조의 함수이고, Δ의 구조는 주어진 문제에 따라 달라지며, 불확실성의 구조 및 목적하는 제어성능에 따라 결정된다.

설계된 제어기에 대한 폐루프계의 공칭성능(nominal performance), 강인안정성(robust stability), 강인성능(robust performance)은 각각 식 (30), (31), (32)와 같이 Fig. 4의 폐루프계 $G(s)$에 대한 특이치 및 구조화된 특이치를 전 주파수 영역에 걸쳐 점검함으로써 확인할 수 있다.

$$\|G_{22}\|_\infty = \|F_u\{G,\ 0\}\|_\infty \le 1 \tag{30}$$

$$\sup_{x \in R} \mu_\Delta[G_{11}(jw)] \le 1,\ \Delta \in BC_d \cap RH_\infty^{m \times m} \tag{31}$$

$$\sup_{x \in R} \mu_{\Delta_P}[G(jw)] \le 1,\ \Delta_P \in \underline{\Delta}_P \tag{32}$$

여기서, $RH_\infty^{m \times m}$은 크기가 $m \times m$인 proper, 안정한 실계수전달함수의 집합을 의미하며, 집합 $\underline{\Delta}_P$는 식 (33)과 같다.

$$\underline{\Delta}_P = \{\mathrm{diag}(\Delta,\ \Delta_F)\,|\,\Delta \in BC_d \cap RH_\infty^{m \times m},\ \Delta_F \in RH_\infty^{n_{w2} \times n_{z2}},\ \|\Delta_F\|_\infty < 1\} \tag{33}$$

식 (33)에서 n_{w2}, n_{z2}는 각각 Fig. 4의 w_2, z_2의 차수이고, Δ_F는 목적하는 제어성능에 따라 결정되는 추가의 가상적인 불확실성이다. 강인성능은 계에 불확실성이 존재하여도, 폐루프계의 안정성이 유지됨은 물론, 제어성능의 저하도 주어진 제한 이내로 유지된다는 것을 의미하며 다음의 식 (34)가 성립하는 것과 같은 의미이다.

$$\begin{cases} F_u(G,\ \Delta) & \text{is stable} \\ \|F_u(G,\ \Delta)\|_\infty \le & 1 \end{cases} \quad \Delta \in BC_d \cap RH_\infty^{m \times m} \tag{34}$$

즉, 위의 식 (34)는 식 (32)가 성립하는 것과 같은 의미이다.

3.2 모델의 불확실성

본 연구에서는 모델의 불확실성을 Fig. 5와 같이 공칭플랜트 P_m의 출력단에서의 곱셈형 불확실성(multiplicative uncertainty)으로 가정한다. 불확실성을 포함한 실제 계의 집합 $\tilde{P}$는 다음의 식 (35)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{P} = \{(I + \Delta W_m) P_m\,|\,\Delta \text{ is stable},\ \|\Delta\|_\infty < 1\} \tag{35}$$

강인한 제어기의 설계는 $\tilde{P}$에 속하는 어떠한 플랜트에 대해서도 적용가능한 제어기를 설계하는 것을 의미한다. 식 (35)에서 정규화된 미지의 전달함수 Δ는 모델의 불확실성을 의미하며, 불확실성 가중치 W_m은 주파수영역에서의 불확실성의 정도(level of uncertainty)를 각각 나타낸다. 본 연구에서는 불확실성의 구조를 다음의 식 (36)과 같이 설정하였다.

$$\Delta = \mathrm{diag}[\Delta_1,\ \Delta_2] \tag{36}$$

여기서, Δ_1, Δ_2는 각각 조작기의 변형률 및 강체 허브 회전각 출력 단에서의 정규화된 곱셈형 불확실성을 나타낸다. 식 (36)의 구조는 2 개의 출력단에서의 불확실성은 서로 독립적이라는 가정을 내포한다. 불확실성의 구조를 하나의 완전한 행렬(full matrix)로 설정할 경우, 제어기 설계가 지나치게 신중하게(conservative)되어, 얻을 수 있는 제어성능이 만족스럽지 못할 수 있기 때문에 식 (36)의 구조로 설정하였다. 식 (35)의 불확실성 가중치 W_m은 다음의 식 (37)과 같이 나타낸다.

$$W_m(s) = \mathrm{diag}[W_{m1}(s),\ W_{m2}(s)] \tag{37}$$

위 식에서 W_{m1}, W_{m2}는 각각 조작기 변형률 및 허브 회전각 출력에 대한 불확실성 가중치로, 식 (38)같이 Figs. 2, 3에서의 공칭 플랜트의 주파수응답 $P_m(jw)$과 실험을 통하여 얻은 주파수응답 $P_{\exp}(jw)$와의 차이를 이용하여 계산한 곱셈형 모델링 오차 e_M을 고려하여 식 (39), (40)과 같이 선정하였다.

$$e_M(w) = \left|\frac{P_{\exp}(jw) - P_m(jw)}{P_m(jw)}\right|,\quad w \in R \tag{38}$$

$$W_{m1}(s) = \frac{0.3(s/7+1)}{(s/1000+1)} \tag{39}$$

$$W_{m2}(s) = \frac{0.2(s/3+1)}{(s/1000+1)} \tag{40}$$

Figs. 6, 7에 각 출력 단에 대한 곱셈형 모델링오차와 불확실성 가중치를 나타내었다.

그림에서 실선은 곱셈형 모델링오차를 점선은 불확실성 가중치를 각각 나타낸다. 보통 불확실성 가중치는 Fig. 6과 같이 모든 주파수에서 모델링오차의 크기보다 크도록 선정하는데, Fig. 7의 경우 허브 회전각 출력에 대한 모델링오차의 피크 값이 일부 주파수에서 불확실성 가중치의 크기보다 큰 것을 볼 수 있다. 제어성능의 관점에서는 가능한 넓은 주파수대역에서 불확실성 가중치의 크기를 작게 설정하는 것이 좋으며, 특히 낮은 주파수영역에서

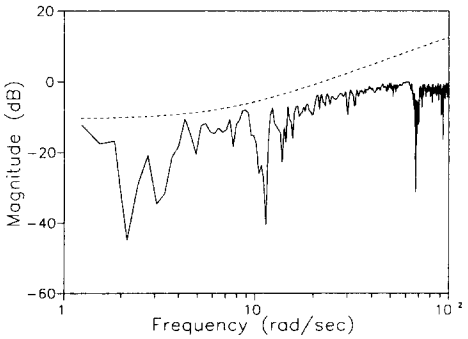

Fig. 6 Multiplicative modeling error and uncertainty weight.(strain output)

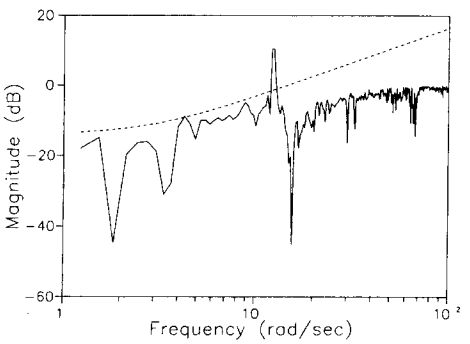

Fig. 7 Multiplicative modeling error and uncertainty weight.(angle output)

의 불확실성 가중치의 크기는 제어계의 성능에 큰 영향을 미치게 된다. 낮은 주파수영역에서 불확실성 가중치의 크기를 작게 하면서, Fig. 7에서와 같은 비교적 낮은 주파수에서의 모델링오차의 피크를 불확실성 가중치에 포함시키기 위해서는, 좁은 주파수영역에서 크기가 급격히 증가하도록 차수가 매우 높은 가중치함수를 설정해야 한다. 그러나 이 경우 제어기의 차수가 매우 커지게 된다. 따라서 본 연구에서는 불확실성 가중치를 변화시켜 가며, 제어기 설계 및 실험을 반복적으로 수행함으로써, 강인제어성능이 유지되는 범위에서, Fig. 7과 같이 낮은 주파수영역에서 크기가 작으면서 차수도 작은 불확실성 가중치함수를 선정하였다.

3.3 제어기의 설계

Fig. 5의 W_{p1}, W_{p2}는 제어성능에 대한 가중치함수를 나타낸다. W_{p1}은 조작기의 진동억제성능에 대한 가중치함수이고, W_{p2}은 강체허브의 회전각 추종성능에 대한 가중치함수로 다음의 식 (41), (42)와 같이 선정한다.

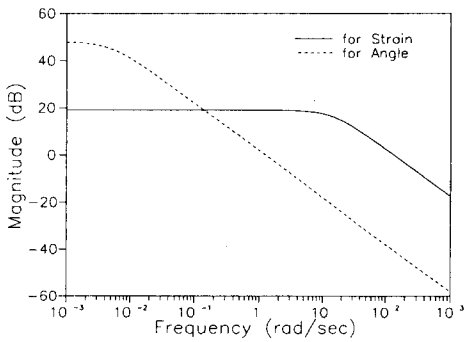

Fig. 8 Magnitude plots of performance weighting functions

$$W_{p1}(s)=\frac{9}{(s/15+1)} \tag{41}$$

$$W_{p2}(s)=\frac{250}{(s/0.005+1)} \tag{42}$$

Fig. 8에 제어성능에 대한 가중치함수의 주파수영역에서의 크기를 나타내었다.

W_{p1}은 1차 모드까지 제어하기 위해 해당 모드의 고유진동수까지는 일정한 크기를 유지하다가 이 후의 주파수에서는 고주파영역에서의 불확실성에 대한 감도를 줄이기 위해 크기가 감소하는 형태의 함수를 사용하였다. W_{p2}는 허브 회전각의 정상상태 오차를 개선하기 위해 적분요소를 갖는 형태의 함수를 선정하였다. 본 논문에서는 순수한 적분형태가 아니라 식 (42)와 같이 매우 작은 주파수에서 극을 갖는 함수를 사용하였다. Fig. 5에서 W_{in}은 제어입력에 대한 가중치함수로 D/A변환기, 서보밸브, 구동기등이 포화되지 않고 선형적으로 동작할 수 있도록 제어입력의 크기를 제한하기 위해 사용된다. 본 연구에서는 상수값 1×10^{-3}으로 설정하였는데, 이와 같이 가장 간단한 형태의 함수를 사용함으로써 설계된 제어기의 차수를 가능한 적게 하였다. 또한 W_{n1}, W_{n2}는 각각 조작기 변형률과 허브 회전각 측정잡음에 관련된 가중치함수로, 이들 잡음의 영향을 줄이기 위해 사용하였다. 본 연구에서는 스트레인게이지 증폭기의 잡음레벨, A/D변환기 및 카운터의 변환오차 등을 고려하여 각각을 5×10^{-4}으로 하였다.

제어성능 가중치의 구조를 3×3의 크기를 가진 하나의 완전한 블록구조로 하면 강인성능에 대한 불확실성의 구조는 다음의 식 (43)과 같다.

$$\Delta_P=\begin{bmatrix}\Delta_{1(1\times1)} & & \\ & \Delta_{2(1\times1)} & \\ & & \Delta_{F(3\times3)}\end{bmatrix} \tag{43}$$

여기서, Δ_1, Δ_2는 모델의 불확실성이고, Δ_F는 제어성능에 관한 가상의 불확실성이다.

Fig. 5의 일반화 플랜트에 대해 식 (32)의 강인성능조건을 만족하는 제어기 K는 D-K 반복(D-K iteration)과정에 의해 계산한다. 본 연구의 경우 첫번째 반복과정의 결과, 즉 첫번째 D스케일링 행렬을 일반화 플랜트에 $D(s)P(s)D^{-1}(s)$와 같이 곱하여 얻은 새로운 플랜트에 대한 H_∞제어기로서 식 (32)의 조건을 만족시킬 수 있었다. 계산된 제어기 K는 식 (44)와 같으며, 식 (45)와 같은 관계를 가진다.

$$K(s)=\frac{1}{k_d(s)}\begin{Bmatrix}k_{n1}(s)\\ k_{n2}(s)\end{Bmatrix} \tag{44}$$

$$U(s)=K(s)\begin{Bmatrix}Y_1(s)\\ Y_2(s)\end{Bmatrix} \tag{45}$$

여기서,

$$k_d(s)=s^{13}+4010s^{12}+7.01\times10^6s^{11}+6.66\times10^9s^{10}+2.75\times10^{12}s^9+8.46\times10^{13}s^8+1.34\times10^{15}s^7+1.61\times10^{16}s^6+1.14\times10^{17}s^5+3.90\times10^{17}s^4+5.33\times10^{17}s^3+1.55\times10^{17}s^2+8.58\times10^{14}s+4.80\times10^{11}$$

$$k_{n1}(s)=842s^{12}+1.96\times10^6s^{11}+1.40\times10^9s^{10}+2.97\times10^{11}s^9+1.09\times10^{13}s^8+1.65\times10^{14}s^7+1.55\times10^{15}s^6+1.02\times10^{16}s^5+2.07\times10^{16}s^4-8.57\times10^{16}s^3-4.10\times10^{17}s^2-4.47\times10^{17}s-2.83\times10^{14}$$

$$k_{n2}(s)=1160s^{12}+2.72\times10^6s^{11}+1.98\times10^9s^{10}+4.41\times10^{11}s^9+2.18\times10^{13}s^8+4.85\times10^{14}s^7+6.34\times10^{15}s^6+5.78\times10^{16}s^5+3.58\times10^{17}s^4+1.17\times10^{18}s^3+1.58\times10^{18}s^2+4.54\times10^{17}s+2.86\times10^{14}$$

이고, $U(s)$, $Y_1(s)$, $Y_2(s)$는 각각 Fig. 5에서의 $u(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$의 라플라스변환을 나타낸다. Fig. 9에 강인성능에 대한 구조화된 특이치를 각각의 주파수에 대해 나타내었다.

그림에서 실선과 점선은 각각 구조화된 특이치의 상한과 하한을 나타내는데, 두 값이 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한 구조화된 특이치의 상한이 1 보다 작은 것을 볼 수 있어 식 (32)의 조건을 만족하는 것을 확인할 수 있다.

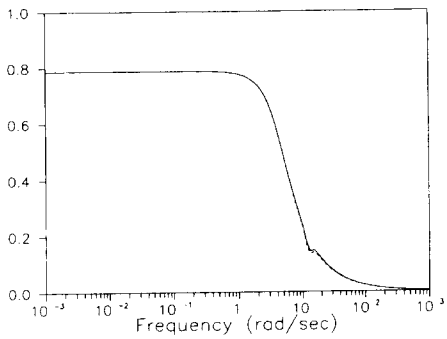

Fig. 9 μ-plot for robust performance

4. 실험결과

4.1 실험장치

실험장치의 구성도를 Fig. 10에 나타내었다. 회전조작기의 허브(hub)가 직결되어 있는 타이밍 벨트 풀리는 1쌍의 공압인공근육에 의해 회전되며, 공압인공근육 내부의 공기압은 1쌍의 공압서보밸브에 의해 각각 독립적으로 0~5 kgf/cm^2 사이에서 조절된다. 조작기는 각 구동기에 같은 기준압 P_0를 공급하면 기준위치에 있게 되고, 어느 한 구동기에 차압 ΔP를 더하고 다른 구동기에서 같은 양의 차압을 빼주면 압력이 증가된 구동기쪽으로 차압에 비례한 각도로 회전하게 된다.

타이밍벨트를 통해 조작기축과 연동된 로터리엔코더(rotary encoder)로 측정된 조작기의 회전각은 카운터(counter)에서 계수되어 PC로 입력된다. 이때 회전각 측정 해상도는 7.85×10^{-4} rad이다. 조작기의 변형률은 스트레인게이지로 측정하고 12 bit 해상도의 A/D변환기를 통하여 PC에 입력한다. 식 (44)에 나타낸 것과 같은 μ-합성법을 이용

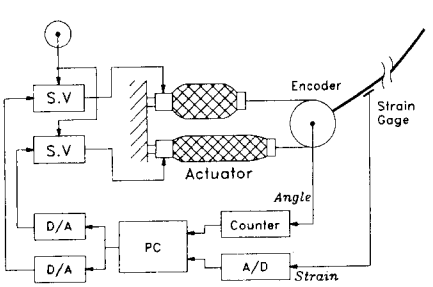

Fig. 10 Schematic diagram of the experimental set-up

Table 3 Parameters of the system

Manipulator	Length	l	1.1	m
	Width		0.03	m
	Thickness	h	0.003	m
	Mass per unit length	m	0.2357	kg/m
	Bending stiffness	EI	4.298	Nm^2
	Length of hub	a	0.05	m
Actuator	Actuator coefficients	α	20	
		β	5.6	
		γ	230	
	Radius of pulley	r	0.025	m
	Initial reduction ratio	ε_o	0.09	
	Initial pressure	P_o	200	kPa
	Initial length	L_o	0.25	m
	Damping coefficient	c_o	1.8	Ns/m
Servo valve	Gain	K_V	75	kPA/volt
	Time constant	τ_V	0.08	s

하여 설계된 13차의 2 입력, 1출력의 제어기는 5 ms의 샘플링주기(sampling period)로 이산화시켜 13차의 차분방정식 형태로 변환시킨 후 PC에 구현하였다. PC에서는 매 샘플링주기마다 조작기회전각 및 변형률의 측정과 제어법칙(control law)의 계산이 수행된다. 이 제어법칙은 각 구동기에 대한 차압지령으로 변환된 후 2개의 12bit 해상도의 D/A변환기를 통해 1쌍의 공압서보밸브에 각각 인가된다. Table 3에 실험장치의 파라미터를 나타내었다.

4.2 실험결과 및 고찰

0.5 rad의 스텝입력에 대한 응답의 시뮬레이션 및 실험결과를 Figs. 11, 12, 13에 나타내었다.

조작기의 변형률은 Fig. 11과 같으며 그림에서 실선은 시뮬레이션결과를, 파선은 실험결과를 각각 나타낸다. 또한 Fig. 12는 강체허브의 회전각을, Fig. 13은 제어입력의 크기를 각각 나타낸다. 구동기계의 마찰, 압축공기의 유동 및 압력의 동적 특성을 모델링하지 않았기 때문에 실험과 시뮬레이션 사이에 어느 정도의 차이가 있음을 볼 수 있으나, 대체로 부합된다고 판단할 수 있다. 또한 제안된 제어기를 적용하여 목표회전각으로 정상상태오차 없이 회전하고, 유연한 조작기의 진동발생을 효과적으로 억제하는 제어 목표를 달성할 수 있었음을 확인할 수 있다. 계의 제어입력의 선형한도인 ±2.5 v 이내의 입력으로써 제어가 가능하고, 초기의 과도상태에서는 제어입력에 대한 실험과 시뮬레이션결과가 일치하는 것을 알 수 있다. 그러나 정

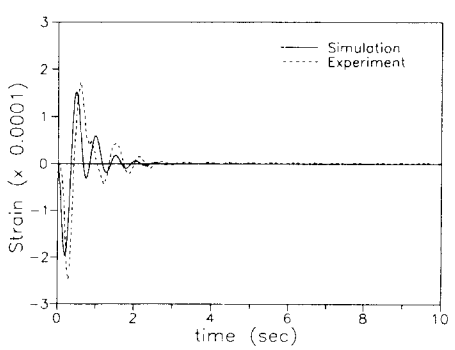

Fig. 11 Simulation and experimental result.(strain output)

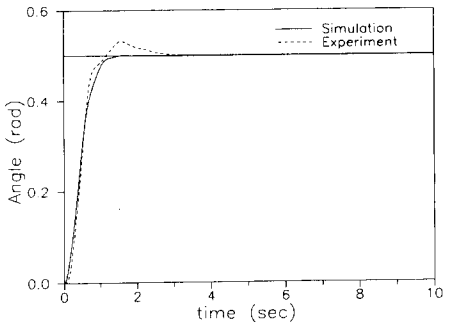

Fig. 12 Simulation and experimental result.(angle output)

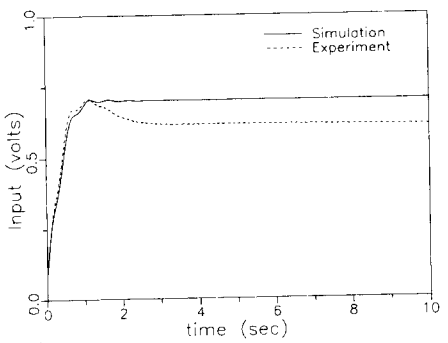

Fig. 13 Simulation and experimental result.(control input)

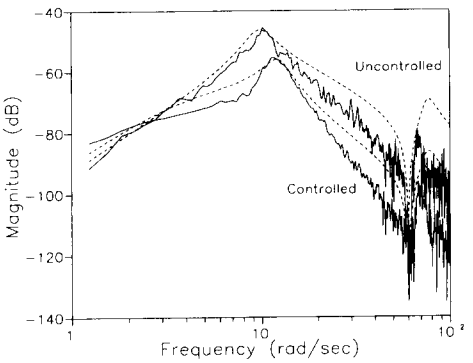

Fig. 14 Closed-loop and open-loop frequency responses.(solid-experiment, dotted-simulation)

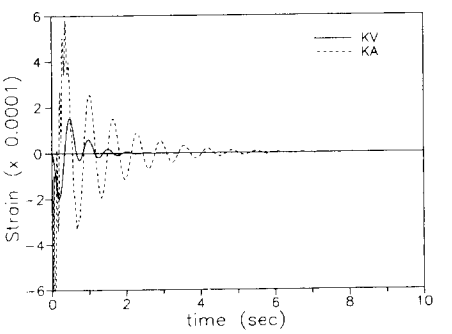

Fig. 15 Strain output of the system with controller KV and KA.(Simulation)

상상태의 제어입력의 크기에서 실험과 시뮬레이션 사이에 차이가 있는 것을 볼 수 있다. 이는 구동기의 수축력 특성에 관한 계수를 실험적 보정없이 제공된 규격(specification)그대로 사용하였는데 이 값이 실제와는 차이가 있어 입력과 조작기회전각 사이의 개루프 전달함수의 직류게인(DC gain)이 실제와는 다르기 때문으로 판단된다. Fig. 14에서 조작기 변형률 출력에 대한 개루프 및 설계된 제어기를 사용한 폐루프 전달함수의 주파수응답을 비교하였다.

그림에서 실선은 실험결과를, 점선은 시뮬레이션 결과를 각각 나타낸다. 또한 진동레벨이 큰 것이 개루프계의 응답이고, 상대적으로 작은 것이 폐루프계의 응답이다. 매우 낮은 주파수를 제외하고는 위 제어기를 적용함으로써 실험을 통하여 검증한 전체 주파수영역에서 조작기진동에 대한 감쇠효과가 나타남으로써 진동레벨을 전 주파수에 걸쳐 감소시킬 수 있음을 확인하였다. 실험과 시뮬레이션을 통하여 모델의 불확실성에 대해 계의 안정성이 유지됨을 확인하였고, 진동억제 및 회전각에 대한 제어성능의 저하가 크지 않음을 볼 수 있어 모델링 오차에 대해 제어성능 또한 강인하게 유지됨을 알 수 있었다.

식 (44), (45)에서 표현된 조작기의 진동을 고려하여 설계한 제어기를 KV로 정의하고, 이러한 제어기 KV의 효용성을 검증하기 위해, 조작기를 강체로 간주하여 구성한 공칭플랜트 P_{ma}에 대해 회전각만을 제어하도록 제어기 KA를 설계하여, 두 제어기의 제어효과를 시뮬레이션을 통해 비교하였다. KA는 μ-합성법을 이용하여 진동을 고려하지 않았을 경우, 강인제어성능조건을 충분히 만족하도록 설계하였으며, 이때의 가중치함수는 KV의 설계에 사용한 것을 이용하였다. KA 및 KV를 Fig. 5의 공칭플랜트 P_m을 4차 모드까지 확장한 계에 구현하여 폐루프계를 구성하고, 각각의 스텝응답과 주파수응답을 시뮬레이션을 통해 구하여 그 결과를

Figs. 15, 16, 17에 도시하였다.

그림에서 제어기 KA의 경우 매우 큰 조작기의 진동을 유발할 뿐 아니라 이를 효과적으로 억제할 수 없다는 것을 확인할 수 있었고, 이로 인하여 조작기 허브의 회전각에 대한 제어성능에도 악 영향이 있다는 것을 볼 수 있었다. 특히 Fig. 17의 주파수응답에서도 알 수 있듯이 KV는 제어기 설계에 고려하지 않은 2차 이상의 모드의 영향을 거의 받지 않지만, KA의 경우는 고차모드에 의한 스필오버량을 줄이지 못한다는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 18에 제어기 KA를 Fig. 5에서의 플랜트 P_m에 구현했을 경우의 강인제어성능에 대한 구조화된 특이치를 주파수영역에서 도시하였다. 그림에서도 강인제어성능을 만족하지 않는다는 것을 확인할 수 있었다.

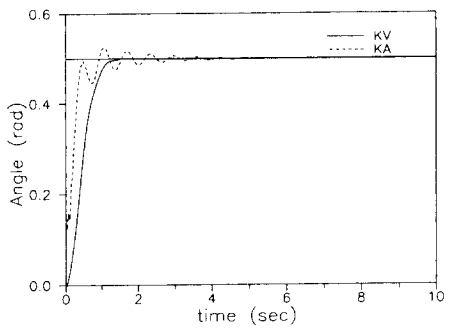

Fig. 16 Angle output of the system with controller KV and KA.(Simulation)

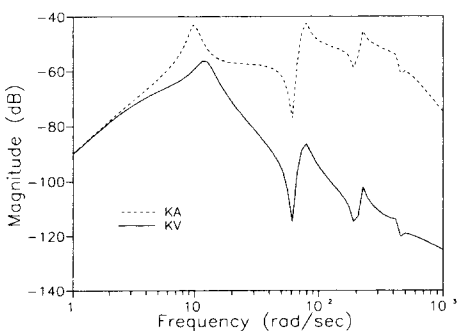

Fig. 17 Closed-loop frequency response of the system with controller KV and KA.(Simulation, Strain output)

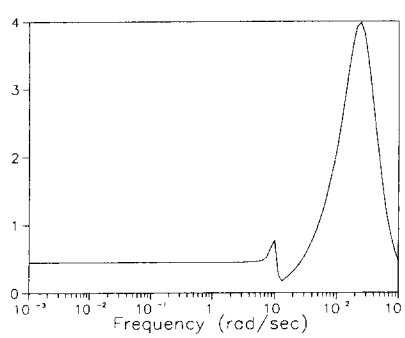

Fig. 18 μ-plot for robust performance of KA

5. 결 론

공압인공근육에 의해 구동되는 1자유도의 유연한 조작기계에 대하여, 유연한 조작기는 회전하는 Euler-Bernoulli 외팔보로서 이상화하고, 서보밸브 및 구동기계에 대해서는 선형 근사모델을 설정하여, 전체 계에 대한 수학적 모델을 구하였다. 서보밸브 및 구동기계의 비선형성과 모델링하지 않은 동특성, 모델링하지 않은 조작기의 고차모드의 영향 등으로 인한 모델의 불확실성에 대해서도 계의 안정성과 제어성능이 강인하게 유지될 수 있도록 μ-합성법을 이용하여 제어기를 설계하고, 이를 이용하여 강체허브의 회전각을 목표위치로 제어하면서 유연한 조작기의 진동을 억제시키기 위한 연구를 실험과 시뮬레이션을 통해 행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 시뮬레이션과 실험결과가 잘 일치함을 보임으로써 공압인공근육을 이용한 유연한 회전조작기의 위치 및 진동제어에 대한 모델링기법, μ-합성법의 응용기법의 타당성을 입증하였다.

(2) 본 연구의 대상계와 같이 모델의 불확실성이 존재하는 경우 이를 체계적으로 반영하여 원하는 제어효과를 얻기 위해 μ-합성법을 적용함으로써, 이러한 불확실성에 대해서도 계의 안정성과 제어성능이 강인하게 유지되어, 실제 계에 대해서도 유연한 회전 조작기의 위치 및 진동제어가 잘 수행됨을 확인하였다.

(3) 유연한 조작기의 1차 모드만을 고려하여도, 제안된 제어기를 적용하여 모델링하지 않은 고차모드의 영향없이 효과적으로 제어목적을 달성할 수 있다.

후 기

본 연구는 1995년도 교육부 학술연구조성비 (기계공학 : ME95-D-11)에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

(1) Osuka, K., Kimura, T. and Ono, T., 1990, ラバチュエ-タのH∞制御, ロボティクス. メカトロニクス講演會'90講演論文集, 900-30, pp. 167～170.

(2) 陳相浩, Watanabe, K., 中村政俊, 1993, ゴム人工筋2リンクマニピュレ-タの線形軌道追從制御, 日本機械學會論文集(C編), 59-565, pp. 2745～2752.

(3) Book, W. J., Maizza-Neto, O. and Whitney, D. E., 1975, "Feedback Control of Two Beam, Two Joint Systems with Distributed flexibility," *Transactions of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp 424～431.

(4) Sakawa, Y. and Matsuno, F., 1986, フレキシブル. アームのモデリンダと制御, 計測と制御, Vol. 25, No. 1, pp. 64～70.

(5) Yoshida, K., Shimogo, T. and Murano, K., 1986, 彈性構造係のディジタル最適制御 (彈性回轉アームの位置決め制御), 日本機械學會論文集(C編), 52～484, pp. 3073～3081.

(6) 하영균, 김승호, 이상조, 박영필, 1987, "유연한 로봇 조작기의 최적 귀환제어," 대한기계학회논문집, 제11권, 제3호, pp. 923～934.

(7) 하영균, 박영필, 1993, "유연한 3자유도 로봇팔 진동의 능동제어(I)," 대한기계학회논문집, 제17권, 제3호, pp. 548～558.

(8) Matsuno, F., Sakabe, N. and Ikeda, M., 1994, "Task Understanding and Optimal Strategies for Handling Flexible Beams by Using N-Link Manipulators," *International Conference on Intelligent Robots and Systems* '94, pp. 941～948.

(9) Hara, S., Yoshida, K. and Inose, J., 1994, 柔軟構造物の H∞ロバストサ-ボ位置決め制御, 日本機械學會論文集(C編), 60-576, pp. 2772～2777.

(10) Leo, D.J. and Inman, D.J., 1994, "Pointing Control and Vibration Suppression of a Slewing Flexible Frame," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 17, No. 3, pp. 529～536.

(11) Maciejowski, J. M. 1991, *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley.

(12) Chiang, R. Y. and Safonov, M. G., 1988, *Robust Control Toolbox*, The Math Works Inc.

(13) Balas, G. J., Doyle, J. C., Glover, K., Packard, A. and Smith, R., 1991, *μ-Analysis and Synthesis Toolbox*, The Math Works Inc.

(14) ラバチュエ-タ技術資料, 1987, Bridgestone (日).