

〈논 문〉

마찰열에 의한 반무한체 표면균열의 전파특성

박준목* · 이은호** · 김재호*** · 김석삼***

(1996년 1월 19일 접수)

Propagation Characteristics of a Surface Crack on a Semi-Infinite Body Due to Frictional Heating

Jun-Mork Park, Eun-Ho Lee, Chae-Ho Kim and Seock-Sam Kim

Key Words: Thermal Stress(열응력), Frictional Heat(마찰열), Surface Crack(표면균열), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Semi-Infinite Elastic Body(반무한 탄성체)

Abstract

In this paper, to examine the propagation of inclined surface crack due to frictional heating, analytic model is considered as the semi-infinite elastic body subjected to the thermo-mechanical loading of an asperity moving with a high speed. Considering the moving of frictional heat source and convection on a semi-infinite surface having inclined crack, theoretical analysis was carried out to estimate the propagation characteristics of thermo-mechanical crack. Numerical results showed that stress intensity factor $K_{II}/P_o\sqrt{c}$ is increasing with increasing velocity and frictional coefficient, inclined degree, decreasing crack length and the maximum value of it is positioned at the trailing edge. So it is shown that the propagation probability of surface crack is high at the trailing edge of contact area as increasing velocity and frictional coefficient, inclined degree, as decreasing crack length.

기 호 설 명

c	: 접촉폭의 반	Pe	: Peclet수, $\frac{Vc}{k}$
G_o	: 전단변형률	P_o	: 접촉압력분포의 최대값
h	: 열전달계수	$P(x_1)$: 접촉압력분포
H	: 무차원수, $\frac{hc}{K}$	$Q(x_1)$: 마찰열
k	: 열확산계수	s	: Fourier transform operator
K	: 열전도계수	t	: 시간
$K_{II}/P_o\sqrt{c}, K_{III}/P_o\sqrt{c}$: 무차원 응력확대계수	T	: 온도
l	: 무차원 균열길이, $\frac{l_1}{c}$	$T(x_1)$: 마찰력
l_1	: 균열의 길이	V	: 접촉하중의 이동속도
		x'	: 무차원 거리 $\left(\frac{x'}{c}\right)$
		x'_1	: 균열의 입에서 접촉압력중심까지의 거리
		a_i	: 열팽창계수
		α	: 전위밀도
		$\alpha(\eta)$: 전위밀도함수

*회원, 경북대학교 대학원 기계공학부

**회원, 대우기전공업주식회사 기술연구소

***회원, 경북대학교 기계공학부

- β : 균열이 표면과 이루는 각
- μ : 마찰계수
- ϕ : 무차원수, $\frac{TK}{Qc}$
- $\phi(x, y)$: 2차원 온도장
- ν : 푸아송비
- (ξ, ζ) : 균열면의 좌표
- σ_{ij}^0 : 균열면의 응력
- σ_{ij}^o : 표면의 열응력
- σ_{ij}^t : 균열면의 기계적 응력

1. 서 론

물체가 서로 접촉하여 상대운동을 할 경우에 두 물체 표면에는 접촉마찰에 의해 마찰열이 발생하며 이러한 마찰열은 Hertz contact의 접촉하중에 의한 응력과 함께 기계요소에 치명적인 결함, 즉 부재의 약화, 변형, 심한 마모, 파괴 등을 일으킨다. 특히 순간적인 과도한 마찰력과 이에 의한 마찰열의 유입으로 부재 내부에 제조중 포함된 미세크랙 또는 제조과정중 크랙이 없는 완전한 부재라 하더라도 집중하중에 의한 표면아래의 인장응력과 열충격(thermal shock)으로 thermo-mechanical crack이 발생되며 이들 크랙은 반복되는 하중과 마찰열에 의해 성장하게 된다.

이러한 마찰력을 고려하여 Hamilton⁽¹⁾은 접촉하중을 받는 고체표면하의 응력과 마찰계수의 영향에 관하여, Suh^(2,3)는 Delamination이론을 발표하여 접촉압력을 받는 표면하의 수평균열의 발생과 성장에 관하여 연구를 수행하였으며, Keer 등⁽⁴⁾은 반무한 탄성체에서 헤르츠 압력에 의한 2차원 표면균열의 전파거동을 다루었다. Murakami,⁽⁵⁾ Kaneta,⁽⁶⁻⁸⁾ 김 등⁽⁹⁾은 경사진 미소균열이 존재하는 반무한체 위를 헤르츠 압력분포가 이동할 때 그 균열선단의 응력확대계수를 해석하여 종동축에 pitting이 발생하기 쉬운 이유를 설명하고 있다. 그러나 고체표면간의 미끄럼접촉에 있어 접촉하중과 마찰계수에 의한 마찰력뿐만 아니라 마찰에 의해 발생하는 마찰열이 고체표면으로 유입되므로 인해 크랙의 생성 또는 고체표면에 존재할 수 있는 미세 크랙의 성장을 촉진할 수 있다. 이러한 thermo-mechanical crack의 발생과 전파에 관한 연구로는 Mow 등⁽¹⁰⁾이 탄성체 표면에서의 열응력을 구하였으며, 또 Ju⁽¹¹⁻¹³⁾ 등은 bearing seal의 접촉

점에서의 크랙발생에 대한 여러 영향을 연구하였다.

Goshima 등⁽¹⁴⁾은 손상된 탄성체와 회전강체 사이의 열탄성 접촉에 대해 연구하였으며, Limpert⁽¹⁵⁾는 주철제 로터의 표면파괴를 가져오는 열적인 조건에 대해 조사하였다. 또 Watson 등⁽¹⁶⁾은 브레이크드럼에서의 온도분포에 대해 이론해석을 실시하였다. 그러나 균열이 존재하는 고체표면 위에 마찰열원의 이동에 따른 접촉부분의 응력변화에 의한 균열의 발생과 성장에 관한 연구보고는 찾아보기 어렵다.

본 연구에서는 경사진 균열이 존재하는 반무한체 표면 위를 미끄럼운동시 접촉돌기가 마찰열원의 이동과 마찰열원의 이동후 반무한체 표면의 대류를 고려한 thermo-mechanical crack의 전파에 대하여 평가하였다. 이것을 이론적으로 해석하기 위해 마찰열은 일정속도의 Hertz 압력분포를 지닌 외부에서 공급되어지는 열원으로 가정하였다. 이러한 조건하에서 반무한 탄성체의 무차원 온도장을 구하고, Duhamel-Neumann의 응력-변위식과 Airy의 응력함수를 이용하여^(17,18) 응력장을 구한 다음, 마찰속도, 마찰계수, 균열의 경사각과 균열길이의 변화에 따른 접촉표면부의 응력해석결과 압축응력장을 형성하므로 표면균열은 Mode II 형 전파가 예측되어 Mode II 형 균열의 특성을 나타내는 K_{II} 를 구하여 평가하였다.

2. 균열의 전파해석

2.1 해석모델 및 좌표계

마찰열에 의한 표면균열의 전파를 해석하기 위한 해석모델로는 Fig. 1과 같이 경사진 표면균열에서의 좌표계(ξ, ζ)로 하여 균열의 길이를 l_1 으로 정의한다.

Fig. 1에서와 같이 Hertz 접촉압력분포 $P(x_1)$, 마찰력 $T(x_1)$ 과 마찰열 $Q(x_1)$ 은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned}
 P(x_1) &= P_0 \sqrt{1 - (x_1/c)^2} \\
 T(x_1) &= \mu P(x_1) & |x_1| \leq c \\
 Q(x_1) &= \mu P(x_1) V & y_1 = 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

2.2 열응력 해석

2.2.1 Heat equation과 경계조건

온도장을 구하기 위한 Heat equation은 식 (2)로 주어진다.

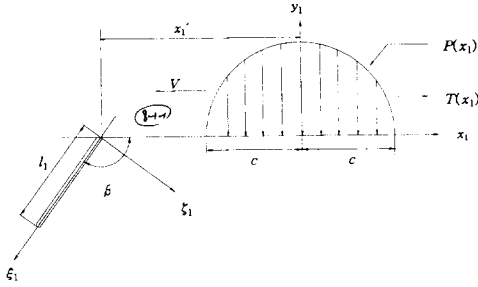


Fig. 1 Analytic model and coordinate system

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} = \frac{1}{k} \frac{DT}{Dt} \tag{2}$$

또한 Heat equation은 식 (3)과 같이 변형된다.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} = \frac{V}{k} \frac{\partial T}{\partial x_1} \tag{3}$$

온도장을 위한 경계조건은 접촉표면에서만 마찰 열의 유입이 이루어지고 접촉표면외는 대류를 가정하여 다음 식 (4)과 같다.

$$K \frac{\partial T}{\partial y_1} = \begin{cases} -Q(x_1) & (|x_1| \leq c, y_1=0) \\ hT(c < x_1 < \infty, y_1=0) \end{cases} \tag{4}$$

$$T \rightarrow 0 \quad [(x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty]$$

2.2.2 온도장

식 (3)과 식 (4)를 무차원화하면, 식 (5)와 식 (6)으로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = Pe \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \begin{cases} -P(x) & (|x| \leq 1, y=0) \\ H\phi & (1 \leq x \leq \infty, y=0) \end{cases} \tag{6}$$

$$\phi \rightarrow 0 \quad [(x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty]$$

식 (5)와 (6)을 Fourier transform과 Laplace transform하면 다음과 같은 2차원 온도장이 구해진다.

$$\phi(x, y) = \begin{cases} 0 & (x < -1) \\ \frac{2}{\sqrt{\pi Pe}} \int_{-1}^x P(t) (x-t)^{-1/2} e^{-\frac{Pe y^2}{4(x-t)}} dt & (|x| \leq 1) \\ \frac{2}{\sqrt{\pi Pe}} \int_{-1}^1 P(t) (x-t)^{-1/2} e^{-\frac{Pe y^2}{4(x-t)}} dt - H \int_1^x (x-t)^{-1/2} \phi(t, 0) dt & (x > 1) \end{cases} \tag{7}$$

2.2.3 열응력장

(1) 특이응력장

Duhamel-Neumann equation의 응력-변위관계로부터

$$\sigma_{ij} = G(u_{ij} + u_{ji}) + \lambda u_{kk} \delta_{ij} - (3\lambda + 2G) \alpha_i T \delta_{ij} \tag{8}$$

위의 식 (8)을 무차원화하면

$$\sigma_{xx}^p = \frac{\sigma_{11}}{G} = 2 \frac{\partial u}{\partial x} + r \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - (3r + 2) \beta \phi$$

$$\sigma_{yy}^p = \frac{\sigma_{22}}{G} = 2 \frac{\partial v}{\partial y} + r \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - (3r + 2) \beta \phi$$

$$\sigma_{xy}^p = \frac{\sigma_{12}}{G} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \tag{9}$$

여기서,

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^p = \frac{\sigma_{11}}{G}, \quad \sigma_{yy}^p = \frac{\sigma_{22}}{G}, \quad \sigma_{xy}^p = \frac{\sigma_{12}}{G} \\ \beta = \frac{\alpha_i Q c}{K}, \quad u = \frac{u_1}{c}, \quad v = \frac{v_1}{c} \\ r = \frac{\lambda}{G}, \quad G, \lambda : \text{Lame's constant} \end{cases}$$

특이응력해는 식 (10)과 같이 displacement potential ϕ 를 도입하여 식 (11)로부터 구해질 수 있다.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \tag{10}$$

$$\nabla^2 \phi = g \phi \tag{11}$$

여기서, $g = G_o \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha_i \mu V c}{K}$

먼저 식 (11)을 무차원화하면 식 (13)이 된다.

$$\nabla^2 \phi = \frac{D\phi}{D\tau} = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} V \frac{c^2}{k} = Pe \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{12}$$

여기서, $\tau = kt/c^2$ 으로 주어지며 식 (12)를 식 (11)에 대입하면

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{g}{Pe} \phi \tag{13}$$

식 (10), (13)을 식 (9)에 대입하면 식 (14)로 주어진다.

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^p = 2 \frac{g}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial x} - 2g\phi \\ \sigma_{yy}^p = -2 \frac{g}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \sigma_{xy}^p = 2 \frac{g}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \tag{14}$$

식 (14)에 단위압력에 대한 impulse 온도장을 적

용하여 앞에서 구한 온도장 식 (7)을 적용하면 단위압력에 대한 impulse 특이응력해는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{xx}^p &= \frac{4g}{Pe\sqrt{\pi Pe}} \left[-Pex^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{4}Pe y^2 x^{-\frac{5}{2}} \right] \\ &\quad \exp(-Pe y^2/4x) \\ \delta\sigma_{yy}^p &= \frac{4g}{Pe\sqrt{\pi Pe}} \left[\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{4}Pe y^2 x^{-\frac{5}{2}} \right] \\ &\quad \exp(-Pe y^2/4x) \\ \delta\sigma_{xy}^p &= \frac{4g}{Pe\sqrt{\pi Pe}} \left[2x^{-\frac{3}{2}}y \right] \exp(-Pe y^2/4x) \end{aligned} \quad (15)$$

(2) 보조응력해

보조응력해는 다음과 같은 조화함수식에서 구할 수 있다.

$$\nabla^2 \Omega = 0 \quad (16)$$

여기서, Ω 는 Airy stress function이며 각 보조해는 식 (17)로 주어진다.

$$\sigma_{xx}^c = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2}, \quad \sigma_{yy}^c = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2}, \quad \sigma_{xy}^c = -\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x \partial y} \quad (17)$$

경계조건으로는

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = \sigma_{yy}^p + \sigma_{yy}^c &= 0 \\ \sigma_{xy} = \sigma_{xy}^p + \sigma_{xy}^c &= 0 \end{aligned} \quad (y=0) \quad (18)$$

식 (14), (17)를 식 (18)에 대입하면

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} &= \frac{2g}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ -\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x \partial y} &= -\frac{2g}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{aligned} \right\} (y=0) \quad (19)$$

식 (16)을 Fourier transform 하면

$$s^4 \bar{\Omega} - 2s^2 \frac{d^2 \bar{\Omega}}{dy^2} + \frac{d^4 \bar{\Omega}}{dy^4} = 0 \quad (20)$$

경계조건, 식 (19)를 가지고 식 (20)을 풀어 $\bar{\Omega}$ 를 구한다.

$$\begin{aligned} \bar{\Omega} &= -\frac{2g}{Pe} \left[\frac{1}{s\sqrt{2\pi s Pe}} + y \frac{1}{\sqrt{2\pi s Pe}} \right] e^{-sy} \\ &\quad + i \frac{2g}{s Pe} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi s Pe}} + y \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi s Pe}} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \right) \right] e^{-sy} \end{aligned} \quad (21)$$

식 (21)을 Inverse Fourier transform 하여 식 (17)에 대입하면

$$\sigma_{xx}^c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 \bar{\Omega}}{dy^2} e^{ixs} ds$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^c &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} -s^2 \bar{\Omega} e^{-ixs} ds \\ \sigma_{xy}^c &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} is \frac{d\bar{\Omega}}{dy} e^{ixs} ds \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)를 적분하여 단위압력에 대한 impulse 특이응력해를 구하면

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{xx}^c &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{-\frac{1}{2}} g Pe^{-\frac{3}{2}} (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{4}} A_{xx} \\ &\quad + \frac{8g}{Pe} x^3 (x^2 + y^2)^{-2} / \pi \\ \delta\sigma_{yy}^c &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{-\frac{1}{2}} g Pe^{-\frac{3}{2}} (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{4}} A_{yy} \\ &\quad + \frac{8g}{Pe} xy^2 (x^2 + y^2)^{-2} / \pi \\ \delta\sigma_{xy}^c &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{-\frac{1}{2}} g Pe^{-\frac{3}{2}} (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{4}} A_{xy} \\ &\quad - \frac{8g}{Pe} x^2 y (x^2 + y^2)^{-2} / \pi \end{aligned} \quad (23)$$

여기서,

$$\begin{cases} A_{xx} = \cos \theta_1 + \sin \theta_1 - 1.5 \cos \theta_0 (\cos \theta_2 + \sin \theta_2) \\ A_{yy} = \cos \theta_1 + \sin \theta_1 + 1.5 \cos \theta_0 (\cos \theta_2 + \sin \theta_2) \\ A_{xy} = 1.5 \cos \theta_0 (\cos \theta_2 - \sin \theta_2) \\ \theta_0 = \tan^{-1}(x - t/y), \quad \theta_1 = 1.5 \theta_0, \quad \theta_2 = 2.5 \theta_0 \end{cases}$$

(3) 열응력장

열응력의 특이해 식 (15)와 보조해 식 (23)을 사용하여 접촉압력분포 $P(x)$ 에 대한 무차원 열응력 ($\sigma_{ij}^o = \sigma_{ij}^p + \sigma_{ij}^c$)은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^o / P_o &= \int_{-1}^1 P(t) \delta\sigma_{ij}^o(x-t, y) dt \\ &\quad - H \int_1^{\infty} \phi(t, 0) \delta\sigma^c(x-t, y) dt \quad x \leq -1 \\ \sigma_{ij}^o / P_o &= \int_{-1}^1 P(t) \delta\sigma_{ij}^o(x-t, y) dt \\ &\quad + \int_{-1}^1 P(t) \delta\sigma_{ij}^o(x-t, y) dt \\ &\quad - H \int_1^{\infty} \phi(t, 0) \delta\sigma^c(x-t, y) dt \quad -1 < x \leq -1 \\ \sigma_{ij}^o / P_o &= \int_{-1}^1 P(t) \delta\sigma_{ij}^o(x-t, y) dt \\ &\quad - H \int_1^x \phi(t, 0) \delta\sigma^o(x-t, y) dt \\ &\quad + \int_{-1}^1 P(t) \delta\sigma_{ij}^o(x-t, y) dt \\ &\quad - H \int_1^{\infty} \phi(t, 0) \delta\sigma^c(x-t, y) dt \quad x > 1 \end{aligned} \quad (24)$$

2.3 표면균열에 의한 응력장

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma'_{ij} \quad (31)$$

2.3.1 균열면의 응력장 해석

이론해석을 위해 다음과 같은 무차원변수를 정의한다.

$$(\xi, \zeta) = (\xi_1, \zeta_1) \quad x' = \frac{x'_1}{c} \quad l = \frac{l_1}{c}$$

경사진 균열을 인상전위의 분포로 가정하여 균열상의 한점 $z_0 = x' + \eta e^{-i\beta}$ 에서의 전위밀도 $\alpha^{(19)}$ 를 식 (25)와 같이 정의한다.

$$\alpha = \frac{G_0 \{ [U_{\xi\xi}] + i[V_{\xi\xi}] \} e^{-i\beta}}{i4\pi c(1-\nu)} \quad (25)$$

전위밀도 α 에 의한 응력장을 구하기 위해 식 (26)과 같은 복소수 응력함수를 정의한다.

$$\begin{aligned} \phi_2(z) &= \left\{ \frac{\alpha_j}{z - z_{0j}} \right\} \\ \phi_2(z) &= \left\{ \frac{\bar{\alpha}_j}{z - z_{0j}} + \frac{\alpha_j z_{0j}}{(z - z_{0j})^2} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

이때의 응력은 Muskhelishvili⁽²⁰⁾에 의해 식 (27)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} + \sigma_{xx} &= 2\{ \phi_2(z) + \overline{\phi_2(\bar{z})} \} \\ \sigma_{yy} - \sigma_{xx} - 2i\tau_{xy} &= 2\{ z\phi_2'(z) + \overline{\phi_2(z)} \} \end{aligned} \quad (27)$$

또한 반무한 탄성체 표면에서의 전위에 의한 응력을 무응력상태가 되게 하기 위해서는 식 (28)과 같은 복소수 응력함수가 주어진다.

$$\phi_3(z) = \begin{cases} \phi_2(z) & Im(z) > 0 \\ -\overline{\phi_2(z)} - z\overline{\phi_2'(z)} - \overline{\phi_2(z)} & Im(z) < 0 \end{cases} \quad (28)$$

이때의 응력은 Muskhelishvili에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_{yy} - i\tau_{xy} = \phi_3(z) - \phi_3(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\phi_3'(z)} \quad (29)$$

2.3.2 특이적분방정식

Fig. 1의 해석모델에서 경사진 균열면상의 경계조건은 식 (30)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi\xi} &= 0 \\ \sigma'_{\xi\xi} &= 0 \end{aligned} \quad (\zeta=0) \quad (30)$$

그리고 균열면에서의 응력은 표면에서의 열응력과 균열면에서의 응력의 합으로서 식 (31)과 같이 주어진다.

식 (31)과 위의 경계조건 식 (30)으로부터 복소수 응력함수 ϕ_2 , ϕ_3 , ϕ_2 에 의한 응력식들은 적분식 (32)와 같다.

$$\begin{aligned} (-\sigma'_{\xi\xi} + i\sigma_{\xi\xi})_{\zeta=0} &= \int_0^{l/c} \{ (\sigma'_{\xi\xi} - i\sigma_{\xi\xi})_{\phi_2\phi_2} \\ &\quad + (\sigma'_{\xi\xi} - i\sigma_{\xi\xi})_{\phi_3} \} d\eta \end{aligned} \quad (32)$$

적분식 (32)의 각 항들은 전위밀도 α 와 균열면상의 좌표계 (ξ, ζ) , η 의 함수인 식 (33)과 식 (34)로 주어진다.

$$(\sigma_{\xi\xi} - i\tau_{\xi\xi})_{\phi_2, \phi_2} = 2 \frac{\alpha}{(\xi - \eta)} e^{i\beta} \quad (33)$$

$$(\sigma_{\xi\xi} - i\tau_{\xi\xi})_{\phi_3} = [\alpha C_1(\xi, \eta) + \bar{\alpha} C_2(\xi, \eta)] \quad (34)$$

여기서,

$$C_1(\xi, \eta) = \overline{\phi_3(z: z_0)} + (1 - e^{2i\beta}) \overline{\phi_3^*(z: z_0)} - e^{2i\beta} \overline{\phi_3(\bar{z}: z_0)} + e^{2i\beta} (z - \bar{z}) \overline{\phi_3^*(z: z_0)}$$

$$C_2(\xi, \eta) = \phi_3^*(z: z_0) + (1 - e^{2i\beta}) \overline{\phi_3(z: z_0)} - e^{2i\beta} \phi_3^*(\bar{z}: z_0) + e^{2i\beta} (z - \bar{z}) \overline{\phi_3(z: z_0)}$$

$$\overline{\phi_3(z: z_0)} = \begin{cases} \frac{1}{(z - z_0)} & Im(z) > 0 \\ \frac{-1}{(z - \bar{z}_0)} & Im(z) < 0 \end{cases}$$

$$\phi_3^*(z: z_0) = \begin{cases} 0 & Im(z) > 0 \\ -\frac{z_0 - \bar{z}_0}{(z - \bar{z}_0)^2} & Im(z) < 0 \end{cases}$$

2.4 수치적분

Gerasoulis⁽²¹⁾의 수치해법을 이용하여 특이적분방정식을 풀기 위해 전위밀도 $\alpha(\eta)$ 와 η 를 식 (35)와 같이 치환한다.

$$\alpha(\eta) = \frac{P_0 \bar{\alpha}(\bar{\eta}) e^{-i\beta}}{(1 - \frac{\bar{\eta}^2}{2})^{1/2}}, \quad \bar{\eta} = \frac{2\eta}{l} - 1 \quad (35)$$

적분구간을 $2N$ 등분하여 절점 $\bar{\eta}_n$ ($n=1 \sim 2N+1$)을 결정하고 선점을 $\bar{\xi}_k = \bar{\eta}_k + 1/2N$ ($k=1 \sim 2N$)으로 정하여 반무한체 표면과 표면균열이 만나는 점 ($\bar{\eta}_1 = -1$)에서 전위밀도 $\bar{\alpha}(-1)$ 을 '0'으로 가정하여 식 (36)의 연립방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &-2 \sum_{n=1}^{2N+1} \{ W_n(\bar{\xi}_k) \bar{\alpha}(\bar{\eta}_n) \\ &+ [0.5e^{-i\beta} IV_n C_1(\bar{\xi}_k, \bar{\eta}_n) \bar{\alpha}(\bar{\eta}_n) \\ &+ 0.5e^{i\beta} IV_n C_2(\bar{\xi}_k, \bar{\eta}_n) \bar{\alpha}(\bar{\eta}_n)] \} \\ &= \Gamma_k(\bar{\xi}_k, 0) \quad (k=1 \sim 2N_k) \end{aligned} \quad (36)$$

여기서, $\Gamma_k(\bar{\xi}_n, 0) = (-\sigma_{z\zeta} + i\tau_{\zeta\zeta})_{\zeta=0}/P_o$

균열선상의 임의 한점($\bar{\xi} = \bar{\xi}_p$)에서의 수직변위 ($V_{z\zeta}$)가 음이 되는 경우는 균열이 닫힌 부분으로 간주하여 $Re\{\bar{a}(\bar{\eta}_n)\}=0$ 으로 놓게 된다. 식 (37)은 임의 한점에서의 변위식을 나타낸다.

$$(U_\zeta + iV_{z\zeta})_{\zeta=0} = \frac{i4\pi(1-\nu)lP_o}{G_o} \sum_{n=p}^{N_k} V_n \bar{a}(\bar{\eta}_n) \quad (37)$$

구해진 $\bar{a}(\bar{\eta}_n)$ 을 이용하여 균열선단에서의 응력 확대계수는 식 (38)에서 구해진다. (14)

$$K_{\perp} - iK_{\parallel} = \pi P_o \sqrt{2lc} \bar{a}(1) \quad (38)$$

3. 해석결과 및 고찰

Fig. 1에 나타낸 표면균열의 전파특성을 조사하기 위한 수치해석의 조건으로 마찰속도 $V=1$ m/s ($Pe=1.38$), 5 m/s ($Pe=6.89$), 10 m/s ($Pe=13.79$)를 사용하였다. 균열경사각을 $\beta=60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ 및 무차원 균열길이 $l=0.05, 0.10, 0.15$ 로 변화시켜 계산하였다. 마찰계수는 경계운환인 0.1 과 무운환상태로 가정하여 $0.3, 0.7$ 로 설정하였다. 균열경사각의 변화는 기계적응력과 열응력의 영향을 고려하여 균열경사각에 따른 균열전파 방향의 변화를 예측해 보고자 x 축과 이루는 각을 90° 에서 운동방향으로 30° 씩 변화를 주었으며, 운동방향과 반대방향인 60° 로 정하여 균열경사각의 변화에 따른 변화를, 또한 균열길이의 변화는 표면 아래의 응력변화에 따라 균열선단의 표면아래 위치에 따른 균열의 전파가능성을 예측하고자 설정하였다.

Fig. 2(a)는 균열경사각 $\beta=150^\circ$, 균열길이 0.1 , 마찰계수가 0.1 일 때 마찰속도 변화에 따른 무차원 응력확대계수 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 를 접촉하중점의 이동에 따라 나타낸 그림이다. Fig. 2(a)에서 알 수 있는 바와 같이 마찰속도가 증가할수록 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 는 증가하고 있으며, 그 최대치의 위치는 표면균열이 접촉압력의 trailing edge에 위치할 때인 $x'=1.0$ 에서 나타나고 있다. Fig. 2(b)와 Fig. 2(c)는 Fig. 2(a)의 조건에서 마찰계수가 0.3 과 0.7 인 경우의 해석 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이 마찰속도가 증가할수록 전단응력에 의한 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 의 값이 증가하고 있으며, 그 최대치의 위치도 $x'=1.0$ 에서 나타나고 있다. 그러나 계산한 전 구간에 걸쳐 $K_{\perp}/$

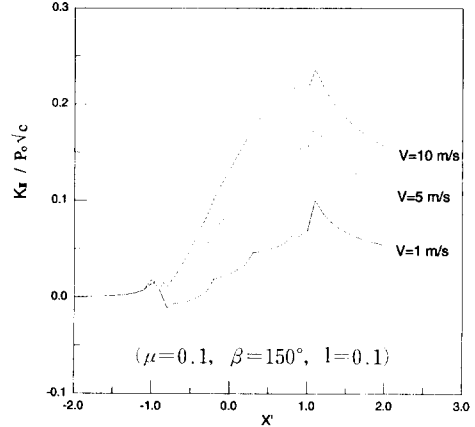


Fig. 2(a) Distribution of $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ as a function of sliding velocity

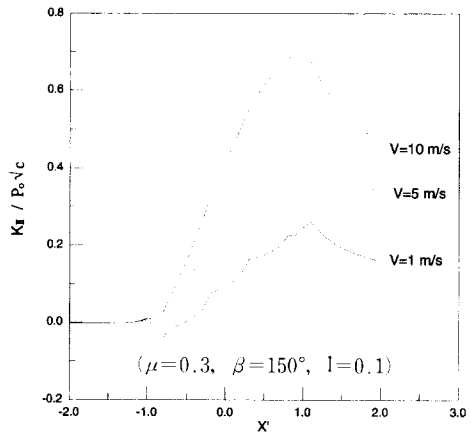


Fig. 2(b) Distribution of $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ as a function of sliding velocity

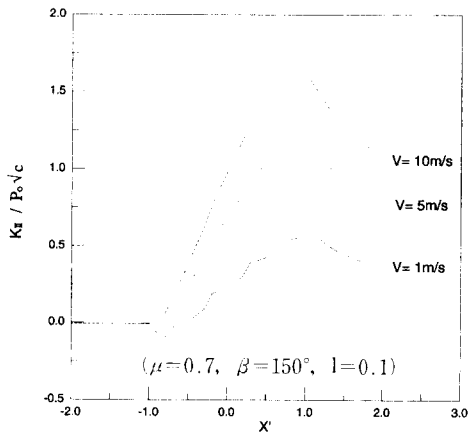


Fig. 2(c) Distribution of $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ as a function of sliding velocity

$P_o\sqrt{c}$ 의 값은 나타나지 않았다. 이것은 접촉압력이 가해진 이동구간내의 표면 아래는 압축응력 상태에서 균열은 닫혀있는 상태이므로 균열선단에서는 Mode I에 의한 균열의 전파는 고려할 필요가 없다고 판단된다. 그러나 $x'=-1.0$ (leading edge) 전후에서 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 가 미소한 양과 음의 값을 나타내는 것은 인장응력과 압축응력의 경계영역으로서 leading edge에 위치한 균열선단에서는 접촉압력의 이동에 따라 균열면의 응력방향이 바뀔 수 있었다.

Fig. 3(a)는 속도 1 m/s, 균열경사각 $\beta=150^\circ$, 균열길이 0.1에 대해서 마찰계수의 변화에 따른 무차원 응력화대계수 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 를 나타낸 것이다. 일정 마찰속도에 따른 마찰계수의 변화는 Fig. 3(a)에서와 같이 마찰계수의 값이 증가할수록 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 의 값이 증가하고 있으며, 그 최대치의 위치는 표면균열이 접촉압력의 trailing edge에 위치할 때인 $x'=1.0$ 에서 나타나고 있다. Fig. 3(a)에서 $\mu=0.7$ 에서의 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 값이 0.59에 이르는 값을 보이고 있어 접촉표면에서의 마찰계수의 증가는 마찰열을 유발시켜 열응력에 의한 영향이 크다는 것을 보여준다. Fig. 3(b), (c)에서도 마찰계수가 증가할수록 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 의 값이 증가하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 4(a)는 속도 5 m/s, 마찰계수 0.3, 균열길이 0.1인 경우의 표면균열의 경사각 변화에 따른 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 값의 변화를 나타낸 것이다. 균열경사각이 커질수록 $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ 의 값이 증가하는 경향을 보이고 그 최대치는 $x'=1.0$ 에서 나타난다. 또한 $\beta=90^\circ$ 에서 최소가 되고 접촉하중의 이동방향과 반대방향에 위치한 $\beta=60^\circ$ 에서는 응력화대계수가 "음"의 값으로서 응력의 방향이 바뀔 수 있다. 수직균열인 $\beta=90^\circ$ 에서는 응력화대계수의 값이 거의 "0"이므로, Mode II의 전단응력에 의한 균열전파의 가능성은 매우 작음을 알 수 있다.

Fig. 4(b)는 균열의 경사각 $140^\circ, 150^\circ, 160^\circ$ 의 경우를 계산한 것으로서 경사각의 증가에 있어 응력화대계수는 $\beta=150^\circ$ 에서 최대를 나타내며, 그 전후에서는 오히려 응력화대계수의 값이 작아짐을 나타내고 있다. 그러므로 $\beta=150^\circ$ 의 경사진 균열에서 균열전파의 가능성이 가장 크다고 할 수 있겠다.

Fig. 5(a)는 속도 5 m/s, 마찰계수 0.3, 균열경사각 $\beta=120^\circ$ 의 경우, 균열길이 변화에 따른 $K_{\parallel}/$

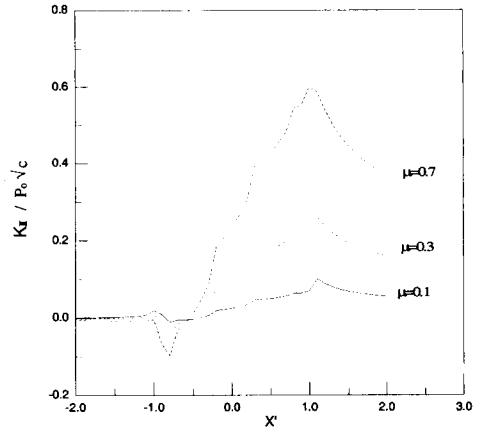


Fig. 3(a) Distribution of $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ as a function of friction coefficient ($V=1$ m/s, $\beta=150^\circ$, $l=0.1$)

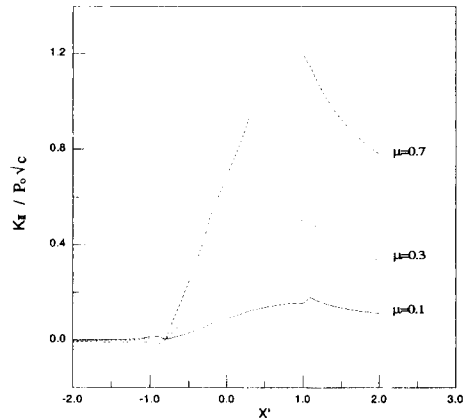


Fig. 3(b) Distribution of $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ as a function of friction coefficient ($V=5$ m/s, $\beta=150^\circ$, $l=0.1$)

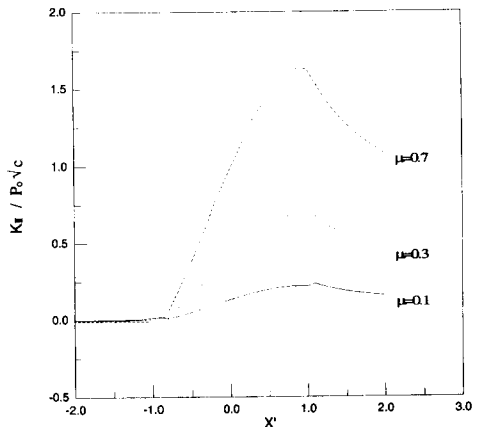


Fig. 3(c) Distribution of $K_{\parallel}/P_o\sqrt{c}$ as a function of friction coefficient ($V=10$ m/s, $\beta=150^\circ$, $l=0.1$)

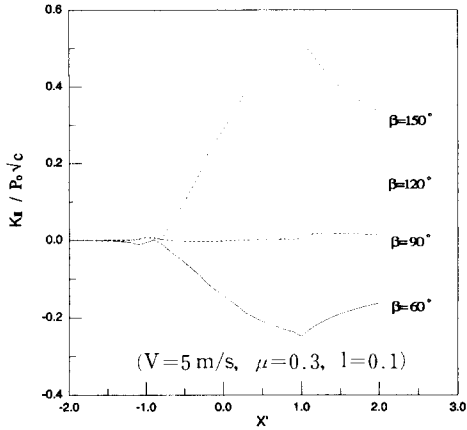


Fig. 4(a) Distribution of $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ as a function of inclined degree β

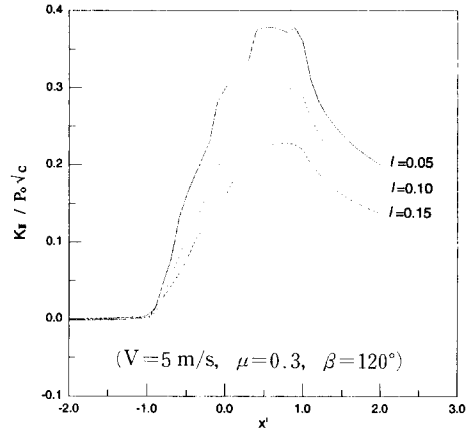


Fig. 5(a) Distribution of $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ as a function of crack length

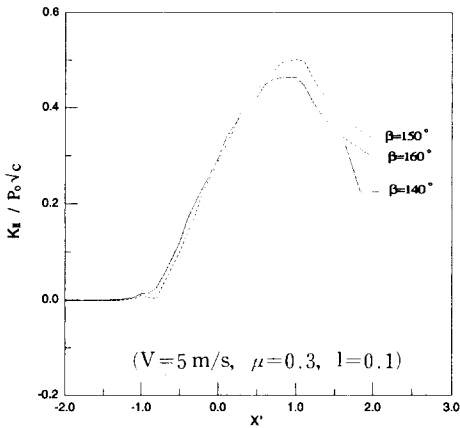


Fig. 4(b) Distribution of $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ as a function of inclined degree β

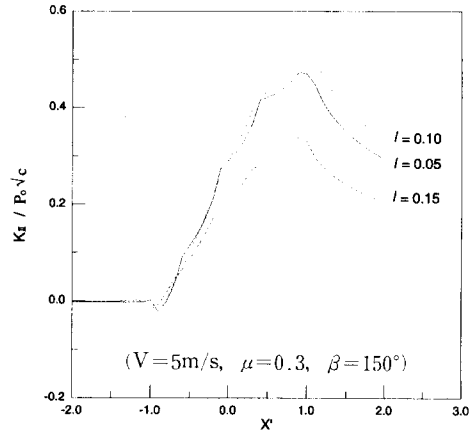


Fig. 5(b) Distribution of $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ as a function of crack length

$P_0\sqrt{c}$ 의 값을 나타낸 것이다. Fig. 5(a)에서 보는 바와 같이 일정속도 (5 m/s), 일정경사각($\beta=120^\circ$)에서 균열길이가 짧을수록 표면에 접근하게 되므로 응력확대계수의 값이 증가하여 균열의 전파가능성이 커짐을 알 수 있으며, $x'=1.0$ 인 trailing edge에서 최대치를 나타내고 있다. Fig. 5(b)는 균열경사각이 $\beta=150^\circ$ 일 때 응력확대계수는 최대치를 가지므로, $\beta=150^\circ$ 에서 균열길이의 변화에 따른 응력확대계수의 값을 계산한 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 $l=0.05, 0.1, 0.15$ 중에서 $l=0.1$ 일 때 최대치를 나타내고 있다. 이것은 $\beta=150^\circ$ 의 균열중에서도 최대의 값을 갖는 표면균열의 길이가 존재함을 보여주고 있다.

4. 결 론

경사진 균열을 갖는 반무한체 표면상에 Hertz 점촉압력이 이동할 경우에 대하여 마찰열을 고려했을 때의 표면균열의 전파특성을 마찰속도, 마찰계수, 균열의 경사각, 균열길이를 변화시켜 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 무차원 응력확대계수 $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ 는 마찰속도와 마찰계수가 증가함에 따라 증가하며, 표면균열이 점촉압력의 trailing edge에 위치할 때 최대치를 나타내었다.

(2) $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ 는 균열경사각이 클수록 증가하는

경향을 보이거나 $\beta=150^\circ$ 에서 최대치를 나타내었다.

(3) $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ 는 균열의 길이가 짧을수록 증가하며 또한 균열경사각 150° 일 경우는 균열길이 $l=0.1$ 일 때 부차원 응력확대계수 $K_{II}/P_0\sqrt{c}$ 는 최대치를 나타내었다. 이는 특정한 경사각의 표면균열에 대해서 최대치의 응력확대계수를 갖는 균열의 길이가 존재함을 의미한다.

후 기

이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제(과제번호: 01E0025) 연구비에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

- (1) Hamilton, G. M., 1983, "Explicit Equations for the Stresses beneath a Sliding Spherical Contact," *IMEchE*, pp. 53~59.
- (2) Suh, N. P., 1973, "The Delamination Theory of Wear," *Wear*, 25, pp. 111~124.
- (3) Suh, N. P., 1977, "An Overview of the Delamination Theory of Wear," *Wear*, 44, pp. 1~16.
- (4) Keer, L. M. and Byrant, M. D., 1983, "A Pitting Model for Rolling Contact Fatigue," *Trans. ASME, Journal of Lubrication technology*, Vol. 105, pp. 198~205.
- (5) Murakami, Y., Kaneta, M. and Yatsuzuka, H., 1985, "Analysis of Surface Crack Propagation in Lubricated Rolling Contact," *ASLE Trans.*, 28, pp. 60~68.
- (6) Kaneta, M., Yatsuzuka, H. and Murakami, Y., 1985, "Mechanism of Crack Growth in Lubricated Rolling/Sliding Contact," *ASLE Trans.*, 28, pp. 407~414.
- (7) Kaneta, M., Suetsugu, M. and Murakami, Y., 1986, "Mechanism of Surface Crack Growth in Lubricated Rolling/Sliding Spherical Contact," *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 53, 354~360.
- (8) Kaneta, M., Murakami, Y. and Okazaki, T., 1986, "Growth Mechanism of Subsurface Crack Die to Hertzian Contact," *Trans. ASME, Journal of Tribology*, 108, pp. 134~139.
- (9) 김재호, 김석삼, 박중환, 1990, "반무한 탄성체의 헤르츠 접촉하의 경사진 표면균열의 전파거동," 대한기계학회논문집, 제14권, 제3호, pp. 624~635.
- (10) Mow, V. C. and Cheng, H. S., 1967, "Thermal Stress in an Elastic Half-Space," *ZAMP*, 18, pp. 500~507.
- (11) Ju, F. D. and John H. Huang, 1982, "Heat Checking in the Contact Zone of a Bearing Seal," *Wear*, 79, pp. 107~118.
- (12) Ju, F. D. and Huang, J. H., 1985, "Thermo-Mechanical Cracking due to Moving Frictional Loads," *Wear*, 102, pp. 81~104.
- (13) Ju, F. D. and Liu, J. C., 1988, "Effect of Peclet Number in Thermo-Mechanical Cracking due to High Speed Friction Load," *ASME, Journal of Tribology*, 110, pp. 217~221.
- (14) Goshima, T. and Keer, L. M., 1990, "Thermoelastic Contact between a Rolling Rigid Indenter and a Damaged Elastic Body," *ASME*, 112, pp. 382~391.
- (15) Limpert, R., "An Investigation of Thermal Conditions Leading to Surface Rupture of Cast Iron Rotors," *ASE*, 720447, pp. 1507-1520.
- (16) Watson, C. and Newcomb, T. P., 1990, "Vehicle Tribology, Prediction of Temperature Distributions in a Drum Brake Rubbing Path," *17th Leeds-Lyon Symposium*.
- (17) Reismann, H. and Pawlik, P. S., 1980, *Elasticity, Theory and Applications*, Wiley-interscience.
- (18) Hetnarski, R. B., 1986, *Thermal Stresses I. II. III.*, Elsevier Science Publishers.
- (19) Dundurs, J., 1975, "Elastic Interaction of Dislocations with Inhomogeneities," *ASME Publication: Mathematical Theory of Dislocations*, pp. 70~115.
- (20) Muskhelishvili, N. I., 1954, *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th Ed., Noordhoff, pp. 105~166.
- (21) Gerasoulis, A., 1982, "The Use of Piecewise Quadratic Polynomials for the Solution of Singular Integral Equations of Cauchy Type," *Comput. & Maths. with Applics.*, Vol. 8, pp. 15~22.