

<논 문>

TLC와 컬러화상처리를 이용한 Hele-Shaw Cell 내부 대류 온도장 측정

윤정환* · 도덕희** · 이상준***

(1995년 9월 7일 접수)

Temperature Field Measurement of Convective Flow in a Hele-Shaw Cell with TLC and Color Image Processing

Jong-Hwan Yoon, Deog-Hee Doh and Sang-Joon Lee

Key Words : Thermochromic Liquid Crystal(TLC : 감온성 액정), Temperature Field(온도장),
Color Image Processing(컬러화상처리), Hele-Shaw Cell(HSC)

Abstract

Variation of temperature field in a Hele-Shaw convection cell was measured by using a HSI true color image processing system and TLC(Thermochromic Liquid Crystal) solution. The relationship between the hue value of TLC color image and real temperature was obtained and this calibration result was used to measure the true temperature. The temperature field in the Hele-Shaw convection cell shows periodic characteristics of 45 sec at $Ra = 9.3 \times 10^6$. The temperature field measurement technique developed in this study was proved to be a useful and powerful tool for analyzing the unsteady thermal fluid flows.

1. 서 론

정상유동의 온도와 속도분포의 경우 측정센서를 일정간격으로 이동시키면서 속도장과 온도장을 측정할 수 있다. 그러나, 비정상 유동을 해석하기 위해서는 순간적인 속도장과 온도장의 변화를 계속하는 것이 필요하다. 최근 컴퓨터와 화상처리기술의 비약적인 발전에 힘입어 속도측정의 경우 PIV, PTV 등과 같은 새로운 속도장 측정기술이 개발되어 활용되고 있다. 온도장 측정의 경우 온도에 따라 색깔이 변화하는 감온성 액정(Thermochromic Liquid Crystal, 이후부터는 TLC로 약칭함)을 이

용한 실험방법들이 개발되고 있다.

TLC는 Klein⁽¹⁾에 의해 경계층 천이의 유동가시화 연구에 최초로 사용되었다. Klein은 캡슐화되지 않은 TLC를 이용하여 정상상태 경계층의 온도장 변화를 정성적으로 측정하였다. Lemberg⁽²⁾는 비정상상태 조건하에서 이와 유사한 실험을 하였다. 그러나, 캡슐화되지 않은 TLC의 경우 온도 뿐만 아니라 전단응력에도 영향을 받기 때문에 온도를 정확하게 측정하기는 어렵다. McElderry⁽³⁾는 이를 극복하기 위해 캡슐화된 TLC를 이용하여 Klein과 유사한 실험을 행하였다. Rhee 등⁽⁴⁾은 표면온도 측정에만 사용되던 TLC를 유동장내부의 온도측정에 응용하였다. 즉, 캡슐화된 TLC를 유체와 혼합함으로써 유동내부의 온도분포를 계측하였다. Cooper⁽⁵⁾는 처음으로 TLC를 정량적인 온도측정에 사용하였으며, 그 이후 많은 연구자들에 의해 온도

*포항공과대학교 대학원 기계공학과

**회원, 한국해양대학교 냉동공조공학과

***회원, 포항공과대학교 기계공학과

측정에 TLC가 이용되어 왔다.⁽⁶⁻⁸⁾ 최근에는 TLC를 속도추적 입자로 사용하여 온도장과 속도장을 동시에 측정하는 연구도 진행되고 있다.^(9,10)

Hele Shaw는 다공질매체 내의 등온 이차원유동과 평행한 두 평면사이 등온유동의 유사성을 밝혔다.⁽¹¹⁾ Hele-Shaw Cell(이후부터는 HSC로 약칭함) 내부에서의 평균속도 v 는 다음과 같이 주어진다.

$$v = -\frac{d^2}{12\mu}(\nabla p - \rho g)$$

여기서, d 는 두 평면사이의 간격, μ 는 점성계수, ∇p 는 압력구배, ρ 는 밀도, g 는 중력가속도를 나타낸다. 다공질 매체의 침투성(permeability)을 HSC의 두께 d 를 사용하여 $K=d^2/12$ 로 정의하게 되면 다공질매체 내부의 점성유동과 HSC 내부의 등온유동은 유사성을 가진다. 그러므로 HSC 내부 유동의 연구로 다공질매체 내부유동을 보사할 수 있다.

HSC 내부유동의 온도장과 속도장을 결정하는 무차원수로는 Rayleigh수, Prandtl수, 그리고 HSC 내부의 종횡비이다. HSC의 내부크기와 작동유체가 결정되면 자동적으로 Prandtl수와 종횡비는 결정되므로 지배변수로 Rayleigh수가 쓰인다. Rayleigh수 Ra 는 다음과 같이 정의된다.

$$Ra = \frac{\beta g \Delta T H^3}{\alpha \nu}$$

여기서, α 는 열확산계수, H 는 Cell의 높이, β 는 열팽창계수, ν 는 동점성계수, ΔT 는 HSC 상하부 온도차를 나타낸다. 임계 Rayleigh수 이하의 경우 온도차에 의한 부력이 점성력보다 작기때문에 대류현상이 관찰되지 않는다. 이 경우 열전달은 전도에 의해서만 이루어진다. HSC상부와 하부의 온도차를 준정상상태(quasi-steady state)로 증가시키면 임계 Rayleigh수 이상이 되면 열적 불안정에 의해 HSC 내부에 대류현상이 발생한다. Rayleigh수가 임계 Rayleigh수보다 조금 큰 경우 정상상태를 유지하다가 온도차를 더 크게 하면 유동이 정상상태 유동에서 비정상상태로 바뀐다. 온도차가 더욱 커지면 비정상상태의 유동에서 새로이 정상상태의 유동으로 변화한다.^(12,13) Ozawa 등⁽¹⁴⁾은 TLC를 이용하여 HSC 자연대류의 온도와 유동장을 가시화하였다. 또 다른 연구로 Buhler 등⁽¹⁵⁾은 홀로그래피법으로 Rayleigh수 변화에 따른 HSC 대류유동의

인터페로그램(interferogram)을 구하여 해석하였다.

본 연구에서는 TLC와 컬러화상처리기법을 이용한 온도장 측정기법을 개발하고 이것을 HSC 대류유동에 적용하여 HSC 내부유동의 온도장 변화를 해석하고자 한다.

2. 실험장치 및 실험방법

2.1 감온성 액정(TLC)

본 실험에 쓰여진 TLC는 Cholesteric 액정으로 온도에 따라 선택적으로 색을 반사한다. 이러한 현상은 TLC의 분자구조에 기인하는데 Cholesteric 액정은 얇은 여러개의 분자층으로 구성되어 있으며, 같은 층의 분자들은 일정한 하나의 방향을 향하게 된다. 각 층에서의 분자배열은 아래로 내려가면서 나선형으로 회전하는 나선형 구조를 가지고 있다. (Fig. 1) 이 나선형 구조가 1회전하여 동일한 방향을 갖게되는 두층사이의 거리를 1 피치(pitch)로 정의하며, 온도가 증가하면 피치는 감소한다. 따라서 온도가 증가함에 따라 TLC는 낮은 파장의 빛을 반사하게 된다. 온도에 따른 이러한 변화는 발색범위(color play region)내에서 가역적으로 일어난다. Fig. 2는 온도에 따른 TLC의 색깔변화를 보여주고 있다. 온도가 증가함에 따라 빨강색에서 초록 그리고 파랑색으로 차례로 바뀌게 된다.

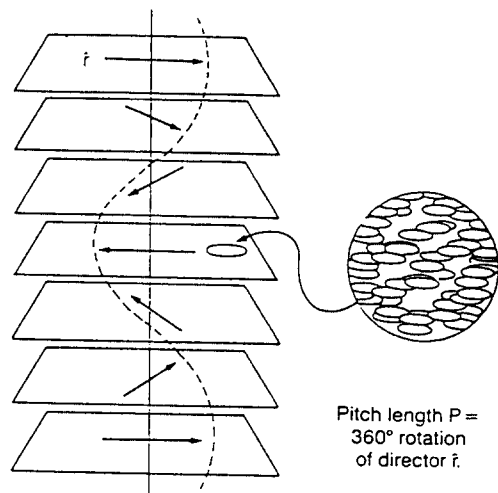


Fig. 1 The cholesteric liquid drystal structure

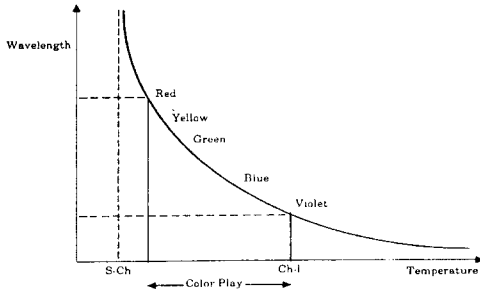


Fig. 2 A typical reflected wavelength and temperature response of a temperature sensitive TLC mixture

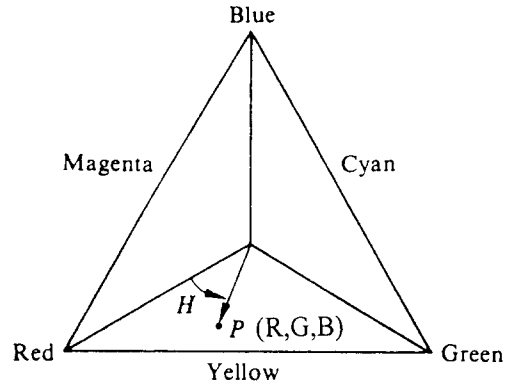
2.2 컬러화상처리 시스템

TLC를 이용한 초기의 실험에서는 주로 사람이 직접 눈으로 색을 구별함으로써 온도를 측정하였다. 이 방법은 사람에 따른 주관적인 에러(error)로 인해 정확한 측정이 어려웠다. 색에 대한 여러 가지 구별 표준들과 색의 표현방법들을 이용하면 색을 정량적으로 표현할 수 있다. Fig. 3은 본 실험에서 사용한 HSI 컬러 삼각형 모델을 나타낸 것으로 컬러이미지를 HSI(Hue, Saturation, Intensity)라는 인식가능한 특성값으로 표현한다. 밝고 어두움을 나타내는 intensity I 는 삼각형들의 중심을 이은 선과 수직인 축의 극값으로 표현되며, 컬러의 차이를 나타내는 hue값 H 는 삼각형 모델에서 intensity 축을 기준으로 빨간색으로부터 회전한 각도로 표현된다. 또한 컬러의 깊이를 나타내는 saturation은 삼각형 중심에서부터 P 점까지의 거리로 나타내어진다.

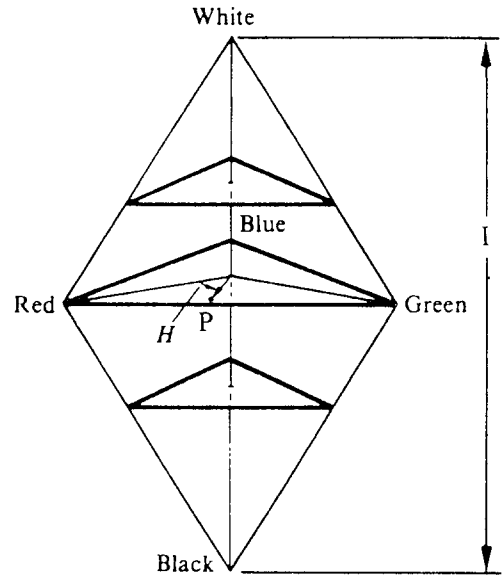
Fig. 4는 본 실험에 사용된 컬러화상처리 시스템의 구성도를 나타낸다. 모든 실험과정과 온도보정은 칼라 CCD(Charge Coupled Device) 카메라로 기록되어 NTSC 신호로 VCR(Panasonic AG-7750)에 저장된다. 저장된 영상을 분석하기 위해 NTSC 신호를 디코더에 의해 RGB(Red, Green, Blue)의 세가지 신호로 분리한 후 프레임 그래버(Data Translation, DT2871)를 이용하여 256레벨(8 bit)의 디지털 값으로 저장한다. RGB로 구성된 컬러정보는 프레임 그래버에 자체 내장된 RGB/HSI 컨버터에 의해 HSI 값으로 바뀌어진다.

2.3 Hele-Shaw Cell

본 실험에 사용된 HSC은 종횡비(aspect ratio)



(a) Cross sectional view



(b) 3-D view

Fig. 3 HSI color triangle model

1.2로 높이 $H=50$ mm, 넓이 $L=60$ mm, 폭 $d=5$ mm이다. Fig. 5는 실험장치의 개략도와 좌표계를 보여주고 있다. HSC의 앞과 뒷면은 두께 12.5 mm의 투명한 Lexan 시트가 사용되었고, 그 사이에 5 mm 두께의 아크릴이 HSC 양측면에 샌드위치 모양으로 끼워져 있다. HSC의 위와 아랫부분은 구리로 만들어진 블록으로 구성되어져 있다. 구리블록 내부로 $\pm 0.01^\circ\text{C}$ 의 정확도를 갖는 2개의 항온조(Neslab RTE-211, RTE-221)로부터 공급된 물을 순환시켜 HSC의 상하부 온도를 실험조건에 맞게 일정하게 유지시킨다. 블록의 온도측정을 위해

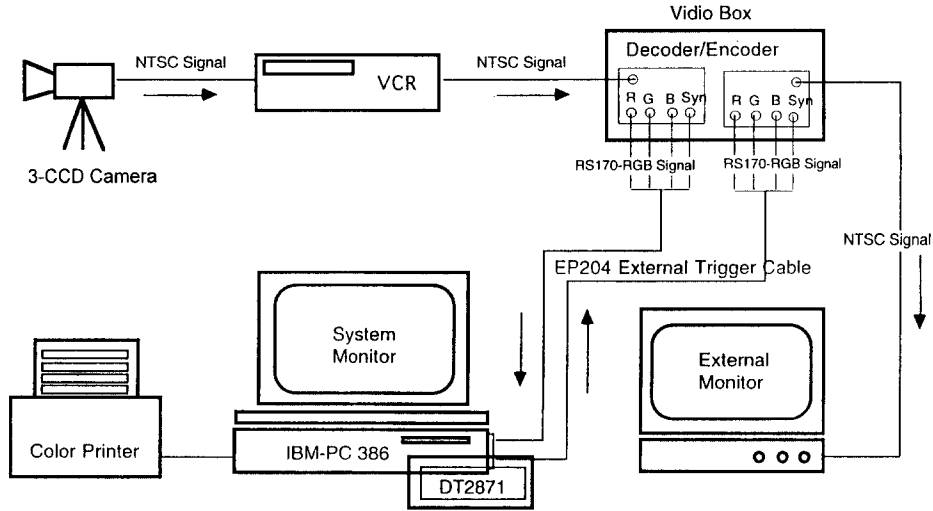


Fig. 4 Schematic diagram of a true color image processing system

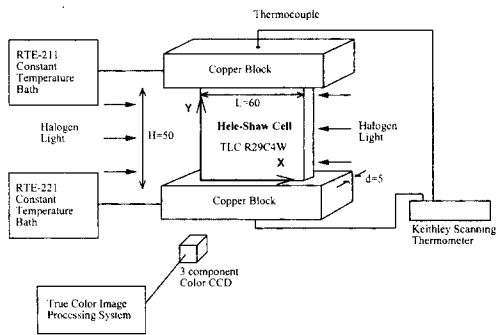


Fig. 5 Schematic diagram of experimental apparatus (unit : mm)

상하부 블록 내부에 (HSC로부터 1 mm 위치) 열전대를 장착하였다. HSC 아래 윗면은 따라서 일정 온도조건이고, 그 이외의 벽면은 아크릴이므로 단열조건으로 가정할 수 있다. 본 연구에서는 29°C에서 빨간색이 나타나기 시작하며 약 4°C의 발색범위를 갖는 Hallcrest사의 TLC 제품인 R29C4W를 사용하였다.

2.4 실험방법

TLC 교정실험에서는 2개의 독립된 항온조를 이용하여 HSC 아래 윗쪽의 구리블럭을 상부온도를 높게, 하부온도를 낮게 유지시켜 원하는 온도조건에 이르면 글리세린 수용액(16.6% 질량비)에 TLC를 약 0.6% 질량비로 섞은 혼합 액체를 HSC

내부로 주입한다. 상부의 온도가 하부의 온도보다 낮아 유동이 안정된 상태이므로 몇 시간 후면 수직 방향으로 일정한 온도구배를 형성하게 된다. 이때 윗쪽 구리블럭에 있는 구멍(직경 2 mm)을 통해 열전대를 HSC 내부로 삽입하여 수직으로 이동시켜 HSC 내부온도를 측정하고 그 온도에 해당하는 TLC 컬러영상을 VTR에 저장한다. TLC에서 반사되는 색은 온도만의 함수가 아니라 조명과 카메라의 위치에도 영향을 받기 때문에 교정실험과 본 실험에서 조명 및 카메라의 상태가 바뀌지 않도록 하였다. HSC 좌우측에 50 W 용량의 할로젠 램프를 설치하여 HSC 양옆에 있는 슬릿(두께 5 mm, 폭 30 mm 아크릴)을 통해 조명하였다. 3-component 컬러 CCD 카메라(Sony DXC-930)를 HSC정면 약 1 m 위치에 고정시켜 조명과 카메라 사이의 각도를 90°로 유지시켰다. 교정실험이 끝나면 HSC의 상부를 낮은 온도, 하부를 높은 온도조건으로 바꾸어 상하부의 온도차 $\Delta T=2^{\circ}\text{C}$ 로 유지시킨후 열적 불안정성에 의해 셀 내부에 자연대류 현상이 생길 때까지 기다린다. 약 두 시간이 지나면 충분히 발달된 대류유동이 형성되어 속도와 온도장이 정상적인 주기특성을 보이게 된다. 이때 유동장의 TLC 컬러영상을 VTR에 기록한 후 기록된 영상의 hue값을 교정실험에서 얻어진 hue와 온도와의 관계식을 이용하여 온도장을 계산하게 된다. 실험시 조명에 의한 복사열전달을 최소화하기 위하여 영상을 기록할 때만 조명을 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 TLC의 온도교정

Fig. 6은 TLC 칼라영상의 hue값과 실제온도 사이의 상관관계를 나타낸 것이다. 여기서, 보편 일정 온도구간에서 온도가 증가함에 따라 hue값이 비례하여 변하고 있다. 본 실험에서 온도측정에 쓰여진 구간인 28.3°C~30.4°C 사이의 보정곡선을 6차 다항식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Temperature} = & 28.4 - 4.285E(-2) \times \text{HUE} \\ & + 3.547E(-3) \times \text{HUE}^2 \\ & - 9.911E(-5) \times \text{HUE}^3 \\ & + 1.29E(-6) \times \text{HUE}^4 \\ & - 7.911E(-9) \times \text{HUE}^5 \\ & + 1.852E(-11) \times \text{HUE}^6 \end{aligned}$$

윗식에 TLC 컬러영상의 hue값을 대입하면 해당하는 실제 온도를 구할 수 있다.

Fig. 7은 온도에 따른 TLC 칼라영상의 intensity 변화를 나타낸 것으로 28.5°C부터 온도가 증가함에 따라 intensity는 증가하여 28.5°C 부근(초록색영역)에서 최대값을 가진 후 다시 감소하고 있다. Intensity는 조명의 상태와 입자의 단위면적당 분포개수 등에 따라 다른 값을 보여주기 때문에 온도 측정에는 사용하기 어렵다. 그러나, intensity가 너무 낮은 경우 정확한 색의 정보를 얻기 어렵기 때문에 본 실험에서는 일정치 이하의 intensity를 가지는 정보는 무시하였으며, 필터를 이용하여 노이즈를 제거하였다.

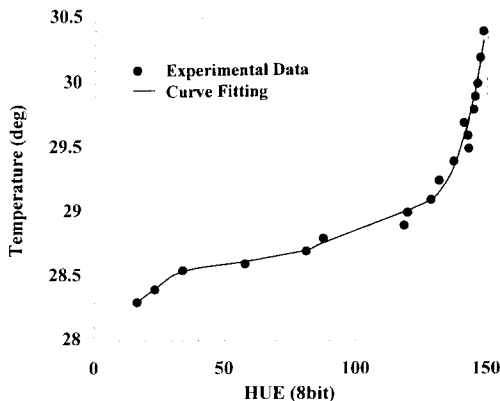


Fig. 6 Hue versus temperature calibration

3.2 HSC 내부 온도장

Fig. 8은 시간에 따른 HSC 내부 온도장의 변화를 보여주고 있다. 이때 HSC 상하부의 온도차는 $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ 이며, Rayleigh수는 $Ra = 9.3 \times 10^6$, Prandtl수는 $Pr = 6.08$ 이다. 그림에서 보면 cell 하부의 수평면과 좌우 수직면에서의 온도가 가장 높게 나타났으며, 상부의 수평면과 중앙의 수직면에서의 온도가 가장 낮다. 전체 온도장은 중앙 수직면을 기준으로 거의 좌우 대칭인 형태를 보인다. 그리고 HSC 내부 상하부에 각각 2개의 와동이 존재하는데 하부의 와동이 상부 외곽에 형성된 와동에 비해 훨씬 크다. 온도가 높은 아랫부분의 좌우 모서리에서는 부력의 영향으로 유동이 윗방향을 향하고 있으며, 온도가 낮은 중앙에서는 아랫방향으로 이동한다. HSC 아랫면 좌우 모서리에서 위로 향하던 유동은 상부로의 열전달에 의해 온도는 점차 낮아져 cell 높이의 약 2/3 위치에서 박리가 발생하여 한쪽은 윗면 모서리쪽으로 향하여 작은 와동을 형성하고, 또다른 쪽은 중앙으로 모인후 반대쪽에서 올라온 유동과 합쳐지며 중앙의 수직면을 따라 아래로 내려오게 된다.

Fig. 9는 Buhler⁽⁹⁾가 높이 40 mm, 넓이 40 mm, 폭 3 mm인 HSC 내부의 온도장을 인터페로그램(interferogram)을 이용하여 관찰한 결과이다. Cell의 증횡비는 1이며, 작동유체로 Prandtl수가 37인 실리콘을 이용하였다. HSC 좌우벽과 앞뒤벽은 모두 아크릴로 제작하여 단열조건을 가정하였다. 본 실험의 경우 증횡비가 1.2이므로 Buhler의 실험결과와의 정량적인 비교는 어렵다. 그러나, 두 실험 모두 열전도가 낮은 아크릴로 HSC를 제작

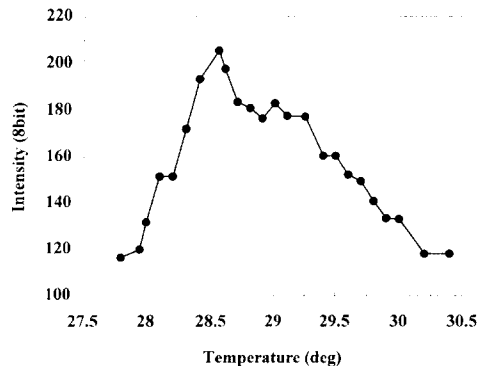


Fig. 7 The relationship between intensity and temperature

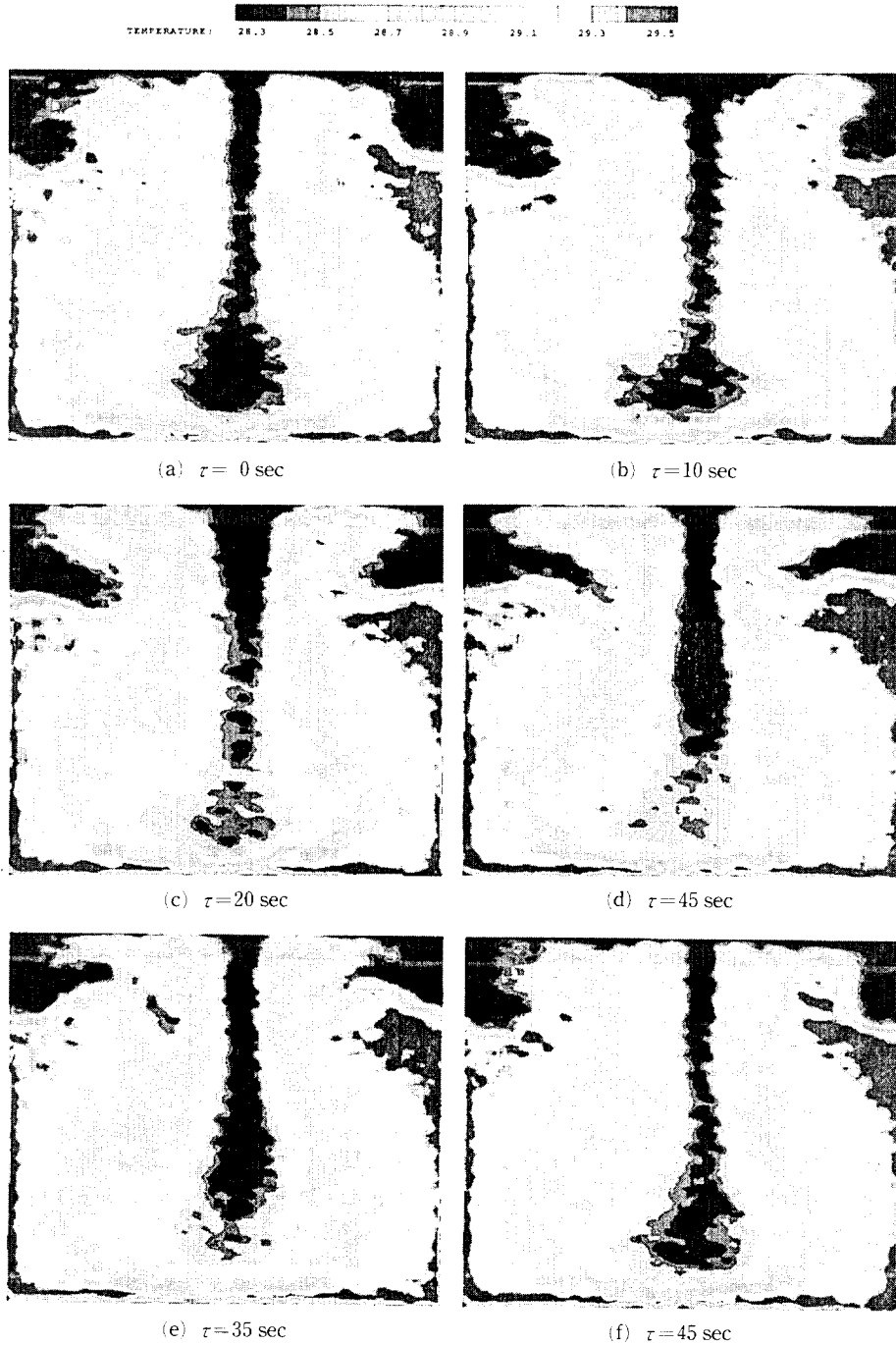


Fig. 8 The temperature distribution of Hele-Shaw cell

하였으며 종횡비가 기존의 실험결과중 본 실험과 가장 근사하므로 정성적인 비교를 해 보았다. 본 실험의 경우 Rayleigh 수는 $Ra = 9.3 \times 10^6$ 로서,

Buhler의 결과(유형 B)와 정성적으로 유사한 유동장을 보여주고 있다. Buhler의 경우 $Ra = 4 \times 10^6 \sim 4 \times 10^7$ 에서 나타나는 유형 B는 HSC 상부에 두

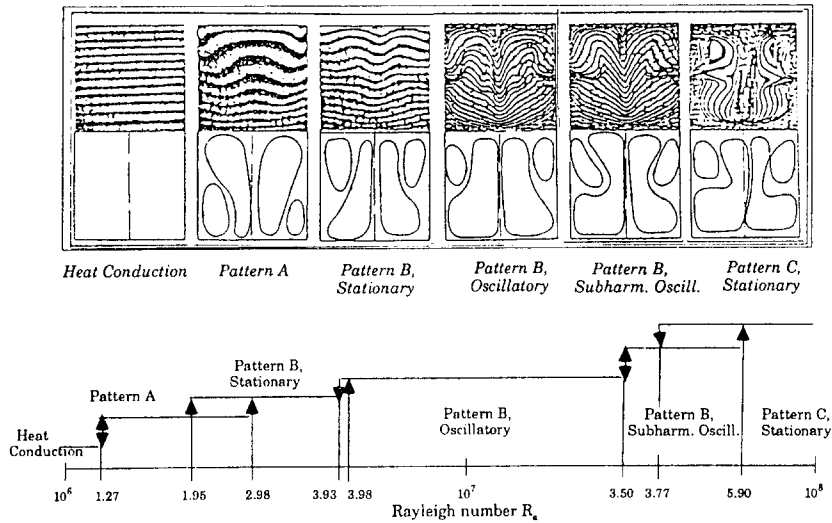


Fig. 9 Steady and oscillatory states of convection measured by holographic interferometer⁽¹⁵⁾

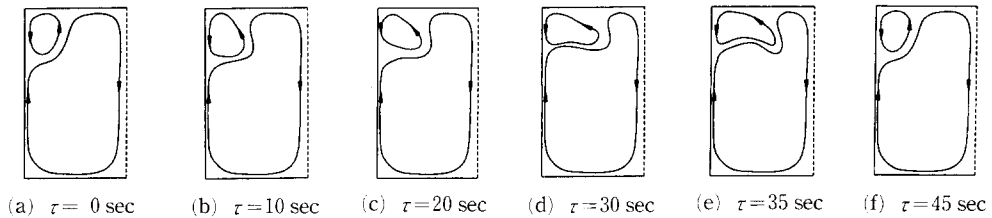


Fig. 10 Stream line patterns for one period of oscillation

개의 차가운 와동과 cell 하부에 있는 두개의 더운 와동으로 구성되어 있다. 본 실험의 경우 시간에 따른 온도장의 변화를 측정된 결과 일정한 주기를 갖는 비정상상태의 유동을 확인할 수 있었다.

$Ra=9.3 \times 10^6$ 조건에서 HSC 대류의 온도장은 약 45초 주기로 변화하였으며 4개의 와동중 윗면 모서리 부근에 위치한 2개의 차가운 와동의 주기성이 현저하였다.

Fig. 10은 시간에 따른 HSC 대류유동의 유선을 온도장 결과로부터 스케치한 그림이다. 중앙 수직면을 기준으로 좌우측 와동은 거의 동일한 위상을 가지고 좌우 대칭의 형태로 변화하므로 그림에서 좌측의 반쪽만 나타내었다. 초기에는 상부의 차가운 작은 와동이 상하로 길쭉한 계란모양을 하고 있다. 주기가 진행됨에 따라 아래에서 올라온 더운 유체로 인해 상부의 차가운 와동이 좌우로 길게 늘어나는 형상을 보인다. 주기의 마지막 부분에서는 좌우로부터 새로이 더운 유동이 상승함에 따라 상

부의 차가운 와동이 수축되어진다. 이러한 결과는 Buhler,⁽¹⁵⁾ Kostner⁽¹⁶⁾의 결과와 유사하다. Buhler⁽¹⁵⁾가 열전대로 측정된 결과에 따르면, 유형 B의 대류유동에서는 기본주파수의 정수배인 조화주파수로 이루어진 스펙트럼을 볼 수 있다. 이러한 와동의 주기적인 특성은 좌우 수직벽을 따라 형성된 온도 경계층의 불안정성에 기인한 것으로 알려져 있다. HSC 대류유동의 무차원 주기(a/fh^2)는 Ra 수의 함수이다. 실험에 의하면 Ra 수가 임계 Ra 수보다 조금 큰 경우 무차원 주기는 Ra^{-2} 에 비례하는 것으로 알려져있다.⁽¹⁵⁻¹⁷⁾ 본 실험에서 얻어진 무차원 주기는 2.2×10^3 으로 Buhler⁽¹⁵⁾의 결과와 거의 일치함을 알 수 있다.

Fig. 8의 온도장 결과로부터 $y=42.8$ mm 위치 단면의 온도변화를 추출하여 그 결과를 Fig. 11에 나타내었다. 초기에는 HSC 좌우측 벽면으로부터 약 15 mm 정도 안쪽에서 최대 온도값을 가진다. Cell 상부측 모서리에 있던 차가운 두 와동이 시간

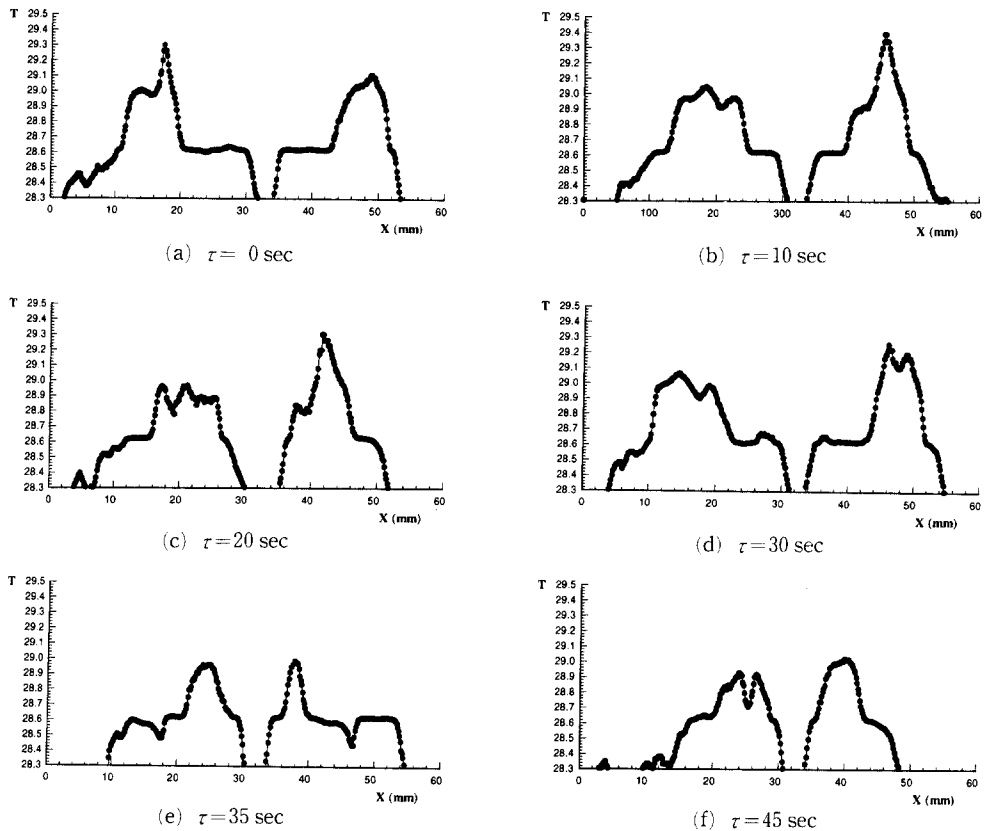


Fig. 11 Variation of temperature profile at $y/H=0.856$

경과에 따라 중앙으로 내려오면서 최고온도의 위치가 cell 중앙쪽으로 이동한다. 또한, 시간 경과에 따라 최대 온도값도 전반적으로 감소하고 있다. $t=35$ 초와 39초 사이 중앙위치에 형성되었던 높은 온도의 유체영역에는 아랫부분에서 올라온 더운 유체에 의해 온도정점(peak)이 새롭게 형성됨을 관찰할 수 있다. 그리고 $t=39$ 초 후에는 이중정점(double peak)의 온도분포를 가진 후, $t=45$ 에 새로운 하나의 주기가 시작된다.

4. 결 론

감온성 액정(TLC)과 컬러화상처리를 이용한 온도장 측정기법을 개발하여 상하부 온도차가 2°C 인 Hele-Shaw Cell(HSC) 대류유동에 적용하였다. 시간에 따른 HSC 대류유동의 온도장 변화를 측정된 결과 $Ra=9.3 \times 10^6$ 조건에서 HSC 대류유동은 약 45초 주기를 갖는 주기적인 온도특성을 가지고 있

으며 온도장의 변화과정이 기존의 가시화 결과와 정성적으로 잘 일치하고 있다. 본 실험에서 개발 적용한 온도장 측정기법은 기존의 냉열선이나 열전대와 같은 점(point)계측 방법으로는 불가능한 비정상 열유동의 순간적인 온도측정에 매우 유용하였다.

후 기

이 논문은 1993년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의해 연구되었으며, 온도장 측정법 개발초기에 참여하였던 이대성군에게도 감사드린다.

참고문헌

- (1) Klein, E. J., 1968, "Liquid Crystals in Aerodynamic Testing," *Astronautics & Aeronautics*, Vol. 6, pp. 70~73.

- (2) Lemberg, R., 1971, "Liquid Crystals for the Visualization of Unsteady Boundary Layers," *3rd Canadian Congress of Applied Mechanics*, Calgary.
- (3) McElderry, E. D., 1970, "Boundary Layer Transitions on a Flat Plate," *Air Force Flight Dynamics Lab Report., FDMG TM 70-3*.
- (4) Rhee, H. S. and Koseff, J. R., 1984, "Flow Visualization of a Recirculating Flow by Rheoscopic Liquid Crystal Techniques," *Exp. in Fluids*, Vol. 12, pp. 57~64.
- (5) Cooper, T. E., Field, R. J. and Meyer, J. F., 1975, "Liquid Crystal Thermography and Its Application to the Study of Convective Heat Transfer," *J. Heat Transfer*, Vol. 92, pp. 442~450.
- (6) Kim, K. S., 1991, "A New Hue-Capturing Technique for the Quantitative Interpretation of Liquid Crystal Images in Convective Heat Transfer Studies," Ph D. Thesis, Pennsylvania State University.
- (7) 이대성, 이상준, 1994, "TLC solution을 이용한 반경방향의 온도구배가 존재하는 회전유동에서의 온도장측정," 대한기계학회 '94년도 추계학술대회논문집, Vol. 2, pp. 280~285.
- (8) Lee, S. J., Lee, J. H. and Lee, D. H., 1994, "Local Heat Transfer Measurement from an Elliptic Jet Impinging on a Flat Plate Using Liquid Crystals," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 967~976.
- (9) 이상준, 1995, "Experimental Thermo-Fluid Mechanics-1995," *AFERC*, pp. 232~255.
- (10) Doh, D. H., Kobayashi, T., Saga, T. and Segawa, S., 1993, "A New Consideration for Measuring Temperature and Velocimetry Using Micro-Capsulated Liquid Crystals," *Proc. of FLOMEKO'93*, Vol. 2, pp. 461~468.
- (11) Elder, J. W., 1967, "Steady Free Convection in a Porous Media Heated from Below," *J. Fluid Mech.*, Vol. 27, pp. 29~48.
- (12) Hartline, B. K. and Lister, C. R. B., 1977, "Thermal Convection in a Hele-Shaw Cell," *J. Fluid Mech.*, Vol. 79, pp. 379~389.
- (13) Kostner, N., Erhard, P. and Muller, U., 1986, "Nonsteady End Effects in Hele-Shaw Cells," *Physical Review Letters*, Vol. 56, No. 17, pp. 1802~1824.
- (14) Ozawa, M., Muller, U., Kimura, I. and Takamori, T., 1992, "Flow and Temperature Measurement of Natural Convection in a Hele-Shaw Cell Using a Thermo-Sensitive Liquid-Crystal Tracer," *Exp. in Fluids*, Vol. 12, pp. 213~222.
- (15) Buhler, L., Erhard, P., Gunther, G., Muller, U. and Zimmermann, G., 1987, "Natural Convection in Vertical Gaps Heated at the Lower Side on Experimental and Numerical Study," in *Bifurcation Phenomena in Thermal Process and Convections*, *ASME HTD*, Vol. 94, pp. 67~74.
- (16) Kostner, N. and Muller, U., 1984, "Oscillatory Convection in Vertical Slots," *J. Fluid Mech.*, Vol. 139, pp. 363~390.
- (17) Kostner, N. and Muller, U., 1982, "Free Convection in Vertical Gaps," *J. Fluid Mech.*, Vol. 125, pp. 429~451.