

<논 문>

속이 빈 원관에서 1차원적인 열전달 해석의 오차

강 형 석*

(1995년 7월 5일 접수)

Errors in One-Dimensional Heat Transfer Analysis in a Hollow Cylinder

Hyung Suk Kang

Key Words : Relative Error(상대오차), Heat Loss(열손실), Biot Number(비오투 수), Hollow Cylinder(속이 빈 원관)

Abstract

A comparison is made of the heat loss from a hollow cylinder, computed using an one-dimensional analytic method and a two-dimensional separation of variables scheme. For a two-dimensional analysis, the temperature of the inner surface as a boundary condition can be varied along the length of the cylinder by varying the temperature variation factor, b . Comparisons of the heat loss from the hollow cylinder using these two methods are given as a function of non-dimensional cylinder length, the ratio of the outer radius to the inner radius, temperature variation factor and Biot number. The result shows that the value of the heat loss from the hollow cylinder obtained using the one-dimensional analytic method becomes close to the value given by the two-dimensional separation of variables scheme as the value of Biot number and the non-dimensional hollow cylinder length increase and as the ratio of the outer radius to the inner radius decreases.

기 호 설 명

Bi : Biot 수 ($=hr_i/k$)	z' : 속이 빈 원관 길이 방향 좌표(m)
h : 속이 빈 원관주위의 대류열전달 계수 ($W/m^2 \cdot ^\circ C$)	z : 무차원 원관 길이 방향 좌표(z'/r_i)
k : 원관의 열전도율($W/m \cdot ^\circ C$)	L' : 원관의 길이(m)
b : 원관내면의 온도변화인자	L : 원관의 무차원 길이(L'/r_i)
r' : 속이 빈 원관의 내경과 외경 사이의 반지름 좌표(m)	Q_2 : 2차원으로 해석한 원관으로부터의 열손실(W)
r_i : 속이 빈 원관의 내부 반지름(m)	Q_1 : 1차원으로 해석한 원관으로부터의 열손실(W)
r_o : 속이 빈 원관의 외부 반지름(m)	T : 온도($^\circ C$)
r_r : 내부 반지름에 대한 외부 반지름의 비(r_o/r_i)	T_i : 속이 빈 원관의 내부표면의 온도($^\circ C$)
r : 무차원 반지름 좌표(r'/r_i)	T_∞ : 원관 주위의 온도($^\circ C$)
	θ : 변형된 온도($T - T_\infty$) ($^\circ C$)
	θ_1 : 1차원으로 해석한 외부표면의 변형된 온도 ($^\circ C$)
	θ_2 : 2차원으로 해석한 외부표면의 변형된 온도 ($^\circ C$)

*회원, 강원대학교 기계공학과

- θ_i : 속이 빈 원관의 내부표면의 변형된 온도
($T_i - T_\infty$) ($^{\circ}\text{C}$)
- λ_n : eigenvalue
- I_0 : zeroth-order 1st kind of modified Bessel function
- I_1 : first-order 1st kind of modified Bessel function
- K_0 : zeroth-order 2nd kind of modified Bessel function
- K_1 : first-order 2nd kind of modified Bessel function

1. 서 론

자동차의 배기가스가 배출되는 배기관은 고온의 배기관속을 흐르는 고온의 가스로 인하여 높아진다. 배기관은 속이 빈 원관으로 되어 있으며 원관내를 흐르는 유체에 대하여 여러 논문들이⁽¹⁻⁴⁾ 대류열전달을 해석하였다. 원관내에서 대류에 의한 열전달의 연구는 해석적인 방법보다는 실험⁽¹⁾이나 유한요소법,⁽³⁾ 유한차분법^(2,3) 등을 사용하였다. 특히 A. A. Zaman⁽⁴⁾은 새로운 식을 사용하여 원관내를 흐르는 가스에 대하여 원관의 길이에 따른 가스의 온도변화를 보여주는데 가스의 온도는 원관내에서 계속 흘러감에 따라 온도가 선형에 비슷하게 떨어짐을 보여준다. 속이 빈 원관내에 고온의 가스가 흐른다면 원관자체의 온도는 고온의 가스에 의하여 영향을 받게 되며 원관의 길이 방향으로 갈수록 가스의 온도가 낮아지면 이에 따라 원관자체의 온도도 낮아질 것이다. 우리의 실생활에서는 원관내의 가스유동보다는 원관자체의 온도분포나 원관으로부터의 열손실에 보다 많은 관심을 갖게 된다. 따라서 본 논문은 이와 같이 원관내에 고온의 유체 등이 흐를 때 유체의 흐름을 고려하지 않고 고온의 유체로 인한 원관 자체의 온도분포와 원관을 통한 주위의 열손실을 수치적으로 해석한다. 고온의 유체로 인하여 높아진 원관의 내부표면에서의 온도를 기준으로 경계조건을 세우며 원관의 길이에 따른 내부표면에서의 온도변화는 온도변화인자를 사용하여 고려해준다. 벽면에 붙어 있는 환형 fin이나 원관에 붙어 있는 fin에 대한 열적인 해석은⁽⁵⁻¹¹⁾ 많이 이루어져 왔으며 이 중 Irely⁽¹⁰⁾와 Lau, Tan⁽¹¹⁾ 등은 원형의 fin에 대하여 해석적인 방법을 사용하

여 2차원 해석에 대한 1차원 해석의 오차를 보여주었다. 속이 빈 원관의 경우 1차원 해석이 간단하고 편리하기는 하나 원관의 길이 방향을 따른 온도변화가 많이 일어날 때는 큰 오차를 피할 수가 없다. 따라서 본 논문에서는 속이 빈 원관의 내부표면에 고온의 온도가 주어지고 길이 방향을 따라 온도가 변화할 때 해석적인 방법을 사용하여 열손실과 $z=0$ 에서 온도분포에 대한 2차원 해석에 대한 1차원 해석의 상대오차를 알아본다. 또한 2차원의 변수분리법을 사용하여 구한 원관으로부터의 열손실의 변화를, 주어진 Biot 수에 대하여 원관의 내부 반지름에 대한 외부 반지름의 비의 함수로 보여준다. 수치해석을 간단하게 하기 위하여 원관재질의 열전도율과 원관주위의 대류열전달 계수는 일정하다고 가정하고 원관의 외부표면이 전체적으로 주위에 균일하게 노출되는 것으로 간주한다.

2. 수치 해석

2.1 1차원적인 해석

Fig. 1에서 보여지는 속이 빈 원관에 대하여 1차원 해석을 위한 지배방정식은 식 (1)로 나타내진다.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\theta}{dr} \right) = 0 \tag{1}$$

위의 지배방정식으로부터 온도분포를 구하기 위한 두 개의 경계조건은 식 (2)와 식 (3)으로 주어진다.

$$\theta = \theta_i \quad \text{at } r=1 \tag{2}$$

$$\frac{d\theta}{dr} + Bi \cdot \theta = 0 \quad \text{at } r=r_r \tag{3}$$

위 식에서 보여지는 각 변수들은 다음과 같이 정의된다.

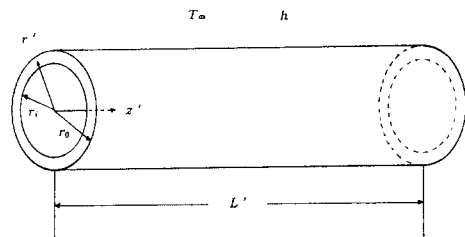


Fig. 1 Geometry of a hollow cylinder

$$\theta = T - T_{\infty}, \theta_i = T_i - T_{\infty}, Bi = \frac{h \cdot r_i}{k},$$

$$r = \frac{r'}{r_i}, r_r = \frac{r_o}{r_i}$$

식 (1)의 지배방정식을 식 (2)와 식 (3)에 나타나 있는 두 개의 경계조건을 가지고 풀면, 속이 빈 원관의 온도분포는 식 (4)로 주어진다.

$$\theta = \theta_i \cdot \left(1 - \frac{Bi}{Bi \cdot \ln r_r + \frac{1}{r_r}} \cdot \ln r \right) \quad (4)$$

속이 빈 원관으로부터의 열손실은 식 (5)에서 보여진다.

$$\begin{aligned} Q_1 &= \int_0^{L'} h \cdot [\theta]_{r=r_r} \cdot 2\pi r_o dz' \\ &= 2\pi \cdot k \cdot \theta_i \cdot r_r \cdot L \cdot Bi \cdot \left(1 - \frac{Bi}{Bi \cdot \ln r_r + \frac{1}{r_r}} \right) \cdot r_i \quad (5) \end{aligned}$$

식 (5)로부터 구한 열손실은 원관의 반지름 방향으로만 일어나는 것을 의미하며 길이 방향의 원관 양쪽 면으로부터의 열손실은 고려되지 않은 것이다.

2.2 2차원적인 해석

Fig. 1에서 보여지는 모델을 위한 2차원의 지배방정식은 식 (6)으로 나타내진다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

식 (6)의 지배방정식을 풀기 위한 네 개의 경계조건들은 식 (7)부터 식 (10)까지 주어진다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z=0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} + Bi \cdot \theta = 0 \quad \text{at } z=L \quad (8)$$

$$\theta = \frac{\theta_i}{L} \{ L + (b-1)z \} \quad \text{at } r=1 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} + Bi \cdot \theta = 0 \quad \text{at } r=r_r \quad (10)$$

위의 2차원 해석에서 주어진 경계조건 (7), (8) 들은 $z=0$ 인 면에서는 절연이지만 $z=L$ 인 면에서는 z 방향으로의 열손실이 고려되는 것을 나타내며, 양쪽 면이 다 절연으로 가정되는 1차원 해석의 경계조건과 차이가 있다. 식 (9)에서 보여지는 온도 변화인자, b 는 원관내면의 온도를 길이 방향으로 변화시켜 주는 인자이며 b 의 값이 1일 때는 원관내면의 온도가 길이 방향으로 변화하지 않고 θ_i 의

일정한 값을 가지며 4/5일 때는 $z=0$ 인 지점에서 θ_i 이고 $z=L$ 인 지점에서 $(4\theta_i)/5$ 이며 이 사이를 z 가 변함에 따라 선형적으로 변화함을 의미한다. 따라서 b 의 값이 1이 아닐 경우 1차원 해석에서 주어지는 경계조건과 달라지게 된다. 식 (6)의 지배방정식을 식 (7)로부터 식 (10)에 나타나 있는 네 개의 경계조건들을 가지고 변수분리법을 사용하여 풀면, 속이 빈 원관의 온도분포는 식 (11)로 주어진다.

$$\begin{aligned} \theta &= \sum_{n=1}^{\infty} \theta_i \cdot A_n \cdot \cos(\lambda_n z) \cdot \{ I_0(\lambda_n r) \\ &\quad + B_n \cdot K_0(\lambda_n r) \} \quad (11) \end{aligned}$$

여기서,

$$A_n = \frac{C_n}{I_0(\lambda_n) + B_n \cdot K_0(\lambda_n)} \quad (12)$$

$$B_n = \frac{\lambda_n \cdot I_1(\lambda_n r_r) + Bi \cdot I_0(\lambda_n r_r)}{\lambda_n \cdot K_1(\lambda_n r_r) - Bi \cdot K_0(\lambda_n r_r)} \quad (13)$$

$$C_n = \frac{4b\lambda_n L \cdot \sin(\lambda_n L) + 4(b-1) \{ \cos(\lambda_n L) - 1 \}}{2\lambda_n^2 L^2 + \lambda_n L \cdot \sin(2\lambda_n L)} \quad (14)$$

식 (11)부터 식 (14)까지 보여지는 eigenvalue들은 식 (8)의 경계조건으로부터 나온 식 (15)로부터 구할 수도 있으며, 또는 에너지 balance 조건을 만족하는 식 (16)으로부터 구한 식 (17)과 식 (13)을 사용하여 구할 수도 있다. 각각의 두 가지 방법으로부터 구한 eigenvalue들은 같은 값을 나타낸다.

$$\lambda_n \cdot \sin(\lambda_n L) = Bi \cdot \cos(\lambda_n L) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{L'} h \cdot [\theta]_{r=r_o} \cdot 2\pi r_o dz' + \int_{r_i}^{r_o} h \cdot [\theta] \cdot 2\pi r' dr' \\ = \int_0^{L'} \left[-k \frac{\partial \theta}{\partial r'} \right]_{r'=r_i} \cdot 2\pi r_i dz' \quad (16) \end{aligned}$$

$$B_n = \frac{Bi \cdot \cos(\lambda_n L) \cdot D_n - \sin(\lambda_n L) \cdot E_n}{\sin(\lambda_n L) \cdot F_n + Bi \cdot \cos(\lambda_n L) \cdot G_n} \quad (17)$$

식 (17)에 있는 D_n 부터 G_n 은 식 (18)부터 식 (21)까지 각각 주어진다.

$$D_n = I_1(\lambda_n) - r_r \cdot I_1(\lambda_n r_r) \quad (18)$$

$$E_n = Bi \cdot r_r \cdot I_0(\lambda_n r_r) + \lambda_n \cdot I_1(\lambda_n) \quad (19)$$

$$F_n = Bi \cdot r_r \cdot K_0(\lambda_n r_r) - \lambda_n \cdot K_1(\lambda_n) \quad (20)$$

$$G_n = K_1(\lambda_n) - r_r \cdot K_1(\lambda_n \cdot r_r) \quad (21)$$

속이 빈 원관으로부터의 2차원 해석으로 구한 열손실의 값은 식 (22)로부터 구해진다.

$$Q_2 = \int_0^{L'} -k \left[\frac{\partial \theta}{\partial r'} \right]_{r'=r_i} \cdot 2\pi r_i dz'$$

$$= -k\theta_i \cdot (2\pi r_i) \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cdot \sin(\lambda_n L) \cdot \{I_1(\lambda_n) - B_n \cdot K_1(\lambda_n)\}] \quad (22)$$

3. 결과 및 고찰

Fig. 2는 속이 빈 원관의 무차원 길이가 5이고 Biot 수가 0.01일 때 내부표면의 온도변화인자, b 의 값을 변화시키면서 구해진 원관의 내부 반지름에 대한 외부 반지름의 비, r_r 이 1.1에서 3.0까지 변화함에 따른 2차원 해석으로 구한 열손실과 1차원 해석으로 구한 열손실의 상대오차를 나타낸다. 주어진 세 경우의 b 값들에 대하여 상대오차는 r_r 이 변화함에 따라 큰 폭으로 변화하는데 이는 전체적인 열손실에 대하여 z 방향으로의 열손실의 양이 큰 영향을 미치기 때문이다. 또한 상대오차의 변화 곡선은 세 경우 모두 비슷한 경향을 보여준다. Fig. 3은 Fig. 2와 같은 경우로 단지 무차원 원관의 길이가 100인 경우이다. 그림에서 보여지듯이 상대오차들은 r_r 이 증가함에 따라 $b=1$ 인 경우에는 조금씩 커지며 나머지 두 경우에는 조금씩 작아진다. 그러나 $b=4/5$ 일 때는 10% 전후의 오차를, 그리고 $b=1/2$ 인 경우에는 32% 전후의 큰 오차를 나타낸다. 특히 $b=1$ 인 경우 r_r 이 증가함에 따라 상

대오차가 증가한다 하더라도 r_r 이 3일 때 상대오차는 약 1.3% 이하이다. 이는 원관의 길이가 원관의 내경과 외경에 비하여 상대적으로 매우 크기 때문이며 2차원 해석에서도 1차원 해석에서의 마찬가지로 원관의 z 방향의 면적으로부터의 열손실을 고려하지 않는다면 상대오차는 더욱 줄어들 것으로 생

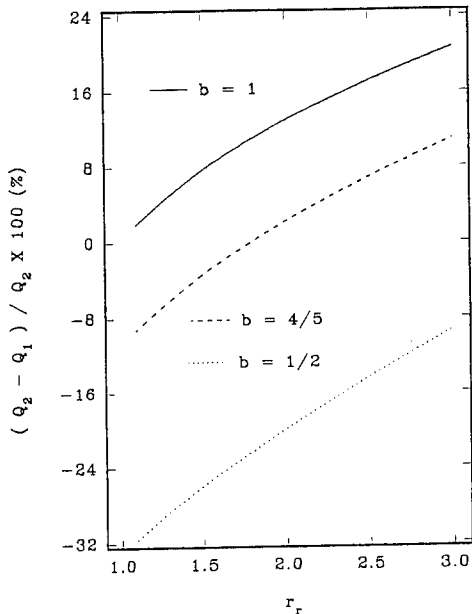


Fig. 2 Relative error in the heat loss versus r_r for different values of b in case of $L=5$, $Bi=0.01$

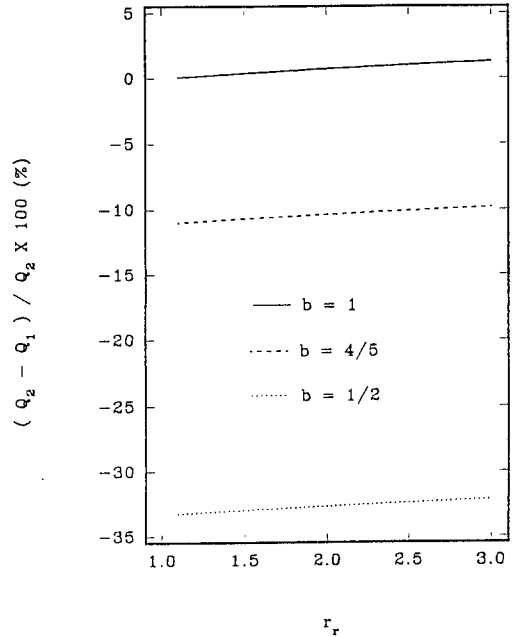


Fig. 3 Relative error in the heat loss versus r_r for different values of b in case of $L=100$, $Bi=0.01$

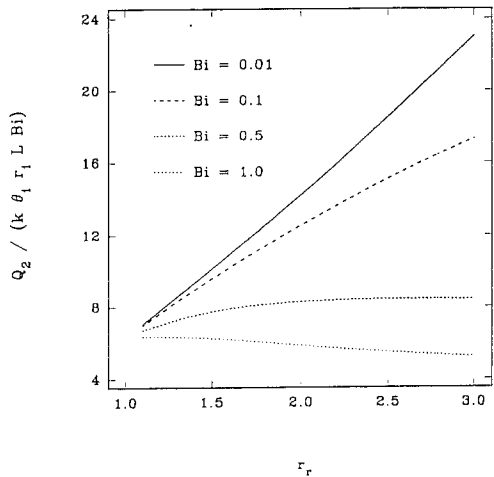


Fig. 4 Non-dimensional heat loss by using 2-D analysis versus r_r for $L=5$

각된다.

Fig. 4는 $L=5, b=1$ 일 때 네 가지 값의 Biot 수에 대하여 r_r 의 변화에 따른 2차원으로 해석한 무차원 열손실, $Q_2 / (k \cdot \theta_i \cdot r_i \cdot L \cdot Bi)$ 의 변화를 보여준다. 열손실의 값은 Biot 수가 커질수록 주어진 r_r 의 값에서 작아짐을 보여주며, $Bi=0.01, 0.1$ 일 때는 r_r 의 값이 증가함에 따라 같이 증가하나 $Bi=1.0$ 일 때는 그 반대 경향을 보여준다. 반면에 $Bi=0.5$ 인 경우에는 r_r 이 증가함에 따라 서서히 증가하다가 서서히 감소하면서 r_r 의 변화에 대하여 다른 Biot 수의 값에 대하여 상대적으로 큰 변화를 보이지 않는다. Fig. 5는 Fig. 4와 같은 경우이며 단지 무차원 원관의 길이를 5에서 100으로 변화시킨 것이다. 주어진 Biot 수에 대하여 r_r 의 변화에 따른 열손실 값의 변화는 Fig. 4와 거의 같은 경향을 나타내며 단지 전체적으로 수치가 낮아진 것을 알 수 있다. 이는 무차원 원관의 길이가 길어짐에 따라 단위 넓이당 열손실은 작아짐을 설명한다.

Fig. 6은 속이 빈 원관의 무차원 길이가 5이고 내경의 온도변화인자, b 의 값이 1인 경우 Biot 수의 값이 각각 0.01, 0.1, 1.0일 때 원관의 내부반지름에 대한 외부반지름의 비 r_r 이 1.1에서 3.0까지 변화함에 따른 2차원 해석으로 구한 열손실에 대한 1차원 해석으로 구한 열손실의 상대오차를 나타낸다. 원관의 내부반지름에 대한 외부반지름의 비, r_r 이 1.1에서는 주어진 Biot 수의 값들 모두에 대하여 상대오차값은 1.8% 전후로 비슷하나 r_r 의 값

이 증가함에 따라 상대오차값들도 급격히 증가하여 r_r 의 값이 3.0일 때는 Biot 수의 값이 1.0인 경우 상대오차는 약 16%, Biot 수의 값이 0.01인 경우 상대오차는 약 20.5%에 이른다. Fig. 7은 속이 빈 원관의 무차원 길이를 5에서 100으로 변화시키고 나머지 조건은 Fig. 6과 같다. 앞의 그림과 비교하면 전체적으로 상대오차의 값이 상당히 작아졌음을 보여준다. 그러나 r_r 의 변화에 따른 상대오차의 증가율은 오히려 커짐을 보여주는데, Biot 수의 값이 0.01인 경우 $L=5$ 일 때 r_r 이 1.1에서 3.0으로 변함에 따라 상대오차는 약 1.8%에서 약 11배인 20.6%

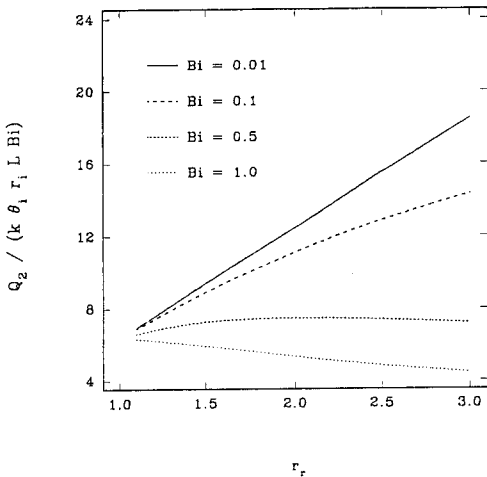


Fig. 5 Non-dimensional heat loss by using 2-D analysis versus r_r for $L=100$

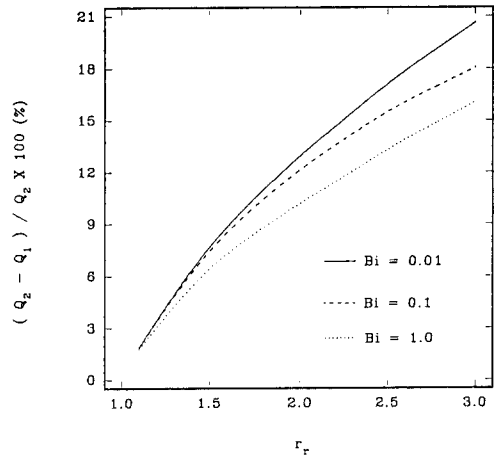


Fig. 6 Relative error in the heat loss versus r_r for different values of Bi in case of $L=5$ and $b=1$

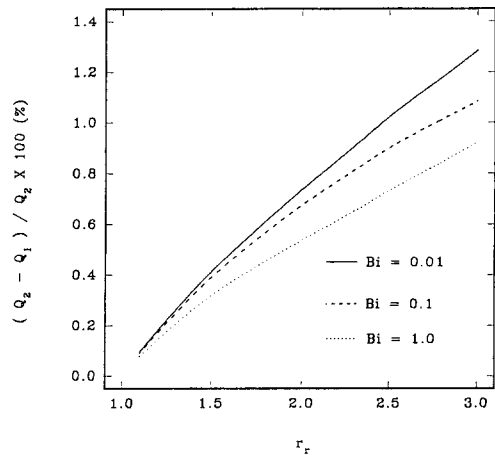


Fig. 7 Relative error in the heat loss versus r_r for different values of Bi in case of $L=100$ and $b=1$

로 증가하는데 반하여 $L=100$ 일 때는 약 0.095%에서 약 13배가 넘는 1.28%로 증가한다. 이러한 경향은 Biot 수의 값이 0.1, 1.0인 경우에도 나타남을 보여준다. 무엇보다도 Fig. 6, 7에서 보여주는 특징적인 경향은 삼각 또는 사각을 포함하여 원형의 핀의 해석에서는^(10,11) 임의의 주어진 조건에서 2차원 해석으로 구한 열손실에 대한 1차원 해석으로 구한 열손실의 상대오차는 Biot 수가 증가할수록 커지는데 반하여 그 반대로 Biot 수가 감소할수록 상대오차가 증가하는 것이다. 이는 속이 빈 원관의 경우나 fin의 경우 모두 Biot 수의 증가에 따라 두 방법으로부터 구한 열손실의 차이는 커지고 열손실의 값도 증가하는데, 속이 빈 원관의 경우는 Biot 수가 작을 때보다 Biot 수가 커짐에 따라 증가된 열손실값에 대한 두 방법으로부터의 열손실 값의 차이의 비가 작아지며, fin의 경우는 증가된 열손

실값에 대한 두 방법으로부터의 열손실값의 차이의 비가 커지기 때문이다.

Fig. 8은 $b=1$ 일 때 r_r 의 값을 변화시키면서 무차원 원관의 길이에 따른 2차원 해석으로 구한 열손실에 대한 1차원 해석으로 구한 열손실의 상대오차를 나타낸다. 원관의 두께가 얇을 때는 (즉 $r_r=1.1$) 원관의 길이가 짧더라도 그리 큰 상대오차가 나지 않으며 L 이 20에 이르면 0.5% 이하의 값을, 200에 이르면 0.05% 이하의 값을 나타낸다. 원관의 두께, r_r 의 값이 2.0, 3.0일 경우에도 L 이 커짐에 따라 상대오차는 감소하고 L 이 200에 이르면 0.5% 내외의 값을 나타내나 L 이 작아짐에 따라 상대오차는 상당히 커져서 r_r 이 3.0인 경우 $L=5$ 에서는 약 21%의 수치를 보여준다. Fig. 9는 Fig. 8과 같은 조건으로 b 를 1에서 4/5로 변화시킨 것이다. 주어진 세 경우의 r_r 값 모두 $L=200$ 에서는

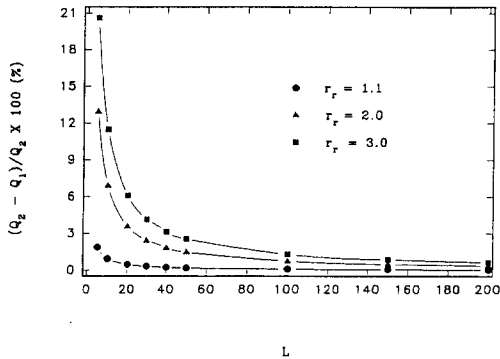


Fig. 8 Relative error in the heat loss versus L for different values of r_r in case of $Bi=0.01$ and $b=1$

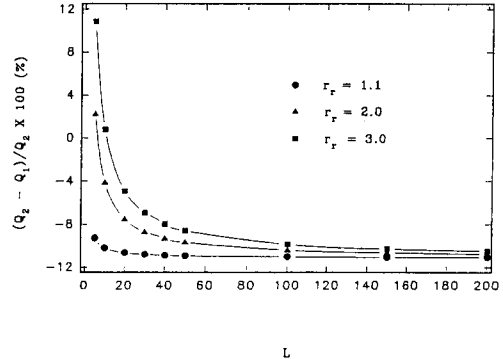


Fig. 9 Relative error in the heat loss versus L for different values of r_r in case of $Bi=0.01$ and $b=4/5$

Table 1 The effect of the number of eigenvalues on the accuracy of the value of the temperature

L	(θ/θ_1) for $r=1, z=0$ (number of eigenvalues)			
	Bi=0.01	Bi=0.1	Bi=0.5	Bi=1.0
5	0.999945 (10)	0.999444 (10)	0.997274 (10)	0.994594 (10)
	0.999995 (30)	0.999942 (30)	0.999709 (30)	0.999420 (30)
	0.999997 (50)	0.999978 (50)	0.999895 (50)	0.999793 (50)
100	0.998896 (10)	0.989739 (10)	0.994974 (30)	0.996550 (50)
	0.999890 (30)	0.998842 (30)	0.998645 (60)	0.998808 (90)
	0.999967 (50)	0.999582 (50)	0.999400 (90)	0.999312 (120)
200	0.997771 (10)	0.982331 (10)	0.996551 (50)	0.994980 (50)
	0.999747 (30)	0.997744 (30)	0.998393 (80)	0.998547 (110)
	0.999898 (50)	0.999182 (50)	0.999065 (110)	0.999058 (140)

-11% 전후의 오차를 나타내며 L 의 변화에 따른 상대오차들의 변화곡선은 $b=1$ 인 경우와 비슷한 경향을 보여준다.

Table 1은 eigenvalue의 수가 주어진 경계조건 의 온도값의 정확도에 미치는 영향을 나타낸다. 무차원 원관의 길이가 작아질수록, Biot 수의 값이 작아질수록 경계조건 의 온도값을 만족시키는 eigenvalue의 수는 적어짐을 보여준다. 예를들면, $Bi=0.01$ 이고 $L=5$ 일 때는 50개의 eigenvalue로써 주어진 경계조건 의 온도값에 0.0003%만의 상대 오차를 나타내지만, $Bi=1.0$ 이고 $L=200$ 일 경우는 140개의 eigenvalue로도 0.0942%의 상대오차를 나타낸다.

Fig. 10은 Biot 수가 0.01이고 $b=1$ 일 때 $z=0$ 인 지점에서 r_r 의 값을 1.1에서 3.0까지 변화시킬 때 1차원 해석으로부터 구한 온도값의 2차원 해석으로부터 구한 온도값에 대한 상대오차를 주어진 r_r 의 값에서 L 이 각각 5와 100인 경우에 대하여 보여준다. 상대오차의 절대값은 무차원 길이, L 이 5와 100의 두 경우 모두 r_r 의 값이 2.0까지는 거의 0에 가까우며 2.0 이상에서부터는 r_r 의 값이 증가함에 따라 L 이 100인 경우는 서서히, L 이 5인 경우는 그보다는 조금 더 급격히 증가함을 보여주나 L 이 5인 경우에조차 r_r 의 값이 3.0까지 상대오차값은 0.16%를 넘지 않고 있다. 이러한 오차는 2차원 해석에서도 1차원 해석과 마찬가지로 양쪽 면에서 모두 절연이 일어난다고 경계조건을 세워준다면 더욱 줄어들 것으로 보인다. 그러나 실제 경우에는 양쪽

에서 절연이 되는 경우가 없으며 b 의 값이 1보다는 작아지게 되므로 1차원적인 해석을 실제경우에 적용하게 되면 오차는 조금 더 커질 것으로 예상된다.

4. 결 론

본 연구에서는 속이 빈 원관에 대하여 열손실과 온도분포를 1차원 해석과 2차원 해석을 사용하여 비교하였으며 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

1) 온도변화인자, b 가 1이고 원관의 길이가 길 때는 2차원 해석으로부터 구한 열손실에 대한 1차원 해석으로부터 구한 열손실의 상대오차는 원관의 내부반지름에 대한 외부반지름의 비가 어느정도 커진다 하더라도 그리 크지 않으나, b 의 값이 1이 아니고 원관의 길이가 짧아짐에 따라 상대오차는 무시할 수 없을 정도로 커진다.

2) Biot 수의 값이 작을 때는 (즉 $Bi=0.01, 0.1$) 원관의 두께가 두꺼워짐에 따라 열손실은 증가하나 Biot 수의 값이 커짐에 따라 (즉 $Bi=0.5$) 열손실은 증가하다가 감소하며, Biot 수의 값이 더욱 커지면(즉 $Bi=1.0$) 열손실은 서서히 감소하는 경향을 나타낸다. 이러한 결론으로부터 우리는 실제로 주어진 상황에서 열손실을 고려하여 속이 빈 원관의 최적의 두께를 찾을 수 있을 것으로 생각된다.

3) 속이 빈 원관의 경우 보통의 확장된 표면, 즉 fin의 경우와는 달리 Biot 수가 커짐에 따라 2차원 해석으로부터 구한 열손실에 대한 1차원 해석으로부터 구한 열손실의 상대오차가 작아짐을 보였다.

참고문헌

- (1) Back, L. H. and Massier, P. F., 1994, "Heat Transfer From a Very High Temperature Laminar Gas Flow With Swirl to a Cooled Circular Tube and Nozzle," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 35~39.
- (2) Moukalled, F. and Acharya, S., 1988, "Forced Convection Heat Transfer in a Finitely Conducting Externally Finned Pipe," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 571~576.
- (3) Vafai, K. and Etefagh, J., 1991, "Axial Transport Effects on Natural Convection Inside of an Open-Ended Annulus," *ASME J. of Heat*

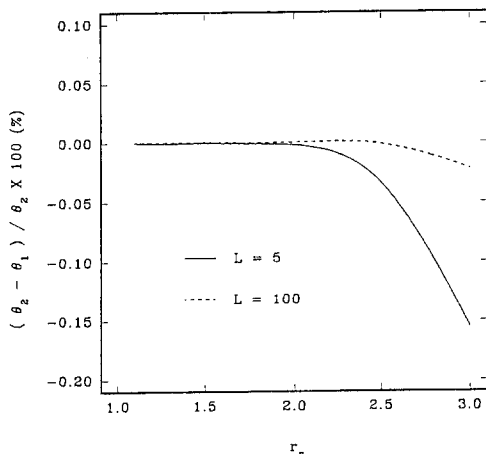


Fig. 10 Relative error in the temperature versus r_r for $L=5$ and 100 in case of $Bi=0.01, b=1$

- Transfer*, Vol. 113, pp. 627~634.
- (4) Zaman, A. A., 1992, "A New Formula for Calculating the Flow Temperature in a Gas Pipeline," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 759~761.
- (5) Ullmann, A. and Kalman, H., 1989, "Efficiency and optimized dimensions of annular fins of different cross-section shapes," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1105~1110.
- (6) Ting, Y. P. and Peddicord, K. L., 1983, "Heat Conduction in Eccentric Annuli," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 11~21.
- (7) Chang, H. V., 1985, "Optimization of Linearized Solutions of Radiating Annular Fin," *AIAA* -85-0067.
- (8) Yovanovich, M. M., Culham, J. R. and Lemczyk, T. F., 1988, "Simplified Solution to Circular Annular Fins with Contact Resistance and End Cooling," *J. Thermophysics*, Vol. 2, No. 2, pp. 152~157.
- (9) Brown, A., 1965, "Optimum Dimensions of Uniform Annular Fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 655~662.
- (10) Irey, R. K., 1968, "Errors in the One-Dimensional Fin Solution," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 90, pp. 175~176.
- (11) Lau W. and Tan. C. W., 1973, "Errors in One-Dimensional Heat Transfer Analysis in Straight and Annular Fins," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 95, pp. 549~551.