

< 논 문 >

다수의 주상체(柱狀體)들의 저진폭 동위상(同位相) 진동에 의한 2차 정상유동 해석

김 성 균*

(1995년 6월 1일 접수)

Secondary Steady Flows due to the Small-Amplitude In-phase Oscillation of Multi-Cylinders

Sung-Kyun Kim

Key Words : Steady Streaming(스트리밍 유동), BIM(경계 적분법), FVM(유한 체적법), Laser Sheet(레이저면), Flow Visualization(유동 가시화)

Abstract

Small-amplitude harmonic oscillations of multi-cylinders are considered both experimentally and theoretically. For the theoretical model, the flow regime is separated into inner and outer regions. In the inner region, the flow is governed by the generalized Stokes boundary layer equation. In the outer region, the full Navier-Stokes equation for the steady streaming flow is solved numerically by using ADI scheme and FVM coupled with the boundary integral method. Flow visualization experiments are conducted by using the Laser Sheet Image Technique. The case of two circular cylinders and square cylinders with variable distances are chosen as a typical example. Although experimental results are based on the flow in the finite domain, both experimental and numerical results agree well qualitatively. As the separation of cylinders is increased, a numerical result shows the asymptotic convergence to a single cylinder case.

1. 서 론

미소 진폭으로 조화 단진동하는 여러 개의 주상체(柱狀體)에 의해 발생하는 유동장은 정상유동 성분과 비정상 유동 성분을 갖는다. 이 중 정상유동 성분은 주상체와 조화 진동 유동장간의 비선형 간섭에 의한 것으로서, 정상 스트리밍 유동으로 불리우며, 해석적으로는 비정상 경계층내의 조직화된 레이놀즈 응력(Organized Reynolds Stress)⁽¹⁾의 존재로 설명된다. 또한, 이 유동은 고정된 주상체들

이 조화 단진동하는 균일 유동장 속에 놓일 때 발생하는 유동장과 운동 역학적으로 동일하다.

서로 다른 레이놀즈 수와 스트로말 수의 조합에 따라 세 가지 유동 형태를 갖는다: 경계층을 갖지 않는 경우, 비정상 경계층 한 개를 갖는 경우, 비정상·정상 경계층 두 개를 갖는 경우이다.

Faraday⁽²⁾와 Rayleigh⁽³⁾의 최초의 실험 및 이론적 결과가 발표된 이래, 많은 유체역학자들과 음향학자들이 연구를 수행했으며, Schlichting,⁽⁴⁾ Stuart,⁽⁵⁾ Riley,⁽⁶⁾ Wang⁽⁷⁾에 의해 한 개의 원형 실린더에 의한 스트리밍 유동에 대한 해석해를 구하는 방법이 완성되었다. 수치 해석해는 Davidson and Riley,⁽⁸⁾ Haddon and Riley⁽⁹⁾ 등이 원형 실린더에

*회원, 건국대학교 기계공학과

의한 정상유동 해를 구하였으며, Kim and Troesch⁽¹⁰⁾는 등각 사상을 도입하여 임의 단면 형상의 주상체에 의한 수치 해석해를 구하고 실험 유동 가시화 결과와 비교하였다.

여러 개의 주상체에 의한 스트리밍 유동 연구로서, Suh⁽¹¹⁾ 등은 두 개의 원형 실린더에 대해 2차 유동 레이놀즈 수가 0인 경우의 해석해를 구하였고, Yan⁽¹²⁾ 등은 등간격 무한 배열의 원형 주상체에 대한 수치 해석해를 구하였으며, Kim and Kim⁽¹³⁾은 두 개의 원형 실린더에 대해 임의의 레이놀즈 수에 대한 수치 해석해와 실험 유동 가시화 결과를 보고하였다.

본 논문에서는 여러 개의 임의 단면 형상 주상체들의 조화 단진동에 의한 스트리밍 유동에 대한 실험 및 수치 해석 방법론을 제시하고 實例로써 두 개의 원형 단면 주상체, 두 개의 정사각 단면 주상체들의 경우에 대한 수치 해석해 및 실험 유동 가시화 결과를 비교 분석하였다.

이 연구 결과는 TLP(Tension Leg Platform) 등 해양 구조물의 공진 문제, 핵반응로내의 파이프 번들(bundle)의 유동-진동 상관 문제에서의 점성 및 열 전달 문제 등 기하학적으로 복잡한 문제의 기본적인 해석 방법론을 확립하는데 도움이 될 것이다.

2. 지배 방정식

정지된 유체 속에 잠긴 여러 개의 주상체가 동일 위상으로 조화 단진동함으로써 발생하는 진동 유동장은 조화 단진동하는 균일 유동장 속에 여러 개의 주상체를 정지시켜 놓았을 때 발생하는 유동장과 운동 역학적으로 동일하다. 작은 진폭 A_o , 높은 주파수 f 로 진동함으로써 발생하는 유동장은 층류이며 박리가 일어나지 않는다고 가정한다.⁽¹⁴⁾ 유동장에 영향을 미치는 무차원 변수는 다음과 같다.

Strouhal number : $S = \Omega d / U_o = d / A$

Reynolds number : $Re = U_o d / \nu$

Streaming Reynolds number : $Re_s = \frac{Re}{S} = \frac{U_o^2}{\nu \Omega}$

Frequency Parameter : $\beta = f d^2 / \nu$

여기서 d 는 주상체 단면의 대표 길이이며, 각진동수 Ω 는 $2\pi f$, U_o 는 ΩA_o 이며, Re_s 는 정상유동장의 레이놀즈 수이고 β 는 비정상 유동장의 레이놀

즈 수이다.

실험 및 이론 결과들에 의하면 2차 정상유동 성분인 스트리밍은 S 가 클수록 현저하며, 일반적으로 β 는 아주 큰 값이므로 비정상 유동은 경계층 유동 특성을 나타낸다. 경계층 밖에서는 비정상 유동은 지수 함수적으로 감소하며, 정상유동은 Re_s 의 크기에 따라 특성이 달라진다. $Re_s \ll 1$ 인 경우 외부 유동장은 Stokes 유동이 되며, $Re_s \gg 1$ 인 경우에는 경계층 유동이 된다(Double layer).⁽⁴⁾ 본 논문에서는 $Re_s \geq O(1)$ 의 일반적인 경우를 수치 해석적으로 다루었다.

지배 방정식은 와도(Vorticity) 전달 방정식과 연속 방정식으로 구성되고, 속도 벡터와 와도를 정상 및 비정상 성분으로 분해하여 해석하고자 한다:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \omega &= \nu \nabla^2 \omega, \quad \nabla \cdot u = 0, \\ \omega &= \bar{\omega} + \tilde{\omega}, \quad u = \bar{u} + \tilde{u} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 ω 는 와도 벡터, u 는 속도 벡터이며, 오버바(-)는 정상 성분, 틸드(~)는 비정상 성분을 나타낸다. 방정식 (1)을 길이 d , 시간 $1/\Omega$, 비정상 속도 U_o , 정상 속도 γU_o 로 무차원화한다. 여기서 γ 는 정상 속도 성분과 비정상 속도 성분의 상대적 비율이며, 방정식을 정상, 비정상 성분으로 분해하면, 비정상 지배 방정식은

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial t} - \frac{\gamma}{S} (\nabla \times \bar{u} \times \tilde{\omega} + \nabla \times \tilde{u} \times \bar{\omega}) \\ - \frac{1}{S} (\nabla \times \tilde{u} \times \tilde{\omega})_s \\ = - \frac{1}{Re \cdot S} (\nabla \times \nabla \times \tilde{\omega}), \quad \nabla \cdot \tilde{u} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

이며, 정상유동의 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\nabla \times \bar{u} \times \bar{\omega})_s + \gamma^2 (\nabla \times \bar{u} \times \bar{\omega}) \\ = - (\gamma / Re) (\nabla \times \nabla \times \bar{\omega}), \quad \nabla \cdot \bar{u} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

식 (2)에서 두께 $O(Re \cdot s)^{-0.5}$ 의 Stokes 진동 경계층의 존재를 알 수 있으며, 식 (3)에서 경계층 내부의 확산항과 조직화된 Reynolds Stress항의 균형을 고려하면 γ 는 $1/S$ 이 된다.^(6,10) Stokes 경계층 외부에서는 비정상 유동 성분은 지수 함수적으로 감소하여 식 (3)의 레이놀즈 응력항은 무시할 수 있으며, 외부 유동장은 다음의 방정식에 의해 지배된다.

$$\nabla \times \bar{u} \times \bar{\omega} = (1/Re_s) (\nabla \times \nabla \times \bar{\omega}) \quad (4)$$

Stokes 경계층 내부의 유동해는 각 주상체마다 섭동법(Perturbation)을 이용한 해석적 방법으로부터 구할 수 있으며, 정상유동의 주성분은 일반화된 Stokes의 진동유동해가 되며 식 (3)으로부터 다음과 같은 내부 해를 구할 수 있다.

$$\bar{\psi} = u_p \frac{du_p}{d\xi} \left(\frac{13}{8} - \frac{3}{4}\eta - \frac{1}{8}e^{-2\eta} - e^{-\eta}\sin\eta - 3e^{-\eta}\cos\eta - \frac{1}{2}\eta e^{-\eta}\sin\eta \right) \quad (5)$$

여기서 ξ, η 는 경계층 내부 영역의 물체 표면에 접선, 수직 좌표로서, η 는 경계층 두께 δ 로 무차원화된 좌표이다. 그리고, $U_p(\xi)e^{i\omega t}$ 는 물체 표면에서의 포텐셜 유동 속도이고, 균일 유동은 진동 방향과 동일한 방향을 가진다. 경계층의 외부 경계($\eta \rightarrow \infty$)에서는 다음과 같은 정상유동 속도를 가지며, 이는 외부 유동장 해석에 있어서 물체 표면 경계 조건에 해당된다.

$$u_s \sim -\frac{3}{4}u_p(\xi) \frac{du_p(\xi)}{d\xi} \quad (6)$$

식 (6)의 특성을 살펴보면, 주상체의 기하학적 형상의 영향은 물체 표면의 포텐셜 접선 속도(Slip Velocity)만의 함수로 나타나며 한 개의 주상체의 진동에 의한 유동의 경우, 등각 사상을 도입함으로써 임의의 단면 형상의 주상체의 문제로 일반화될 수 있다.⁽¹⁰⁾ 박리가 없고, 동일 위상으로 단진동하며, 주상체간의 거리가 Stokes 경계층 두께에 비해 충분히 커서 각 물체 주위의 경계층간의 간섭이 없다면 한 개의 주상체의 진동 유동장 해석 방법론은 임의의 개수의 복합 주상체 진동 유동장을 다룰 수 있도록 확장될 수 있으며, 포텐셜 표면 속도를 구할 수 있다. 이러한 확장 가능성은 실험 유동 가시화 결과에 의해 증명되었다.

3. 수치 해석 방법론

비선형 정상 편미분 방정식의 해를 구하는데 있어서, 임의의 초기 조건으로부터 가상적으로 시간에 대해 전진하는 방법을 쓰는 것은 보편화되어 있으며, 이는 반복법에 의해 해를 구하는 것과 동일하며, 본 논문에서는 가상적 비정상 유동장을 정상 상태에 이르기까지 시간에 대해 전진하였다. Stokes 경계층 외부 2차원 유동장을 지배하는 방정식은

$$\frac{\partial \omega}{\partial T} + \frac{\partial(\phi, \omega)}{\partial(x, y)} = \frac{1}{Re_s} \nabla^2 \omega \quad (7)$$

$$\nabla^2 \phi = -\omega \quad (8)$$

이고 여기서, ϕ 는 유동 함수(stream function)이고 ω 는 평면에 수직 성분이다. 고체 표면에서의 경계 조건은 식 (6)과 같으며, $u_p(\xi)$ 는 경계 적분법에 의해 구한다. 본 논문에서는 기하학적 단순성을 고려하여 두 개의 원형 실린더의 경우와 두 개의 정사각형 주상체의 경우를 다루었다.

3.1 경계 적분법

물체 표면을 N 개의 등간격 패널로 나누고, 각 패널에서 소스(Source)의 세기는 균일하며, i번째 패널의 소스 세기를 m_i 라 하면, 특이점 분포와 균일 유동에 의한 비회전성 유동의 속도 포텐셜은 다음과 같이 표시된다.

$$\Phi(x, y) = U_x + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N m_i \int_{C_i} \ln \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} ds \quad (9)$$

여기서, ξ, η 는 i번째 패널의 접선 방향 및 수직 방향 좌표이고, C_i 는 i번째 패널을 나타낸다.

물체 표면에서의 비침투 조건을 만족시키도록 하면, 소스의 세기 m_i 는 다음의 연립 대수 방정식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} U \cos \beta_i + \frac{m_i}{2} + \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{m_j}{2\pi} I_{ij} &= 0 \\ I_{ij} &= \frac{1}{2} C \ln \left[1 + \frac{S_j^2 + 2A \cdot S_j}{B} \right] + \frac{(D - A \cdot C)}{\sqrt{B - A^2}} \\ &\quad \left[\tan^{-1} \left(\frac{S_j + A}{\sqrt{B - A^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{A}{\sqrt{B - A^2}} \right) \right] \\ A &= -(x_i - x_j) \cos \theta_j - (y_i - y_j) \sin \theta_j \\ B &= (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \\ C &= \sin(\theta_i - \theta_j) \\ D &= -(x_i - x_j) \sin \theta_i + (y_i - y_j) \cos \theta_i \\ S_j &= \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, β_i 는 i번째 패널의 법선 벡터의 방향각이며, θ_i 는 패널의 방향각으로 θ_i 와 θ_i 는 여각 관계이다. 그리고, (x_i, y_i) 는 소스 포인트, (x_j, y_j) 는 필드 포인트이며, x_i, y_i 는 i번째 패널의 중점의 좌표이다. 식 (10)으로부터 m_i 를 구하면 i번째 패널에서의 접선 속도는 다음과 같다.

$$u_p(x_i, y_i) = U \cos \theta_i + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{2\pi} I_{ij}$$

$$\begin{aligned} \bar{z}_i &= \frac{1}{2} D_i \ln \left[1 + \frac{S_j^2 + 2A \cdot S_j}{B} \right] + \frac{(D_i - A \cdot C_i)}{\sqrt{B - A^2}} \\ & \left[\tan^{-1} \left(\frac{S_j + A}{\sqrt{B - A^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{A}{\sqrt{B - A^2}} \right) \right] \\ C_i &= -\cos(\theta_i - \theta_j) \\ D_i &= (x_i - x_j) \cos \theta_i + (y_i - y_j) \sin \theta_i \end{aligned}$$

본 논문에서는 기하학적 단순성을 활용하기 위해 두 개의 원형 실린더의 경우와 두 개의 정사각형 주상체의 경우를 다루었다.

3.2 두 개의 원형 실린더의 경우

기하학적 형상을 고려하여 Fig. 1의 쌍극 좌표계 (Bipolar Coordinate System)⁽¹⁵⁾를 도입한다.

$$\begin{aligned} z = x + iy &= a \tan \frac{\xi}{2}, \quad \zeta = \eta + i\xi, \\ a &= \frac{1}{2} \sinh \xi_0 \end{aligned} \tag{12}$$

유동의 2축 대칭성을 고려하여 1사분면만을 해석 영역으로 하면, 이 등각 사상은 ζ 평면상의 직사각형 영역 ($0 \leq \eta \leq \pi, 0 \leq \xi \leq \xi_0$)을 Z 평면에서는 ($0, \pm \cosh \xi_0/2$)에 중심을 둔 두 개의 단위 원 사이의 영역 중 1사분면으로 사상시킨다. 여기서 ξ_0 는 원의 표면에서의 ξ 값이다. ζ 평면의 균일 격자 상의 점에 대응하는 물리 영역의 좌표는 다음과 같다.

$$x = \frac{a \sin \eta}{\cosh \xi + \cos \eta}, \quad y = \frac{a \sinh \xi}{\cosh \xi + \cos \eta} \tag{13}$$

그리고 이 사상의 Jacobian 함수는 다음과 같다.

$$H(\xi, \eta) = \left(\left| \frac{dz}{d\zeta} \right|^2 \right)^{-1} = \frac{(\cos \eta + \cosh \xi)^2}{\sinh^2 \xi} \tag{14}$$

Bipolar 등각사상에 의해 사상된 직사각형 영역에서 경계치 문제는 다음과 같다.

$$\frac{1}{Re_s} \nabla^2 \omega - \frac{\partial(\phi, \omega)}{\partial(\xi, \eta)} = \frac{1}{H} \frac{\partial \omega}{\partial t} \tag{15}$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\omega}{H} \tag{16}$$

$$\phi = 0, \text{ on } \xi = 0, \text{ for } 0 \leq \eta \leq \pi$$

$$\phi = 0, \text{ on } \eta = 0, \pi \text{ for } 0 \leq \xi \leq 1$$

$$\omega = 0, \text{ on } \xi = 0, \text{ and on } \eta = 0, \pi$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right|_{\xi_0} = u_s(\eta) \tag{17}$$

위 식들에 있어서 정상 유동 성분을 나타내는 오버바는 표기의 간편화를 위해 생략하였다. 물체 표면에서의 와도에 대한 경계 조건은 와도 전달 방정식 - 프와송 방정식 해석에 있어서 주된 어려움 중의 하나이다. 본 논문에서는 Woods 방식의 2차 정도 공식을 사용하였다.

$$\omega_{M+1,j} = H_{M+1,j} \left[\frac{3(\psi_{M,j} + u_s(j) \Delta x)}{\Delta x^2} - \frac{\omega_{M,j}}{2H_{M,j}} \right] \tag{18}$$

여기서, $i = M + 1$ 은 물체 표면이며, 물체 표면 속도 $u_s(j)$ 는 앞의 경계 적분법을 이용하여 Potential 접선 속도를 구하여 식 (6)에 대입하면 구할 수 있다. 이 문제의 경우 Potential 접선 속도는 해석적인 방법⁽¹¹⁾으로도 구할 수 있으며, 그 해는

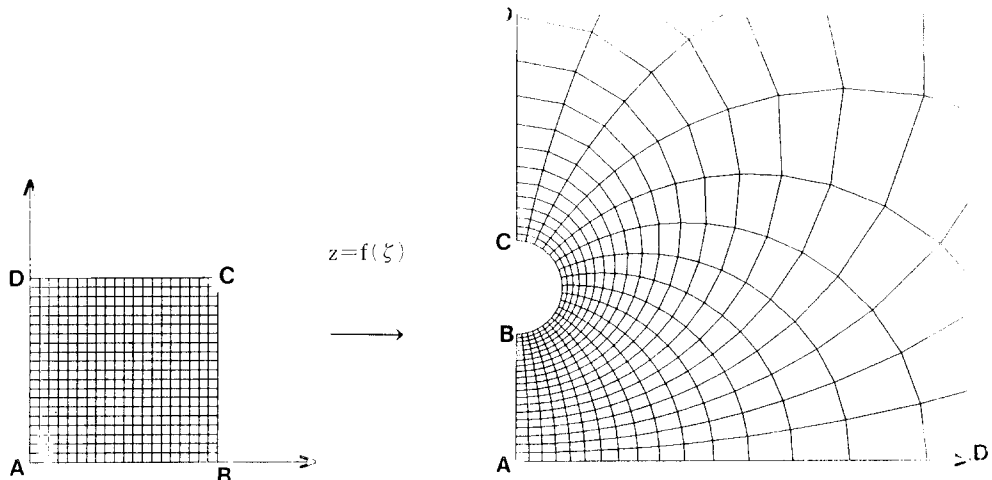


Fig. 1 Bipolar Coordinate Transform

다음과 같다.

$$u_s(\eta) = \frac{3}{8} \sum_{k=1}^{\infty} H_k \sin(k\eta) \quad (19)$$

여기서,

$$D_k = 2k(-1)^{k+1} \frac{(\cosh k\xi_0 + \sinh k\xi_0)}{\exp[k\xi_0] \sinh k\xi_0}$$

$$E_k = D_k \cosh \xi_0 + \frac{1}{2}(D_{k-1} + D_{k+1}), \quad (D_0 = 0)$$

$$F_k = \sum_{i=1}^{k-1} i \cdot E_i \cdot E_{k-i}, \quad (F_1 = 0)$$

$$G_k = k \sum_{i=1}^{\infty} E_i \cdot E_{i+k}$$

$$H_k = D_1 k E_k + F_k + G_k$$

해석해 식 (19)를 이용하여 경계 적분 알고리즘의 수렴도를 검토한 결과를 Fig. 2에 나타냈는데, 패널수가 증가함에 따라 수치 결과는 해석해에 수렴해감을 볼 수 있다.

초기 조건으로는 Re_s 가 0인 Stokes 유동해를 이용하였으며, 이에 대한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{H} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla^2 \omega = 0 \quad (20)$$

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\omega}{H} \quad (21)$$

식 (15)와 식 (20)은 ADI(Alternating Direction Implicit) 알고리즘⁽¹³⁾을 이용하여 풀었다. 식 (15)는 경계 조건식 (18)과 연관되어 있으므로 3~5회

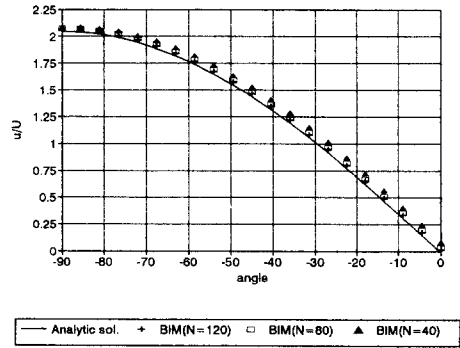


Fig. 2 Convergency of BIM Algorithm ($\xi_0=2.0$)

의 국소 반복을 요하며, 식 (16)과 식 (21)은 ADI 알고리즘의 수렴을 가속화시키기 위하여 시간증분을 Wachspress 공식에 의해 주기적으로 변화시키는 방법을 사용하였다. 일반적으로 ADI 알고리즘은 강한 수치감쇠 효과로 인해 안정성이 뛰어나다.

3.3 두 개의 사각 단면 주상체의 경우

단면의 대표 길이는 한 변 길이를 택하였으며, 기하학적으로 이중 대칭성을 고려하여 Fig. 3과 같이 제1 사분면을 계산 영역으로 선택하였다.

기하학적으로 복잡한 문제로의 확장을 고려하여 수치 해석은 상용 코드 Phoenix(Ver 2.1)를 이용하여 수행하였다. Phoenix는 속도-압력에 대한 연속 방정식과 Navier-Stokes 방정식을 지배 방정식으로 하여, 유한 체적법을 이용하여 이산화

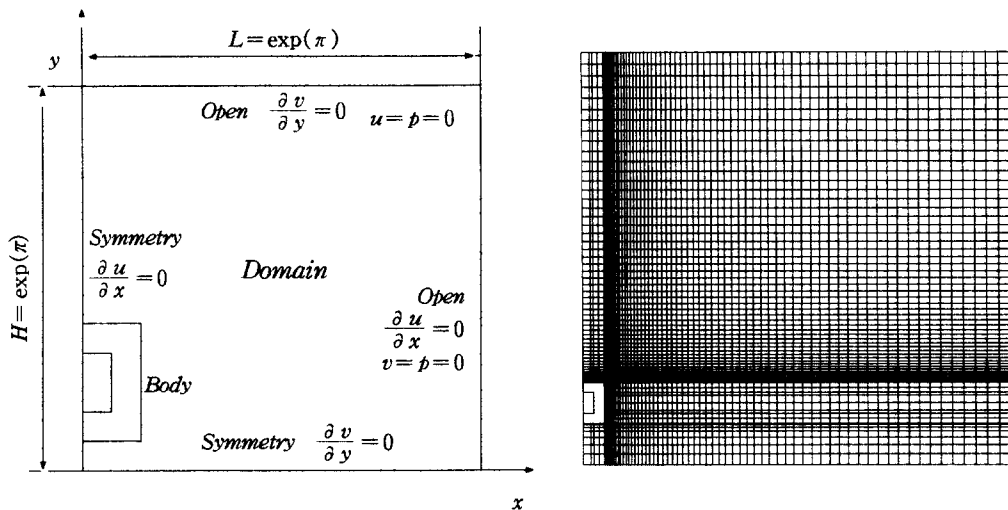


Fig. 3 Boundary Condition and Grid System (70x70)

는 상용 수치 해석 코드이다. 엇갈린 격자를 사용하며, 대류항은 풍향차분을 이용하였으며 압력 수정은 수정된 연속 방정식을 이용하여 계산 후 보간하는 방법을 사용하였다.

경계 조건은 Fig. 3에 나타나 있으며, 표면에서의 접선 속도는 앞에서와 마찬가지로 경계 적분법(BIM)에 의해 포텐셜 표면 속도를 구한 후 식(6)에 대입하여 구하다.

정사각형 단면을 경계 적분법에 의해 해석함에 있어서의 난점은 꼭지점에서의 특이 현상이다. 그러나, 식(6)에서 볼 때 u_p 는 큰 값이지만 $du_p/d\xi$ 는 영이므로, 이 두 값의 곱은 0으로 한다.⁽¹⁰⁾

4. 유동 가시화 실험

유동장에 직경 10~20 μm , 비중 1.02인 폴리비닐계 구형 입자를 첨가하고 레이저 시트에 의해 선택된 2차원 평면을 35 mm 니콘 카메라(105 mm 매크로렌즈 부착)로 촬영하는 방법을 사용하였다.

진동 유동장은 합수 발생기를 내장한 전기 동력학적 가진기에 두 개의 주상체를 부착하여 한 변 길이 20 cm인 수조 속에 넣어 진동시켰다. 원형 실린더의 경우, 직경 8 mm인 두 개의 실린더를 간격 5.32 mm, 13.5 mm, 26.7 mm로 하여 실험하였으며, 정사각단면 주상체 경우에는, 1변 길이 10 mm의 주상체 두 개의 간격을 15 mm, 20 mm로 하여 실험하였다. 실험 장치의 구성은 Fig. 4에 나타내었다. 진동 유동장은 정지상태로부터 비롯되며, 3~5분간의 과도기간을 지난 다음 노출 시간 8~30초 정도로 가시화 촬영을 하였다.

일반적으로 유동 패턴은 반복 재현 가능하며, 진폭은 가속도 계의 신호를 오실로스코프로 입력하여

주파수와 함께 측정된다. 정사각단면 주상체의 경우 면이 진동 방향에 수직이 되도록 설치함에 주의가 필요하다.

원형 실린더에 대한 주요 결과는 Figs. 5~7에, 정사각단면의 결과는 Figs. 8~9에 각각 나타내었다. 각각의 결과들은 거리에 상관 없이 비슷한 패턴을 보이고 있으며, 내부 유동해로부터 예측 가능한 형태를 유지하였다. 이 사실은 본 논문의 주요 가정 중 — 물체 사이의 거리가 Stokes 경계층에

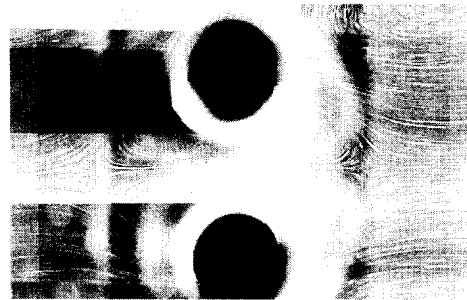


Fig. 5 Experimental Flow Visualization : $Re_s=80$, $\xi_0=1$

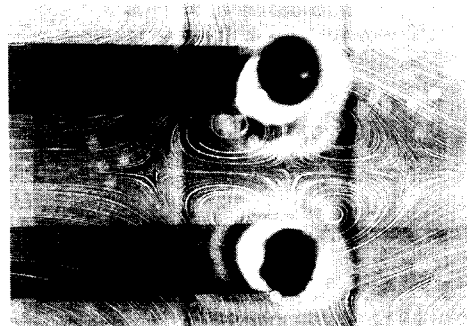


Fig. 6 Experimental Flow Visualization : $Re_s=80$, $\xi_0=1.5$

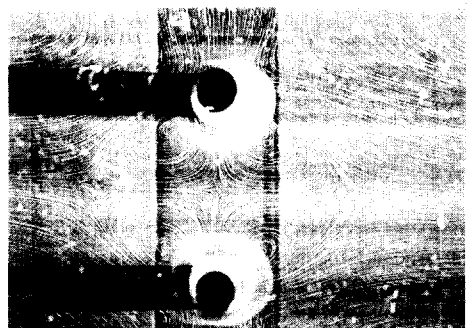


Fig. 7 Experimental Flow Visualization : $Re_s=80$, $\xi_0=2$

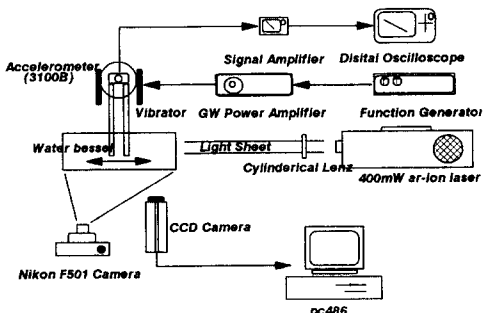


Fig. 4 Experimental Set-up for Flow Visualization Photographs

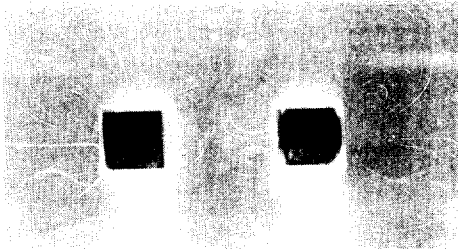


Fig. 8 Experimental Flow Visualization : $Re_s=80$, $d=1.5$

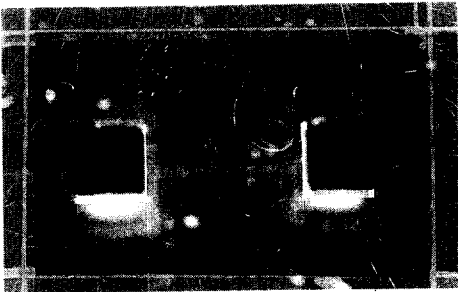


Fig. 9 Experimental Flow Visualization : $Re_s=80$, $d=2$

비해 충분히 클 경우 물체의 형상의 영향은 포텐셜 속도 성분으로만 간접적으로 나타난다—를 뒷바침하고 있다.

또한, 실험 결과는 수치 해석 결과와 정성적으로 잘 일치하며, Suh et. al.⁽¹¹⁾의 결과가 잘못되었음을 보여준다.

5. 수치 유동 가시화 결과 및 토론

수치 해석에 사용된 격자계는 Figs. 1, 3과 같으며, Fig. 1은 40×40 균일 격자계를 Fig. 10은 70×70 비균일 격자계를 나타낸다. 한 경우당 계산 시간은 486 PC로 1000초 오더였으며, 계산 종결 조건은 다음과 같다.

$$|\omega_B^{n+1} - \omega_B^n| < O(10^{-4}) \text{ or } |\omega_B^{n+1} - \omega_B^n| / \Delta t < O(10^{-2})$$

시간증분 dt 는 $O(10^{-2})$ 이고, 유선은 ISOX와 MPLOT 그래픽 라이브러리를 사용하였다.

5.1 $Re_s=0$ 인 2개의 원형 실린더의 경우

초기 조건으로 사용하기 위해서, 그리고, Suh¹¹의 해석해의 결과와 비교하기 위해 Re_s 가 0인 경

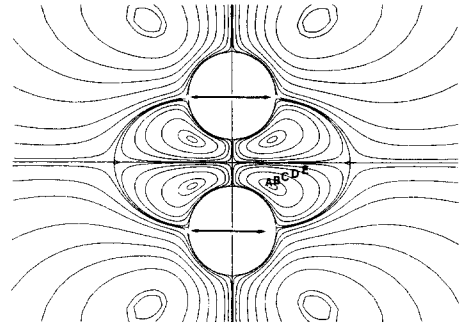


Fig. 10 Numerical Solution of Outer Streaming Flow : $Re_s=0$, $\xi_0=1$

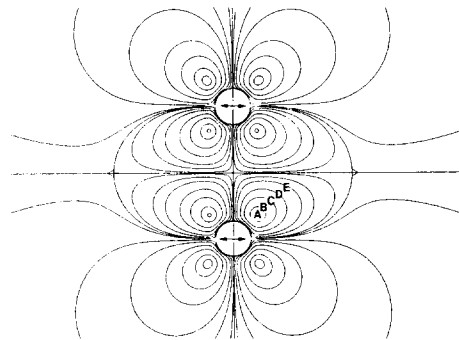


Fig. 11 Numerical Solution of Outer Streaming $Re_s=0$, $\xi_0=2$

Table 1 Values for streamline contours

Distance Contour	Stream Function ($Re_s=80$)		
	$\xi_0=1$ Ψ values	$\xi_0=1.5$ Ψ values	$\xi_0=2$ Ψ values
A	-0.38	-0.43	-0.48
B	-0.30	-0.40	-0.40
C	-0.20	-0.30	-0.30
D	-0.10	-0.20	-0.20
E	-0.05	-0.10	-0.10
1	0.10	0.10	0.10
2	0.20	0.20	0.20
3	0.30	0.30	0.30
4	0.40	0.40	0.40

우를 먼저 다루었다. 그 결과는 Figs. 10~11에 나타냈으며, 이는 Suh의 결과와 달랐다. Suh와 개인적인 접촉에서 이 사실을 통보하였으며, Suh⁽¹⁶⁾은

Table 2 Location of Numerical inner core and Experimental inner core

Streaming Reynolds Number=80						
Distance	$\xi_0=10(d=0.543)$		$\xi_0=1.5(d=1.352)$		$\xi_0=2.0(d=2.762)$	
	Experimental	Numerical	Experimental	Numerical	Experimental	Numerical
Distance	1.72	1.65	2.13	2.05	2.72	2.45
θ (degree)	29.7	32.5	40.2	36.5	47.9	42

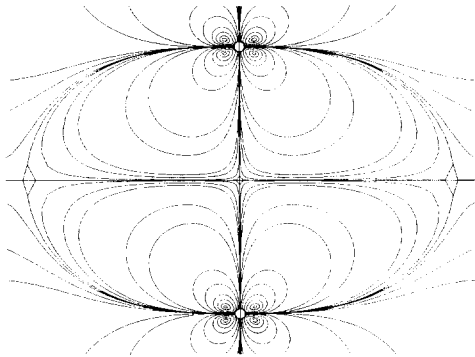


Fig. 12 Numerical Solution of Outer Streaming $Re_s=30, \xi_0=4$

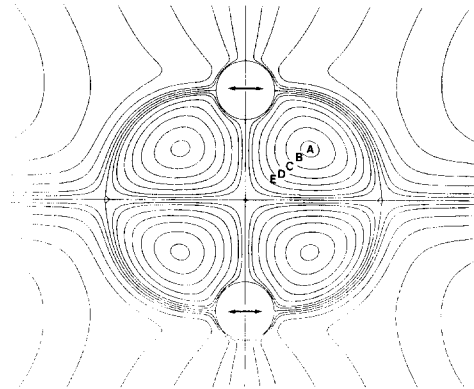


Fig. 15 Numerical Solution of Outer Streaming $Re_s=80, \xi_0=2$

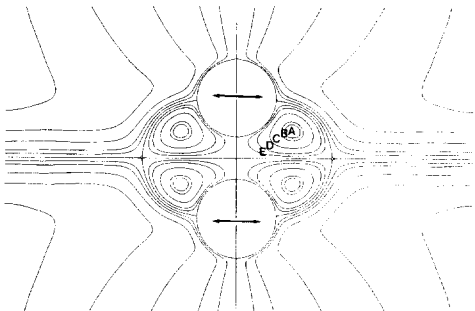


Fig. 13 Numerical Solution of Outer Streaming $Re_s=80, \xi_0=1$

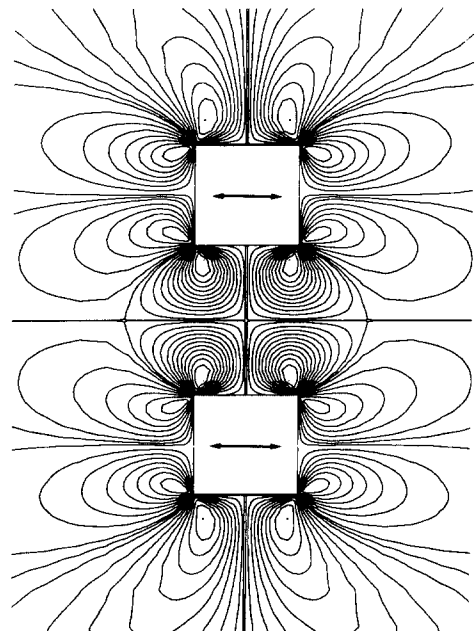


Fig. 16 Numerical Solution of Outer Streaming $Re_s=80, d=1.5$

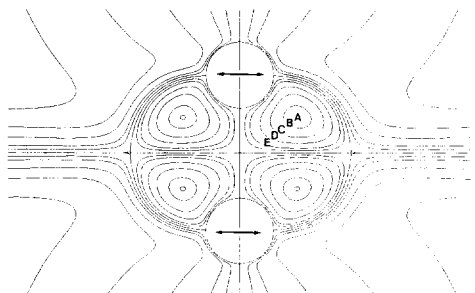


Fig. 14 Numerical Solution of Outer Streaming $Re_s=80, \xi_0=1.5$

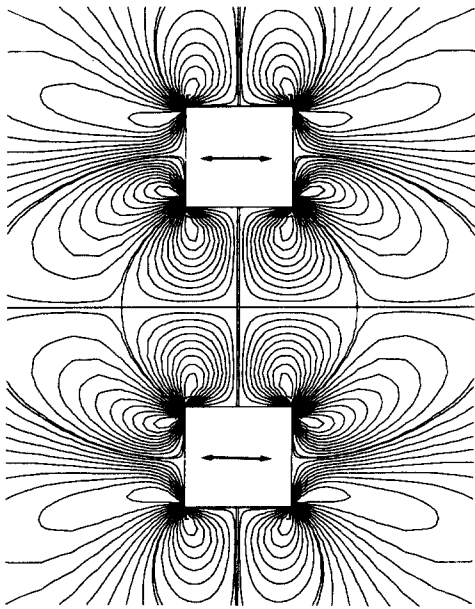


Fig. 17 Numerical Solution of Outer Streaming $Re_s=80$, $d=2$

수정연구 결과를 발표하였으며, 그것은 본 논문의 결과와 일치하였다.

5.2 간격이 큰 두 개의 원형 실린더의 경우

사용된 알고리즘이 일관된 결과를 보이는지 확인하기 위해, Fig. 8처럼 큰 간격에 대해 계산한 결과, 1개의 원형 실린더의 유동 패턴으로 수렴함을 볼 수 있었으므로, 알고리즘의 일관성을 확인하였다.

5.3 $Re_s=80$ 인 두 개의 원형 실린더의 경우

실험 결과와 비교하기 위해, ξ_0 가 1, 1.5, 2인 경우에 대해 수치 해를 구한 결과를 Figs. 9~11에 나타내었다. 수치 해석은 무한 영역에서, 실험은 유한 영역에서 행하여졌으나, 물체 주변 영역에서는 두 결과가 잘 일치함을 볼 수 있다. Table 1은 Figs. 9~11에 그려진 유선의 유동 함수값이며, Table 2는 각 실험에 대해 볼텍스코아의 위치와 유동함수값을 요약하였다.

5.4 두 개의 정사각 단면 주상체의 경우

실험치와 비교하기 위해 간격 1 및 1.5, 레이놀즈 수 80인 경우에 대해 수치 해석해를 구하여

Table 3 Location of Numerical inner core and Experimental inner core

Streaming Reynolds Number=80				
Distance	$\xi_0=1.5(d=1.352)$		$\xi_0=2.0(d=2.762)$	
	Experimental	Numerical	Experimental	Numerical
Distance	1.85	1.76	1.92	1.78
θ (degree)	55.2	54.1	57.9	59.8

Fig. 17에 나타내었으며, 실험치와 정성적으로 잘 일치함을 볼 수 있다. 또한, Figs. 8~9와 마찬가지로 박리현상은 나타나지 않았다.

6. 결론

임의 단면 형상, 임의 개수의 주상체들의 동 위상 미소 진폭 진동에 의한 전산 유동 해석을 위한 일반적 방법론을 제시하였다. 이 방법을 두 개의 원형 및 정사각단면 형상의 주상체들의 경우에 대한 수치 해석해를 구하였으며, 유동 가시화 실험을 병행하여 정성적 일치를 보았다.

그러므로, 적정 격자생성법을 도입할 경우 핵 반응로내의 파이프 번들(bundle)과 같이 기하학적으로 복잡한 문제의 저진폭 고진동수 유동(유동·구조 진동 복합문제)을 다룰 수 있을 것이다.

스트리밍 레이놀즈 수가 0인 경우 Suh 등⁽¹¹⁾의 결과와 달리 간격이 변해도 유동의 대체적 형상은 크게 변하지 않았으며, suh⁽¹⁶⁾의 새로운 결과와 잘 일치하였다. 0아닌 레이놀즈 수의 경우에도 유동의 대체적인 형상은 크게 변하지 않았으며, 날카로운 모서리를 가진 주상체의 경우에도 진폭이 아주 작을 때에는 유동 박리가 발생하지 않았다. 내부와 동물의 중심 위치에 대한 수치 해석해와 실험 결과를 비교한 결과 대체로 잘 일치하였으나, 물체간의 거리가 멀어질수록 유한 영역의 영향으로 오차가 다소 증가함을 볼 수 있다.

위 결과들로부터, 물체 형상의 영향은 임의 개수의 주상체의 복합 진동에 있어서도, 주상체간의 간격이 비정상 경계층 두께에 비해서 충분히 클 경우에는 포텐셜 표면 속도로서만 작용하며, 이는 경계적분법에 의해 쉽게 구해질 수 있음을 알 수 있다. 또한 이 포텐셜 속도를 참고 문헌 17, 18의 방법에

적용하면 이 경우의 관성력 및 점성 항력을 계산할 수 있으며, 이 수치들은 LDS(Lightly Damped System)의 동력학 및 공진 문제에 유용하게 쓰일 것이다. 차후, 유동 가시화 결과의 정량적 확인을 위해서, PIV 방법에 의한 실험 해석을 할 예정이다.

후 기

이 연구는 1995·1996년도 한국과학재단의 핵심 전문 연구과제(과제번호: 951-1006-009-2) 지원 연구비에 의하여 수행되었으며, 동 재단의 관계제위께 감사의 뜻을 포함합니다.

참고문헌

- (1) Telionis, D. P., 1981, "Oscillation with Zero Mean," *Unsteady Viscous Flows*, Springer-Verlag, pp. 154~185.
- (2) Faraday, D. J., 1831, "On a Peculiar Class of Acoustical Figures, and on Certain Forms Assumed by Groups of Particles upon Vibrating Elastic Surfaces," *Phil. Trans.*, Vol. 121, pp. 299~340.
- (3) Rayleigh, Lord, 1883, "On the Circulations of Air Observed in Kundt's Tubes and on Some Allied Acoustical Problems," *Phil. Trans.*, A, Vol. 175, pp. 1~71.
- (4) Schlichting, H., 1932, "Berechnung ebner Periodischer Grenzschichtströmungen." *Phys. Z.*, Vol. 33, pp. 327~335.
- (5) Stuart, J. T., 1966, "Double Boundary Layer in Oscillatory Viscous Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 274~297.
- (6) Riley, N., 1965, "Oscillating Viscous Flows," *Mathematika*, Vol. 12, pp. 161~175.
- (7) Wang, C. Y., 1968, "On High-Frequency Oscillatory Viscous Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 32, pp. 55~68.
- (8) Davidson, B. J. and Riley, N., 1972, "Jets Induced by Oscillatory Motion," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 53, pp. 287~303.
- (9) Haddon, E. W. and Riley, N., 1979, "The Steady Streaming Induced Between Oscillating Circular Cylinders," *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 32, pp. 263~282.
- (10) Kim, S. K. and Troesh, A. M., 1989, "Streaming Flows Generated by High-Frequency Small-Amplitude Oscillations of Arbitrarily Shaped Cylinders" *Phys. Fluids A*, 1, pp. 975~985.
- (11) Suh Y. K., Oh S. W. and Han K. M., 1987, "Induced Steady Flow around Two Oscillating" *J. Ocean Eng. & Tech.*, Vol. 1, No. 1, pp. 65~72.
- (12) Troesh, A. W. and Kim, S. K. J. 1991 *Fluid & Structures*, 5, 113.
- (13) Batchelor, G. K., 1973. "Oscillatory Boundary Layers," *Fluid Dynamics*, Cambridge, pp. 353~364.
- (14) Milne-Thomson, L. M., 1968, "Coaxial Coordinates," *Theoretical Hydrodynamics*, Macmillan, pp. 176~185.
- (15) Peyret, R. and Taylor, T. 1983, "Finite-Difference Solution of the Navier-Stokes Equations," *Computational Method for Fluid Flow*, Springer-Verlag, pp. 143~215.
- (16) Bearman, P. W., Downie, M. J., Graham, J. M. R. and Obasaju, E. D., 1985, "Forces on Cylinders in Viscous Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter Numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 154, pp. 337~356.