

<논 문>

유한체적법에 의한 복잡한 형상을 갖는 3차원 가스터빈 연소기내의 복사열전달 해석

김만영* · 백승욱**

(1996년 3월 7일 접수)

Prediction of Radiative Heat Transfer in a Three-Dimensional Gas Turbine Combustor with the Finite-Volume Method

Man Young Kim and Seung Wook Baek

Key Words : Radiative Heat Transfer(복사열전달), Gas Turbine Combustor(가스터빈 연소기), Finite-Volume Method for Radiation(유한체적복사해법), Control Angle(검사각도), Directional Weights(방향가중치), Scattering Albedo(산란알베도), Scattering Phase Function(산란위상함수), Optical Thickness(광학두께)

Abstract

The finite-volume method for radiation in a three-dimensional non-orthogonal gas turbine combustion chamber with absorbing, emitting and anisotropically scattering medium is presented. The governing radiative transfer equation and its discretization equation using the step scheme are examined, while geometric relations which transform the Cartesian coordinate to a general body-fitted coordinate are provided to close the finite-volume formulation. The scattering phase function is modeled by a Legendre polynomial series. After a benchmark solution for three-dimensional rectangular combustor is obtained to validate the present formulation, a problem in three-dimensional non-orthogonal gas turbine combustor is investigated by changing such parameters as scattering albedo, scattering phase function and optical thickness. Heat flux in case of isotropic scattering is the same as that of non-scattering with specified heat generation in the medium. Forward scattering is found to produce higher radiative heat flux at hot and cold wall than backward scattering and optical thickness is also shown to play an important role in the problem. Results show that finite-volume method for radiation works well in orthogonal and non-orthogonal systems.

기 호 설 명

D_{ci}^m : 방향가중치, 식 (4)
 $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$: x -, y -, z -방향의 단위 벡터
 G : 무차원 복사강도(intensity), $= \pi I / \sigma T_{ref}^4$

g_{ij} : 공변 메트릭 텐서(covariant metric tensor)
 I : 복사강도, ($W/(m^2 \cdot sr)$)
 L : 특성 길이, (m)
 M : 복사방향의 전체 개수
 \vec{n}_i : 검사면 i 에서의 단위벡터, 식 (6), (17)

*회원, 한국과학기술원 항공우주공학과 대학원

**회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

- $P_j(\cos \Psi)$: j 차 Legendre 다항식, 식 (25)
- Q_w^R : 벽면에서의 무차원 복사열유속 식 (24)
- $Q_{w,z}^R$: 벽면에서의 z -방향 무차원 복사열유속
- $q_{w,z}^R$: 벽면에서의 z -방향 복사열유속,
 $= Q_{w,z}^R \sigma T_{ref}^4 / \pi$ (W/m^2)
- \vec{r} : 위치 벡터
- S_{nr} : 단위 체적 당 생성에너지, (W/m^3)
- S_r : 생성항, 식 (7)
- \vec{s} : 방향 벡터, 식 (5)
- s : 광선이 진행한 무차원 거리
- T : 온도, (K)
- T_{ref} : 기준온도, (K)
- x, y, z : Cartesian 좌표계의 좌표축
- x_e, x_n, x_r } 좌표축간의 기하학적 관계
- y_e, y_n, y_r }
- z_e, z_n, z_r }

그리스문자

- β_0 : 상각계수 (extinction coefficient),
 $= \kappa_a + \sigma_s$, (m^{-1})
- ΔA_i : 검사면 i 의 면적, 식 (18)
- Δv : 검사체적의 체적, 식 (22)
- $\Delta \Omega^m$: 검사각도, 식 (8)
- ϵ_w : 벽면 방사율
- θ : 무차원 온도, $= T / T_{ref}$
- θ : 천정각 (polar angle), (rad)
- κ_a : 흡수계수 (absorption coefficient),
 (m^{-1})
- σ : Stefan-Boltzmann 상수, $= 5.67 \times 10^{-8}$ ($W/(m^2 \cdot K^4)$)
- σ_s : 산란계수 (scattering coefficient),
 (m^{-1})
- τ_0 : 광학두께, $= \beta_0 L$
- Φ : 산란위상함수 (scattering phase function)
- ϕ : 방위각 (azimuthal angle), (rad)
- Ψ : \vec{s}' 과 \vec{s} 사이의 산란각도 (scattering angle)
- Ω : 입체각 (solid angle), (sr)
- ω_0 : 산란알베도, $= \sigma_s / \beta_0$
- ξ, η, γ : 비직교좌표계의 좌표축

상첨자

- m, m' : 복사 방향 (radiation direction)

$m+, m-$: 검사각도의 경계, see Figure 2

하첨자

- $EWNSTB$: P 주위의 격자점
- e, w, n, s, t, b : 검사체적 P 의 검사면
- w : 벽면

1. 서 론

환경오염에 대한 일반적인 공감대와 사회적인 요구에 의하여 환경오염물질의 예측 및 제어에 대한 많은 관심과 연구가 이루어지고 있다. 특히 산업용 또는 항공기용 엔진으로 사용되고 있는 가스터빈 연소기로부터 CO(carbon monoxide), UHC(unburned hydrocarbon), NOx(oxides of nitrogen) 및 SO2(sulfur dioxide) 등의 공해물질이 배출되고 있다는 것은 이미 오래전부터 잘 알려져 있다.⁽¹⁾ 이 물질들 중에서 NOx는 산성비(acid rain)와 오존층의 파괴라는 심각한 현상을 일으키기 때문에 그 규제가 점점 엄격해지고 있다.^(2,3) 따라서 이에 대한 많은 실험적, 이론적 해석이 이루어지고 있는데, 가스터빈 연소기에서 NOx를 보다 정확히 예측하기 위해서는 정확한 난류 유동장의 해석과 복사열전달에 대한 고려가 함께 이루어져야 하겠다. 그 이유 중의 하나로서, 주로 고온에서 생성되는 Thermal NOx⁽²⁾는 온도에 아주 민감하다고 알려져 있는데, 이 온도장은 열복사의 영향을 많이 받고 있기 때문이다. 그러나 열복사가 연계된 화학반응 난류 유동장의 해석은 용이하지가 않다. 그것은 비록 복잡한 형상을 갖는 가스터빈 연소기에서 스웰(swirl), 재순환(recirculation), 연료의 증발(evaporation) 및 혼합(mixing)과 난류연소(turbulent combustion)에 대한 해석⁽⁴⁾이 이루어졌어도, 복사전달방정식(radiative transfer equation, RTE)은 적분/미분 방정식으로서 간단한 형상에 대해서조차 그 해석이 용이하지 않기 때문이다. 따라서 이에 대한 적절한 해석 방법이 절실히 요구되고 있다.

어느 한 가지의 모델로서 공학적인 모든 문제를 해결할 수는 없으므로 공학자들은 그들의 주목적과 다루는 문제에 따라 적절한 방법을 선택해야 한다. 이러한 관점에서 볼 때 복잡한 형상을 갖는 가스터빈 연소기의 복사장을 해석하기 위한 해석 모델은 적절한 계산시간과 함께 해의 정확도와 다차원 문

제로의 확장이 용이해야 한다. 또한, 무엇보다 유체의 유동과 화학반응 및 다른 열전달 모드의 계산에 사용되는 유한차분 격자계를 공유할 수 있어야 할 뿐만 아니라 계산격자의 비틀림에 대한 영향도 고려할 수 있어야 하겠다. 비록 수치적으로 엄밀해라 불리는 Monte-Carlo 방법⁽⁵⁾이나 zone 방법⁽⁶⁾이 순수복사 문제에 사용되고는 있지만, 이 방법들은 계산시간, 방정식의 복잡성 및 화학반응 유동장의 계산에 주로 사용되는 유한차분 격자점과의 비연계성으로 인하여 사용에 다소 제한이 있다. 따라서 현재까지는 연소기의 설계에 PN 근사해법^(7,8)이나 구분종좌법(discrete-ordinates method, DOM)과 같은 유속법^(10~16)이 선호되고 있는 추세이다.

Menguc and Viskanta⁽⁷⁾는 P3 근사해법을 사용하여 비등방 산란을 하는 매질이 있는 3차원 직육면체 연소기내의 순수 복사열전달 해석을 하였고, Song and Viskanta⁽⁸⁾는 P1 근사해법으로 2차원 연소기내의 난류/복사 상호작용(turbulence/radiation interaction)에 대한 연구를 하였다. 구분종좌법은 Carlson and Lathrop⁽⁹⁾이 중성자 전달방정식의 해석을 위해 도입한 이후, Fiveland⁽¹⁰⁾와 Truelove⁽¹¹⁾가 2차원 순수복사 문제에 적용하여 해의 정확성과 계산의 효율성을 입증하였고, Fiveland⁽¹²⁾, Jamaluddin and Smith⁽¹³⁾ 및 Truelove⁽¹⁴⁾는 Menguc and Viskanta⁽⁷⁾의 연소기를 모델로 한 3차원 순수 복사열전달 계산을 하였다. 또한, Kim and Baek⁽¹⁵⁾은 사각형 매질내의 복사 및 전도 혼합열전달의 해석에 적용하였고, Kim et al.⁽¹⁶⁾은 Arrhenius 타입의 2차 단단계 화학반응을 고려한 고체연료 확산화염(diffusion flame) 거동의 모델링에 도입하였다. 이 두 방법은, 비록 연소계의 모사에 적절히 사용되고는 있지만, 본 연구와 같이 격자 비틀림(grid skewness)이 있는 비직교 좌표계(non-orthogonal coordiante)로의 확장에는 다소 어려움이 있어 보인다.

최근 이러한 단점을 보완하여 비직교좌표계의 복사열전달 계산을 할 수 있는 유한체적복사해법(finite-volume method for radiation)이 Chui and Raithby⁽¹⁷⁾ 및 Chai et al.⁽¹⁸⁾에 의해 제시되어 복잡한 형상을 갖는 2차원 순수복사 문제에 성공적으로 적용되었다. 한편, Kim and Baek⁽¹⁹⁾은 서서히 팽창하는 2차원 노즐 내부의 혼합 열전달 해석에 적용한 바 있고, Kim and Baek⁽²⁰⁾은 원통형/원추형 로켓배기플룸에 의한 로켓의 저부가열을 해석하는

열복사 모델에 도입하였다. 이 방법은, 비록 구분종좌법과 많은 유사점을 갖고 있지만, 구분종좌법과는 달리 복사전달방정식을 검사체적(control volume)과 검사각도(control angle)에 대하여 동시에 적분을 수행하여 복사에너지의 보존이 이루어지도록 하기 때문에 비직교좌표계로의 적용이 가능하다.

본 연구는 유한체적복사해법을 3차원 비직교좌표계로 확장하고 이를 이용한 복잡한 형상을 갖는 3차원 가스터빈 연소기내의 복사열전달의 해석을 목적으로 하고 있다. 계단차분법을 이용하여 공간차분을 하였고, 비등방 산란의 경우 Legendre 다항식을 이용한 산란위상함수를 고려하였다. 비직교 격자계를 사용하여 기존의 연구 결과와의 비교를 통하여 수치해의 검증을 거친 후 가스터빈 연소기에서의 산란알베도, 산란위상함수 및 상각계수의 변화에 따른 열적 특성을 고찰하였다.

2. 이론해석

2.1 복사전달방정식

임의의 위치, \vec{r} 에서 경로, \vec{s} 를 따라 흡수, 방사 및 산란하는 회체(gray body) 매질의 복사강도는 다음의 복사전달방정식(Radiative Transfer Equation, RTE)을 따른다.⁽²¹⁾

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_0} \frac{dG(\vec{r}, \vec{s})}{ds} \\ = -G(\vec{r}, \vec{s}) + (1 - \omega_0) \Theta^4(\vec{r}) \\ + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} G(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}', \vec{s}) d\Omega' \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $G(\vec{r}, \vec{s}) = \pi I(\vec{r}, \vec{s}) / \sigma T_{ref}^4$ 으로서 무차원 복사강도를 나타내고, $\tau_0 = \beta_0 L$ 로서 광학두께이고, $\omega_0 = \sigma_s / \beta_0$ 인 산란알베도이다. 한편, $\Phi(\vec{s}', \vec{s})$ 는 입사방향, \vec{s}' 로부터 산란방향, \vec{s} 로의 복사에너지 전달을 나타내는 산란위상함수이다. 만일, 매질의 온도, $\Theta(\vec{r})$ 와 복사강도에 대한 경계조건이 주어지면 이 복사전달방정식으로부터 매질의 복사강도, $G(\vec{r}, \vec{s})$ 를 구할 수 있다. 한편, 온도가 $\Theta(\vec{r}_w)$ 인 확산적으로(diffusely) 방사 및 반사를 하는 불투명 벽면(opaque wall)을 떠나는 복사강도는 다음의 식처럼 방사 및 반사된 복사강도의 합으로 표현된다. 즉,

$$\begin{aligned} G(\vec{r}_w, \vec{s}) \\ = \varepsilon_w \Theta^4(\vec{r}_w) \end{aligned}$$

$$+ \frac{1-\epsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s} \cdot \vec{n}_w < 0} G(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{s}' \cdot \vec{n}_w| d\Omega' \quad (2)$$

여기에서 ϵ_w 은 벽면방사율을 나타낸다.

2.2 유한체적복사해법 (Finite-Volume Method for Radiation)

차분방정식을 유도하기 위해 식 (1)을 Fig. 2에 도시된 검사체적, ΔV 와 검사각도, $\Delta \Omega^m$ 에 대하여 적분하여 다이버전스 정리를 적용한 후 검사체적과 검사각도 내에서 복사강도의 크기가 일정하다는 가정을 하면 다음의 유한체적 공식 (finite-volume formulation)을 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=e,w,n,s,t,b} G_i^m \Delta A_i D_{ci}^m = z_0 (-G^m + S_r^m)_F \Delta V \Delta \Omega^m \quad (3)$$

여기에서,

$$D_{ci}^m = \int_{\Delta \Omega^m} (\vec{s} \cdot \vec{n}_i)_i d\Omega^m \quad (4)$$

$$\vec{s} = \sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z \quad (5)$$

$$\vec{n} = n_{x,i} \vec{e}_x + n_{y,i} \vec{e}_y + n_{z,i} \vec{e}_z \quad (6)$$

$$S_r^m = (1-\omega_0) \Theta^4 + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{\Omega^m} G^m \Phi^m d\Omega' \quad (7)$$

$$\Delta \Omega^m = \int_{\phi^m-}^{m+} d\Omega^m = \int_{\phi^m-}^{\phi^m+} \int_{\theta^m-}^{\theta^m+} \sin \theta d\theta d\phi \quad (8)$$

이고 ΔA_i 와 ΔV 는 각각 검사체적의 표면적(즉, 검사면, control surface)과 검사체적의 체적을 나타내고, \vec{n}_i 는 Fig. 2(a)에 보이는 것처럼 검사면에 수직한 단위벡터이고, $G^m = G(\vec{r}, \vec{s})$ 이다. 이 방정식은 검사면을 통한 복사에너지의 순유출은 검사체적과 검사각도 내에서 흡수, 방사 및 산란에 의해 복사에너지가 증가되는 양과 같아야 한다는 복사에너지 보존식이다. 여기에서, 방향가중치 (directional weights), ⁽¹⁸⁻²⁰⁾ D_{ci}^m 는 그 부호에 따라 검사면을 통한 복사에너지의 유출입을 나타내기 때문에 주의깊은 계산이 필요하다. 이 방향가중치는 공간 및 각도 격자계가 정해지면 해석적인 방법으로 구할 수 있다. (부록 참조)

격자점의 복사강도로부터 검사면에 있는 복사강도를 표현하기 위해서는 보간법이 필요하다. 비록 많은 보간법이 제시되어 사용되고 있으나 본 연구에서는 계단차분법 (step scheme) ⁽¹⁸⁻²⁰⁾을 사용하여 공간차분을 한다. 이 차분법은 가장 간단하면서도 물리적으로 타당한 양의 복사강도 (positive intensity)를 가지도록 할 수 있는 차분법으로서 하류면

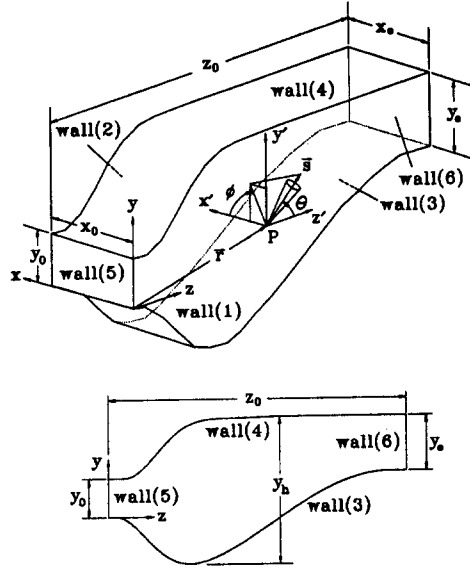


Fig. 1 Geometrical schematic for the three dimensional gas turbine combustor

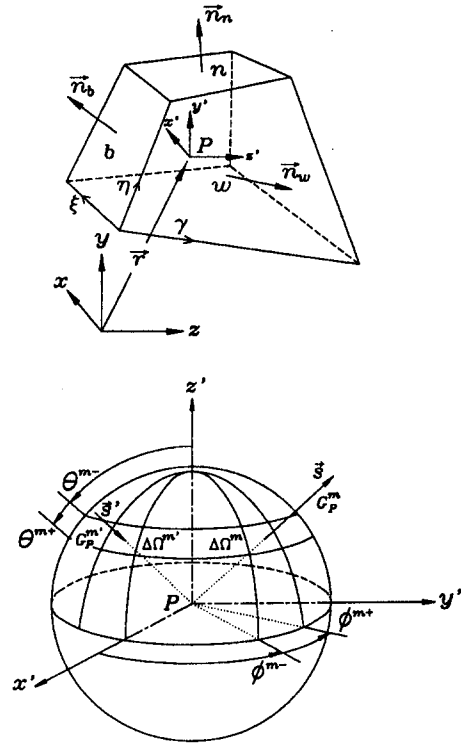


Fig. 2 Schematics of control volume and control angle

에서의 복사강도는 상류 격자점의 그 값을 유지하도록 하는 것으로, 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$G_e^m D_{ce}^m = G_e^m \max[D_{ce}^m, 0] - G_e^m \max[-D_{ce}^m, 0] \quad (9)$$

$$G_w^m D_{cw}^m = G_w^m \max[D_{cw}^m, 0] - G_w^m \max[-D_{cw}^m, 0] \quad (10)$$

다른 검사표면들, 즉, n , s , t 및 b 에서도 이와 유사한 표현을 얻을 수 있다. 이 계단차분법을 사용하여 유한체적 공식 (3)을 정리하면 다음과 같은 일반적인 차분방정식을 얻는다. 즉,

$$a_p^m G_p^m = a_E^m G_E^m + a_W^m G_W^m + a_N^m G_N^m + a_S^m G_S^m + a_T^m G_T^m + a_B^m G_B^m + b_p^m \quad (11)$$

여기에서,

$$a_p^m = \max[-\Delta A_i D_{ci}^m, 0] \quad (12)$$

$$a_p^m = \sum_{i=e,w,n,s,t,b} \max[\Delta A_i D_{ci}^m, 0] + \tau_{0,p} \Delta \nu \Delta \Omega^m \quad (13)$$

$$b_p^m = (\tau_{0,p} S_p^m) \Delta \nu \Delta \Omega^m \quad (14)$$

위 식 (12)에서 하첨자 i 는 E , W , N , S , T 및 B 를 나타내고 i 는 각각에 대응하는 e , w , n , s , t 및 b 를 나타낸다.

본 연구에 사용된 검사체적과 검사각도가 Fig. 2에 나와 있다. 전체 계산영역은 $(N_x \times N_y \times N_z)$ 개의 검사체적으로 나누어지고, 전체 입체각, 4π 는 $(N_\theta \times N_\phi) = M$ 개의 검사각도로 분할된다. 이때, 검사면에서의 방향가중치를 계산하는데 필요한 단위수직벡터, \vec{n}_i 와 검사면의 면적, ΔA_i 및 검사체적의 체적, ΔV 는 격자계의 비틀림을 고려하여 주의 깊게 계산되어야 한다. 이에 대한 보다 자세한 내용은 다음 장에서 다루기로 하자.

한편, 식 (2)로 표현되는 경계조건은 다음의 식으로 차분된다. 즉,

$$G_w^m = \epsilon_w \Theta_w^4 + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \sum_{D_{cw}^m < 0} G_w^m |D_{cw}^m| \quad (15)$$

이고, 본 연구에 사용된 일반적인 차분방정식 (11)의 수렴조건은 다음과 같다.

$$\max[|G_p^m - G_p^{m,old}| / G_p^m]^{-6} \quad (16)$$

여기에서 $G_p^{m,old}$ 는 G_p^m 의 이전 값을 나타낸다.

2.3 기하학적 관계식(Geometric Relations)

일반적인 차분방정식 (11)을 완결짓기 위해서는

각 검사면에서의 단위수직벡터, \vec{n}_i 와 검사면의 면적, ΔA_i 및 검사체적의 체적, ΔV 를 필요로 한다. 이들은 직사각형 격자계에서는 손쉽게 구할 수 있으나 본 연구와 같은 비직교좌표계의 경우 다음에 보이는 것처럼 격자의 기하학적 관계를 고려해야 한다. 예를 들어 검사면 e 에서의 단위수직벡터, \vec{n}_e 와 검사면의 면적, ΔA_e 는

$$\vec{n}_e = [(y_\eta z_\gamma - z_\eta y_\gamma) \vec{e}_x + (z_\eta x_\gamma - x_\eta z_\gamma) \vec{e}_y + (x_\eta y_\gamma - y_\eta x_\gamma) \vec{e}_z] / \sqrt{g_{22} g_{33}} \quad (17)$$

$$\Delta A_e = \sqrt{g_{22} g_{33} - g_{23}^2} \quad (18)$$

여기에서,

$$g_{22} = x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2 \quad (19)$$

$$g_{33} = x_\gamma^2 + y_\gamma^2 + z_\gamma^2 \quad (20)$$

$$g_{23} = x_\eta x_\gamma + y_\eta y_\gamma + z_\eta z_\gamma \quad (21)$$

로 구할 수 있다. 여기에서 $\Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \gamma = 1$ 이 사용되었으며, g_{ij} 는 공변 메트릭 텐서(covariant metric tensor)이다.⁽²²⁾ 다른 벽면에서의 단위수직벡터와 검사면의 면적은 이와 비슷한 표현으로 쉽게 구할 수 있다. 한편, 기하학적 관계식의 마지막 표현은 검사체적의 체적으로서 이는 자코비안(Jacobian)⁽²²⁾으로 불리는 다음의 식으로 표현된다. 즉,

$$\Delta V = x_\xi y_\eta z_\gamma + x_\gamma y_\xi z_\eta + x_\eta y_\gamma z_\xi - x_\xi y_\gamma z_\eta - x_\eta y_\xi z_\gamma - x_\gamma y_\eta z_\xi \quad (22)$$

이다. 이로서 3차원 비직교좌표계에서의 유한체적 복사해법의 공식이 완결된다.

2.4 보조방정식(Supplementary Equations)

많은 공학적 문제에 있어서 매질내에 단위체적당 생성에너지, S_{nr} 가 존재하는 경우가 있다. 이러한 경우, 검사체적에서의 복사에너지의 순손실(net loss)에 해당하는 $\nabla \cdot \vec{q}^R$ 은 다음의 복사에너지 보존식으로 단위체적당 생성에너지, S_{nr} 과의 관계식⁽⁷⁾이 주어진다. 즉,

$$4\tau_0(1 - \omega_0) \left[\Theta^4(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} G(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega \right] = S_{nr} \frac{L}{\sigma T_{ref}^4} \quad (23)$$

위 식 (23)로부터 매질의 온도장, $\Theta(\vec{r})$ 을 구할 수 있고, 이를 식 (7)에 대입하여 식 (11)의 계산을 수행하면 매질의 복사강도, $G(\vec{r}, \vec{s})$ 를 얻을

수 있다. 한편, 복사평형 (radiative equilibrium)의 경우, 위 식 (23)에서 $S_{nr}=0$ 이다.

수렴된 복사강도가 구해지면 벽면에서의 복사열 유속의 해석은 공학적인 관점에서 매우 중요하다.⁽²³⁾ 벽면에서 매질로 전달되는 복사열유속은 다음과 같이 정의되고 차분된다.

$$Q_w^R = \int_{\Omega=4\pi} G(\vec{r}_w, \vec{s}) (\vec{s} \cdot \vec{n}_w) d\Omega$$

$$= \sum_{m=1}^M G_w^m D_{C_w}^m \quad (24)$$

여기에서 \vec{n}_w 은 벽면에서 내부 매질을 향하는 방향의 단위수직벡터이고, $\vec{n}_w = \vec{e}_z$ 이면 $Q_w^R = Q_w^{R,z}$ 이 된다.

3. 수치해의 검증

프로그램의 검증을 위하여 1985년 Menguc and Viskanta⁽⁷⁾에 의해 처음 연구된 이후 많은 연구자들이 3차원 복사열전달 해석 프로그램의 검증 모델로 사용하고 있는 3차원 직육면체 형상의 연소기를 고려하기로 한다. 연소기의 형상이 Fig. 3(a)에 나와 있다. $z=0$ 에 있는 뜨거운 벽 및 $z=4m$ 에 있는 차가운 벽의 온도와 벽면방사율은 각각 $T_w=1200K$, $\epsilon_w=0.85$ 및 $T_w=400K$, $\epsilon_w=0.7$ 이고 나머지 벽면의 온도와 벽면방사율은 $T_w=900K$ 와 $\epsilon_w=0.7$

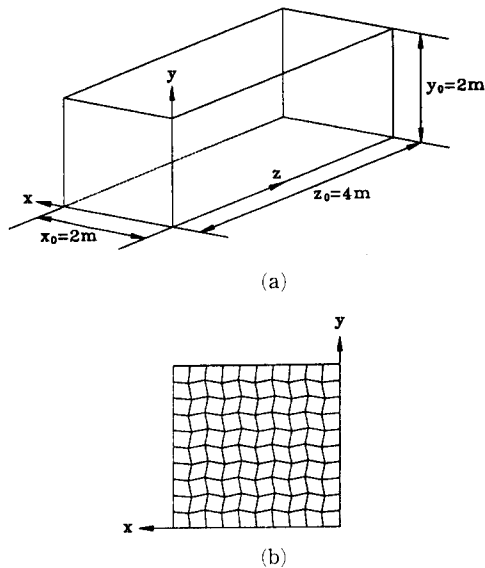


Fig. 3 (a) Schematic of the three-dimensional rectangular combustion chamber. (b) Spatial grid system in x - y plane

이다. 한편, 연소기 내부에 있는 흡수 및 방사하는 매질의 상각계수는 $\beta_0=0.5m^{-1}$ 이고, 단위체적당 생성에너지는 $S_{nr}=5kW/m^3$ 이다. 여기에서 특성 길이로는 $L=z_0$, 기준온도로는 $T_{ref}=1200K$ 이 사용되었다. 이 예제에서는 $(N_x \times N_y \times N_z) = (10 \times 10 \times 20)$ 의 공간 격자계와 $(N_\theta \times N_\phi) = (6 \times 8)$, (10×12) 및 (14×16) 의 각도 격자계가 사용되었다. 한편, 격자 비틀림의 영향을 살펴보기 위하여 z -방향으로는 등간격이지만 x - y 단면은 Fig. 3(b)에 나와 있는 것처럼 찌그러짐이 있는 격자계를 사용하였다.

Figure 4에 뜨거운 벽 및 차가운 벽에서의 복사열유속을 여러 연구자들의 결과^(7,13,18)와 함께 도시하였다. 본 연구의 비직교 3 차원 유한체적법에 의한 결과는 엄밀해라 불리는 zone 방법⁽⁷⁾과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Figure 5는 각각 $z=0.4m$, $2m$ 및 $3.6m$ 에서의 온도분포를 나타낸 것으로서 본 연구의 비직교 유한체적법과 Chai et al.⁽¹⁸⁾의 직교 유한체적법의 결과는 zone 방법⁽⁷⁾ 및 S_6 -구분중좌법⁽¹³⁾의 결과와 서로 잘 일치하고 있는데, Chai et al.⁽¹⁸⁾의 직교 유한체적복사해법에서는 본 연구에서보다 좀 더 조밀한 $(N_x \times N_y \times N_z) \times (N_\theta \times N_\phi) = (25 \times 25 \times 25) \times (4 \times 20)$ 의 격자계를 사용한 것이다. 계산시간을 살펴보면, $(N_\theta \times N_\phi) = (6 \times 8)$ 의 각도격자계를 사용했을 때 HP712/15 컴퓨터에서 약 73 초의 계산시간이 소요되며, $(N_\theta \times$

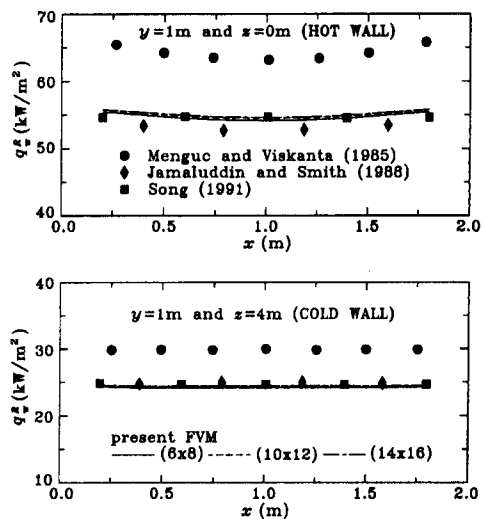


Fig. 4 Comparison of radiative heat flux at hot and cold walls for absorbing, emitting medium

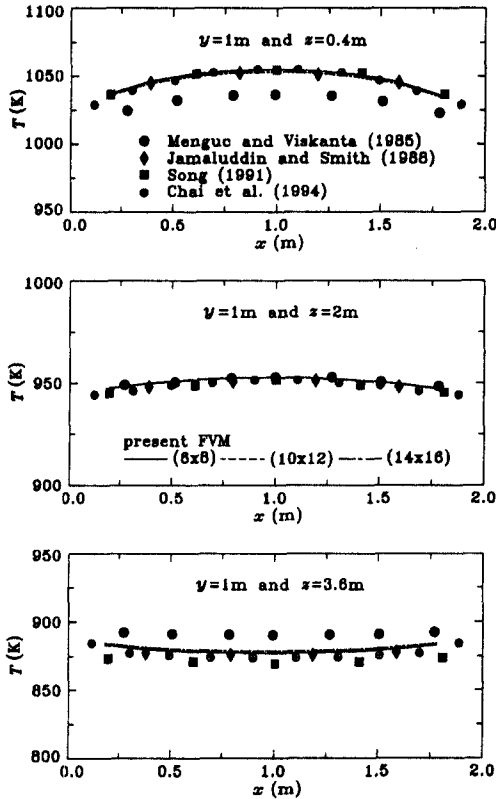


Fig. 5 Comparison of temperature profiles at three axial locations for absorbing, emitting medium.

$N_\phi = (14 \times 16)$ 을 사용했을 때는 계산시간이 급격히 증가하여 같은 컴퓨터에서 약 423 초가 소요된다.

4. 결과 및 고찰

일반적으로 가스터빈 연소기는 매우 복잡한 형상

을 하고 있으며 따라서 유동장 및 열전달의 계산이 용이하지 않다. 이는 여러 복합적인 물리적 현상에도 원인이 있지만 무엇보다 복잡한 모양을 하고 있는 기하학적 형상으로 인하여 비직교좌표계에서 계산을 수행해야 한다는 데에도 많은 원인이 있다. 따라서, 본 연구는 실제의 복잡한 가스터빈 연소기를 다루는 것보다 비직교 유한체적복사해법의 코드를 개발하고 이를 검증 및 응용하는 데에 있으므로 Fig. 1에 도시된 것처럼 단순화된 연소기를 설계하여 해석을 수행한다. 하지만 일반적인 가스터빈 연소기의 기본적인 형상은 유지하도록 하였다. Table 1 은 Fig. 1에 도시된 가스터빈 연소기의 재원 및 해석조건을 나타내고 있다. 앞의 예제에서 처럼 wall (5)는 뜨거운 벽 ($T_w=1200K$, $\epsilon_w=0.85$), wall (6)은 차가운 벽 ($T_w=400K$, $\epsilon_w=0.7$) 이고 wall (1)~(4)는 $T_w=900K$ 로 유지되는 $\epsilon_w=0.7$ 인 벽면이다. 흡수, 방사 및 산란하는 매질을 고려하겠지만, 기본적인 조건으로는 산란을 하지 않으며 $\beta_0=0.5m^{-1}$ 및 $S_{nr}=5kW/m^3$ 인 매질을 고려하기로 하자. 이때 $L=y_0$ 이고 $T_{ref}=1200K$ 이다. 해석조건이 바뀌면 본문이나 그림설명에 추가하기로 한다. Figure 6에 본 연구에 사용된 $(N_x \times N_y \times N_z) = (10 \times 10 \times 20)$ 의 공간격자계가 도시되어 있다. 아래에서는 검사각도의 개수, 산란알베도, ω_0 , 산란위상함수, ϕ 및 상각계수, β_0 의 변화에 따른 복사열유속과 온도분포를 고려함으로써 시스템의 열적 특성을 고찰한다.

4.1 검사각도의 영향

Figure 7은 검사각도의 변화에 의한 뜨거운 벽과 차가운 벽에서의 복사열유속을 나타낸다. 이것은 wall (3)과 wall (4)가 곡면이기 때문에 그 영향을 살펴보고자 한 것이다. 앞의 예제처럼 각 면이 평

Table 1 Physical conditions of the three-dimensional non-orthogonal gas turbine combustion chamber.

Dimension (nondimensionalized by y_0)	$x_0=x_e=2$ $y_e=1.423$, $y_h=3.78$ $z_0=7.6$
Wall temperatures and wall emissivities	Wall(1)-Wall(4) : $T_w=900K$, $\epsilon_w=0.7$ Wall(5) : $T_w=1200K$, $\epsilon_w=0.85$ Wall(6) : $T_w=400K$, $\epsilon_w=0.7$
Properties of the medium	$\beta_0=0.5m^{-1}$, $\omega_0=0$ $S_{nr}=5.0kW/m^3$

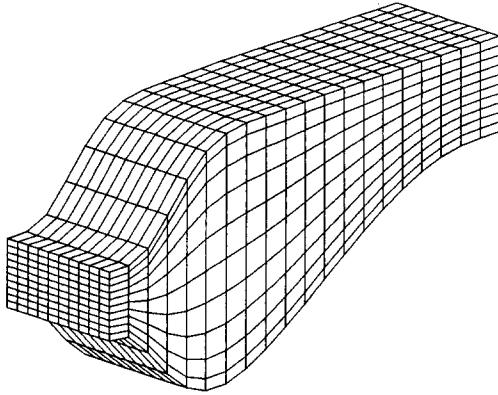


Fig. 6 Grid system for the three-dimensional non-orthogonal gas turbine combustor.

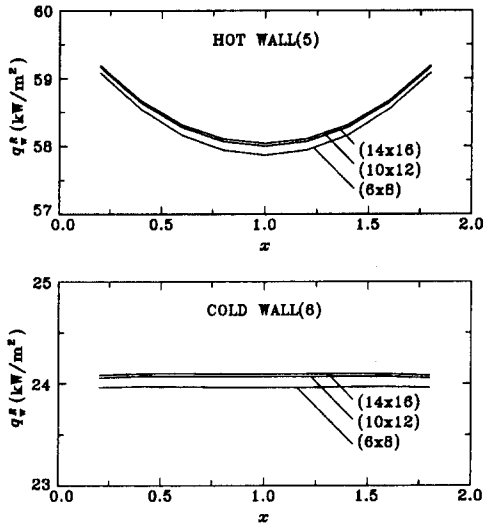


Fig. 7 Effect of angular discretization on heat flux profiles at hot and cold walls for the three-dimensional gas turbine combustor.

면인 간단한 형상이면 검사각도의 경계면이 그 면에 있도록 손쉽게 검사각도를 정할 수 있지만, Fig. 6에 도시된 것처럼 곡면이 있는 가스터빈 연소기의 경우 검사각도의 경계면이 벽면에 놓이도록 하기가 힘들뿐만 아니라 때로는 불가능할 수도 있다. 일반적으로 벽면으로 들어오는 복사강도와 벽면을 떠나는 복사강도 사이에는 많은 차이가 존재하기 때문에 Chui and Raithby⁽¹⁷⁾는 벽면이 검사각도의 경계면이 아닌 검사각도의 중간에 놓여 있는 경우 이를 적절히 묘사하기 위한 특별한 처리를 하였다. 하지만, 본 연구에서는 이러한 처리를 하지

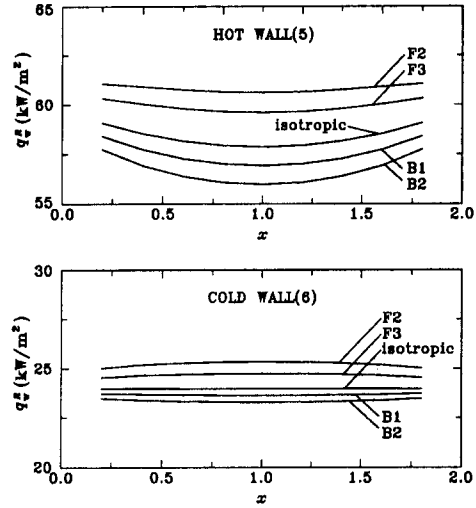


Fig. 8 Effect of scattering phase function on heat flux profiles at hot and cold walls for the three-dimensional gas turbine combustor.

않고 내부 검사각도와 같은 방법으로 벽면 처리를 한다. 즉, 식 (11)에 나타난 것처럼 방향가중치, $D_{G_i}^m$ 의 부호에 따라 벽면으로 들어오는 복사강도와 벽면을 떠나는 복사강도를 구분한다. 이러한 처리는 검사각도의 개수가 증가할수록 그 오차가 줄어들 것으로 예상할 수 있다. Figure 7을 보면 가장 조밀한 각도 격자계인 $(N_\theta \times N_\phi) = (14 \times 16)$ 과 성긴 격자계인 (6×8) 를 사용한 결과 사이의 차이는 0.6% 보다 작다. 하지만, 격자계가 조밀해질수록 계산시간은 급격히 증가하기 때문에 이후의 결과 해석은 $(N_\theta \times N_\phi) = (6 \times 8)$ 인 성긴 격자계를 사용하기로 한다.

4.2 산란알베도 및 산란위상함수의 영향

여기에서는 산란알베도 및 산란위상함수의 변화가 복사열유속에 미치는 영향을 고찰하기로 한다. 먼저 산란알베도가 $\omega_0=0$ 인 경우와 $\omega_0=0.7$ 인 경우의 결과가 Fig. 8에 (isotropic) 이라는 실선으로 도시되어 있다. 여기에서 흥미있는 것은 $\omega_0=0$ 인 경우와 $\omega_0=0.7$ 인 경우 사이에 복사열유속의 차이가 없다는 것이다. 이것은, Truelove⁽¹⁴⁾가 지적하였듯이, 단위체적당 생성에너지, S_{nr} 의 값이 존재하고 (비록 복사평형상태인 $S_{nr}=0$ 일지라도) 등방산란을 하는 매질의 경우 내부 매질의 온도는 산란알베도의 영향을 받지않지만 복사열유속은 산란알베도의 영향을 받지 않는다는 것으로서, 이는 복사에너지

지 평형식 (23)을 복사전달방정식 (1)에 대입하여 정리하면 수학적으로 확인할 수 있다.⁽¹⁴⁾

산란위상함수는 입사된 복사에너지의 각도에 대한 확률분포를 나타내는 함수로서, 본 연구에서는 다음 식으로 표현되는 Legendre 다항식 근사⁽²⁴⁾를 사용한다. 즉,

$$\Phi(\vec{s}', \vec{s}) = \Phi(\cos \Psi) = \sum_{j=1}^4 C_j P_j(\cos \Psi) \quad (25)$$

여기에서 Ψ 는 입사방향, \vec{s}' 와 산란방향, \vec{s} 사이의 산란각을 나타내고, C_j 는 팽창계수(expansion coefficient)로서 Mie 이론을 이용하여 계산할 수 있으며 그 값은 입자의 크기와 굴절지수(refractive index)에 의존한다. 본 연구에서는 등방산란과 함께 Kim and Lee⁽²⁴⁾의 전방산란(forward scattering) 위상함수($F2, F3$)와 후방산란(backward scattering) 위상함수 ($B1, B2$)를 고려하였다. 이때 $F2, F3, B1$ 및 $B2$ 의 비대칭인자(asymmetry factor)는 각각 0.670, 0.40, 0, -0.188 및 -0.40 이다. Figure 8에 뜨거운 벽과 차가운 벽에서의 복사열유속이 도시되어 있다. 전방산란일수록 뜨거운 벽인 wall (5)로부터 차가운 벽인 wall (6)으로의 열전달을 증가시키기 때문에 후방산란일 때보다 큰 복사열유속을 나타내고 있음을 알 수 있다.

4.3 상각계수의 영향

Figure 9는 상각계수의 변화에 따른 복사열유속의 변화를 나타낸다. 상각계수의 감소는 시스템의 특성길이와 일정한 때 광학두께가 작아지는 것으로서 열복사의 침투깊이(또는 평균자유행로, mean free path)가 커지는 것을 의미한다. 즉, 상각계수가 감소할수록 뜨거운 벽의 영향이 내부 깊숙히 침투하는 far-reaching effect에 의해 벽면에서의 복사열유속이 증가하게 된다. 이와 반대로 상각계수가 커지면 매질에 의한 열차단 효과(heat-blockage effect)가 증가하기 때문에 벽면에서의 열유속은 감소하는 것을 알 수 있다. Figure 10의 온도분포를 보면 이러한 현상을 좀 더 자세히 볼 수 있다. 즉, 가령 $\beta_0=0.1$ 인 경우 far-reaching effect에 의해 $\beta_0=5$ 인 경우보다 매질의 온도가 높고 올라갈 뿐만 아니라 균일해지는 경향이 있으며 또한 벽면에서의 온도구배가 심해진다. 한편, $\beta_0=5$ 인 경우 열차단 효과에 의해 마치 전도열전달이 있는 것처럼 거동하는 것을 관찰할 수 있다.

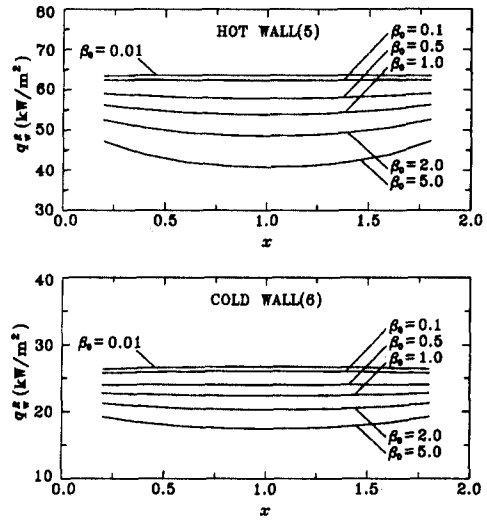


Fig. 9 Effect of extinction coefficient on heat flux profiles at hot and cold walls for the three-dimensional gas turbine combustor.

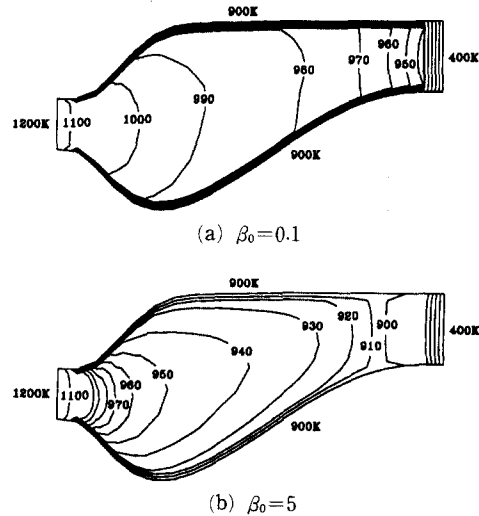


Fig. 10 Temperature contour for two different extinction coefficients at mid-plane

5. 결 론

가스터빈 연소기내의 열복사 특성을 고찰하기 위한 연구를 수행하기 위하여 계단차분법을 이용한 3 차원 비직교 유한체적복사해법의 공식을 유도하였다. 일반적인 차분방정식은 다루고 있는 격자계에

맞는 단위수직벡터, 검사면의 면적 및 검사체적의 체적을 필요로 한다. 비등방산란은 Legendre 다항식 근사를 사용하여 모사하였다. 유한체적 공식과 수치해의 검증을 위하여 복사에 참여하는 매질이 있는 3차원 직육면체 연소기의 해석을 한 후, 비직교 3차원 가스터빈 연소기에서의 복사열전달 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 곡면에서의 검사각도의 처리는 내부 검사체적에서와 마찬가지로 방향가중치의 부호에 따라 벽면으로 들어오는 복사강도와 벽면을 떠나는 복사강도를 구분해도 그 오차는 무시할만 하다.

(2) 단위체적 당 생성에너지가 있는 등방산란 매질에서 산란알베도는 복사열유속에 영향을 주지 않는다.

(3) 전방산란은 뜨거운 벽과 차가운 벽에서 복사열유속을 증가시키고, 후방산란은 복사열유속을 감소시킨다.

(4) 상각계수가 증가하면 열차단 효과에 의해 복사열유속이 감소한다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 목적기초 연구과제(KOSEF 95-0200-05-01-3)의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Lefebvre, A. H., 1984, "Flame Radiation in Gas Turbine Combustion Chambers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 1493~1510.
- (2) Miller, J. A. and Bowman, C. T., 1989, "Mechanism and Modeling of Nitrogen Chemistry in Combustion," *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 15, pp. 287~338.
- (3) Correa, S. M., 1992, "A Review of NO_x Formation Under Gas-Turbine Combustion Conditions," *Combust. Sci. Tech.*, Vol. 87, pp. 329~362.
- (4) Correa, S. M. and Shyy, W., 1987, "Computational Models and Methods for Gaseous Turbulent Combustion," *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 13, pp. 249~292.
- (5) Howell, J. R., 1968, "Application of Monte-Carlo to Heat Transfer Problem," in *Advances in Heat Transfer* (Edited by Hartnett, J. P., and Irvine, T. F.), Vol. 5, pp. 1~54, Academic Press, New York.
- (6) Hottel, H. C. and Sarofim, A. F., 1967, *Radiative Transfer*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- (7) Menguc, M. P. and Viskanta, R., 1985, "Radiative Transfer in Three-Dimensional Rectangular Enclosures Containing Inhomogeneous Anisotropically Scattering Media," *J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer*, Vol. 33, pp. 533-549, Also available (zone data) as, Song, T. -H., 1991, User's Manual of Program BORA (version 2), KAIST.
- (8) Song, T. H. and Viskanta, R., 1987, "Interaction of Radiation with Turbulence : Application to a Combustion System," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 1, pp. 56~62.
- (9) Carlson, B. G. and Lathrop, K. D., 1968, "Transport Theory - The Method of Discrete Ordinates," In *Computing Methods in Reactor Physics*, (Edited by Greenspan, H., Kelber, C. N., and Okrent, D.), pp. 165~266, Gordon and Breach, New York.
- (10) Fiveland, W. A., 1984, "Discrete-Ordinates Solutions of Transport Equation for Rectangular Enclosure," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 699~706.
- (11) Truelove, J. S., 1987, "Discrete-Ordinate Solutions of the Radiation Transport Equation," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 1048~1051.
- (12) Fiveland, W. A. 1988, "Three-Dimensional Radiative Heat-Transfer Solutions by the Discrete-Ordinates Method," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 2, pp. 309~316.
- (13) Jamaluddin, A. S. and Smith, P. J., 1988, "Predicting Radiative Transfer in Rectangular Enclosures Using the Discrete Ordinates Method," *Combust. Sci. Tech.*, Vol. 59, pp. 321~340.
- (14) Truelove, J. S., 1988, "Three-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting-Scattering Media Using the Discrete-Ordinate Approximation," *J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer*, Vol.

- 39, pp. 27~31.
- (15) Kim, T. Y. and Baek, S. W., 1991, "Analysis of Combined Conductive and Radiative Heat Transfer in a Two-Dimensional Rectangular Enclosure Using the Discrete Ordinates Method," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 2265~2273.
- (16) Kim, J. S., Baek, S. W. and Kaplan, C. R., 1992, "Effect of Radiation on Diffusion Flame Behavior Over a Combustible Solid," *Combust. Sci. Tech.*, Vol. 88, pp. 133~150.
- (17) Chui, E. H., and Raithby, G. D., 1993, "Computation of Radiant Heat Transfer on a Nonorthogonal Mesh Using the Finite-Volume Method," *Numer. Heat Transfer, Part B*, Vol. 23, pp. 268~288.
- (18) Chai, J. C., Lee, H. S. and Patankar, S. V., 1994, "Finite-Volume Method for Radiation Heat Transfer," *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, Vol. 8, pp. 419~425.
- (19) Kim, M. Y. and Baek, S. W., 1996, "Numerical Analysis of Conduction, Convection and Radiation in a Gradually Expanding Channel," *Numer. Heat Transfer, Part A*, in press.
- (20) Baek, S. W. and Kim, M. Y., 1995, "Analysis of Radiative Heating of Rocket Plume Base with the Finite-Volume Method," *Int. J. Heat Mass Transfer*, submitted for publication.
- (21) Siegel, R. and Howell, J. R., 1981, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 2nd Ed., Hemisphere Pub., Washington.
- (22) Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W., 1985, *Numerical Grid Generation: Foundations and Applications*, North-Holland, New York.
- (23) 김만영, 백승욱, 1995, "유한체적법을 이용한 원통형 매질에서의 복사열전달 해석," 대한기계학회 1995년 추계학술대회논문집(II), KSME 95F206, pp. 169~174, 서울대학교.
- (24) Kim, T. K. and Lee, H. S., 1989, "Radiative Heat Transfer in Two-Dimensional Anisotropic Scattering Media with Collimated Incidence," *J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer*, Vol. 42, pp. 225~238

부록 : 검사각도 및 방향가중치

구분중좌법(discrete-ordinates method)과는 달리 유한체적법에서는 비직교좌표계를 사용할 수 있다는 것과 함께 임의의 검사각도를 사용할 수 있음은 이미 잘 알려져 있는 특징이다. 본문에서 격자계의 기하학적 관계 (\vec{n}_i , ΔA_i 및 $\Delta \nu$) 에 대한 서술을 하였으므로, 여기에서는 검사각도와 방향가중치에 대한 설명을 하기로 한다.

유한체적법은 구분중좌법과 달리 구적법(가령, Gaussian quadrature)을 사용하지 않는다. 즉, 구분중좌법에서는 입사복사(incident radiation)를 계산할 때

$$\int_{\Omega=4\pi} G d\Omega = \sum_{m=1}^M G^m w^m \quad (A1)$$

의 구적법을 사용하는데, 이때의 가중치, w^m 의 선택은 물리계내 물성치의 대칭성과 불변성에도 불구하고 가변적이기는 하지만, 일반성을 유지하기 위하여 완전한 대칭성을 이루는 구분구간과 이에 대응하는 가중치를 주로 선택한다 (Carlson and Lathrop, 1968; Truelove, 1987; Kim and Baek, 1991). 하지만 유한체적법의 경우

$$\int_{\Omega=4\pi} G d\Omega = \sum_{m=1}^M G^m \Delta \Omega^m \quad (A2)$$

으로서 $\Delta \Omega^m$ 은 식 (8)에 주어진 것처럼 임의의 각도구간, 즉, $(\theta^{m-}, \theta^{m+})$ 와 (ϕ^{m-}, ϕ^{m+}) 을 사용할 수 있다 (Fig. 2 참조). Chai et al.(1994)은 유한체적법의 이러한 특성을 이용하여 collimated incidence problem을 해석한 바 있다. 본 연구의 경우에 검사각도는 등간격의 천정각, $\Delta \theta = \theta^{m+} - \theta^{m-} = \pi/N_\theta$ 및 방위각 $\Delta \phi = \phi^{m+} - \phi^{m-} = 2\pi/N_\phi$ 로 설정하였다.

본 논문에서 유도된 유한체적법의 가장 중요한 요소는 방향가중치(directional weights, Chai et al., 1994; Kim and Baek, 1996)이다. 이는 구분중좌법의 방향코사인(direction cosine, μ^m , ξ^m , η^m)과 가중치(w^m)의 곱에 해당하는 것으로서 식 (4)를 이용하여 계산한다. 즉, 식 (5)와 (6)을 식 (4)에 대입하면

$$D_{ci}^m = \int_{\phi^{m-}}^{\phi^{m+}} \int_{\theta^{m-}}^{\theta^{m+}} (\sin \theta \cos \phi n_{x,i} + \sin \theta \sin \phi n_{y,i} + \cos \theta n_{z,i}) \sin \theta d\theta d\phi \quad (A3)$$

이 되고, 이 식 (A3)으로부터 최종적으로

$$D_{z,i}^m = \{0.5(\theta^{m+} - \theta^{m-}) - 0.25(\sin 2\theta^{m+} - \sin 2\theta^{m-})\} \cdot \{n_{x,i}(\sin \phi^{m+} - \sin \phi^{m-}) + n_{y,i}(\cos \phi^{m-} - \cos \phi^{m+})\}$$

$$+ 0.5n_{z,i}(\sin^2 \theta^{m+} - \sin^2 \theta^{m-})(\phi^{m+} - \phi^{m-}) \quad (\text{A4})$$

을 얻을 수 있다.