대한기계학회논문집(B) 제 20 권 제 8 호, pp. 2593~2600, 1996

〈논 문〉

표면에 부착된 장애물 주위의 난류전단유동에 관한 수치해석

명 현 국*

(1995년 12월 12일 접수)

Numerical Simulation on Turbulent Shear Flows over Surface-Mounted Obstacles

H. K. Myong

Key Words: k-ε Turbulence Model(k-ε 난류모델), Flow over an Obstacle(장애물 주위 유동), Separation and Reattachment(박리 및 재부착), Numerical Simulation(수치해석)

Abstract

A modified k-ε turbulence model having a generality is proposed in the present study, in which the constant $C_{\varepsilon 2}$ in the ε-equation is simply changed as a functional form of a new parameter both satisfying the tensor invariant condition and representing the extra straining effect on complex shear flows. With this model turbulent shear flows over two-dimensional obstacles placed in a channel are numerically studied for different blockage ratios and aspect ratios. Comparing with the available experimental data, the predicted results with the present model provide definite improvements over the standard model's results and work fairely well with the experimental data on the size of the recirculation zone, as well as mean velocity, wall static pressure, turbulent kinetic energy and Reynolds stresses.

1. 서 론

표면에 부착된 장애물 주위의 유동은 자동차 주위의 유동, 건축물 주위의 유동, 열교환기내에서의 유동 등 많은 공학적인 문제에 나타나고 있으므로, 이 유동현상에 대한 정확한 예측은 공학적인 측면에서 매우 중요하다. 특히 Fig. 1에 보인 표면에 부착된 사각형 장애물 주위의 난류전단유동은 기하학적으로 모양이 단순하기 때문에 장애물 주위의 기본유동으로서 실험적, 해석적인 연구가 수행되어 져 왔다.[1~5] 그러나, 이 유동은 후향계단유동(backward-facing step flow)과 전향계단유동(forward-facing step flow)이 결합된 형태로, 덕트 높이에 대한 장애물 높이의 비인 봉쇄율(blockage ratio=H/h) 및 레이놀즈수와 함께 추가적으로 장애물 높이에 대한 길이의 비인 종횡비(aspect ratio=L/H)에 따라 난류 유동특성이 크게 변한다. 따라서, 이러한 유동의 복잡성 때문에 현재까지 박리유동에 대한 기본유동으로서 국내외적으로 많은 실험적, 해석적 연구가 수행되고, 또한 새로운 난류모델을 검증하는데 많이 사용되어 온 후향계단유동에 비해 연구가 비교적 덜 되어 있다.

표면에 부착된 사각형 장애물 주위의 유동에 대

*회원, 국민대학교 자동차공학과

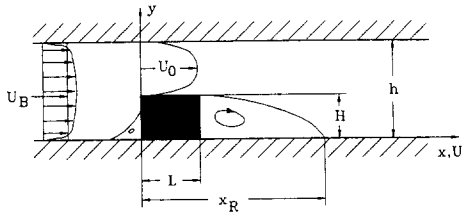


Fig. 1 Computational domain and nomenclature

한 지금까지의 수치해석적 연구에서는 k-ε 난류모델[1~4] 및 레이놀즈응력모델[5]이 사용되었으나, 전반적으로 이 유동에 대한 예측성능은 아직 만족할 만한 수준까지 도달하고 있지 않다. 또한, 표준 k-ε 난류모델에 비해 복잡한 유동현상으로부터 생기는 이차적인 변형률 효과를 고려한 수정 k-ε 난류모델[6~8]이 보다 개선된 예측성능을 보여주고 있는 것으로 알려져 있다. 그러나, 이들 기존의 수정모델에서 거의 공통적으로 사용하고 있는 유선곡률 좌표계로 나타낸 난류구배 또는 난류 플럭스 Richardson수는 텐서 불변성 조건을 만족하지 않아 일반성을 가지고 있지 못하며, 또한 유선곡률 좌표계에 의존하므로 사용상 불편하고 일반적으로 3차원으로의 확장이 어렵다.[9] 이와 함께 이 변수는 곡률 이외의 이차적인 변형률 효과를 포함하고 있지 않아, 여러가지 유동현상으로부터 생기는 이차적인 변형률 효과들을 복합적으로 적절히 고려하고 있지 못하다.[9]

본 연구에서는 이러한 배경하에 복잡한 난류유동 중에서도 그 중요성과 해결의 필요성이 크게 요구되고 있는 박리유동의 예측성능을 높일 수 있는 일반성을 가진 k-ε 난류모델의 한 형태를 제시하고, 이 모델을 표면에 부착된 사각형 주위의 박리-재부착 유동에 적용하여 모델의 타당성을 검토하고자 한다. 특히, 본 연구에서는 표면에 부착된 사각형 주위의 난류전단유동 특성이 종횡비 및 레이놀즈수와 함께 봉쇄율에 따라 크게 변하는 실험적 사실을 고려해서 봉쇄율이 크게 차이나는 두 가지 형태의 유동에 대한 실험[3, 4]을 대상으로 하여 수치해석을 행하고 실험결과와 비교한다.

2. 일반성을 가진 수정 k-ε 난류모델

일반적으로 고 레이놀즈수형 k-ε 난류모델을 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{Dk}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]-\overline{u_iu_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\varepsilon \tag{1}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]-C_{\varepsilon1}\frac{\varepsilon}{k}\overline{u_iu_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-C_{\varepsilon2}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{2}$$

여기서 :

$$\overline{u_iu_j}=\frac{2}{3}k\delta_{ij}-\nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{3}$$

$$\nu_t=C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4}$$

$$C_\mu=0.09,\ \sigma_k=1.4,\ \sigma_\varepsilon=1.3$$
$$C_{\varepsilon1}=1.4,\ C_{\varepsilon2}=1.8 \tag{5}$$

식 (5)에 나타낸 모델상수는 Myong-Kasagi 모델[10]에서의 값으로, 일반적으로 잘 알려진 표준 k-ε 모델의 상수와는 다소 차이가 있으나, 박리유동과 같은 복잡한 계산에서는 위에 나타낸 값들이 보다 개선된 결과를 제시하고 있는 것으로 알려져 있으므로,[11] 본 연구에서는 표준적인 등방 k-ε 모델로서 위의 모델상수를 사용하기로 한다.

위의 표준 k-ε 난류모델은 잘 알려진 바와 같이 곡률이나 선회에 의한 이차적인 변형률 효과를 충분히 반영하지 못하고 있으므로, 이 모델에 곡률효과 등을 반영시킨 수정모델들[6~8]이 많이 제안되어 있다. 이들 기존의 수정모델에서 채택하고 있는 수정함수는 일반적으로 난류에너지를 포함한 에디의 시간 스케일에 기초한 난류구배 Richardson 수 R_{it}를 사용하고 있으며, 유선곡률 좌표계(s-n 좌표계)로 나타내면 R_{it}는 다음과 같이 표현되고,

$$R_{it}=2\left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2\frac{U_s}{R}\left(\frac{\partial U_s}{\partial n}+\frac{U_s}{R}\right) \tag{6}$$

여기서 R은 곡률 반경이다. 그러나, 이 변수는 전술한 바와 같이 일반적으로 좌표계에 의존하지 않는 조건인 텐서 불변성 조건을 만족하고 있지 못하며, 특히 유선곡률 좌표계에 의존하기 때문에 3차원으로의 확장이 어렵고, 또한 여러가지 이차적인 변형률이 복합적으로 영향을 미치는 경우에는 일반적으로 적용하기가 어렵기 때문에, 결과적으로 이들 수정함수 및 이것들을 채택하고 있는 수정모델들은 일반성의 면에서 볼 때 적절하지 못하다. 최근 명[9]은 일반성(텐서 불변성 조건을 만족하고)을 가진 새로운 변수 M_{ft}를 단순한 형태로 아래와 같이 제안하여, 기존의 변수인 난류구배 Richardson

수가 가지고 있는 문제점을 해결하였다.

$$M_{ft}=\frac{k^2}{\varepsilon^2}(\Omega_{ij}^2-S_{ij}^2) \tag{7}$$

여기서, S_{ij} 및 Ω_{ij}는 평균 변형률과 평균 와도 텐서로 각각 다음 식으로 정의된다.

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$$
$$\Omega_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{8a,b}$$

식 (7)의 새로운 변수 M_{ft}는 단순한 함수형태를 취하면서도, 박리 및 재부착 현상을 나타내는 복잡한 유동에 대해 직교 좌표계로 나타낼 수 있어서 사용상 편리하며, 또한 3차원의 확장이 용이하다. 즉, 이 새로운 변수 M_{ft}는 본 연구에서 다룰 이차원 유동인 경우에 직교 좌표계에서 다음과 같이 표현되고,

$$M_{ft}=-\left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2\left[2\frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial x}+\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\right] \tag{9}$$

유선곡률좌표계(s-n 좌표계)로 나타내면 아래와 같다.[9]

$$M_{ft}=2\left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2\frac{\partial U_s}{\partial n}\frac{U_s}{R} \tag{10}$$

참고로, 식 (10)을 표현되는 새로운 변수 M_{ft}의 결과식은 식 (6)으로 표현되는 기존변수인 난류구배 Richardson수 R_{it}와 매우 유사함을 알 수 있으며, 곡률효과가 작은 경우에는 근사적으로 $M_{ft}=R_{it}$로 된다. 또한, 식 (7)의 새로운 변수는 일반성을 가지면서도 식 (9)와 같이 직교 좌표계로 용이하게 표현되기 때문에 수치해석을 행함에 있어서도 매우 편리하다.

본 연구에서는 일반성을 가지면서도 이차적인 변형율효과를 적절히 반영시킬 수 있는 수정 k-ε 난류모델을 구축하기 위해서 기존의 수정모델 중에서 Launder 등[6]의 수정 모델에서 채택하고 있는 함수형태가 가장 박리유동 해석에 적합하다는 최근의 명 등[12]의 연구결과를 토대로, 식 (5)에 제시한 표준모델의 $C_{\varepsilon 2}$를 다음과 같이 수정하기로 한다.

$$C_{\varepsilon 2}\rightarrow C_{\varepsilon 2}(1-C_cM_{ft}) \tag{11}$$

또한, 본 연구에서는 C_c값으로 Launder 등[6]의 수정모델에서 채택하고 있는 값인 0.2로 설정한다. 이하 식 (5)의 모델상수를 사용하는 표준등방 k-ε 모델을 MK model(I)라 하고, 식 (11)과 같이 본 연구에서 수정한 모델을 MK model(M)이라고 한다.

3. 수치해석 방법

본 연구에서는 Fig. 1에 보인 바와 같이 표면에 부착된 사각형 장애물 주위의 난류유동 특성이 종횡비 및 레이놀즈 수와 함께 봉쇄율에 따라 크게 변하는 실험적 사실을 고려해서 아래와 같은 두 가지의 형태의 난류유동을 본 연구에서 제시한 모델의 타당성을 검토하기 위한 계산대상으로 하였다.

(1) 봉쇄율이 작고(H/h=0.0907), 종횡비(L/h)가 2인 사각형 주위의 유동[3]

(2) 봉쇄율이 비교적 크고(H/h=0.5), 종횡비(L/h)가 1인 정방형 주위의 유동[4]

또한, 계산영역은 가급적 해의 계산영역에 대한 비의존성을 위해 기존의 연구결과[2,5]를 참고로 하여 좌표 기준점을 전방계단밑으로 할 때 유동방향인 x방향으로는 각각 −5H부터 40H 및 −10H까지, 수직방향인 y방향으로는 0부터 11H 및 2H까지로 각각 설정하였다.

유동장은 KIST에서 개발한 프로그램을 사용해서 계산하였다.[13] 이 프로그램은 2차원, 타원형 방정식을 푸는 데 사용할 수 있는 범용 프로그램으로, 각 방정식의 해법에는 TDMA를 사용하며, 압력항 처리에는 SIMPLE 알고리즘을 사용하고 있다. 또한, 스칼라량과 속도 U 및 V의 격자점이 서로 다른 엇갈린(staggered) 격자망을 사용하고 있다.

본 연구에서 대류항은 멱승법 도식(power-law scheme)을 사용하고, 격자설정에 있어서는 비균일 격자계를 사용하여 관심영역인 사각형 장애물 주위 영역에 격자를 조밀하게 배치하였다. 해의 격자계 비의존성을 위해 본 연구에서는 기존의 연구결과[2,5]를 참고로 하여 두 계산대상의 유동에 대해 95×62 및 118×60의 격자계를 채택하였다. 또한, 해의 수렴 판정에 대해서는 압력보정 방정식에서의 질량생산항 및 운동량 방정식에서의 잉여오차의 절대값 총합이 입구경계에 유입되는 대응량의 0.1%보다 작으면 수렴되었다고 판정하였다.

입구조건으로는 각각의 대상유동의 실험자료[3,4]를 사용하였으며, 벽면영역에서는 벽함수(wall faunction)를 사용하였다. 출구조건으로는 $V=0$로, 그 밖의 변수인 U, k, ε에 대해서는

Neumann 조건을 주었다.

4. 결과 및 고찰

4.1 봉쇄율(H/h=0.0907), 종횡비(L/h=2)인 사각형 주위의 유동

사각형 주위의 유동에 대해 예측된 재부착거리를 보면 표준 k-ε 모델이 x_R=10.5H로 실험결과 12H보다 15% 정도 작게 예측된 데 반해, 본 수정모델은 12.4H로서 약 3% 오차정도로 실험치에 가깝게 재부착 길이를 예측하고 있다.

Fig. 2는 주유동방향의 평균속도 U/U_0를 나타낸다. 두 모델 모두 전체적인 유동양상은 실험결과와 유사하나, 수정모델이 표준 등방모델보다 보다 개

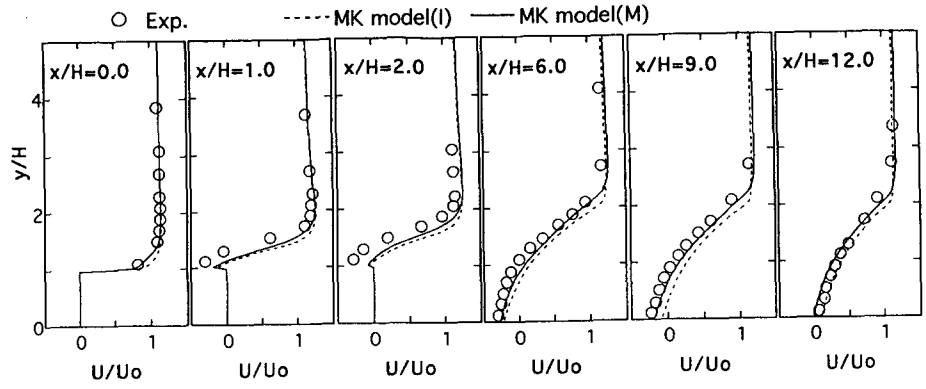


Fig. 2 Mean velocity profiles at selected locations for the rectangular obstacle

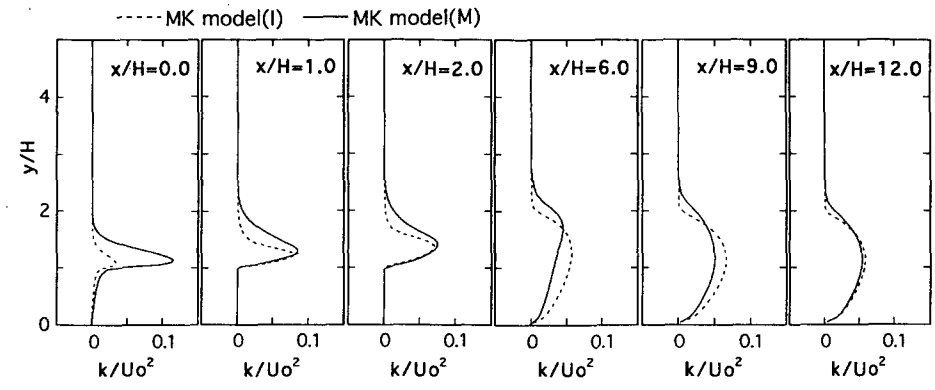


Fig. 3 Turbulent energy profiles at selected locations for the rectangular obstacle

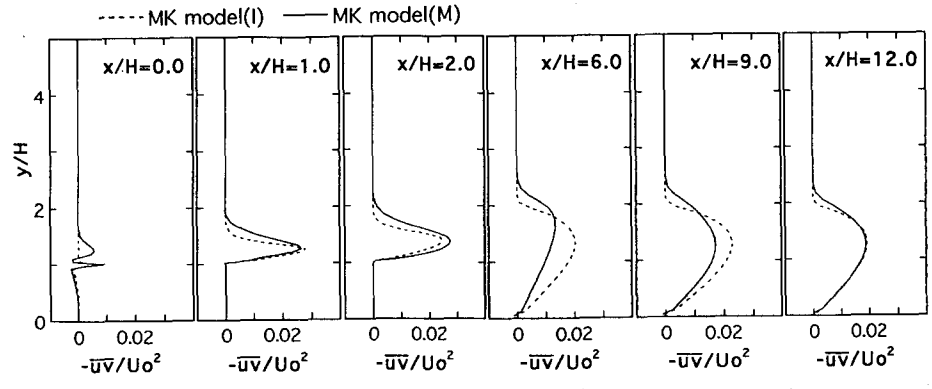


Fig. 4 Reynolds shear stress profiles at selected locations for the rectangular obstacle

선된 예측결과를 보이고 있다. 특히 하단벽면에 가까운 재순환 영역에서 수정모델인 경우가 실험치에 더 근접한 값을 예측하고 있다.

일반적으로 박리유동인 경우 난류모델이 재부착점을 작게 예측하는 것은 재순환 영역에서의 난류에너지 및 레이놀즈응력을 너무 크게 예측하고 있기 때문이라고 알려져 있다.[14] 또한, 기존의 실험결과[4]에 따르면 난류에너지 및 레이놀즈응력은 재부착점 영역근방에서 최대값을 가진다. Fig. 3과 Fig. 4에 나타낸 난류 에너지 k/U_0^2 및 레이놀즈응력 $-\overline{uv}/U_0^2$에 대한 예측결과를 보면 수정모델은 재순환 영역($2<x/H<12$)에서 표준 등방모델에 비해 상대적으로 작은 값을 나타내며, 또한 표준 등방모델이 재순환 영역내에서 최대값을 나타내는데 비해 수정모델은 재부착점 영역 근방에서 최대값을 나타내고 있다. 따라서, 본 수정모델이 기존의 난류모델이 가지고 있는 결점을 상당히 개선시키고 있다고 판단할 수 있다.

Fig. 5에는 하단 벽면에서의 정압계수 분포를 나타냈다. 장애물의 상류에서는 두 모델이 모두 실험결과와 잘 일치하지만, 장애물 하류에서는 수정모델이 표준 등방모델보다 다소 개선된 예측결과를 보여주며, 이 결과로부터 본 수정모델에 의해 재부착거리가 보다 잘 예측됨을 추정할 수 있다.

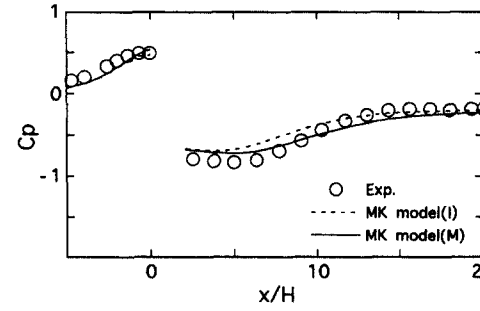


Fig. 5 Wall static pressure variations for the rectangular obstacle

4.2 봉쇄율(H/h=0.5), 종횡비(L/h=1)인 정방형 주위의 유동

정방형 주위의 유동에 대해 예측된 재부착거리를 보면 표준 등방 k-ε 모델이 $x_R=7.3$H로 실험결과

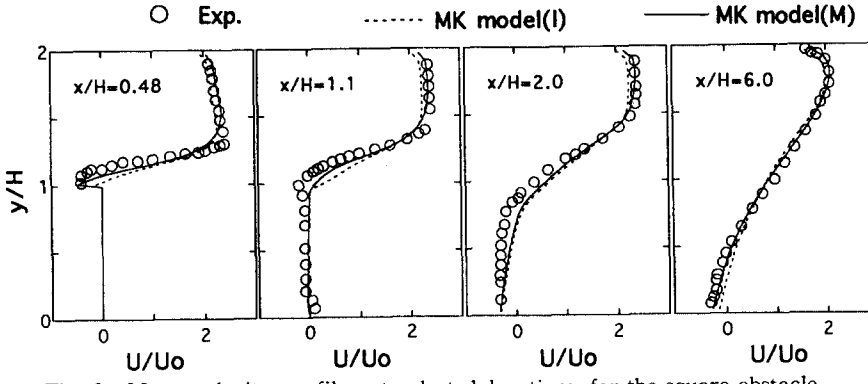


Fig. 6 Mean velocity profiles at selected locations for the square obstacle

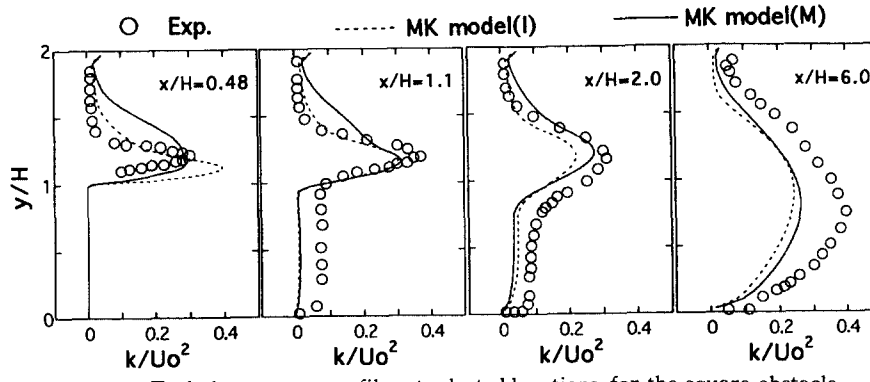


Fig. 7 Turbulent energy profiles at selected locations for the square obstacle

8.1H보다 10% 정도 작게 예측된 데 반해, 본 수정모델은 7.8H로서 약 4% 오차정도로 실험결과에 보다 근접한 결과를 보였다. 참고로 기존의 연구결과[4]에 의하면 레이놀즈응력모델에 의해 예측된 재부착거리는 10H로 실험결과와 상당히 차이가 있다. 또한, 표준 등방모델이 실험결과와는 달리 정방형 장애물 상면에서 재부착이 된다고 예측한 반면, 본 수정모델에서는 상면에서 재부착이 되지 않는 예측결과를 보여 주어 실험결과와 일치된 경향을 나타냈다.

주유동방향의 평균속도분포 U/U_0는 Fig. 6에 나타낸 바와 같이, 두 모델 모두 전체적인 유동양상은 실험결과와 유사하나, 수정모델이 표준 등방모델보다 보다 개선된 예측결과를 보이고 있다. 특히 장애물 상단벽면 근방의 재순환 영역 및 장애물 후방에서 수정모델이 실험치에 더 근접한 예측결과를 나타내고 있다.

Fig. 7 및 Fig. 8에는 두 모델에 의해 예측된 난류에너지 분포 k/U_0^2 및 레이놀즈 전단응력의 결과를 각각 나타낸다. 표준 등방모델은 장애물 상방 벽면부근의 재순환 영역($x/H=0.48$)에서 난류 에너지 및 레이놀즈응력을 실험결과보다 상당히 크게 예측하고 있기 때문에 결과적으로 전술한 바와 같이 실험결과와는 달리 장애물 상방 벽면에서 재부착점을 가진다. 장애물 후방에서도 수정모델이 표준 등방모델에 비해 전반적으로 실험결과에 보다 근접한 예측결과를 보여주고 있다. 그러나, 수정모델이 표준 등방모델에 비해 난류에너지 및 레이놀즈응력을 상대적으로 크게 예측하고 있음을 알 수 있다. 이러한 경향은 본 연구에서 얻어진 새로운 결과를 박리유동인 경우 난류모델이 재부착점을 작게 예측하는 것은 재순환 영역에서의 난류 에너지 및 레이놀즈응력을 너무 크게 예측하고 있기 때문이라는 현재까지의 일반적인 사실[14]과 상반되며, 또한 앞에서 고찰한 봉쇄율이 작은 유동에서의 결과와도 상반된다. 현재로서는, 이러한 결과가 봉쇄율의 대소에 따른 유동특성의 변화에 의해 생기는 것인지 또는 단순히 모델에 의해 나타나는 현상인지 명확히 결론지울 수 없으므로, 향후 이 결과에 대한 정확한 분석이 행해져야할 것으로 사료된다.

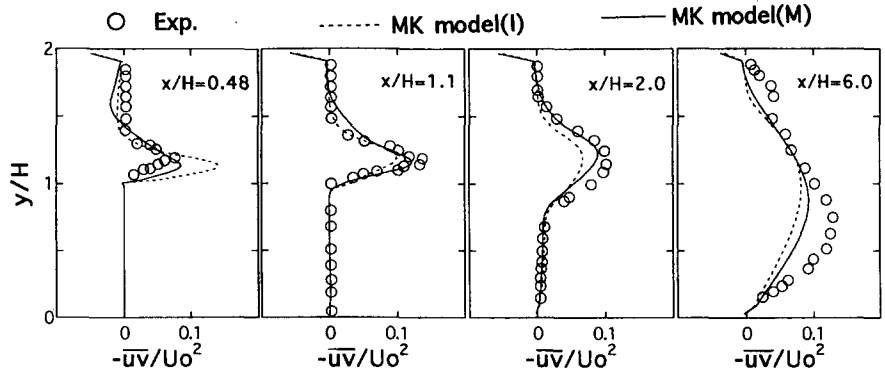
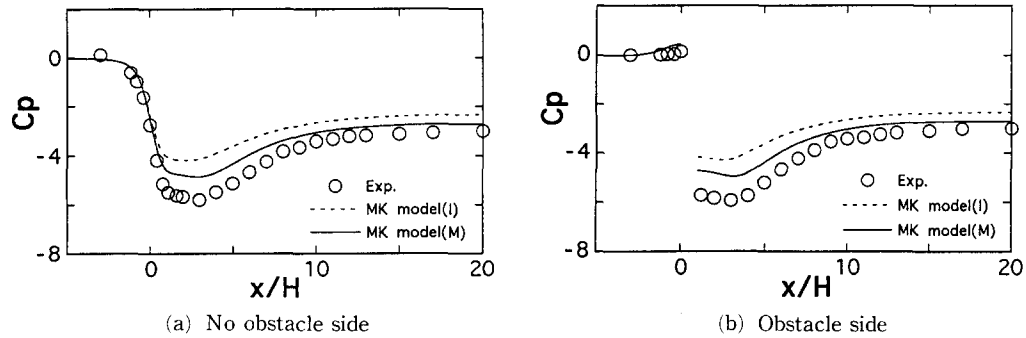


Fig. 8 Reynolds shear stress profiles at selected locations for the square obstacle



(a) No obstacle side (b) Obstacle side

Fig. 9 Wall static pressure vaiations for the square obstacle

Fig. 9에는 각각 상단 및 하단 벽면에서의 정압계수 분포를 나타낸다. 장애물의 상류에서는 두 모델이 모두 실험결과와 잘 일치하지만, 장애물 상방 및 하류에서는 수정모델이 표준 등방모델보다 상당히 개선된 예측결과를 보여주며, 이 결과로부터 역으로 본 수정모델에 의해 재부착거리가 보다 잘 예측됨을 추정할 수 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 박리유동의 예측성능을 높일 수 있는 일반성을 가지면서 곡률효과와 같은 이차적인 변형률 효과를 적절히 반영시킬 수 있는 k-ε 난류모델의 한 형태를 단순한 형태로 제시하고, 이 모델을 표면에 부착된 장애물 주위의 박리-재부착 유동에 적용하여 모델의 타당성을 검토하였다.

본 연구에서 제시한 수정 k-ε 난류모델은 표준 등방모델에 비해 재부착 길이 및 재순환 영역에서의 난류 에너지 및 레이놀즈 응력 등 표면에 부착된 장애물 주위의 유동특성에 대해서 다소 개선된 예측성능을 보여주었다. 특히, 수정모델은 표면에 부착된 장애물 주위의 난류유동 특성이 봉쇄율에 따라 크게 변하는 실험적 경향을 비교적 잘 재현하고 있다.

본 연구결과, 박리유동인 경우에 난류모델이 재부착점을 작게 예측하는 것은 재순환 영역에서의 난류 에너지 및 레이놀즈응력을 너무 크게 예측하고 있기 때문이라는 현재까지의 일반적인 견해가 봉쇄율이 매우 큰 경우에는 맞지 않을 가능성이 높다는 새로운 결과가 얻어졌다. 향후 이에 대한 정확한 분석이 행해져야할 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 1994년 한국과학재단 핵심전문연구 지원과제(No. : 941-1000-001-2)로 수행되었으며, 이에 감사드린다.

참고문헌

(1) Durst, F. and Rastogi, A. K.. 1979, "Theoretical and Experimental Investigations of Turbulent Flows with Separation," *Turbulent Shear Flows* Ⅰ, Springer-Verlag, pp. 208~219.

(2) Durst, F. and Rastogi, A. K., 1980, "Turbulent Flow over Two-Dimensional Fences," *Turbulent Shear Flows* Ⅱ, Springer-Verlag, pp. 218~232.

(3) Moss, W. D. and Baker, S., 1980, "Recirculating Flows Associated with Two-Dimenional Steps," J. of *Aeronautical Quarterly*, pt. 3, pp. 151~172.

(4) Dimaczek, G., Kessler, R., Martinuzzi, R. and Tropea, C., 1989, "The Flow over Two-Dimensional, Surface Mounted Obstacles at High Reynolds Numbers," *Proc. of 7th Symp. of Turbulent Shear Flows*, Stanford Univ., pp. 10. 1. 1~10. 1. 6.

(5) Obi, S., Peric, M. and Scheuerer, 1990, "Finite-Volume Computation of the Flow over a Square Rib using a Second-Moment Turbulence Closure," *Engineering Turbulence Modelling and Experiment*, Rodi and Ganic, Editors, Elsevier Science Publ. Co., pp. 185~194.

(6) Launder, B. E., Priddin, C. H. and Sharma, B. L., 1977, "The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces," *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, Vol. 99, pp. 231~239.

(7) Leschziner, M. A. and Rodi, W., 1981, "Calculation of Annular and Twin Parallel Jets Using Various Discretization Schemes and Turbulence Model Variations," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 352~360.

(8) Park, S. W. and Chung, M. K., 1989, "Curvature-Dependent Two-Equation Model for Predication of Turbulent Recirculating Flows," *AIAA J.*, Vol. 27, No. 3, pp. 340~344.

(9) 명현국, 1994, "이차적인 변형률 효과를 나타내는 새로운 변수의 제안," 대한기계학회논문집, 제18권 제1호, pp. 184~192.

(10) Myong, H. K. and Kasagi, N., 1990, "A New Approach to the Improvement of k-ε Turbulence Model for Wall-Bounded Shear Flows," *JSME Int, J.*, Ser, Ⅱ, Vol. 33, No. 1, pp. 63~72.

(11) 명현국, 신홍태, 1993, "곡률수정 k-ε 난류모델의 후향계단유동에의 적용," 대한기계학회 '93년도 춘계학술대회논문집(Ⅱ), pp. 321~324.

(12) 명현국, 한화택, 백인철, 1994, "수정 난류모

델에 의한 후향계단유동예측," 대한기계학회논문집, 제18권, 제11호, pp. 3039~3045.

(13) 명현국, 1992, 범용 열유체역학 프로그램 개발에 관한 기본연구, KIST 보고서(UCE1196-4675-1).

(14) Nallasamy, M., 1987, "Turbulence Models and Their Applications to the Predication of Internal Flows; A Review," *Computers & Fluids*, Vol. 15, No. 2, pp. 151~194.