

〈논 문〉

회전요동하는 원통내의 유동특성 — 수치해석 및 실험

서용권* · 박준관**

(1996년 5월 8일 접수)

Fluid Flow in a Circular Cylinder Subject to Circulatory Oscillation — Numerical Analysis and Experiment

Yong Kweon Suh and Joon Kwan Park

Key Words: Circular Cylinder(원 주), Circulatory Oscillation(회 전 요 동), Internal Steady Flow(내 부 정 상 유 동), Lagrangian Velocity(Lagrange 속 도), Streaming Reynolds Number(streaming 레이놀즈수), Visualization Experiment(가 시 화 실험)

Abstract

A fluid flow inside a circular cylinder subject to horizontal, circular oscillation is analyzed numerically and experimentally. The steady streaming velocities at the edges of the boundary layers on the bottom and side surfaces of the cylinder obtained in the previous paper are used as the boundary conditions in the governing equations for the steady flow motion in the interior region. The Stokes' drift velocity obtained in the previous paper also constitutes the Lagrangian velocity which is used in the momentum equations. It turns out that the interior steady flow is composed of one cell, ascending at the center and descending near the side surface, at the streaming Reynolds number 2500. However, at the streaming Reynolds number 25, the flow field is divided into two cells resulting in a descending flow at the center. The experimentally visualized flow patterns at the bottom surface agree well with the analytical solutions. The visualization experiment also confirms the flow direction as well as the center position of the cell obtained by the numerical solutions.

1. 서 론

본 연구는 회전요동하는 원통내의 유체유동에 관한 것으로서, 제2보에 해당하는 본 논문에서는 내부의 정상유동을 수치해석적으로 구하고 실험에 의해 그것을 확인한 것이다. 본 유동모델의 기하학적

구조는 제1보의 Fig. 1에 나타나 있다.

제1보에서 우리는 회전요동하는 원통내의 유체유동에 대하여 내부의 비점성 요동운동의 해와 측면 및 바닥 표면에서의 경계층 유동의 해 그리고 내부의 스톱스 표류속도(Stokes' drift velocity)를 해석적으로 구하였다. 결과에 따르면, 바닥 경계층 끝에서는 반경방향 및 원주방향의 정상속도 성분이 존재하며, 측면 경계층 끝에서는 수직방향의 정상속도 성분이 존재한다. 그리고, 내부의 스톱스 표

*회원, 동아대학교 기계공학과

**동아대학교 대학원

류속도는 원주방향의 성분만이 존재한다. 또한, 원통내의 비정상 유동이 축단면상에서는 정지파의 성질을, 원주단면상에서는 진행파의 성질을 가진다는 사실을 발견하였으며, 이는 이러한 정상속도 성분들이 여기되는 것과 관련지을 수 있음을 밝혔다.

만약, 원통내의 유체유동이 비정상적 요동성분만을 가진다면, 유체입자들은 요동운동만 할뿐 이동은 하지 않을 것이다. 즉, 각 유체입자는 한 주기가 경과한 뒤에 원래의 위치로 되돌아 오게 되는 것이다. 따라서, 이 경우 원통내의 유체는 교반이 전혀 되지 않고 혼합이 거의 이루어지지 않는 상태로 된다. 그러나, 실제로는 정상성분이 존재하고 정상성분과 요동성분의 동시작용으로 인하여 유체입자들은 혼돈적 거동을 보일 수 있고, 따라서 교반효과는 좋아진다고 볼 수 있다 (유속의 정상성분과 비정상 성분이 동시에 존재할 때 혼돈적 교반 즉 양호한 교반이 이루어질 수 있다는 다양한 유동의 예는 Ottino의 저서⁽¹⁾에 설명되어 있으며, 하나의 연구 예는 예를들면 Cox 등⁽²⁾의 연구결과가 있다).

제1보의 서론에서도 언급한 바와 같이, 생체의 효과적 배양을 위해서는 난류와 같은 격렬한 유동이 아니면서 교반효과가 뛰어난 유동을 형성시킬 필요가 있다. 셰이커 테이블(shaker table)의 운동을 이용한 원통내의 유체유동은 이러한 점에서 생체배양의 초기단계에 있어서 가장 적절한 것으로 인식되고 있다.^(3,4) 그러나, 원통내의 유체유동은 원통의 크기, 테이블의 운동진폭, 요동각속도, 액체의 깊이 등에 따라서 달라지며, 이에 따라 액체의 교반효과도 당연히 달라지게 된다. 셰이커 테이블의 사용자의 입장에서는, 이러한 파라미터에 따라 달라지는 유체유동과 교반효과를 이해하고 정성적으로 그 효과를 파악하는 것이 매우 중요한 것이다. 그러나, 이러한 중요성에도 불구하고 이에 관한 유체역학적 연구는 지금까지 전무하다.

제1보에서도 밝힌 바와 같이 원통의 무차원 요동진폭 ε 을 작은 파라미터로 할 때, 선두 오더(leading order)의 유체유동은 $O(1)$ 의 비정상 요동운동이다. 교반효과를 좋게 하기 위해 필요한 정상속도는 실제적으로 $O(\varepsilon)$ 의 크기를 가진다는 사실을 알았다. 따라서, 교반효과를 좋게 하기 위해서는 이 정상속도성분을 크게 할 필요가 있음을 예측할 수 있다(예로서, Cox 등⁽²⁾). 본 유동모델에서, 내부의 정상유동은 측면 및 바닥 경계층 끝에

서 형성되는 오일러의 스트리밍 속도(Eulerian streaming velocity), 및 내부의 스톱스 표류속도이다. 경계층 끝의 정상속도성분은 내부의 정상유동을 지배하는 방정식의 경계조건으로 작용하며, 스톱스 표류속도는 운동량 전달과 관계 있다.

본 논문은 제1보에서 구한 정상속도장들을 사용하여 내부의 정상유동 양상을 수치해석적으로 구한 결과를 제시한 것이다. 그리고, 가시화 실험에 의해 그 결과를 확인한 것이다. 제2장에서는 수치해석에 필요한 지배식의 수식화에 대해, 제3장에서는 수치해석 방법에 대해, 그리고 제4장에서는 실험 방법에 대해서 설명할 것이다. 결과는 제5장에서 제시하며, 여기서 검토된 사항들은 제6장에서 정리하였다.

2. 문제의 수식화

하면 및 측면 근처의 얇은 경계층을 제외한 내부 지역의 정상유동장 \bar{u}_1 , \bar{v}_1 , 및 \bar{w}_1 는 제1보의 3.2.1 절 ‘내부 정상유동’에서는 결정될 수 없었다. 한편, 하면 및 측면에서의 경계층 해석을 통해 우리는 각 경계층 끝에서 경계에 평행한 속도가 생성됨을 알았다. 즉, 하면에서는 $\bar{u}_{1\infty}$ 와 $\bar{v}_{1\infty}$ 이 (제1보의 식 (25)), 그리고 측면에서는 $\bar{w}_{1\infty}$ 이 (제1보의 식 (26)) 생성된다. 이 속도는 내부지역에 정상 순환유동을 일으킬 것이 분명하며, 이에 따라 우선 이 정상유동을 지배하는 방정식을 유도할 필요가 있다.

이 지배방정식을 원시변수의 형태로 유도하는 과정은 꽤 복잡하나, Dore⁽⁵⁾ 및 Iskandarani & Liu^(6,7)의 논문에서 보는 바와 같이 와도를 변수로 하여 유도하면 다소 간단하다. 여기서는 3차원 문제에 대해 Dore⁽⁵⁾가 유도한 바 있는 지배방정식을 그대로 도입하여 사용하도록 한다.

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \bar{\mathbf{v}}_1 \quad (1)$$

으로 정의된 와도벡터 $\boldsymbol{\omega}$ 을 사용하여 나타낸 지배방정식을 벡터형식으로 쓰면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}_1 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{Re_s} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} + \nabla \times (\mathbf{v}_m \times \boldsymbol{\omega}) = 0 \quad (3)$$

여기서, \mathbf{v}_m 은 Lagrange 속도로서

$$\mathbf{v}_m = \bar{\mathbf{v}}_1 + \bar{\mathbf{v}}_1 \quad (4)$$

이다. 그리고, \bar{v}_1 은 스톡스 표류속도 벡터로서 제 1보의 식 (27a), (27b)로 구한 바 있으며, \bar{v}_1 은 구하고자 하는 내부의 정상속도 벡터이다. 또한, 스트리밍 레이놀즈수 Re_s 는 다음과 같이 정의되었다.

$$Re_s = \varepsilon^2 Re \quad (5)$$

여기서, ε 은 요동운동의 무차원 진폭으로서 제1보의 식 (5)로 정의되었다.

경계조건은

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_{1\infty}, \quad \bar{v}_1 = \bar{v}_{1\infty}, \quad \bar{w}_1 = 0 \quad \text{at } z=0 \quad (6a)$$

$$\bar{u}_1 = \bar{v}_1 = 0, \quad \bar{w}_1 = \bar{w}_{1\infty} \quad \text{at } r=1 \quad (6b)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} = \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial z} = 0, \quad \bar{w}_1 = 0 \quad \text{at } z=h \quad (6c)$$

이다. 여기서, \bar{u}_1 , \bar{v}_1 및 \bar{w}_1 은 속도벡터 \bar{v}_1 의 r 방향, θ 방향 및 z 방향의 성분이다. 그리고, 식 (6c)의 첫 조건은 자유표면에서 전단응력이 0인 조건이다. 실제로는 자유표면 바로 아래에도 얇은 경계층이 형성되고, 이 지역의 해로부터 경계층 끝에서의 속도구배 조건이 얻어지고 이것을 내부유동의 해석에 경계조건으로 사용해야 한다. 그러나, 이 효과는 Re_s 가 충분히 클 때는 무시할 수 있다 (예; Riley⁽⁸⁾). 여기서는 이 효과를 무시한 것이다.

식 (2)를 풀어서 쓰고 (3)을 각 성분으로 나누어 쓰면 아래와 같다.

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial r} + \frac{\bar{u}_1}{r} + \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_1}{\partial t} = & \omega_1 \frac{\partial u_m}{\partial r} - u_m \frac{\partial \omega_1}{\partial r} + \omega_3 \frac{\partial u_m}{\partial z} - w_m \frac{\partial \omega_1}{\partial z} \\ & + \frac{1}{Re_s} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_1}{\partial r} \right) - \frac{\omega_1}{r^2} + \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_2}{\partial t} = & \omega_1 \frac{\partial v_m}{\partial r} - u_m \frac{\partial \omega_2}{\partial r} + \omega_3 \frac{\partial v_m}{\partial z} - w_m \frac{\partial \omega_2}{\partial z} \\ & + \frac{u_m \omega_2 - v_m \omega_1}{r} + \frac{1}{Re_s} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_2}{\partial r} \right) \right. \\ & \left. - \frac{\omega_2}{r^2} + \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (8b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_3}{\partial t} = & \omega_1 \frac{\partial w_m}{\partial r} - u_m \frac{\partial \omega_3}{\partial r} + \omega_3 \frac{\partial w_m}{\partial z} - w_m \frac{\partial \omega_3}{\partial z} \\ & + \frac{1}{Re_s} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_3}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (8c)$$

여기서, 식 (8a)~(8c)의 좌변은 수치해석시 시간에 대해 준정상적인 방법으로 수행하기 위해 추가한 것이다. ω_1 , ω_2 , 및 ω_3 는 ω 의 r -방향, θ -방

향, 및 z -방향 성분으로서 아래와 같이 정의된다.

$$\omega_1 = -\frac{\partial \bar{v}_1}{\partial z} \quad (9a)$$

$$\omega_2 = \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} - \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial r} \quad (9b)$$

$$\omega_3 = \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial r} + \frac{\bar{v}_1}{r} \quad (9c)$$

식 (8a), (8b) 및 (8c)는 각각 ω_1 , ω_2 , 및 ω_3 를 결정하며, 이 식들에 필요한 \bar{u}_1 , \bar{v}_1 , 및 \bar{w}_1 은 각각 식 (9a), (9b) 및 (9c)에 의해 결정된다. 그러나, 식 (9a)와 (9c)를 보면, ω_1 과 ω_3 가 결정되어 있는 상태에서 두 식은 서로 독립이 아님을 알 수 있다. 이는 우리가 고려하고 있는 정상유동이 θ 에 무관하기 때문에 나타난 현상이다. 이 다음 절에서 설명할 본 수치해석에서는 식 (8a) 및 (8b)를 사용하여 ω_1 과 ω_2 를 구하고 식 (9a)에 의해 \bar{v}_1 을 구한 뒤 ω_3 는 식 (9c)로 구하는 방법을 사용하였다.

한편, ω_2 가 구해지면, \bar{u}_1 과 \bar{w}_1 은 식 (7)과 (9b)를 연립으로 풀어서 구해야 한다. 이를 위한 효과적인 상투적 방법은 유동함수 ϕ 를 도입하는 방법이다. ϕ 를

$$\bar{u}_1 = \frac{\partial \phi}{r \partial z}, \quad \bar{w}_1 = -\frac{\partial \phi}{r \partial r} \quad (10)$$

와 같이 정의한다면 연속방정식 (7)은 자동적으로 만족되며, 식 (9b)는

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} - \frac{\partial \phi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = r \omega_2 \quad (11)$$

으로 된다. 이 Poisson 방정식에 대한 경계조건은 간단히

$$\phi = 0 \quad \text{at } r=0, 1 \quad \text{and } z=0, h \quad (12)$$

이다.

3. 수치해석 방법

식 (8a)와 (8b)의 시간에 대한 적분을 위해서 가장 간단한 적분법인 Euler 방법을 사용하였다. 시간 간격 Δt 는 발산하지 않는 범위 내에서 수렴이 가능한한 빠르게 되도록 여러가지로 바꾸어 가면서 시험한 후 채택하였다.

본 문제는 축대칭의 특징을 보이므로, 수치해석의 대상공간은 (r, z) 공간에서 경계 $r=0, 1$ 및 $z=0, h$ 으로 둘러싸인 직사각형 모양이다. 공간에 대

한 미분을 위하여 r - 및 z -방향으로 각각 I 및 J 개의 균일 격자를 구성하고, 중심차분의 방법으로 미분항들을 차분화하였다. 속도성분과 와도성분은 모두 같은 점에서 정의되는 표준(비엇갈림) 격자제를 채용하였다.

유동함수를 결정하는 Poisson 방정식 (11)은 SOR(Successive Over Relaxation) 방법을 사용하여 풀었다.

다음, 와도 방정식을 위한 경계조건을 고려해 보자. 식 (8a)를 위한 ω_1 은 $r=0,1$ 및 $z=h$ 에서는 0의 값을 부여하였고, $z=0$ 에서는 아래와 같은 차분식을 사용하였다.

$$\omega_1 = \frac{3\bar{v}_{1\infty} - 4\bar{v}_{1(i,2)} + \bar{v}_{1(i,3)}}{2\Delta z} \quad (13)$$

여기서, (i, j) 는 격자제를 나타내며, $j=1$ 은 하면에 해당한다.

한편, ω_2 를 위한 경계조건은, $z=0$ 에서

$$\omega_2 = \frac{(8\psi_{(i,2)} - \psi_{(i,3)} - 6\bar{u}_{1\infty}\Delta z)}{2\Delta z^2} \quad (14)$$

의 차분식을, $r=1$ 에서

$$\omega_2 = \frac{(8\psi_{(i-1,k)} - \psi_{(i-2,k)} - 6\bar{u}_{1\infty}\Delta r)}{2\Delta r^2} + \bar{u}_{1\infty} \quad (15)$$

의 차분식을 각각 사용하였다. 그 외의 경계에서는 0의 값을 부여하였다.

경계치 $\bar{u}_{1\infty}$, $\bar{v}_{1\infty}$, 및 $\bar{w}_{1\infty}$ 의 계산에 필요한 Bessel 함수 및 그 도함수는 Abramowitz & Stegun⁽⁹⁾에 수록된 공식을 사용하여 구하였다(구체적인 식은 서⁽¹⁰⁾의 보고서에 수록).

한 시간스텝 동안 해를 구하는 과정을 나열하면, 아래와 같다.

(i) 초기조건으로서, 모든 변수값들을 0으로 부여한다. 단, 경계에서의 \bar{u}_1 , \bar{v}_1 , 및 \bar{w}_1 값은 제1보의 식 (25) 및 (26)으로 계산한다.

(ii) 식 (8a)와 (8b)로 ω_1 과 ω_2 를 구한다.

(iii) 식 (9a)를 z -방향으로 적분하여 \bar{v}_1 을 구한다.

(iv) 식 (9c)로 ω_3 를 구한다.

(v) 식 (11)을 풀어서 ϕ 를 구한다.

(vi) 식 (10)으로부터 \bar{u}_1 및 \bar{w}_1 을 구한다.

(vii) 식 (13)~(15)로부터 경계에서의 ω_1 과 ω_2 값을 구한다.

(viii) 수렴여부를 판단하고 수렴이 되지 않았으

면 (ii)~(vii)과정을 되풀이한다.

4. 실험 방법

본 연구에서는 이론적 해석의 타당성을 확인하기 위하여 유동의 가시화실험을 행하였다. 제어가 가능한 속도가변 모터를 사용하여 테이블을 회전요동 운동시켰으며, 요동진폭에 해당하는 R_0 는 0.02[m]이다. 테이블 위에는 내경 $R=0.0435$ [m]의 투명 원통형 용기를 놓고 그 속에 순수한 물 또는 소금물을 넣어서 유동양상을 관찰하였다. 가시화를 위해 사용한 염료는 그림물감과 흑색잉크이다. 그림물감은 바닥과 측면에서의 정상유동을 가시화할 때, 그리고 잉크는 내부의 정상유동을 가시화할 때 사용하였다. 후자에서는, 염료가 가라앉지 않도록 물에 소금을 타서 농도를 조정하였다. 카메라를 테이블 위에 설치하여 촬영함으로써 테이블과의 상대 운동에 의해 화상의 선명도가 떨어지는 문제를 해결하였다.

가시화의 목적에 따라 실험은 대체로 세 가지로 나눌 수 있다. 첫째는, 용기 바닥에서의 정상유동에 따른 입자의 경로를 가시화하는 것으로서, 바닥의 가장자리 네 개 점에 물감을 약간 찍어 바른 뒤 바로 물을 주입하고 테이블을 운동시켜 수분후에 나타나는 입자의 경로를 촬영하는 실험이다. 이 경우, 물감입자들은 비중이 1보다 크므로 바닥에 거의 부착된 상태로 중심부로 나아가기 때문에 바닥에 염료줄기가 나타나며, 이것이 바닥에 매우 가까운 지역에서의 정상유동의 유선을 나타내게 되어 있는 것이다.

둘째는, 소금물이 들어 있는 원통이 테이블 위에서 정지한 상태에서, 잉크가 주입된 주사기를 사용하여 수직의 염료기둥을 만든 뒤 곧바로 테이블을 가동시켰을 때 수직 염료기둥의 변형으로부터 수직 단면상의 수평방향 속도성분의 분포를 정성적으로 관찰하는 실험이다. 이 실험은 바닥에 인접한 부분에서의 수평방향 속도성분이 다양하게 변화하기 때문에 수행한 것이다. 이 실험에서, 장시간이 지나면 염료가 용기의 중심부로 집결하여 서서히 상승하는 모양을 보이고 이것이 표면에서 확산하는 양상을 나타내므로, 이 실험은 또한 물질의 확산기구를 이해하는 데 도움이 되었다.

셋째는, 소금물이 들어 있는 원통이 테이블 위에서 요동운동을 하고 있는 중에 주사기를 사용하여

염료를 액체중에 주입한 뒤, 시간의 경과에 따라 염료가 변형하는 모양을 살피으로써 정상유동의 양상을 정상적으로 관찰하는 실험이다. 이 실험은 특히, 축단면상의 유동 셀의 중심과 유동 방향을 파악하는 데 그 주된 목적이 있다.

5. 결과 및 분석

5.1 수치해석 결과

내부 정상유동의 원동력은 $\bar{u}_{1\infty}$, $\bar{v}_{1\infty}$, 및 $\bar{w}_{1\infty}$ 이다. 본 연구에서는 이들의 값을 구하는데 필요한 용기의 반경 R 을 0.0435[m]로, 그릇의 요동주기 T 를 1[s]로, 그릇의 요동진폭 R_0 를 0.02[m]로, 그리고 동점성계수를 10^{-6} [m²/s]로 하였다. Fig. 1은 $H=0.06, 0.04$ 및 0.02 [m]에 대해 구한 축단면상의 유선(즉 ψ -레벨라인(level line))을 보여주고 있다. 네 경우 모두 측면에서 하강하고 중심부에서 상승하는 와류의 양상을 보인다. 이것은, 하면에서의 경계층 효과가 측면에서의 경계층 효과에 비하여 매우 미약함을 의미한다—그러나 뒤에 보여 주겠지만, Re_s 의 값이 낮아지면 하면에서의 경계층

효과는 상대적으로 더욱 강해진다. $H=0.06$ 및 0.04 [m]의 경우에는 셀의 중심이 측면 근처 상단의 모서리 지역에 존재하나 $H=0.02$ [m]의 경우에는 그것이 하면 근처로 이동하여 존재한다. 그리고 와류의 회전속도는 H 가 감소할수록 증가한다. 이러한 유속의 증가는 거의 $\bar{w}_{1\infty}$ 의 증가에 기인하며, 결국 $\bar{w}_{1\infty}$ 이 내부유동을 결정짓는 가장 지배적인 요소임을 말해 준다.

H 를 더욱 감소시켜 $H=0.01$ [m]로 하니, 유동은 더 이상 정상적으로 되지 못하고 주기적으로 변하는 비정상적 양상을 보인다.

내부유동이 H 에 무관하게 측면 근처에서 하강하고 중심부에서 상승하는 단일 셀의 양상을 보이는 이유를 찾기 위해 스톡스 표류속도 \bar{v}_1 을 0으로 지정하여 해를 구해 보았으나 그 결과는 거의 변화가 없었다. 이는 \bar{v}_1 이 내부유동을 결정하는 데 있어서 별 영향을 미치지 않음을 뜻한다. 다음, 스트리밍 레이놀즈수 Re_s 를 감소시킬 목적으로 ν 를 10^{-6} [m²/s]에서 $10^{-5}, 10^{-4}$ [m²/s]와 같이 증가시켜 보았다. Fig. 2는 그 결과로서, 셀유동은 Re_s 가 감소할수록 약해짐을 알 수 있다. 또한, 특이한 것은

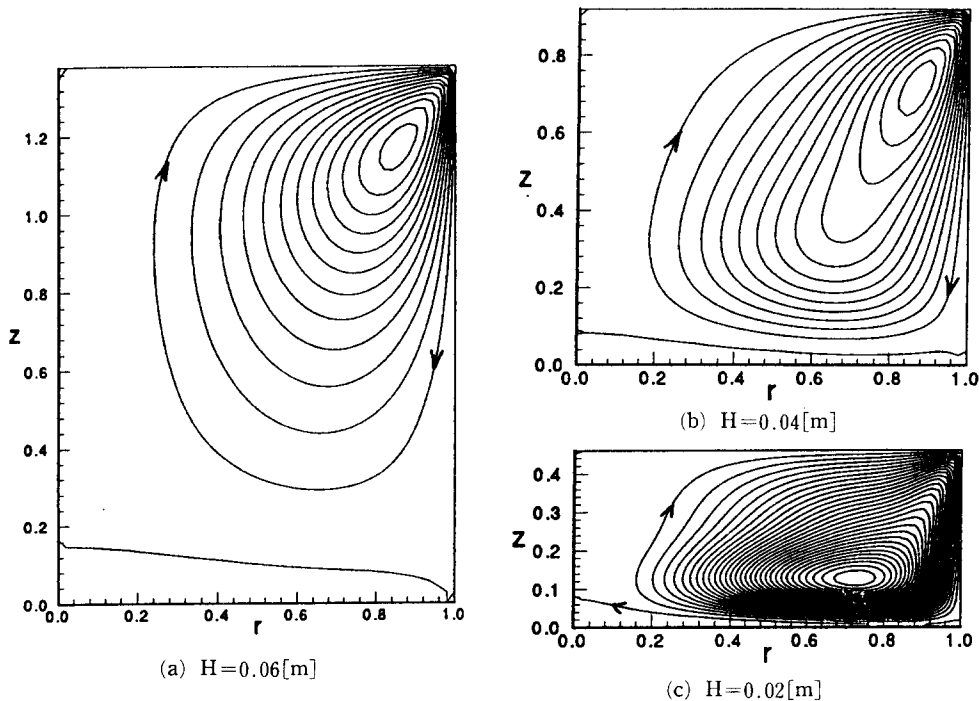


Fig. 1 Numerical results of the streamline patterns of the steady inner flow on the axial plane for three values of H shown. The increment of ψ is 10^{-4} .

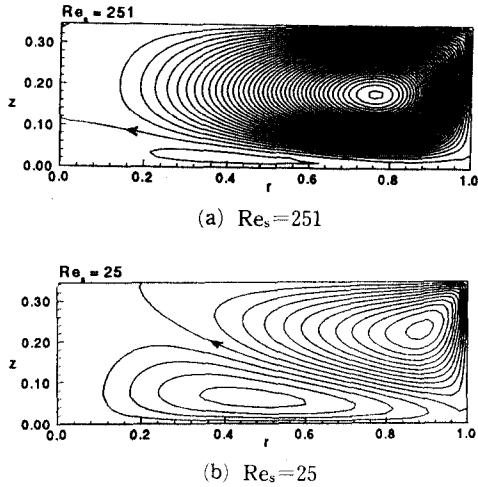


Fig. 2 Numerical results of the streamline patterns of the steady inner flow on the axial plane for two streaming Reynolds numbers shown. The increment of ψ is 10^{-4} .

Re_s 가 감소할수록 하면경계층 효과가 상대적으로 증가한다는 점이다. 특히, $Re_s=25$ 에서는 두 개의 서로 대등한 크기의 셀이 나타나며, 이로 인해 중심부에서는 유체가 하강한다. 이처럼, 큰 Re_s 에서는 하면에서의 경계속도가 영향력을 발휘하지 못하고 낮은 Re_s 에서 영향력을 발휘하게 되는 것은 물리적으로 다음과 같이 설명할 수 있다. 즉, 높은 Re_s 에서는 측면에서 형성된 시계방향의 와도(vorticity)가 하면 가장자리의 모서리 부근을 통과한 뒤 중심부로 향하면서 그 세력이 더욱 증가하고 이로 인해 하면에서의 반시계방향 와도의 증가가 억제되기 때문이며(Fig. 1의 $H=0.02[m]$ 의 경우에 대한 그림 참조), 낮은 Re_s 에서는 확산효과로 인하여 그 세력이 약해진 때문으로 판단된다.

5.2 가시화 실험 결과

바닥에서의 정상유동 양상을 가시화하기 위하여, 제4장에서 설명한 바와 같이 그림물감을 원통 바닥의 가장자리 4곳에 문헌 뒤 시간의 경과에 따라 물감이 그린 자취를 사진촬영하였다. Fig. 3(b)는 그 결과로서 유동이 나선모양으로 중심부를 향하고 있음을 알 수 있다. Fig. 3(a)는 이론해석의 결과인 식 (24)의 속도구배를 이용하여 바닥에 매우 인접한 지역의 속도를 가정한 뒤 그것을 시간에 대하여 적분한 것(체적)이다. 즉, 실제 실험에서 바닥에

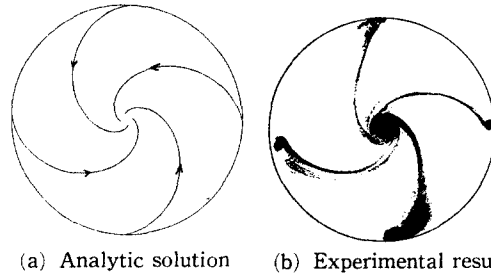


Fig. 3 Long-time trajectories of the fluid particles very near to the bottom surface of the cylinder

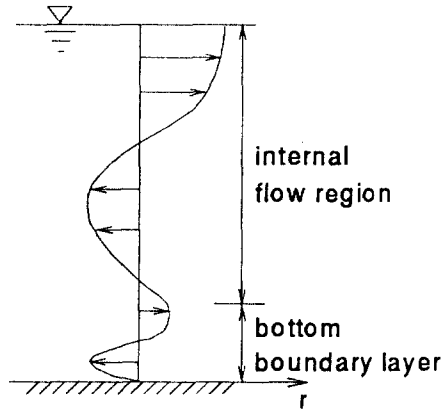


Fig. 4 Sketch of the radial-velocity distribution along the vertical direction.

매우 인접한 지점의 속도는 바닥에서의 속도구배에 비례하고 유체입자는 바닥에 충분히 가까이 있기 때문에 부상하지 않는 것으로 가정한 것이다. 그림에서 보듯이 이론해석의 결과는 가시화 실험의 결과와 잘 맞고 있다. 이는, 본 연구에서 수행한 이론적 해석이 타당함을 입증하는 것이다. 식 (24)에서 알 수 있듯이, 반경방향 유속은 중심방향(-방향)이고, 원주방향의 유속은 반시계방향(+방향)이다.

그러나, 하면 경계층 끝에서의 유속은 이와 다르다. 식 (25)를 보면, 원주방향의 유속은 역시 반시계방향이나 반경방향 유속은 전과 달리 바깥방향이다. 한편, Fig. 1을 통해 알 수 있는 바와 같이, 내부유동은 바닥 근처에서 중심 방향이고 자유표면 근처에서는 다시 바깥 방향이다. 따라서, 반경방향 유속은 바닥에서부터 수직으로 자유표면에 이르는 사이에 세번의 방향전환을 일으킨다. Fig. 4는 반경방향 속도성분의 수직선상에서의 분포를 스케치한 것이다.



(a) After 8 seconds



(b) 22sec



(c) 39sec



(d) 1min. 45sec



(e) 3min. 9sec

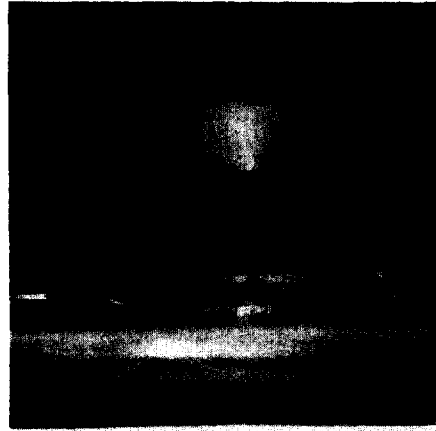


(f) 10min

Fig. 5 Continued



(g) 10min. 50sec



(h) 10min. 58sec

Fig. 5 History of deformation and movement of a vertical dye-line initially located at the left-hand side of the circular cylinder. $H = 0.04[m]$, $N = 55[rpm]$

바닥 경계층 끝의 반경방향 유속성분이 바깥쪽인 것을 실험에서 확인하기 위하여 제4장에서 설명한 두번째 실험을 수행하여 보았다. Fig. 5는 전형적인 결과를 보여주고 있다. 최초에 좌측에 수직으로 있던 염료기둥이 22초후에는 바닥에서는 중심부로, 바닥 경계층 끝과 자유표면에서는 바깥쪽으로, 그리고 그 사이에서는 다시 중심부로 이동하였음을 볼 수 있다. 즉, Fig. 4에서 스케치한 양상을 보이고 있는 것이다. 1분 45초후에는 바닥에 가라앉아 있던 염료 외에는 모두 확산되어 버렸고, 3분 9초후에는 중심부에서 상승하는 염료줄기를 볼 수 있다. 이 염료줄기는 항상 자유표면 끝까지 간 다음에 방사선 모양으로 재빨리 확산한다. 더욱 얇은 액체에 대하여 작은 양의 염료로 실험하여 보았다. 중심부에서 나선모양으로 꼬인 염료줄기는 마침내 그 전체가 부상하여 5분이 못되어 일시에 확산해 버렸다. 중앙의 염료줄기는 테이블을 어느 순간에 정지시키면 서서히 가라앉는다. 이는 중앙에 집결한 염료의 밀도가 주위 액체의 그것보다 크를 뜻하며, 따라서 위로 부상할 수 있는 것은 순전히 정상순환유동에 의한 것임을 알 수 있다. 이 실험 결과는 또한 같은 조건(즉, $Re_s = 2500$)에서 중심부에서는 정상유동이 위로 향한다는 수치해석적 결과(예, Fig. 1)와 일치한다.

실험과 같은 조건에서, 측면면 상에서의 내부의 정상유동은 측면에서의 경계층 효과가 지대하여 측면에서는 하향하고 바닥에서는 중심을 향하며, 중

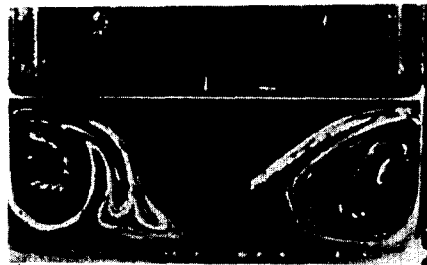
(a) $H = 0.06[m]$, $N = 55[rpm]$ (b) $H = 0.04[m]$, $N = 55[rpm]$ (c) $H = 0.02[m]$, $N = 45[rpm]$

Fig. 6 Stretched patterns of dye blobs on the axial plane a few minutes after the dye was dropped near the center.

심부에서는 다시 상향하는 유동양상으로 보이는 것으로 예측한 바 있다(Fig. 1), Fig. 6은 세 가지 중심에 대해 내부의 정상유동 양상을 가시화한 결과이다. 이것은 앞의 4장에서 설명한 세번째 실험항목에 속한다. 세 가지 모두에 있어서 축단면상의 유동방향은 이론적 해석에 의한 예측과 일치한다. 또한, $H=0.02$ [m]의 경우에는 셀의 중심이 바닥 가까이에 있는 것으로 예측된 바 있는데(Fig. 1(c)), 이것도 그림에서 보는 바와 같이 실험결과 확인되고 있다. 다만, 실험결과는 수치해석 결과보다 셀의 중심위치가 더 위쪽에 있는 것으로 나타나고 있는데, 이는 실험에서의 N 이 45[rpm]으로서 수치해석 조건인 60[rpm]보다 낮기 때문에 측면에서의 \bar{w}_{∞} 가 작아졌으며 또한 Re_s 도 동시에 작아진 것이 그 원인인 것으로 예측된다. 그리고, $H=0.04$ [m] 이상에서는 셀의 중심이 자유표면 아래 용기의 측면쪽에 존재하는 것으로 예측하였는데, 이것도 역시 실험상으로 확인되고 있다(Fig. 1(a)과 Fig. 6(a), 그리고 Fig. 1(b)과 Fig. 6(b)를 각각 상호 비교할 것). 다만, $H=0.06$ [m]의 경우에 실험결과에서는 측면에서 유동의 바리가 수치해석의 결과보다 더 위쪽에서 발생하는 것처럼 보이는데(Fig. 1(a)과 Fig. 6(a)를 비교할 것), 그 원인은 현재로서는 알 수 없다.

한편, Gardner & Tatterson⁽¹¹⁾의 가시화 실험에서도, 물의 경우($Re=880$, $Re_s=150$) 중심부에서 유동이 상승하는 것이 관찰되었다.

6. 결 론

본 연구에서는, 회전요동운동하는 원통형 용기내의 자유표면을 가지는 액체유동에 있어서, 그 내부에 형성되는 정상유동을 수치해석적 및 실험적 방법을 동원하여 조사하였다. 그 결과를 요약하면 아래와 같다.

(1) 스트리밍 레이놀즈수 Re_s 가 2510일 때, 중심대 용기 반경의 비 h 를 0.345~1.38까지 변화시켜 가면서 내부유동을 수치해석으로 구한 결과, 내부유동은 측면에서 하강하고 중심부에서 상승하는 단일 셀의 유동양상을 보인다. 이로부터, 내부유동을 결정짓는 것은 측면에서의 경계층 유동임을 알 수 있다.

(2) Re_s 가 감소하여 25에 이르면, 내부유동은 두개의 셀로 구성된다. 이 때, 중심부에서는 유체

가 하강한다.

(3) 바닥에 매우 인접한 지역에서의 정상유동의 유선을 가시화 실험에 의해 구한 결과는 이론적 해석에 의해 구한 결과와 일치하며, 이에 따라 본 연구에서의 이론해석 및 수치해석은 타당함을 알 수 있었다.

(4) 가시화 실험에 의해 축단면 상의 유동양상을 구한 결과는 내부유동의 방향이나 셀의 중심 위치 등에서 수치해석의 결과와 일치한다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 '94핵심전문연구과제 연구지원(과제번호: 941-1000-045-2)에 의하여 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Ottino, J. M., 1989, *The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos, and Transport*, Camb. Univ. Press.
- (2) Cox, S. M., Drazin, P. G., Rylie, S. C. and Slater, K., 1990, "Chaotic Advection of Irrotational Flows and of Waves in Fluids," *J. Fluid Mech.*, Vol. 214, pp. 517~534.
- (3) Mantell, S. H. and Smith, H., 1983, *Plant Biotechnology*, Camb. Univ. Press.
- (4) Bu'lock, J. and Kristiansen, B., 1987, *Basic Biotechnology*, Academic Press.
- (5) Dore, B. D., 1976, "Double Boundary Layers in Standing Surface Waves," *Pageoph*, Vol. 114, pp. 629~637.
- (6) Iskandarani, M. and Liu, P. L. -F., 1991, "Mass Transport in Two-Dimensional Water Waves," *J. Fluid Mech.*, Vol. 231, pp. 395~415.
- (7) Iskandarani, M. and Liu, P. L. -F., 1991, "Mass Transport in Three-Dimensional Water Waves," *J. Fluid Mech.*, Vol. 231, pp. 417~437.
- (8) Riley, N., 1984, "Progressive Surface Waves on a Liquid of Non-Uniform Depth," *Wave Motion*, Vol. 6, pp. 15~22.
- (9) Abramowitz, M. and Stegun, I. A., 1972, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Inc.

- (10) 서용권, 1996, 회전요동하는 원통내의 유동 및 교반 특성, 한국과학재단 핵심전문연구과제 연구보고서.
- (11) Gardner, J. and Tatterson, G., 1992, "Characterization of Mixing in Shaker Table Containers," *Biotechnology and Bioengineering*, Vol. 39, pp. 794-797.