

주기적 불안정성을 가지는 충격파 유도 연소의 무차원 해석

최정열*, 정인석*, 윤영빈*

Nondimensional Analysis of Periodically Unstable Shock-Induced Combustion

Jeong-Yeol Choi *, In-Seuck Jeung * and Youngbin Yoon *

Key words : shock-induced combustion, combustion instability, chemically reacting flow, Runge-Kutta method, higher order upwind scheme, shock stand-off distance, induction distance, Damköhler number, heat release parameter

Abstract

A numerical study is conducted to investigate the periodically unstable shock induced combustion around blunt bodies in stoichiometric hydrogen-air mixtures. Euler equations are spatially discretized by upwind-biased third order scheme and temporally integrated by Runge-Kutta method. Chemistry model used in this study involves 8 elementary kinetics steps and 7 species. At a constant Mach number, the effects of projectile size, inflow pressure and inflow temperature are examined with Lehr's experimental condition as a reference. In addition to oscillation frequency, characteristic distances and time averaged values are found from the result to find an relation with dimensionless parameters. As a result, it is found that the effects of inflow pressure and body size are very similar and Damköhler number plays an important role in determining the instability characteristics.

1. 서론

충격파 유도 연소는 가연성 혼합기 중을 초음속으로 비행하는 물체 주위에서 혼합기가 점화 조건에 이르러 자발적으로 점화하는 현상이다. 1960~70년대에 충격파 유도 연소에 대한 많은 실험적 연구가 있었으며, 1980~90년대에 충격파 유도 연소를 램 가속기(Ram-Accelerator) 나 ODWE (Oblique Detonation Wave Engine) 등 고속 추진 장치의 에너지 발생 메커니즘으로 이용하고자 하는 연구가 시작된 이후로 최근 들어 이에 대한 수치적 연구가 활발히 이루어지고 있다. 충격파 유도 연소 연구 가운데 가장 대표적인 실험은 Lehr^[1]의 연구이다. 그는 충격파 유도 현상이 마하수 및 혼합기에 따라 decoupled shock-deflagration system으로부터 overdriven detonation 에 이르기 까지 다양한 양상으로 나타난다는 것을 보여 주었다. 다양한 충격파 유도 연소의 양상 중에서도 많은 연구자들에 의하여 많은 관심을 받는 것은 충격파 유도 연소의 비정상적인 거동인 연소면의 진동 현상이다. 충격파 유도 연소의 진동 현상은 70년대 초 Lehr^[1] 등에 의하여 관찰된 이후 Toong^[2] 등에 의하여 그 진동 메커니즘이 예측되었으며, 최근에 이르러 Wilson 등^[3]과 Matsuo 등^[4,5]의 수치해석에 의하여 물체의 표면을 포함하는 충격파, 연소파 (일종의 contact surface), 팽창파, 압축파 등 파의 간섭(wave interaction) 현상임이 확인 되었으며, 물체의

크기에 크게 영향을 받는 것으로 확인되었다. 그림 1은 Lehr 에 의한 불안정한 충격파 유도 연소 현상의 shadow graph 사진이며, 그림 2는 파의 간섭 현상에 의한 연소 불안정의 메커니즘을 나타내는 개략도 이다. 이 사진은 마하수 4.79 로 초기 온도 292K, 초기 압력 320 mmHg 인 이론 혼합비의 수소/공기 혼합기 중을 비

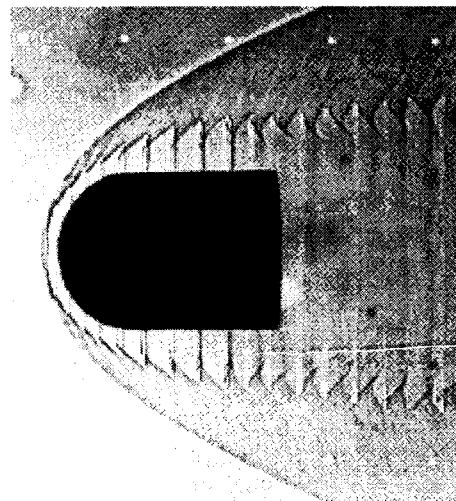


그림 1. 이론 혼합비 상태인 수소/공기 혼합기 중을 마하 수 4.79로 비행하는 반구형 탄체 주위 유동장의 Shadow Graph 사진

* 정회원, 서울대학교 항공우주공학과

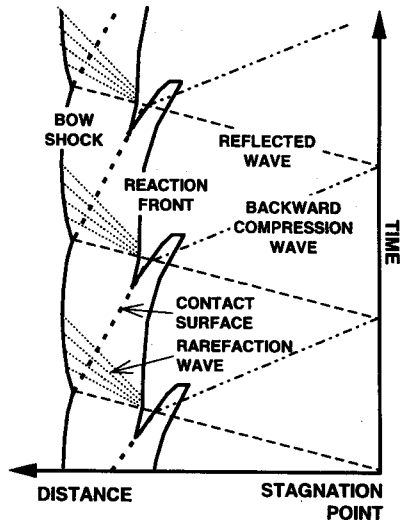


그림 2. 정체 유선에서 $x-t$ 선도로 나타낸 충격파와 유도 연소의 주기적 진동 현상의 개략도

행하는 반지름 7.5mm의 반구형 탄체 주위의 유동의 경우이며 약 720 kHz의 진동 수를 보이는 것으로 알려져 있다.

그 동안의 많은 실험적, 수치 해석적인 연구들을^[1,4,6,7] 통해서, 마하수, 혼합기의 조성 및 물체의 크기 등이 충격파와 유도 연소에 큰 영향을 미친다는 것이 알려졌다. 그러나, 이러한 유동 변수들이 구체적으로 어떻게 영향을 미치는지에 관해서는 명확히 알려져 있지 않으며, 초기 압력 및 온도와 같은 유동 변수들도 중요한 변수일 것으로 생각되지만 이에 대한 깊이 있는 연구는 수행되지 않았다. 더욱이 decoupled shock-deflagration system으로부터 overdriven detonation wave 까지 다양한 충격파와 유도 연소의 양상을 구분할 수 있는 기준도 제시된 바 없다. 이는 가능한 모든 경우를 실험적으로 연구하기도 어려울 뿐만 아니라 충격파와 유도 연소 유동장이 비평형 화학 반응과 초음속 영역과 아음속 영역이 공존하는 2차원 또는 3차원 공간에서 비선형 방정식의 지배를 받기 때문에 이론적인 접근도 쉽지 않았기 때문이다.

따라서, 충격파와 유도 현상을 지배하는 변수는 무엇인가 하는 질문이 여전히 남아 있다. 충격파와 유도 연소 현상은 마하수 5를 전후로 한 비교적 큰 유동장에서 형성된 충격파 후면에서 유한한 화학 반응 속도를 가지는 발열 반응이라는 유체 역학적 특징을 가진다. 그러므로 충격파와 유도 연소 현상은, 유속과 화학반응 속도, 및 발열량에 따라서 매우 특징적이고 다양한 연소의 양상(various regimes of combustion)을 보이며, Choi^[8] 등은 무차원화된 화학 반응 속도와 무차원화된 발열량의 개념을 도입해 충격파와 유도 연소의 다양한 거동을 설명한 적이 있다. 그러나 그들의 결과 중 연

소 불안정이 존재하는 경우에 대한 설명은 제외되어 있었으므로 본 연구에서는 다양한 초기 유동의 조건이 주기적 불안정성을 가지는 충격파와 유도 연소에 미치는 영향을 살펴보고 이를 무차원화된 계수와와의 관계로부터 설명해 보고자 한다.

2. 지배 방정식 및 수치 해법

무단 물체 주위의 압축성 유동에 대해 점성, 확산 및 열 전달 효과가 유동장에 미치는 영향은 매우 작은 것으로 알려져 있다. 따라서 본 연구에서는 연속 방정식을 N 개의 화학종에 대한 화학종 보존 방정식으로 대체한 Euler 방정식을 지배 방정식으로 하였다. Euler 방정식은 직교 좌표계에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \mathbf{H} = \mathbf{W} \quad (1)$$

여기서, $\mathbf{Q} = [\rho_1, \dots, \rho_N, \rho u, \rho v, e]^T$ 는 보존 변수의 벡터이며, \mathbf{F} 와 \mathbf{G} 는 대류 플럭스 벡터 이고, \mathbf{H} 는 축대칭 좌표계에 의한 생성항이며, $\mathbf{W} = [w_1, \dots, w_N, 0, 0, 0]^T$ 는 화학종의 생성항이다. u 와 v 는 각각 x, y 방향의 속도 성분이며, e 는 단위 부피 당의 총 에너지 이고, ρ_k 는 k 번째 화학종의 밀도이다. 총 밀도는 각 화학종의 밀도의 합으로써 $\rho = \sum_{k=1}^N \rho_k$ 와 같이 표시된다. 화학종의 생성항 w_k 는 비평형 화학 반응에 의하여 계산된다. 압력은 열량적 완전 기체의 혼합기체에 대한 이상 기체 상태 방정식으로부터 구해지며, 온도는 총 에너지의 정의로부터 Newton-Raphson 방법을 이용한 반복 계산을 통해 구한다.

$$e = \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2) + \sum_{k=1}^N \rho_k \left(\int c_{vk} dT + h_k^* \right) \quad (2)$$

여기서, c_{vk} 는 k 번째 화학종에 대한 정적 비열이며, h_k^* 는 k 번째 화학종의 생성열이다. 온도의 함수로서 비열의 표현식은 참고문헌^[9]에 있는 NASA polynomials 데이터를 이용하였다. 본 연구에 사용된 화학 반응 모델은 H, O, H₂O, OH, O₂, 및 H₂의 6개 반응성 화학종과 비활성 기체로서 N₂를 포함하며 8개의 기초 반응 단계로 구성되어 있다. 화학 반응 데이터는 Evans와 Schexnyder^[10]에 의하여 제안된 값을 사용하였으며, 이 자료는 이전의 많은 충격파와 유도 연소 연구에서^[8,11,12,13] 충분한 검증된 바 있다. 이 반응 모델은 구체적인 화학 반응 모델로부터 낮은 온도에서의 점화 문제에 중요할 수 있는 H₂O₂와 HO₂을 무시하고 이루어진 축소 화학 반응 모델이다.

충격파와 유도 연소의 진동 현상은 충격파, 접촉 불연속면(contact surface), 팽창파, 압축파 등 각 파면의 비정상 거동에 기인하므로 이들의 정확한 포착을 위해서는 시간적, 공간적으로 매우 정확한 수치 기법이 필요

하다. 본 연구에서는 일반 좌표계에서 다원 혼합 기체에 대하여 유도된 Roe의 FDS 기법¹⁴⁾을 사용하였으며, TVD 성질을 유지하기 위한 minmod 제한자를 3차의 공간 정확도를 가지는 MUSCL 기법¹⁵⁾과 함께 사용하였다. Roe의 FDS 기법은 열역학 제 2 법칙을 만족시키지 못하여 간혹 해의 안정성이 문제가 되기도 하지만 Entropy Fixing 함수¹⁵⁾를 도입하여 문제를 해결할 수 있는 경우, 현재 검증되어 이용되고 있는 공간 차분 기법 중 가장 유용한 것으로 사료된다.

시간 적분 기법으로는 다원 혼합기체의 화학적 비평형 비정상 거동을 예측하기에 충분히 효율적이면서 정확하다고 검증된 내재적(implicit) 기법이 현재 존재하지 않으므로, 2차의 시간 정확도를 가지는 외재적(explicit) 기법인 2단계 Runge-Kutta 기법¹⁵⁾을 시간 적분 방법으로 사용하였다. 이 방법에 따라 보존형의 지배 방정식을 간단히 차분하여 표시하면 다음과 같다.

$$U_{i,j}^* = U_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{2} (W - F_x - G_y - H)_{i,j}^n \quad (3)$$

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^* + \Delta t (W - F_x - G_y - H)_{i,j}^*$$

3. 무차원 변수

화학종 생성항의 무차원화로부터 k 번째 화학종에 대한 화학 반응의 특성 시간 $\tau_c = \rho_o/w_k$ 과 유동의 특성 시간 $\tau_f = R/a_o$ 의 비인 제 1 Damköhler 수 Da_{1k} 는 다음과 같이 정의 된다.

$$Da_{1k} \equiv \frac{w_k R}{a_o \rho_o} = \frac{\tau_f}{\tau_c} \quad (4)$$

여기서, R 은 무딘 물체의 반지름 이며, a_o 는 음속 이고 하첨자 o 는 유동의 초기 값을 의미한다.

각 위치에서 Da_{1k} 의 값은 매우 좁음 폭을 가지는 산 모양을 나타내며, 여러 가지 화학종 가운데 수소/공기 반응의 주 생성물인 H_2O 에 대하여 최대의 값을 가진다. 따라서, 본 연구에서는 이 값을 전체 시스템을 대표하는 특성 치로 간주 하였으며, 최대값이 나타나는 위치를 화염면의 위치로 간주 하였다.

한편, 총 에너지의 정의에서 생성열이 포함된 항을 우변으로 이항하여 정리하면, 에너지 방정식을 일차원 해석에 적합한 형태로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \left(e_s + \frac{1}{2} u^2 \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho u \left(h_s + \frac{1}{2} u^2 \right) \right\} = - \sum_{k=1}^N h_k^o w_k \quad (5)$$

여기서, e_s 와 h_s 는 각각 sensible energy 와 sensible enthalpy 이며, 우변은 화학 반응에 의한 열의 생성율을 나타내는 항이다.

한편, Strehlow¹⁶⁾의 정의를 따르면, 열 발생 율은 화학 반응에 의한 열 발생 율과 대류 열 전달에 의한 열 전달율의 비로 다음과 같이 무차원화 될 수 있으며, 이 무차원화 된 값을 제 2 Damköhler 수 Da_{II} 로 정의한다.

$$Da_{II} \equiv \frac{-R \sum_{k=1}^N h_k^o w_k}{h_s a_o} \quad (6)$$

그러나 열 발생의 영향은 제 2 Damköhler 수로서 효과적으로 설명할 수 없다. 이는 제 2 Damköhler 수가 무차원화 된 열 발생율을 나타낼 뿐 총 열 발생량을 설명하지 못하기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 위의 에너지 방정식을 정체 유선을 따라 적분하여 총 열 발생율을 설명할 수 있는 새로운 무차원 변수를 유도하였다. 정상 상태의 가정하에서 정체 유선 상의 임의의 두 점을 1 과 2로 표시하고 이 두 점 사이에서 에너지 방정식의 적분을 취하면 화학 반응율 항이 소거된 에너지 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\left(h_s + \frac{1}{2} u^2 \right)_2 - \left(h_s + \frac{1}{2} u^2 \right)_1 = \left(\sum_{k=1}^N y_k h_k^o \right)_1 - \left(\sum_{k=1}^N y_k h_k^o \right)_2 \quad (7)$$

여기서 y_k 는 k 번째 화학종의 질량 분률 이다.

이때 점 1을 초기 유동으로 간주 한다면, 초기 유동에서 수소/공기 혼합기에 대한 생성열은 명확히 0 이므로 $\sum_{k=1}^N y_k h_k^o = 0$ 이고, 정체 유선을 따른 임의의 점에서 열 발생량은 다음과 같이 음속에 기초한 운동 에너지와의 비로써, 다음과 같이 새로운 무차원 열 발생 계수 HR 로 정의할 수 있다.

$$HR \equiv \frac{- \left(\sum_{k=1}^N y_k h_k^o \right)}{a_o^2} \quad (8)$$

그림 3은 전형적인 정상 상태 충격파 유도 현상의 경우에 대하여 정체 유선을 따라 온도 및 무차원 계수들의 분포를 그린 것이다.

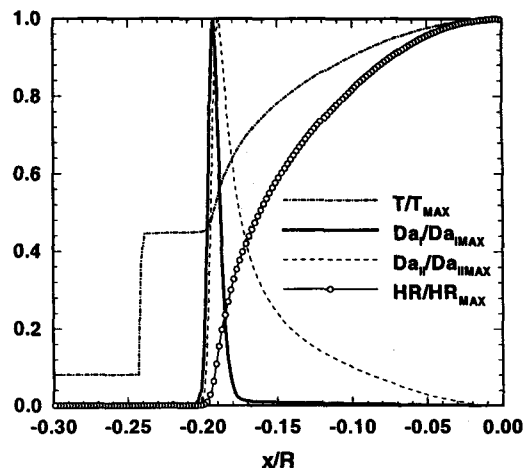


그림 3. 전형적인 정상 상태 충격파 유도 연소의 경우에 대한 정체 유선에서의 온도, 제 1 Damköhler 수, 제 2 Damköhler 수 및 열 발생 계수의 분포, 각 분포도는 각각의 최대 값으로 정규화 하였음. 참고문헌⁸⁾.

그림 3에서 온도는 2 단계의 계단 모양을 보이는 데 무차원 열 발생 계수의 분포가 충격파 후면에서 이와 유사한 양상을 보인다. 이는 정체 유선을 따라 유속이 거의 0에 가깝기 때문에 기연 영역에서의 온도 분포가 엔탈피의 변화와 유사한 양상을 보이기 때문이다. 이 그림에서 H₂O의 생성에 대한 제 1 Damköhler 수의 분포는 연소에 의한 온도의 두 번째 증가 부분에서 급격히 변하는 산 모양을 보인다. 따라서 본 연구에서는 제 1 Damköhler 수가 최대가 되는 부분을 연소면의 위치로 정의하였으며 제 1 Damköhler 수 분포의 폭을 연소면의 두께로 생각할 수 있다. 제 2 Damköhler 수 Da_{II} 의 분포는 화학 반응율에 영향을 받으므로 제 1 Damköhler 수 Da_I 와 거의 같은 위치에서 최대 값을 보임을 알 수 있으며, 따라서, 제 2 Damköhler 수로서 열 발생의 영향을 설명하기에는 미흡하고, 무차원 열 발생 계수의 정의가 더 효용성이 있음을 알 수 있다.

그러나, 진동하는 충격파 유도 연소의 경우 충격파와 연소면의 위치 및 제 1 Damköhler 수와 열 발생 계수 역시 시간에 따라 진동하는 양상을 보인다. 그림 4는 충격파 유도 연소 불안정의 대표적인 경우에 대하여 정체 유선에서 시간에 따라 변화하는 제 1 Damköhler 수와 열 발생 계수의 최대값을 그려 본 것이다.

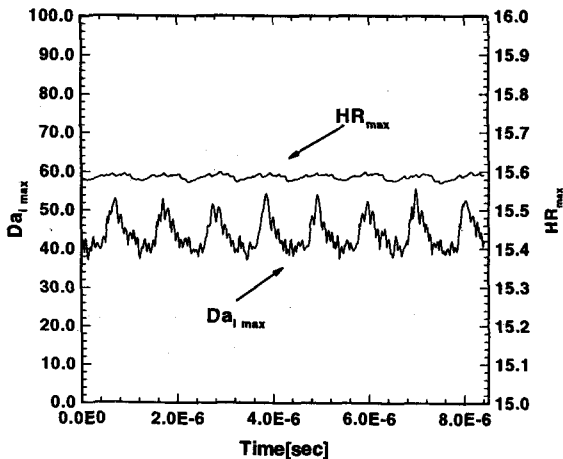


그림 4. 주기적인 충격파 유도 연소 진동의 경우에 대하여 정체 유선을 따라 얻어진 제 1 Damköhler 수와 열 발생 계수의 분포. 이 곡선은 마하수 4.79로 초기 온도 293K, 초기 압력 320 mmHg 인 수소/공기 혼합기를 반지름 5.25mm 인 탄체가 비행하는 경우의 결과로부터 얻은 것이다.

이 그림에서 볼 수 있듯이 열 발생 계수는 거의 일정한 값을 가지지만 제 1 Damköhler 수는 진동하는 진폭이 작지 않으므로 특성값으로 이용하기 위해서는 시간에 대하여 적절한 평균을 취하여야 할 필요가 있음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같이 시간

에 대하여 충격파의 위치(SD, shock stand-off distance), 점화 지연 거리(ID, Ignition delay), 제 1 Damköhler 수 및 열 발생 계수의 네 가지 값을 시간에 대하여 적분하여 평균을 취함으로써 상호간의 관계를 살펴 보았다.

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \varphi(t) dt \quad (9)$$

4. 계산 결과

물체의 크기, 초기 압력 및 초기 온도 등의 유동 조건이 충격파 유도 연소의 진동 현상에 미치는 영향을 알아보기 위한 수치 해석을 수행 하였다. 이를 위해 Lehr의 실험 가운데 반지름 7.5 mm 인 반구형 탄체가 마하수 4.79 로 초기 압력 320 mmHg, 초기 온도 292K 인 이론 혼합비 상태의 수소/공기 혼합기 중을 비행하는 경우를 기준으로 선택 하였다. 이 경우 탄체의 속도는 C-J(Chapman-Jouguet) 폭굉파 속도보다 약간 작은 경우로서 overdrive parameter 가 0.94 인 경우에 해당한다. 이 경우 연소면의 진동수는 실험적으로 약 720 kHz 정도로 알려져 있다. 모든 경우의 계산은 150x200 계산 격자를 사용하였으며, 이는 주기적인 해를 보장하기에 충분한 격자수라고 여겨진다. 대부분의 경우에 대하여 시간 간격은 최소 크기 격자에 대해 CFL 수 1.0에 해당하는 값을 사용하였으며, 이는 Runge-Kutta 방법을 이용하여 본 문제를 해석할 수 있는 실용적인 최대 값이었다.

물체의 크기 변화에 대한 영향은 $R^*=7.5mm$ 로 정하였을 때 $R=0.7R^*$, $R=1.0R^*$, $R=1.3R^*$ 인 경우를 비교하였다. 그림 5는 각 경우에 대한 밀도 분포도를 도시한 것이다. 각 경우 모두에서 연소면이 진동하는 양상을 뚜렷이 확인할 수 있으며, 탄체의 크기가 증가 할수록 충격파의 위치는 점점 증가하는 반면 점화 지연 거리는 감소하여 충격파와 연소면이 점점 가까워지는 경향을 보임을 알 수 있다. 한편 각 경우에 대한 진동의 양상은 정체 유선에서 시간에 따른 밀도의 분포인 그림 6을 살펴봄으로써 더욱 명확히 알 수 있다. 세 가지 경우 모두에서 매우 규칙적인 연소면의 진행 양상이 확인된다. 이 그림으로부터도 역시 평균적인 충격파의 위치 및 연소면의 위치는 탄체의 크기가 증가함에 따라 증가함을 확인할 수 있으며, Toong에 의해 제시된 “파 간섭” 효과에 의한 진동 메커니즘은 물론 탄체 표면에서의 “파 반사”에 의한 영향을 확인할 수 있다. $R=1.3R^*$ 인 경우에는 연소면 뒷쪽에서의 압력 파의 반사 현상을 뚜렷이 확인할 수 있는데 이 경우 반사 주기가 진동 주기의 약 2 배 정도인 압력 파가 두 번씩 엇갈려 가며 교차하며 충격파 및 연소면과 교차하며 주기적인 진동을 이루는 것으로 보인다.

이 그림으로부터 산출해본 진동 주파수는 각각 930kHz, 480kHz 와 510kHz 이다. $R=1.0R^*$ 에 대한 진동

주파수 480kHz 는 실험에 의한 진동 주파수 720kHz 보다 많은 값이지만 본 연구의 목적이 각 유동 변수의 영향을 정성적으로 파악하고자 함에 있으므로 이는 큰 문제가 되지 않을 것으로 사료된다. 아울러 이러한 차이는 근본적으로 7 개의 화학종 만이 개입되는 8 단계의 축소 화학 반응 모델을 사용함에 따른 것으로서 HO₂ 와 H₂O₂ 를 포함하는 32 단계의 상세 화학 반응을 사용하는 경우, 실험값에 보다 근접한 결과를 얻을

수 있지만 본 연구에서는 계산의 효율성을 고려하여 사용을 배제하였다.^[17-19]

초기 압력의 변화에 대한 영향은 p^{*}=320mmHg 로 정하였을 때 p₀=0.7p^{*}, p₀=1.0p^{*}, p₀=1.3p^{*} 인 경우를 비교하였다. 그림 7은 각 경우에 대한 밀도 분포도이다. 초기 압력이 변화하는 경우에 각 경우 모두에서 연소면이 진동하는 양상을 뚜렷이 확인할 수 있으며, 초기 압력이 증가 할수록 충격파의 위치 및 연소면의 위치

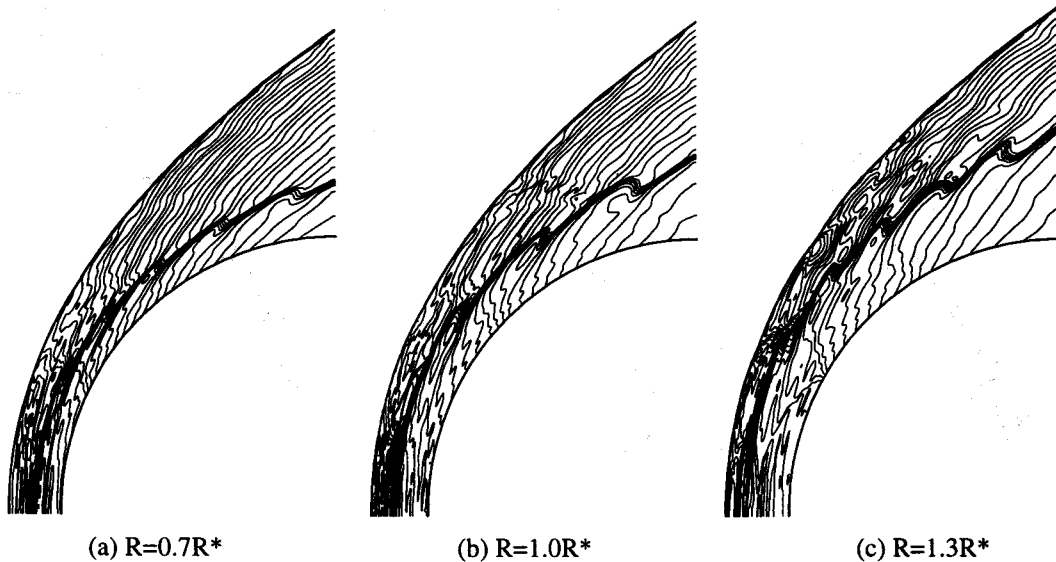


그림 5. 서로 다른 반지름을 가지는 반구형 물체 주위의 충격파 유도 연소 진동 현상의 밀도 분포도. 이 경우 유동 조건은 마하수 4.79로 초기 온도 292K, 초기 압력 320 mmHg, 탄체의 반지름 R^{*}=7.5mm 인 수소/공기 혼합기이다.

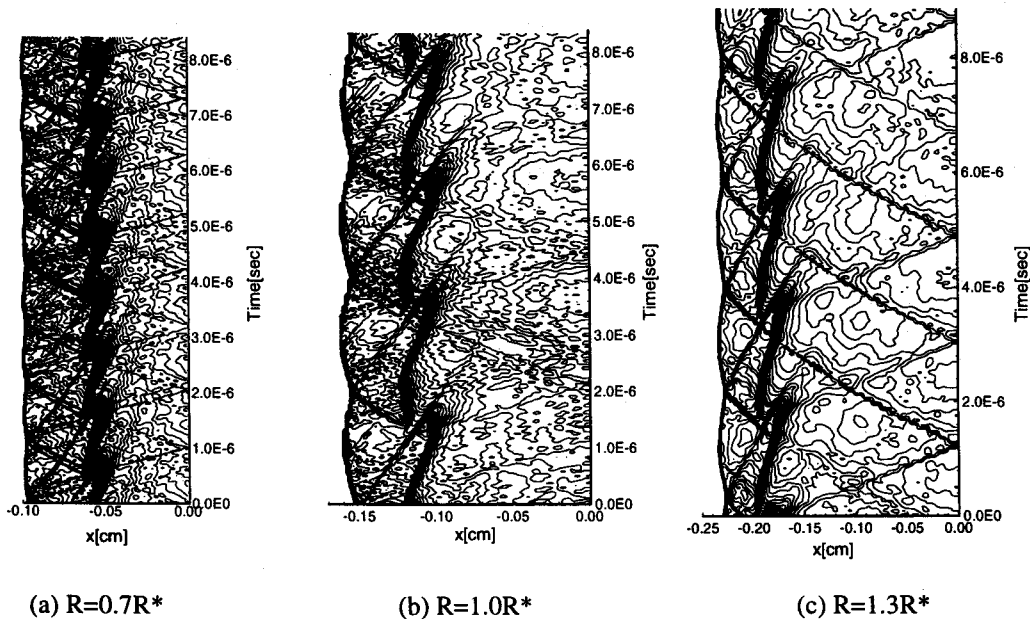


그림 6. 서로 다른 반지름을 가지는 반구형 물체 주위의 충격파 유도 연소 진동 현상의 정체 유선에서 시간에 따른 밀도 분포도. 각 경우 진동수는 각각 930kHz, 480kHz 와 510kHz 이다

가 점점 증가하는 것을 확인할 수 있다. 그림 8은 각 경우에 대한 정체 유선에서 시간에 따른 밀도 분포도이다. 세 가지 경우 모두에서 매우 규칙적인 연소면의 진행 양상이 확인되며, 이 그림으로부터도 역시 평균적인 충격파의 위치 및 연소면의 위치는 초기 압력이 증가함에 따라 증가함을 확인할 수 있다. 따라서 물체의 크기가 충격파 유도 연소에 미치는 영향과 초기 압력

이 미치는 영향이 매우 유사한 관계에 있음을 알 수 있다. 한편, 이 그림으로부터 산출해본 진동 주파수는 각각 약 700kHz, 480kHz 와 500kHz 이다. 이 경우에도 $p_0=1.3p^*$ 인 경우 연소면 뒷쪽의 압력 파의 진동 현상을 명확히 파악할 수 있으며, 압력 파의 진동 주기는 연소면의 진동 주기와 일치되는 것을 확인할 수 있다.

초기 온도의 변화에 대한 영향은 $T^*=292K$ 로 정하

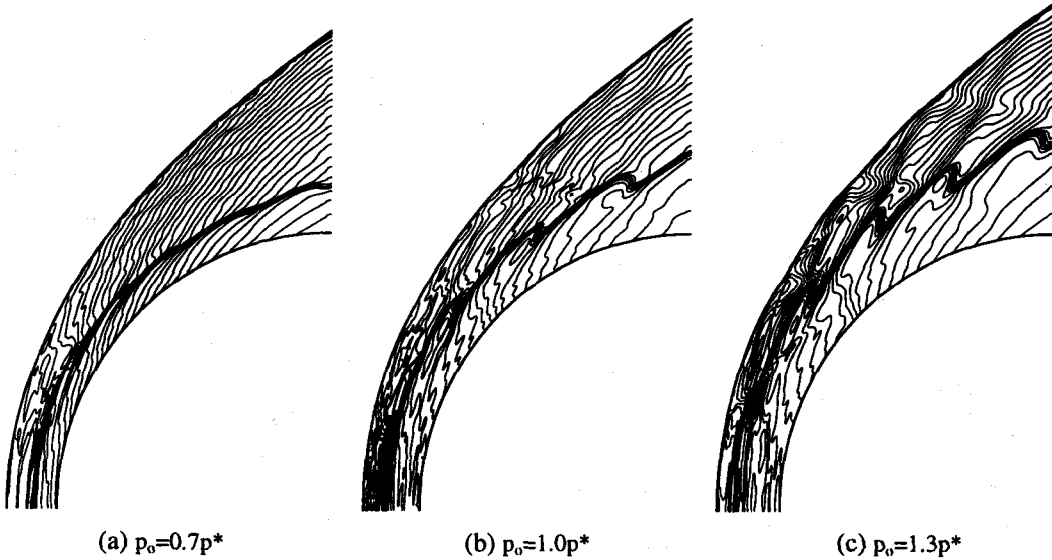


그림 7. 서로 다른 초기 압력에 대한 반구형 물체 주위의 충격파 유도 연소 진동 현상의 밀도 분포도. 이 경우 유동 조건은 마하수 4.79로 초기 온도 292K, 초기 압력 $p^*=186mmHg$, 탄체의 반지름 7.5mm 인 수소/공기 혼합기이다.

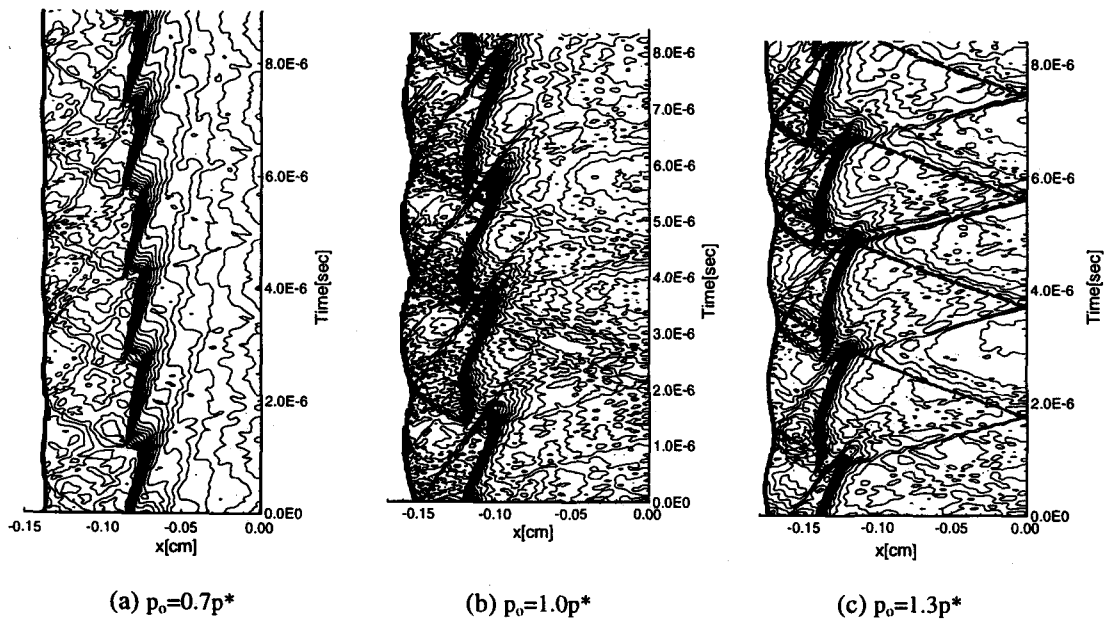


그림 8. 서로 다른 초기 압력에 대한 반구형 물체 주위의 충격파 유도 연소 진동 현상의 정체 유선에서 시간에 따른 밀도 분포도. 각 경우 진동수는 각각 약 700kHz, 480kHz 와 500kHz 이다.

였을 때 $T_0=0.7T^*$, $T_0=1.0T^*$, $T_0=1.3T^*$ 인 경우를 비교하였다. 그림 9와 그림 10은 각 경우에 대한 유동장 및 시간 영역에서의 밀도 분포도이다. $T_0=1.0T^*$ 인 경우 진동의 양상이 뚜렷이 나타나는 반면 $T_0=0.7T^*$ 인 경우 비록 불안정이 여전히 존재하고 있는 것으로 보이지만 진동의 주기성은 거의 찾아 보기 힘들었다. 한편 $T_0=1.3T^*$ 인 경우도 역시 불안정성이 여전히 존재하고

매우 높은 주파수의 진동이 존재하고 있지만 진동 주기를 파악하기는 매우 곤란했다. 하지만 전체적으로 초기 온도가 증가 할수록 충격파 및 연소면의 위치가 점점 증가하는 양상을 파악할 수 있었다.

충격파 유도 연소 현상을 일관된 기준으로 판단하기 위하여, 물체의 크기, 초기 압력, 초기 온도에 따라 시간 평균 된 제 1 Damköhler 수와 열 발생 계수의 변화

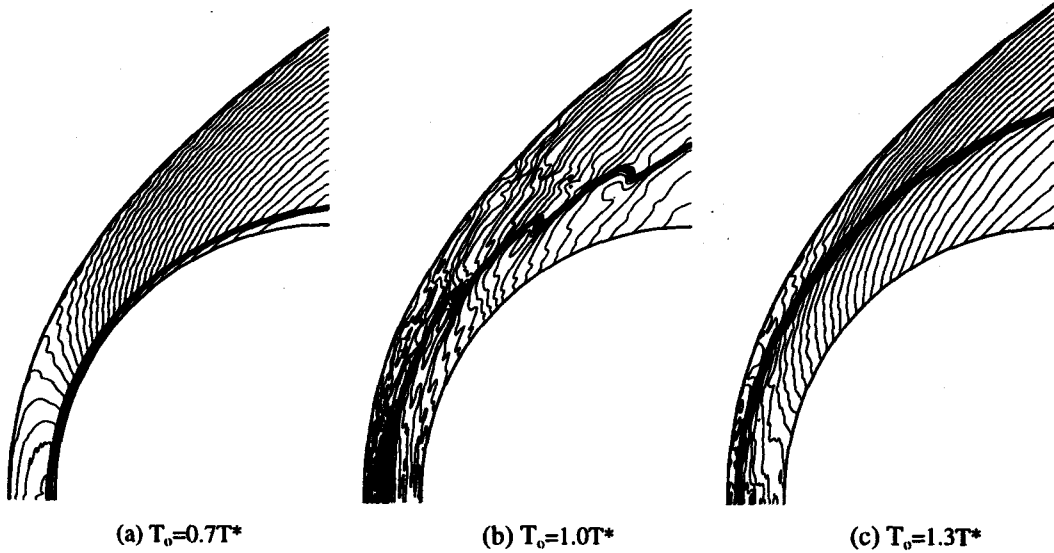


그림 9. 서로 다른 초기 온도에 대한 반구형 물체 주위의 충격파 유도 연소 진동 현상의 밀도 분포도. 이 경우 유동 조건은 마하수 4.79로 초기 압력 320mmHg, 초기 온도 $T^*=292K$, 탄체의 반지름 7.5mm 인 수소/공기 혼합기이다.

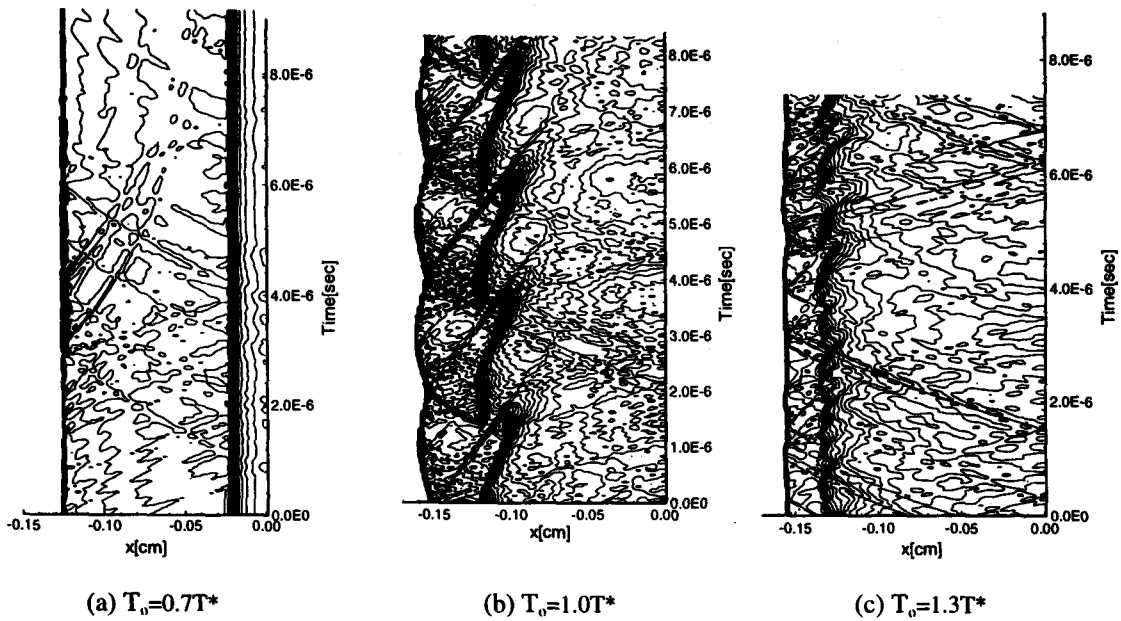


그림 10. 서로 다른 초기 온도에 대한 반구형 물체 주위의 충격파 유도 연소 진동 현상의 정체 유선에서 시간에 따른 밀도 분포도.

를 그림 11에 도시 하였다. 이 그림에서 물체의 크기, 초기 압력, 초기 온도가 증가함에 따라 제 1 Damköhler 수는 선형적으로 증가 하고 있음을 알 수 있고 물체의 크기 및 초기 압력이 변하는 경우, 열 발생 계수는 약 15 정도로 거의 일정한 값을 보이는 반면, 초기 온도가 변하는 경우에는 열 발생 계수가 급격히 감소하고 있음을 알 수 있다.

한편, 제 1 Damköhler 수에 따른 충격파의 위치 및 점화 유도 거리의 변화를 그림 12에 도시 하였다. 물체의 크기 및 초기 압력이 변하는 경우는 충격파의 위치가 선형적으로 증가한다. 이것은 무차원화된 화학 반응율인 제 1 Damköhler 수가 탄체의 크기와 화학 반응율에 비례하며 농도에 반비례하는데, 수소/산소 연소에 개입되는 주된 화학 반응들이 압력의 제곱에 비례하는

반응 속도를 보이는 2차 반응 이므로, 탄체의 크기나 초기 압력이 증가하면, 무차원 발열량에 큰 차이가 없는 상황에서 제 1 Damköhler 수가 선형적으로 증가하므로 상대적인 상대적인 점화 지연거리가 짧아지기 때문이다.[8] 반면, 초기 온도가 증가하는 경우는 $T_0=1.3T^*$ 의 경우 충격파의 위치에는 거의 변화가 없는 것으로 보인다. 이는 온도 증가에 따라 제 1 Damköhler 수, 즉 무차원화된 화학 반응율은 증가 하였지만, 열 발생 계수, 즉 무차원화된 발열량이 작은 값을 보이기 때문으로 사료된다. 한편 작은 초기 온도에 대해서는 열 발생 계수는 크지만 제 1 Damköhler 수가 작은 값을 보임으로 점화 지연 거리가 길게 유지되는 결과를 보인다. 이러한 경향은 Choi[8] 등의 결과와도 일치하는 일관된 결과로 판단된다.

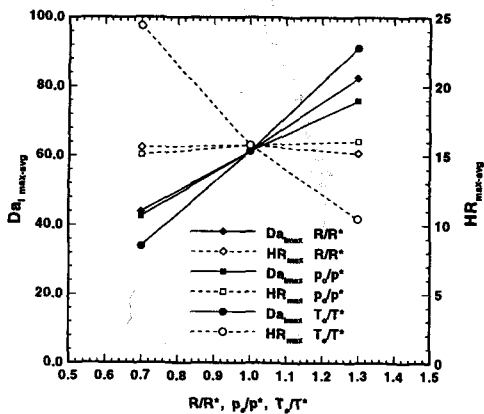


그림 11. 물체의 크기, 초기 압력 및 초기 온도의 변화에 따른 제 1 Damköhler 수와 열 발생 계수의 변화도

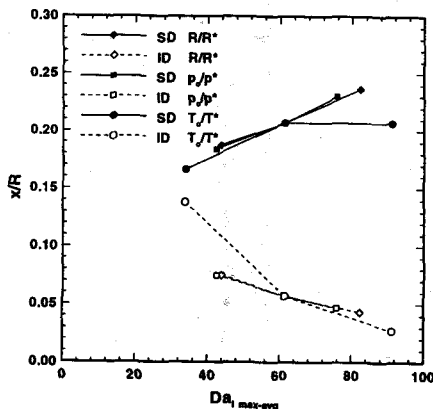


그림 12. 제 1 Damköhler 수의 변화에 따른 충격파 위치 (SD, shock stand-off distance) 및 점화 지연 거리(ID, Ignition Delay)의 변화도

5. 결 론

서로 다른 물체의 크기, 초기 압력 및 초기 온도에 따른 충격파 유도 연소의 진동 현상의 변화를 파악 하기 위한 수치해석을 수행하였으며, 이 결과들을 일관적으로 분석하기 위하여 시간 평균 된 Damköhler 수와 열 발생 계수의 변화를 충격파의 위치 및 점화 지연 거리와 관련하여 살펴 보았다. 이 결과, 물체의 크기 및 초기 압력이 증가 함에 따라 무차원화된 화학 반응율은 선형적으로 증가하며, 열 발생 계수는 거의 동일하게 유지 됨을 알 수 있었고, 충격파의 위치는 증가하고 점화 지연 거리는 감소함을 알 수 있었다. 따라서 물체의 크기 변화나 초기 압력의 변화가 충격파 유도 연소 유동장에 미치는 영향은 매우 유사한 관계에 있음을 알 수 있었으며, 이는 주로 제 1 Damköhler 수의 변화에 기인한다고 판단된다. 그러나 진동 주파수와 제 1 Damköhler 수의 변화 관계는 명확히 파악하기 힘들었으며, 제 1 Damköhler 수가 약 60, 열 발생 계수가 약 15 정도에서 최소가 되는 경향을 알 수 있었다. 한편 초기 온도가 변화하는 경우에는 제 1 Damköhler 수 뿐만 아니라 열 발생 계수도 크게 변하는 양상을 파악할 수 있었다. 이 경우 불안정한 진동의 양상은 여전히 유지되지만 진동 주기를 명확히 파악하기에는 곤란했다. 한편, 초기 온도가 증가 함에 따라 제 1 Damköhler 수는 증가하지만 열 발생 계수는 작아지는 경향을 보였으며 이에 따라 충격파 위치의 증가는 한계를 나타냈다.

후 기

본 연구는 한국 과학 재단의 핵심 전문 연구 과제 연구 지원 사업을 통한 연구비 지원으로 이루어졌으며 이에 감사 드린다.

참고 문헌

- [1] Lehr, H. F., "Experiment on Shock-Induced Combustion," *Astronautica Acta*, Vol. 17, Nos. 4 & 5, 1972, pp. 589-597.
- [2] Toong, T. Y., *Combustion Dynamics : The Dynamic of Chemically Reacting Fluids*, McGraw-Hill, New York, 1983.
- [3] Wilson, G. J. and Sussman, M. A., "Computation of Unsteady Shock-Induced Combustion Using Logarithmic Species Conservation Equations," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 2, 1993, pp. 294-301.
- [4] Matsuo, A. and Fujiwara, T., "Numerical Investigation of Oscillatory Instability in Shock-Induced Combustion Around a Blunt Body," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 10, 1993, pp. 1835-1841.
- [5] Matsuo, A. and Fujii, K., "Computational Study of the Large-Disturbance Oscillations in Unsteady Supersonic Combustion Around Projectiles," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 6, 1995, pp. 1056-1063.
- [6] Wang, Y., Fujiwara, T., Aoki, T., Arakawa, H. and Ishiguro, T., "Three-Dimensional Standing Oblique Detonation Wave in a Hypersonic Flow," AIAA Paper 88-0478, 1988.
- [7] Lefebvre, M. H., Fujiwara, T., "Numerical Modeling of Combustion Processes Induced by a Supersonic Conical Blunt Body," *Combustion and Flame* Vol. 100, 1995, pp.85-93.
- [8] Choi, J.-Y., Jeung, I.-S. and S. Lee, "Dimensional Analysis of the Effect of Flow Conditions on Shock-Induced Combustion," *26th International Symposium on Combustion*, July 1996, Naples, Italy, in press.
- [9] Gardiner, W. C. Jr., *Combustion Chemistry*, Springer-Verlag, New York, 1984.
- [10] Evans, J. S. and Schexnayder, C. J., "Influence of Chemical Kinetics and Unmixedness on Burning in Supersonic Hydrogen Flames," *AIAA Journal*, Vol. 18, 1980, pp. 188-193.
- [11] Lee, S. H. and Deiwert, G. S., "Flux-Vector Splitting Calculation of Nonequilibrium Hydrogen-Air Reactions," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 27, No. 2, 1990, pp. 167-174.
- [12] Yungster, S., Eberhardt, S. and Bruckner, A. P., "Numerical Simulation of Hypervelocity Projectiles in Detonable Gases," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 2, 1991, pp. 187-199.
- [13] 최정열, 정인석, 조경국, "고차의 Upwind LU-SSOR 기법을 사용한 충격파 유도 연소의 수치해석," 한국항공우주학회지, 제22권 6호, 1994년 12월, pp.15-24
- [14] Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows*, Vol. 2, Wiley, New York, 1990.
- [15] Grossman, B. and Cinnella, P., "Flux Split Algorithms for Flows with Non-equilibrium Chemistry and Vibrational Relaxation," *Journal of Computational Physics*, Vol. 88, 1990, pp. 131-168.
- [16] Strehlow, R. A., *Combustion Fundamentals*, McGraw Hill, New York, 1984.
- [17] 최정열, 정인석, 항공우주학회 "화학 반응 모델이 충격파 유도 연소 불안정 해석에 미치는 영향," 한국항공우주학회 춘계학술발표회 논문집, 1996, pp.173-176.
- [18] 최정열, 정인석, 윤영빈, "완전 내재적 기법을 이용한 충격파 유도 연소의 비정상 모사," 한국항공우주학회 추계학술발표회 논문집, 1996, pp.241-244.
- [19] 최정열, "초음속 연소 램 가속기의 초폭굉 모드 발전 과정," 서울대학교 공학박사학위논문, 1997년 2월.