

방사능의 검출한계

藤田 稔

(Minoru Fujita)

千代田保安(珠) 연구개발고문

사람으로부터 채취된 바이오에세이(bio-assay) 시료의 내지 환경시료 등이 참으로 RI에 오염되어 있는지, 또는 전신 계측장치로 계측한 인체가 참으로 RI를 내포하고 있는지를 판단하는 기준(최소 검출한계)에 대해 논하여 보고자 하다.

머리말

방사성 동위원소(RI)의 원자 붕괴는, 시간이 흐름에 따라 자발적으로 일어나지만, 그것은 무작위의 현상이며, 단위시간당 붕괴수(붕괴율)은 중심치(평균치)의 주위에 분산된다.

RI의 붕괴율의 분포는 이항분포에 의해 나타낼 수 있다(해설1). RI를 구성하는 원자의 수를 n , 원자1이 단위시간 안에 붕괴하는 확률을 p 라 하면, 이항분포(즉 붕괴율의 분포)의 형태는 n 와 p 의 값에 따라 변한다(해설 Fig.A). 그리고 np 가 그 RI의 참다운 붕괴율(평균치)이다.

일반적으로, RI에서는 원자수 n 가 크고

붕괴하는 확률 p 는 작다. 이와같이 n :대, p :소의 조건이 성립되는 경우, 이항분포는 포아송 분포에 의해 近似되기 때문에, 붕괴율(계수율)은 일반적으로 포아송 분포에 의해 근사된다고 하겠다(해설1). (계수율(cpm 또는 cps)은 붕괴율(dpm 또는 dps)에 측정기의 측정효율(일정치)를 곱하여 얻어지기 때문에, 붕괴율의 분포와 계수율의 분포는 같다.) 또한 RI의 양을 많게 하고 n 를 충분히 크게 하여 붕괴율 np 가 대가 되는 조건에서는, 이항분포 내지 포아송 분포는 정규분포에 의해 근사될 수 있다(해설1).

그런데 방사능(괴변율[Bq, 1/s])을 측정한다는 것은, 시간과 더불어 변동하는 붕괴율의 측정치에서 붕괴율의 참다운 평균치를 구하는 것에 지나지 않는다.

어느 RI의 방사능을 측정하려고 할때, 그 붕괴율(계산율)의 시간적 변동 외에 또 하나의 문제가 존재한다. 그것은, 이른바 background(BG)로서 천연의 방사성물질이 존재하여, 그러한 것에서 불규칙적으로 방출되는 방사선이, 목적으로 하는 RI의 방사

선과 동시에 계수된다는 점이다. 그러기 때문에 BG 방사선을 포함한 모든 계수치에서 BG의 계수치를 뺀 실질적인 계수치를 구해야 할 필요가 생긴다.

어느 물질을 방사선 측정기로 측정할 때, 그 물질에 RI가 포함되어 있다고 판단하는 올바른 기준(이른바 최소검출 한계치)에 대해서는, 세 가지로 생각하는 방식이 있다. 즉 1. 천연의 RI는 포함하지만, 대상으로 하는 목적의 RI는 포함하지 않는 試料(BG 또는 Blank라고 함)의 계수율의 표준편차를 사용하는 방법. 2. 목적으로 하는 RI를 포함하는 측정시료의 계수율(BG의 괴변을 포함)에서 BG의 계수율을 뺀 실질적인 계수율의 표준편차를 사용하는 방법. 3. 1과 2의 표준편차 양쪽을 사용하는 방법 등이다.

1. BG의 계수율의 표준편차의 $k\alpha$ 배를 검출한계치로 하는 방법

1.1 검출한계치

방사능을 포함한 시료를 소정의 시간측정에서 얻어진 계수율(BG의 계수율 포함)에서, 별도의 어떤 시간측정에서 얻어진 BG의 계수율을 뺀 실질적인 계수율을 구한 다음, 그 계수율치가 BG의 계수율의 표준편차에 소정의 계수 $k\alpha$ 를 곱한 값(검출한계치)을 초과할 때, 그 시료에 RI가 포함되어 있다고 생각해도 틀림이 없을 것이라 판단하는 수법이다.

시료의 계수율(BG의 계수율 포함)의 참다운 값(참다운 평균치)를 μ_{S+B} (통계학에서는 참다운 값(母집단의 값)에 그리스 문자 μ 사용한다.), 그 시료의 측정시간을 t_{S+B} 라고 하면, 이 시료의 계수율의 표준편차 σ_{S+B} 는

$$\sigma_{S+B}^2 = \mu_{S+B} / t_{S+B} \dots\dots\dots (1.1)$$

의 관계에 있고, σ_{S+B} 는 μ_{S+B} , t_{S+B} 의 값에서 구해진다.

포아송 분포에 있어서는, 표준편차는 평균치의 평방근과 같다. 모든 계수치의 평균치가 N일 경우, 표준편차는 \sqrt{N} 이다. 측정시간을 t라 하면, 계수율 μ 는 N/t 가 되어 그 표준편차는 \sqrt{N}/t 이다.

$$\sqrt{N}/t = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} = \sqrt{\mu}/\sqrt{t} \text{ 보다 계수율의}$$

표준편차는 $\sqrt{\mu}/\sqrt{t}$. 표준편차의 2승, 즉 분산은 μ/t 이다.

목적의 RI를 포함하지 않는 BG의 계수율의 참다운 값(참다운 평균치)를 μ_S , 그 측정시간을 t_S 라 하면, 이 BG의 계수율의 표준편차 σ_S 는

$$\sigma_B^2 = \mu_B / t_B \dots\dots\dots (1.2)$$

의 관계에 있고, σ_B 는 μ_B , t_B 의 값에서 구해진다.

실질적인 계수율의 참다운 값 μ_S 는

$$\mu_S = \mu_{S+B} - \mu_B \dots\dots\dots (1.3)$$

이며, 실질적인 계수율의 표준편차 σ_S 는

$$\sigma_S^2 = \sigma_{S+B}^2 + \sigma_B^2 \dots\dots\dots (1.4)$$

또는

$$\sigma_S^2 = \frac{\mu_{S+B}}{t_{S+B}} + \frac{\mu_B}{t_B} \dots\dots\dots (1.5)$$

로서 구해진다(해설2).

지금 시료에 포함되는 목적의 RI의 양(방사능)이 차츰 감소하여, 마침내 전혀 포함되지 않는 상태에서의 시료(BG와 같은 것)을 상정해 본다. 시료에 목적의 RI가 포함되어 있지 않을 때의 계수율의 참다운 값을 μ_{O+B} , 그 때의 측정시간을 t_{O+B} 라 하면, 그 시료의 표준편차 σ_{O+B} 는

$$\sigma_{O+B}^2 = \mu_{O+B}/t_{O+B} \dots\dots\dots (1.6)$$

의 관계에 있고, σ_{O+B} 는 μ_{O+B} , t_{O+B} 의 값에서 구해진다.

이 목적의 RI를 포함하지 않는 시료의 참다운 계수율에서, 미리 달리 시간측정한 (t_{O+B} (어떤 1회의 BG 측정시간)와는 별도로 BG요으로 t_B 시간 측정한 것으로 한다.) 다시말해, BG의 참다운 계수율 μ_B 를 뺀 실질적인 참다운 계수율 μ_O 는

$$\mu_O = \mu_{O+B} - \mu_B = 0 \dots\dots\dots (1.7)$$

이며, 실질적인 표준편차 σ_O 는

$$\sigma_O^2 = \sigma_{O+B}^2 + \sigma_B^2 \dots\dots\dots (1.8)$$

또는

$$\begin{aligned} \sigma_O^2 &= \frac{\mu_{O+B}}{t_{O+B}} + \frac{\mu_B}{t_B} \\ &= \mu_B \left(\frac{1}{t_{O+B}} + \frac{1}{t_B} \right) \dots\dots\dots (1.9) \end{aligned}$$

로서 구해진다.

이 실질적인 표준편차 σ_O 의 k_α 배를 검출한계 l_d 라 한다.

$$\begin{aligned} l_d &= k_\alpha \sigma_O \\ &= k_\alpha \left\{ \mu_B \left(\frac{1}{t_{O+B}} + \frac{1}{t_B} \right) \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (1.10) \end{aligned}$$

k_α 로서 통상 1.645, 2 또는 3이 선택된다. (1.10)식에 있어, 목적의 RI를 포함하지 않는 시료(BG)의 측정시간 t_{O+B} 와 별도로 미리 측정한 BG의 측정시간 t_B 가 같은 경우에는 (Fig.1(a)),

$$\begin{aligned} \sigma_O^2 &= \frac{\mu_{O+B}}{t_{O+B}} + \frac{\mu_B}{t_B} \\ &= 2\mu_B/t_B \dots\dots\dots (1.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_d &= k_\alpha \sigma_O \\ &= k_\alpha \sqrt{2} (\mu_B/t_B)^{1/2} \dots\dots\dots (1.12) \end{aligned}$$

또는 $t_{O+B} \ll t_B$ 일 경우에는,

$$\begin{aligned} \sigma_O^2 &= \frac{\mu_{O+B}}{t_{O+B}} + \frac{\mu_B}{t_B} \\ &= \frac{\mu_{O+B}}{t_{O+B}} = \frac{\mu_B}{t_{O+B}} \dots\dots\dots (1.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_d &= k_\alpha \sigma_O \\ &= k_\alpha (\mu_B/t_{O+B})^{1/2} \dots\dots\dots (1.14) \end{aligned}$$

가 된다(Fig. 1(b)).

1.2 표준편차의 근사치를 사용한 검출한계치

실제의 시료 계측에 있어서는, 목적의 RI를 포함하지 않는 시료 (BG용과 같은 시료)를 t_{O+B} , 시간측정하거나 또한 달리 BG용으로 t_B 시간측정을 해도 참다운 계수율 μ_{O+B} , μ_B , 나아가서는 표준편차를 구할 수 없으므로 검출한계 l_d 를 결정할 수가 없다. 그러므로 참다운 계수율 μ_B 대신, 실제로 BG의 시료를 계측하여 얻은 계수율 n_{O+B} , n_B 와 계측시간을 사용하여 참다운 표준편차의 근사치 s_{O+B} , s_B 를 다음과 같은 식에 의해 얻는다.(어떤 측정에 의해 얻어진 값 n_{O+B} , n_B 는 표준편차 σ_{O+B} , σ_B 의 근사치를 구하는데는 이용할 수 있지만, n_{O+B} , n_B 를 참다운 계수율 μ_{O+B} , μ_B 의 근사치로 보는 것은 일반적으로 오차가 크기 때문에 불가능하다.)

$$s_{O+B}^2 = n_{O+B}/t_{O+B} \dots\dots\dots (1.15)$$

$$s_B^2 = n_B/t_B \dots\dots\dots (1.16)$$

이 표준편차의 근사치 s_{O+B} , s_B 를 참다운

표준편차 대신에 사용하여, $s_0^2 = s_{0+B}^2 + s_B^2$,
 검출한계치 $l_d = k_\alpha s_0$ 라 한다.

$t_{0+B} \approx t_B$ 의 경우

$$l_d = k_\alpha \left\{ n_B \left(\frac{1}{t_{0+B}} + \frac{1}{t_B} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \dots (1.17)$$

$t_{0+B} = t_B$ 의 경우

$$l_d = k_\alpha \sqrt{2} (n_B/t_B)^{\frac{1}{2}} \dots (1.18)$$

$t_{0+B} \ll t_B$ 의 경우

$$l_d = k_\alpha (n_B/t_{0+B})^{\frac{1}{2}} \dots (1.19)$$

1.3 제1종 및 제2종의 과오

BG를 뺀 실질적 계수율의 참다운 값(참다운 평균치)이 0일 경우, 그 계수율의 분포

는 정규분포를 하고 있다고 가정해 본다. 이 경우 검출한계는 $k_\alpha = 1.645$ 라 하면, 실질 계수율의 참다운 값이 0일 때의 계수율 분포 중에, 검출한계치 l_d 를 초과하는 분포의 확률 α (Fig. 1 참조)는 5%이며, $k_\alpha = 2$ 내지 3이라 하면 α 는 각각 2.3% 내지 0.14%이다.

검출한계치 $l_d = k_\alpha \sigma_0$ 일 때 어떤 계수율의 실질 계수율이 l_d 를 넘었을 경우, 그 시료에 목적의 RI가 포함된 것으로 판단하면, 시료에 목적의 RI가 포함되어 있지 않는데도(no이다) 포함되어 있는 것으로(yes이다) 판단하는 과오(제1종의 과오 또는 false detection)의 확률이 이 α 이다.

더욱이 측정된 시료의 실질 계수율이 검출한계치 l_d 를 넘지 않을 때, 목적의 RI가 포함되어 있지 않다고 판단하게 되면, 계수율의 참다운 값이 정확히 l_d 일 경우, 그 계수율의 분포(정규분포라 함)의 $\frac{1}{2}$ 은 l_d 이하이므로 $\frac{1}{2}$ 의 확률로 목적의 RI는 포함되어 있지 않다고 판단하는 것이 된다. 다시말해 참다운 계수율이 l_d 인 방사능에 있어서는, 그 방사능이 포함되어 있는(yes이다)데도,

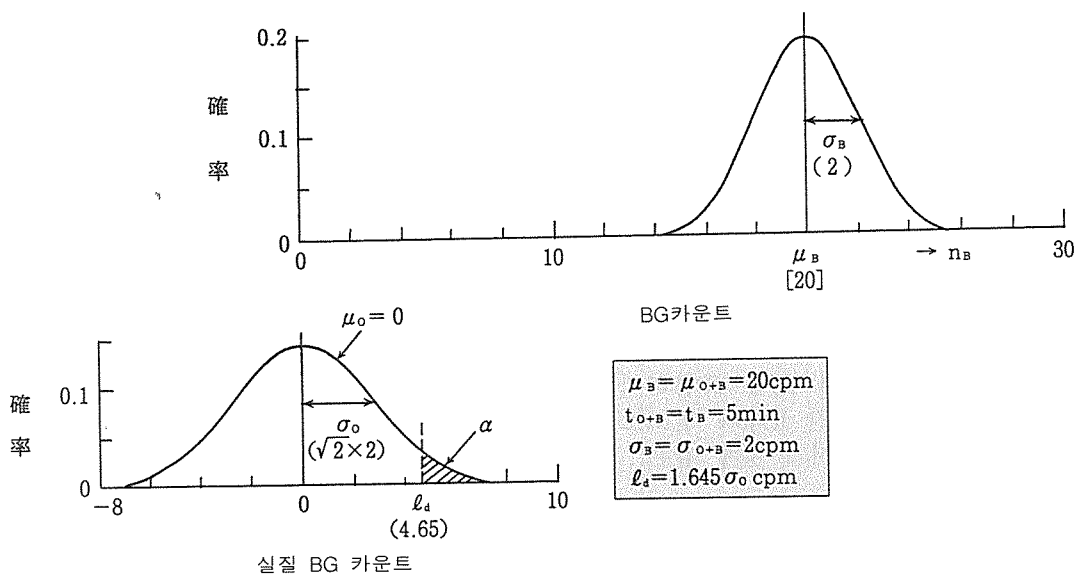


Fig. 1(a) $l_d = k_\alpha \sigma_0$ 을 檢出限界로 하는 例(t_{0+B}

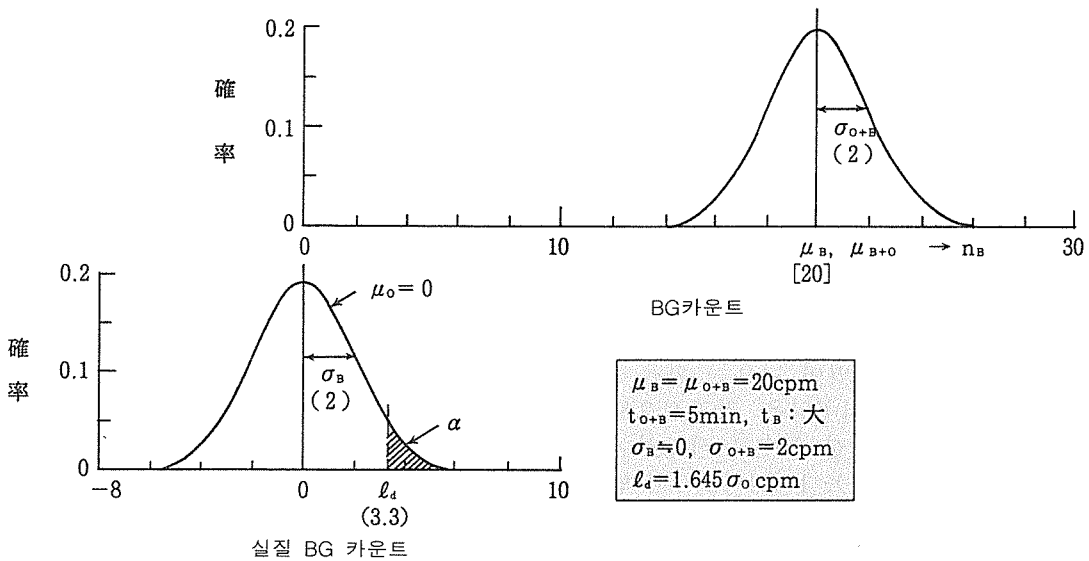


Fig. 1(b) $\ell_d = k_a \sigma_0$ 을 檢出限界로 하는 例($t_{0+B} \ll t_B$ 일때)

방사능이 포함되어 있지 않다(no이다)고 판단하는 과오(제2종의 과오 또는 false non-detection)의 확률 β 는 50%이다. 시료에 포함된 방사능이 감소하여, 0에 가까이(참다운 계수율이 ℓ_d 보다 0으로 접근하다) 감에 따라 β 의 값은 50%보다 크게 된다. 반대로 시료에 포함된 방사능이 크게 됨(참다운 계수율이 ℓ_d 보다 크게 된다)에 따라 β 의 값은 50%보다 작게 된다.

1.4 참다운 계수율의 범위와 상한

목적의 RI를 포함한 시료의 계수율에서 BG의 계수율을 뺀 실질 계수율의 표준편차의 근사치 s_s 는, 그 시료의 계수율 측정치 n_{S+B} , BG의 계수율 측정치 n_S 를 사용하여,

$$s_B^2 = s_{S+B}^2 + s_B^2 = \frac{n_{S+B}}{T_{S+B}} + \frac{n_B}{t_B} \dots\dots\dots (1.20)$$

에 의해 얻어진다. 다만 s_{S+B} 는, BG를 포함한 시료 계측율의 표준편차 근사치이다.

시료의 실질 계수율 n_s 가 검출한계치 ℓ_d 보다 클 경우, 참다운 실질 계수율 μ_s 의 범위는, (1.20)식의 실질 계수율의 표준편차 근사치 s_s 를 사용하여 다음 식으로 얻어진다.

$$n_s - k s_s < \mu_s < n_s + k s_s \dots\dots\dots (1.21)$$

또는

$$\mu_s = n_{S+B} - n_B \pm k \left(\frac{n_{S+B}}{t_{S+B}} + \frac{n_B}{t_B} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots (1.22)$$

k 의 값에 의해 μ_s 가 이 범위에 들어가는 확률이 정해진다. 이를테면 $k=1$ 이라 하면, 이 범위에 들어가는 확률은 68%이며, $k=1.96$ 이면 95%이다.

시료의 실질 계수율의 측정치 n_s 가 ℓ_d 의 상한치는 다음 식에 의해 얻어진다.

$$\mu_s \leq n_s + k s_s \dots\dots\dots (1.23)$$

k '는 정규분포가 있는 값보다 한쪽의 확

율에 관한 계수이다. 이를테면 $k'=1.645$ 이면, 참다운 실질 계수율이 이 상한치를 넘는 확률은 5%이다.

해설

1. 이항분포, 포아송 분포, 정규분포

주사위를 던지면 1의 면이 나오는 확률 P 는 $1/6$ 이다(이 확률이 $1/6$ 임은 직관적으로 생각할 수 있다. 또한 무한 회수로 시도하여도 1의 면이 나오는 비율은 $1/6$ 이다.). 1의 면이 나오지 않는 확률 q 는 $q=1-p=5/6$ 이다. 그러나 이 주사위를 어느 한정된 회수(n 회) 던졌을 경우, 1의 면이 나오는 회수(k 회)의 비율(k/n)은 반드시 $1/6$ 라고는 할 수 없다. n 회 주사위를 던지는 것을 반복해 보면, 1의 면이 나오는 회수 k 는 어떤 분포를 이룬다. 이 k 의 분포는 다음 2항 분포의 식 ($B(k)$)에 따르는 것이 입증되고 있다(1, 2, 3, 4).

$$B(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} P^k q^{n-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

n 과 p 의 값에 의해 $B(k)$ 는 변화한다(Fig. A 참조).

n 개의 원자로 이루어진 RI의 붕괴도 이항 분포에 따르지만, 이 경우는 1개 원자의 소정시간내의 붕괴 확률이 p 이며, 소정시간내에 관측된 붕괴수는 k 에 상당한다.

n 가 대, p 가 소이고, $np(= \lambda)$ 가 일정일 경우, 이항분포는 포아송 분포($P(k)$)에 의해 근사하게 된다.

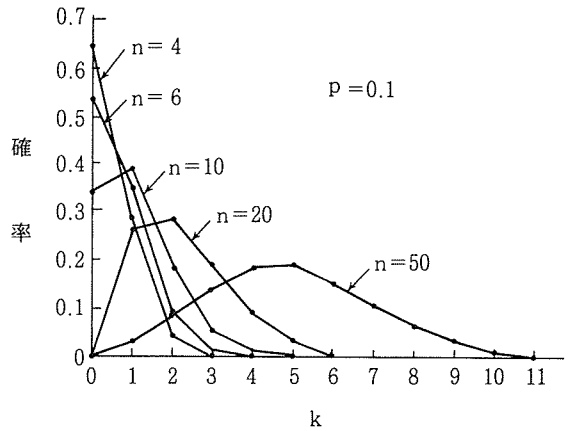


Fig. A(a) 二項分布(P 一定으로 n 를 바꿀 경우)

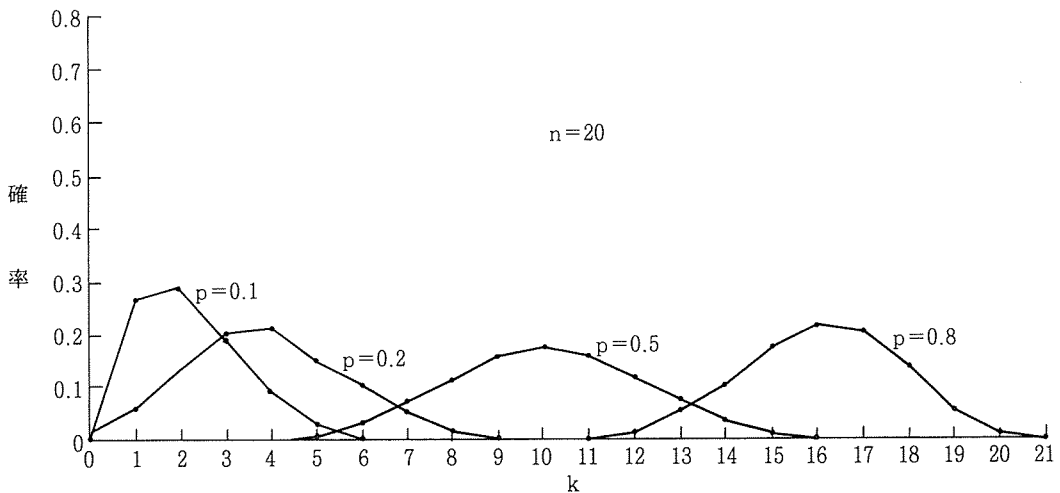


Fig. A(b) 二項分布(n 一定으로 P 를 바꿀 경우)

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (k=0, 1, 2, \dots, n)$$

또한 n를 충분히 크게 하여 np가 대일 경우에는, 이항분포(및 포아송 분포)는 정규분포 N(k)에 근사될 수 있음이 입증되어 있다 (Fig. B).

$$N(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

σ 는 npq이고 p가 작을 때는 $q=1-p \approx 1$ 이 되며, $\sigma \approx np =$ 평균치 = 포아송 분포 λ 이다. m는 평균치, $x-m$ 는 편차이다(x가 k에 대응).

2. 二變量의 분수

변량 X의 분산 σ_x^2 와 변량 Y의 분산 σ_y^2 가 밝혀졌을 때, 변량 X와 변량 Y의 차

$Z(X-Y)$ 의 분산 σ_z^2 는 다음 식에 의해 얻어진다. 다만 변량 X와 변량 Y는 독립으로 한다.

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$$

[증명]

$X = \xi + \chi$ 라 정한다. (ξ 는 X의 평균치 x 는 편차(X와 평균치 ξ 와의 차)이다.)

$Y = \eta + y$ 라 정한다. (η 는 평균치, y 는 편차(Y와 평균치 η 와의 차)이다.)

따라서,

$$Z = X - Y = (\xi + \chi) - (\eta + y)$$

Z의 분산 σ_z^2 는 Z의 값 $\{(\xi + x) - (\eta + y)\}$ 과 Z의 값 $\{(X의 평균치(\xi)) - (Y의 평균치(n))\} = \{\xi - \eta\}$ 와의 차 (즉 편차)의 2승의 평균치다.

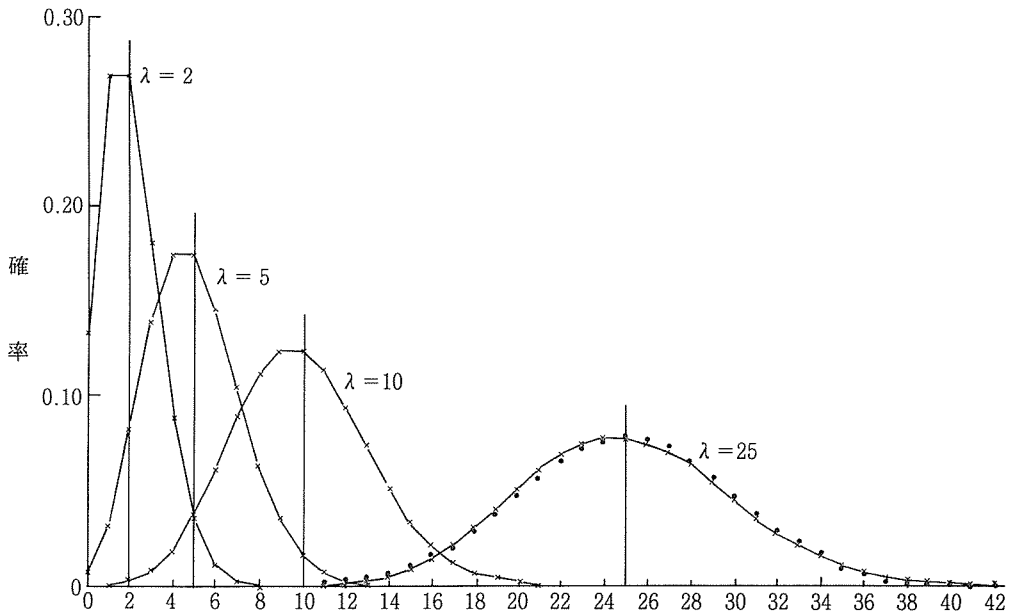


Fig. B 포아송분포(· 표시는 평균치=25, $\sigma=5$ 인 정규분포를 나타낸다. χ 표시로 나타낸 평균치 $\lambda=25$, $\sigma=5$ 의 푸아송분포와 거의 가깝다)

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 &= [(\xi + \chi) - (\eta + y) - (\xi - \eta)]^2 \text{의 평균치} \\ &= [(\xi - \eta) + (\chi - y) - (\xi - \eta)]^2 \text{의 평균치} \\ &= (\chi - y)^2 \text{의 평균치} \\ &= (\chi^2 - 2\chi y + y^2) \text{의 평균치} \\ &= (\chi^2 \text{의 평균치}) + (y^2 \text{의 평균치}) - (2\chi y \text{의 평균치}) \end{aligned}$$

따라서

$\sigma_z^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + (2\chi y \text{의 평균치})$
 X와 Y는 독립이기 때문에, χ 와 y 의 상관은 없고, χ 와 y 의 곱 χy 의 합은 0이 된다 (어떤 χ 에 대해 y 와 $-y$ 는 같은 양이며, 또한 어떤 y 에 대해 χ 와 $-\chi$ 는 같은 양이므로 $\sum \chi y = 0$). 그러므로 χy 의 평균치도 0이다. 따라서

$$\sigma_z^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$$

가 된다.

2. 측정시료의 계수율(BG의 계수율 포함)에서 BG의 계수율을 뺀 실질 계수율의 표준편차의 k_α 배를 검출한 계치로 하는 방법

2.1 검출한계치

시료의 계수율의 참다운 값 μ_s 는 (1.3)식에 의해

$$\mu_s = \mu_{S+B} - \mu_B$$

이며, $\mu_{S+B} = \mu_S + \mu_B$ 가 된다.

또한 시료의 실질 계수율의 표준편차 σ_s 는 (1.5)식에 의해

$$\sigma_s = [(\mu_{S+B}/t_{S+B}) + (\mu_S/t_B)]^{\frac{1}{2}} \dots (2.1)$$

$\mu_{S+B} = \mu_S + \mu_B$ 이므로

$$\sigma_s = [(\mu_S/t_{S+B}) + \mu_B(1/t_{S+B} + 1/t_B)]^{\frac{1}{2}} \dots (2.2)$$

가 된다. $\mu_s = k_\alpha \sigma_s$ 이 되는 것과 같은 μ_s 를 검출한계치 l_d 로 한다⁵⁾. 즉

$$\mu_s = k_\alpha [\mu_S/t_{S+B} + \mu_B(1/t_{S+B} + 1/t_B)]^{\frac{1}{2}}$$

$\mu_s = l_d$ 로 하여

$$l_d = k_\alpha [l_d/t_{S+B} + \mu_B(1/t_{S+B} + 1/t_B)]^{\frac{1}{2}}$$

l_d 를 구하기 위해 양변을 2승하여

$$\begin{aligned} l_d^2 &= k_\alpha^2 [l_d/t_{S+B} + \mu_B(1/t_{S+B} + 1/t_B)] \\ l_d^2 - \frac{k_\alpha^2}{t_{S+B}} l_d - k_\alpha^2 \mu_B \left(\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{1}{t_B} \right) &= 0 \end{aligned}$$

2차 방정식의 근의 공식에 의해

$$l_d = \frac{k_\alpha^2}{2t_{S+B}} + \frac{k_\alpha}{2} \sqrt{\left(\frac{k_\alpha}{t_{S+B}} \right)^2 + 4\mu_B \left(\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{1}{t_B} \right)} \dots (2.3)$$

k 의 값으로는 1.645, 2 또는 3이 통상 사용된다.

$k = 2$ 일 때

$$l_d = \frac{2}{t_{S+B}} + \sqrt{\frac{4}{t_{S+B}^2} + 4\mu_B \left(\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{1}{t_B} \right)} \dots (2.4)$$

$k = 3$ 일 때

$$l_d = \frac{9}{2t_{S+B}} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{9}{t_{S+B}^2} + 4\mu_B \left(\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{1}{t_B} \right)} \dots (2.5)$$

(2.3) 식에 있어서는 μ_s 가 크고

$$\left(\frac{k_\alpha}{t_{S+B}}\right)^2 \ll 4\mu_s \left(\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{1}{t_S}\right)$$

일때

$$l_d \approx k_\alpha \left[\mu_B \left(\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{1}{t_B} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots (2.6)$$

$t_{S+B} = t_B$ 의 경우

$$l_d \approx k_\alpha \sqrt{2} (\mu_B/t_B)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (2.7)$$

이 식은 (1.12)식과 같다.

$t_{S+B} \ll t_S$ 일 경우

$$l_d \approx k_\alpha (\mu_a/t_{S+B})^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (2.8)$$

이 식은 (1.14)식의 t_{0+B} 를 t_{S+B} 로 대치한 것과 같다.

$k=2$ 일 경우 (2.7)식, (2.8)식은 각각

$$l_d \approx 2\sqrt{2}(\mu_B/t_B)^{\frac{1}{2}}, \quad l_d \approx 2(\mu_B/t_{S+B})^{\frac{1}{2}}$$

가 된다.

2.2 표준편차의 근사치를 사용한 검출한계치

실제의 측정에 있어서는 BG의 참다운 계수율 μ_B 는 얻어질 수 없기 때문에, 근사치로서 계수율 n_B 를 (2.3) (2.8)식으로 사용하는 것은 앞에 말한 제1장의 경우와 같다.

2.3 제1종 및 제2종의 과오

Fig. 2에 나타난 바와 같이, μ_{S+B} 는 μ_B 보다 크고, 보통 $t_{S+B} = t_{0+B}$ 이다. 따라서 σ_S 는 σ_0 보다 크기 때문에, $k_\alpha \sigma_S$ 는 $k_\alpha \sigma_0$ 보다 크다. 그러므로 이를테면, $k_\alpha = 1.645$ 라 하고 $1.645 \sigma_0$ 를 검출한계치로 했을 경우, 제1종의 과오 또는 false detection α 는 5%이지만, $1.645 \sigma_S$ 를 검출한계로 하면 α 는 5%보다 작다.

$k_\alpha \sigma_S$ 를 검출한계치로 하면, 참다운 계수율이 $k_\alpha \sigma_S$ 일때, 관측되는 계수율의 분포는 $k_\alpha \sigma_S$ 를 중심으로 좌우대칭이기 때문에, 제

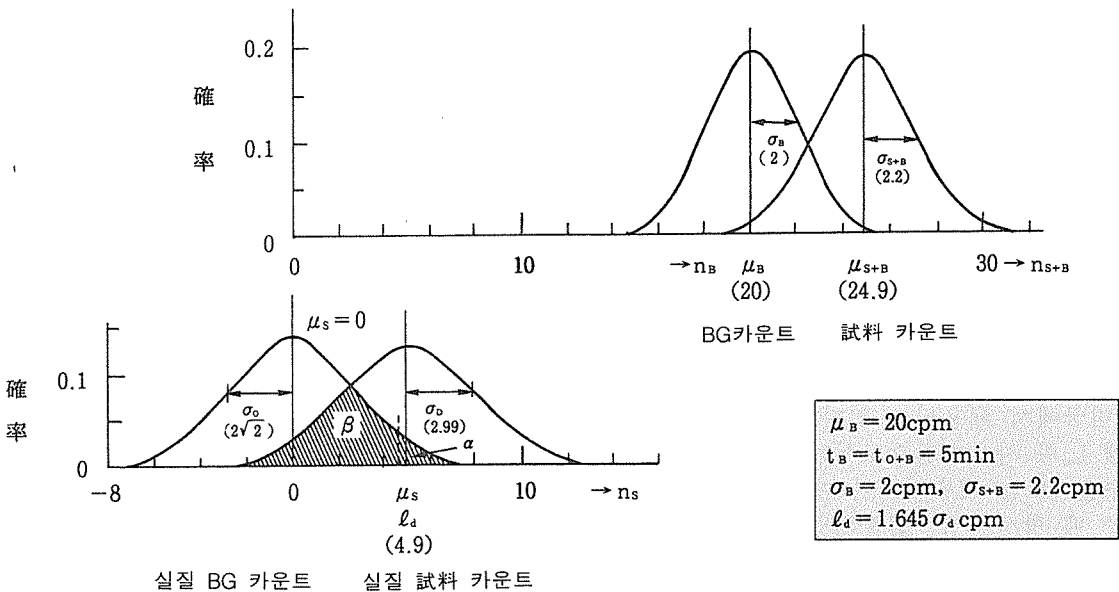


Fig. 2 실질計數率의 標準偏差의 k_α 배를 檢出限界로 하는 경우의 예

2종의 과오 또는 false non-detection β 는 50%이다.

2.4 참다운 계수율의 범위와 상한

$l_d = k_\alpha \sigma_s$ 에 있어, $k_\alpha = 1.645$ ($l_d = 1.645 \sigma_s$)로 했을 경우, 관측된 계수율이 정확히 l_d 의 값과 같을 때, 참다운 계수율은 90%의 확률로 $0 \sim l_d + 1.645 \sigma_s$ 과 $0 \sim 2 \times 2 \sigma_s$ 의 범위에 있고, 또한 97.75%의 확률로 정이다.

$k_\alpha = 3$ ($l_d = 3 \sigma_s$)로 할 경우, 관측된 계수율이 정확히 l_d 의 값과 같은 때, 참다운 계수율은 99.73%의 확률로 $0 \sim l_d + 3 \sigma_s$ 또는 $0 \sim 3 \times 2 \sigma_s$ 의 범위에 있고, 또한 99.87%의 확률로 정이다.

3. BG 표준편차의 k_α 와 시료의 실질 표준편차의 k_β 배의 합을 검출한계치로 하는 방법

제1장에서 규정한 검출한계치로는, 제1종의 과오(또는 false detection) 즉 시료에 방사능이 포함되어 있지 않는(no이다)데도, 포함되어 있다(yes이다)고 하는 과오 α 는 5% 내지 그 이하로 억제되어 있지만, 제2종의 과오(또는 non-detection) 즉 시료에 방사능이 포함되어 있는(yes이다)데도, 포함되어 있지 않다(no이다)고 하는 과오 β 가 시료에 정확히 검출한계치에 있는 방사능이 포함되어 있을 때, 50%이다. 이 β 를 50%에서 5% 내지 그 이하로 내리기 위해, 제1장에서 검출한계치로 정한 값을 판정레벨(critical level, L_c)이라 이름붙여, 새롭게 검출한계치(detection limit, L_d)를 규정하는 방법이 미국에서 채용되고 있다.^{6),7),8),9)} 이 판정레벨 L_c 의 사용방법으로서는, 시료의 실질 계수율(또는 계수치)이 판정레벨 L_c 를 넘었을 때 방사선이 「검출되었다」고 하는 것은, 제1장에서 규정한 검출한계치의 경우와 같다. 그러나 앞에서 말한 바와 같이, 제2종의 과오 β 는, 시료의 실질 계수율(또는 계

수치)의 레벨에 의존하여 판정레벨에 있어서는 최대 50%이다. 그리고 시료의 실질 계수율(또는 계수치)이 새로히 규정된 검출한계치(L_d)일 때, 제2종의 과오 β 는 5%($K_\beta = 1.645$ 로 했을 경우)가 된다. 따라서, L_c 보다 L_d 쪽이 보다 신뢰할 수 있는 검출한계치라 생각된다.

3.1 판정레벨 L_c 의 설정

1.1에서 규정한 검출한계치 l_d 를 그대로 판정레벨 L_c 라 하기 때문에, 시료에 방사능이 포함되어 있지 않을 때의 표준편차 σ_o 를 사용하여

$$L_c = K_\alpha \sigma_o \dots\dots\dots (3.1)$$

이다.
 σ_o 의 근사치 S_o 를 사용하면

$$L_c = K_\alpha S_o \dots\dots\dots (3.2)$$

이며, (1.17) (1.18) (1.19) 식에서

$$L_c = k_\alpha \left\{ n_B \left(\frac{1}{t_{O+B}} + \frac{1}{t_B} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (3.3)$$

$t_{O+B} = t_B$ 일 경우

$$L_c = k_\alpha \sqrt{2} \left(\frac{n_B}{t_B} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (3.4)$$

$t_{O+B} \ll t_B$ 일 경우

$$L_c = k_\alpha \left(\frac{n_B}{t_{O+B}} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (3.5)$$

3.2 검출한계치 L_d 의 설정

L_c 보다 $K_\beta \sigma_D$ 만 큰 값을 검출한계치 L_d 로 한다. 즉

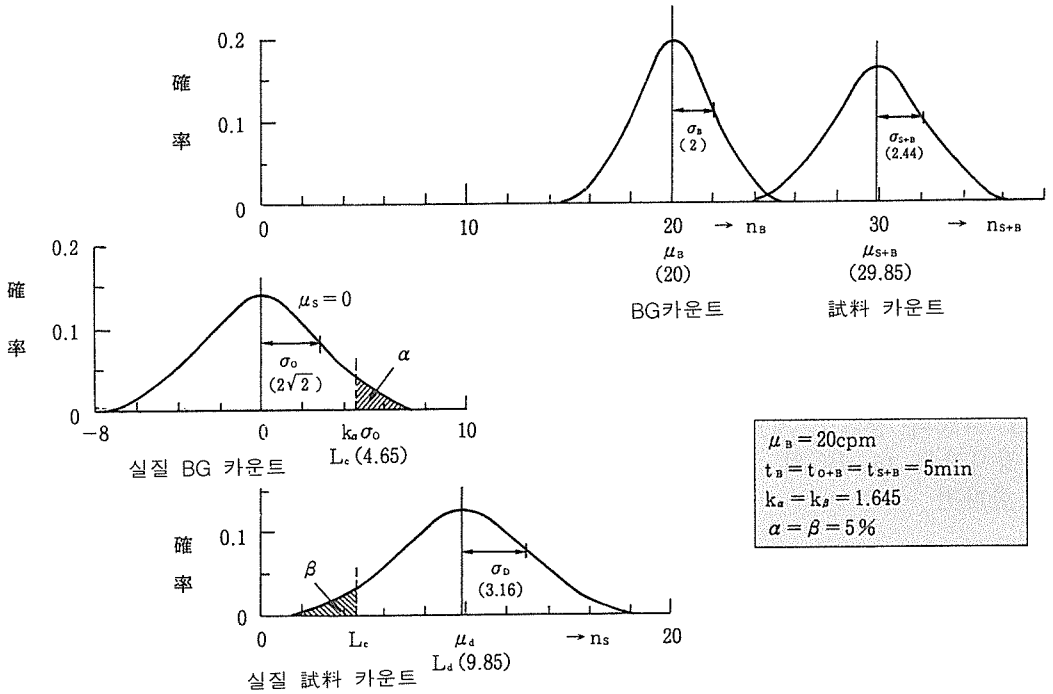


Fig. 3(a) 試料와 BG(Blank)의 測定時間이 같을 경우의 L_c 와 L_d 의 一例

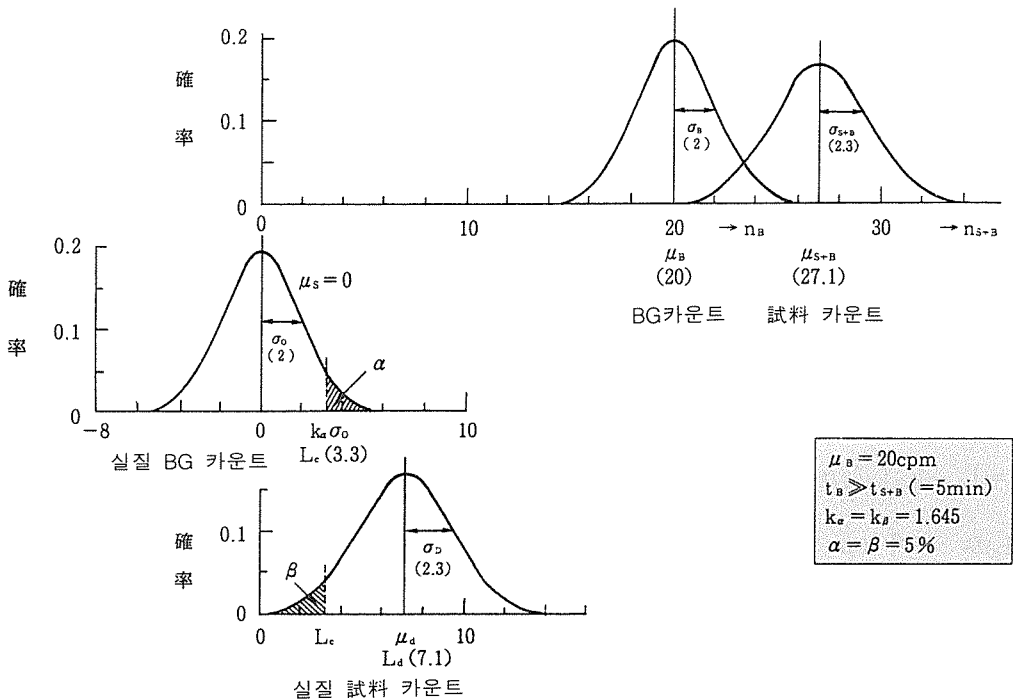


Fig. 3(b) BG(Blank)의 測定時間이 試料의 測定時間에 비해 현저히 긴 경우의 L_c 와 L_d 의 一例

$$L_d = L_c + K_\beta \sigma_D \dots\dots\dots (3.6)$$

K_β 는 제2종의 과오 β 의 크기를 결정하는 定數이다.

σ_D 는 정확히 검출한계치에 있어서의 시료의 실질 표준편차이며,

$$\sigma^2_D = \sigma^2_{S+B} + \sigma^2_B \dots\dots\dots (3.7)$$

이다. 방사능을 포함한 시료의 측정시간을 t_{S+B} , 그 시료의 참다운 계수율을 μ_{S+B} , BG의 측정시간을 t_B , BG의 참다운 계수율을 μ_B 라 한다면

$$\sigma^2_D = \mu_{S+B}/t_{S+B} + \mu_B/t_B \dots\dots\dots (3.8)$$

$\mu_{S+B} = \mu_S + \mu_B$ 이기 때문에

$$\sigma^2_D = \mu_s/t_{S+B} + \mu_B(1/t_{S+B} + 1/t_B) \dots\dots\dots (3.9)$$

BG의 측정시간 t_B 와는 별도로, BG를 t_{S+B} 과 같은 시간 t_{O+B} 측정하는 것으로 되어 있기 때문에 $t_{S+B} = t_{O+B}$ 라고 하여,

$$\sigma^2_D = \mu_s/t_{S+B} + \mu_B(1/t_{O+B} + 1/t_B) \dots\dots\dots (3.10)$$

우변의 제2항을 (1.9)식에 의해 σ^2_O 로 두고

$$\sigma^2_D = \mu_s/t_{S+B} + \sigma^2_O \dots\dots\dots (3.11)$$

σ_D 을 (3.6)식에 대입하여

$$L_d = L_c + k_\beta (\mu_s/t_{S+B} + \sigma^2_O)^{\frac{1}{2}} \dots\dots (3.12)$$

$\mu_s = L_d$ 로 하여 (μ_s 의 값이 L_d 그 자체이다.),

$$L_d = L_c + k_\beta (L_d/t_{S+B} + \sigma^2_O)^{\frac{1}{2}} \dots (3.13)$$

또한, (3.1)식에 의해 $\sigma_O = L_c/k_\alpha$. σ_O 를

위의 식에 대입하여,

$$L_d = L_c + k_\beta \{L_d/t_{S+B} + (L_c/k_\alpha)^2\}^{\frac{1}{2}} \dots (3.14)$$

L_d 에 대해 풀고 (解說 3),

$$L_d = L_c + \frac{K^2_\beta}{2} \left[\frac{1}{t_{S+B}} + \left\{ \frac{1}{t^2_{S+B}} + \frac{4L_c}{k^2_\beta \cdot t_{S+B}} + \frac{4L^2_c}{K^2_\alpha \cdot k^2_\beta} \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \dots\dots\dots (3.15)$$

$k_\alpha = k_\beta = k$ 는 場合과,

$$\begin{aligned} L_d &= L_c + \frac{k^2}{2} \left\{ \frac{1}{t_{S+B}} + \left(\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{2L_c}{k^2} \right) \right\} \\ &= L_c + \frac{k^2}{t_{S+B}} + L_c = 2L_c + \frac{k^2}{t_{S+B}} \end{aligned}$$

가 된다.

Fig. 3에 BG(Blant)의 측정시간 t_s 가 시료의 측정시간 t_{S+B} 와 같은 ($t_B = t_{S+B}$) 경우 (a)와, t_B 가 t_{S+B} 보다 현저히 큰 ($t_B \gg t_{S+B}$) 경우 (b)의 한 예를 제시했다.

L_c 의 값은 각각 (3.4)식과 (3.5)식에 의해 얻어진다.

해설

3. L_d 를 미지수로 하여, $L_d = L_c + k_\beta \{L_d/(t_{S+B} + L_c/k_\alpha)^2\}^{\frac{1}{2}}$ 를 푸는 방법
우변의 L_c 를 좌변으로 옮겨, 양변을 2승한다.

$$L^2_d - 2L_c L_d + L^2_c = k^2_\beta \{L_d/t_{S+B} + (L_c/k_\alpha)^2\}$$

$$L^2_d - L_d(2L_c + k^2_\beta/t_{S+B}) + L^2_c - \frac{K^2_\beta L^2_c}{k^2_\alpha} = 0$$

2차방정식의 근의 공식을 사용하여

$$\begin{aligned}
L_d &= \frac{1}{2} \left(2L_c + \frac{k^2_{\beta}}{t_{S+B}} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \left(2L_c + \frac{k^2_{\beta}}{t_{S+B}} \right)^2 - 4(L_c^2 - k^2_{\beta} L_c^2 / k^2_{\alpha}) \right\}^{\frac{1}{2}} \\
L_d &= L_c + \frac{k^2_{\beta}}{2t_{S+B}} + \frac{1}{2} \left\{ 4L_c \frac{k^2_{\beta}}{t_{S+B}} + \left(\frac{k^2_{\beta}}{t_{S+B}} \right)^2 + 4k^2_{\beta} \frac{L_c^2}{k^2_{\alpha}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\
&= L_c + \frac{k^2_{\beta}}{2t_{S+B}} + \frac{k^2_{\beta}}{2} \left\{ \frac{1}{t^2_{S+B}} + \frac{4L_c}{k^2_{\beta} \cdot t_{S+B}} + \frac{4L_c^2}{k^2_{\alpha} \cdot k^2_{\beta}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\
L_d &= L_c + \frac{k^2_{\beta}}{2} \left[\frac{1}{t_{S+B}} + \frac{4L_c}{k^2_{\alpha} \cdot t_{S+B}} + \frac{4L_c^2}{k^2_{\alpha} \cdot k^2_{\beta}} \right]^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

참고 문헌

- 1) 岡本雅典, 鈴木義~郎, 杉山高~一, 基本統計學實教出版, 1991
- 2) 石川榮助, 新統計學, 橫書店, 1965
- 3) 立川清, 例解統計學, 第一出版, 1957
- 4) W. 웰리, (羽鳥裕久, 大平坦譯) 確率論과 그 應用(第2版), 現代經營科學全集5, 紀伊國屋書店, 1967
- 5) 村主 進, 押野昌夫, 大谷, 曉, JAERI 5002, 保健物理部の 活動 No.2. p.144. 日本原子力研究所(1960) 및 「內部피폭에 있어서의 線量當量の 測定·評價매뉴얼」, 原子力安全技術센터(1988)
- 6) L.A. Currie, *Limits for Qualitative Detection and Quantitative Determination, Application to Radiochemistry, Analytical Chemistry*, Vol.40, No.3. pp.586-593 (1968)
- 7) NCRP Report No.58. *A Handbook of Radioactivity Measurements Procedures, National Council on Radiation Protection and Measurements*, pp.271-298(1978)
- 8) *Draft American National Standard for Performance Criteria for Radiobioassay*, ANSI N13.30(1989)
- 9) J. C. Lochamy, *The minimum-detectable-activity concept*, NBS SP456(1976)