

완충포장의 기초이론(8)

이명훈/한국포장시스템연구소 소장

목 차

6-3. 충격지속기간(Shock duration)	(Shock Amplification
6-4. 충격진폭과 민감요소	and the Critical Element)
6-5. 수평충격(Horizontal Impacts)	

6-3. 충격지속기간(Shock duration)
유통과정에서 포장화물은 대개 1ms(밀리초)에서 50ms 사이에서 지속적인 기계적 충격을 받게된다. 이 충격 지속기간은 약어로 τ (Tau)로 표시된다.

충격시 완충포장 제품의 범위 X_2 는 다음과 같은 함수로 표현할 수 있다.

$$X_2(t) = dm \sin(W_2 t) \quad (6.20)$$

그림 6.8에서 보듯이 $W_2 = 2\pi f_2$ 일때

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2 g}{W_2}} \quad (6.21)$$

F_2 는 완충재 K_2 로 포장된 제품 M_2 의 자연 주파수이다.

완충 포장 제품의 자유진동 지속기간 T_2 는 그림 6.9에서 보듯이 충격 지속기간의 두배에 해당된다.

$$\frac{1}{f_2} = T_2 = 2\tau \quad (6.22)$$

충격지속기간 τ 가 설정되면 이에 상응하는 충격 주파수를 구할 수 있다.

$$f_2 = \frac{1}{2\tau} \quad (6.23)$$

식 6.21과 6.23은 충격 지속기간으로 다시 정리하면

$$\tau = \frac{1}{2f_2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2\tau} \sqrt{\frac{k_2 g}{W_2}}} = \frac{\tau}{\sqrt{\frac{k_2 g}{W_2}}} \quad (6.24)$$

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{W_2}{k_2 g}} \quad (6.25)$$

예를 들어 제품중량이 82 lb이고 스프링 상수가 1194lb/in라고 할때 충격지속기간은

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{821b}{(11941b/in)(386.4in/sec^2)}} = 0.042seconds$$

충격지속 기간과 낙하높이와는 별 관계가 없다.

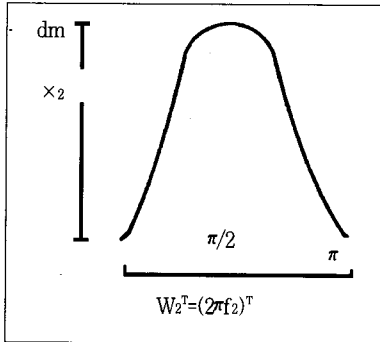
6.4 충격진폭과 민감요소(Shock Amplification and the Critical Element)

충격 현상을 정확히 파악하고 유통중의 충격으로부터 제품을 보호하려면 충격시 제품에 가해지는 충격반응을 비교해 보아야한다.(그림 6.10 참조)

민감요소에 일어나는 최대가속도 G_e 와 제품등급 G_m 을 비교함으로써 증폭계수(Amplification factor)는 다음과 같이 정의된다.

$$A_m = \frac{G_e}{G_m} \quad (6.26)$$

[그림6.8] 충격지속시간과 최대 변위



민감요소에 대한 최대 가속도는 단순히 제품의 증폭계수와 G_m 의 곱으로써 정의된다.

$$G_e = A_m G_m \quad (6.27)$$

충격시 증폭계수는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$A_m(0 \leq t \leq \tau) =$$

$$\frac{f_1/f_2}{(f_1/f_2 - 1)} \sin \frac{2N\pi}{(f_1/f_2 + 1)} \quad (6.28)$$

여기에서 N 은 정수이며 f_2 는 충격주파수, f_1 은 민감요소의 자연 주파수이다. 충격직후 증폭계수는

$$A_m(t)\tau = \frac{2(f_1/f_2)\cos(f_1/2f_2)}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \quad (6.29)$$

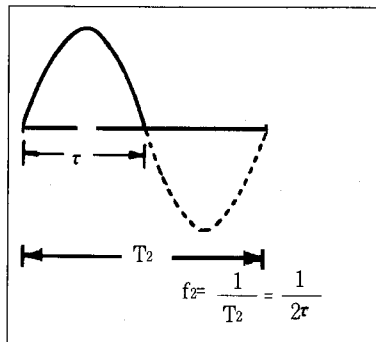
식 6.28과 6.29에서 얻어진 A_m 의 최대치는 식 6.27에 사용할 수 있다. 이것은 f_1 과 f_2 의 상관 관계에 의해 달라지는데

$$1. f_1/f_2 < 1, f_1/f_2 \text{ 혹은 } 1/2 T_1 > \frac{1}{2} T_2$$

= τ 일 경우, 즉 충격 지속시간이 민감요소의 자연 진동기간의 절반보다 작을 경우, 최대 증폭은 충격이 끝난 후 일어나게 되며

$$A_m = A_m(t)\tau \quad (\text{식} 6.29) \text{가 된다.}$$

[그림6.9] 충격지속시간과 자연진동기간



$$2. f_1/f_2 > 1, f_1/f_2 \text{ 혹은 } 1/2 T_1 < 1/2 T_2 = \tau \text{ 일 경우,}$$

즉 충격 지속시간이 민감요소의 자연 진동기간의 절반보다 클 경우, 최대 증폭은 충격지속기간동안 일어나게 되며 $A_m = A_m(0 \leq t \leq \tau)$ (식 6.28)이 된다.

최대 증폭치는 그림 6.11에서 보듯이 주파수 비율 0.01과 1사이의 값을 가진다.

f_1/f_2 의 비율이 커질수록 A_m 은 1에 접근하는데 이는 충격이 민감요소에 직접적으로 전달됨을 의미한다. 작은 비율에서는 즉 $f_1/f_2 \leq 0.2$ 일 경우에는 $A_m = 2(f_1/f_2)$ 가 된다.

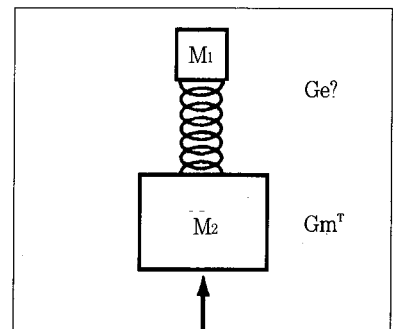
예를들어, 그림 6.12와 같이 민감요소를 가진 제품이 있다고 하자. 이 민감요소에 대한 자연진동 주파수는 38Hz이며 충격이 가해졌을 때 정점 가속도가 100g's, 지속시간이 25ms인 half sine양상을 보인다면 민감요소에 전달되는 충격치는 어떻게 될까?

이를 풀이하면

$$1. \tau = \frac{25 \text{ milliseconds}}{1000 \text{ milliseconds/second}} = 0.025 \text{ Seconds}$$

$$2. f_2 = 1/2\tau = \frac{1}{2 \times 0.025} = 20 \text{ Hz}$$

[그림6.10] 충격 전달 체계



$$3. \frac{f_1}{f_2} = \frac{38 \text{ Hz}}{20 \text{ Hz}} = 1.90$$

$$4. \frac{f_1}{f_2} = 1.90 \text{ 은 차트에서}$$

$$A_m = 1.747 \text{ 에 해당}$$

$$5. G_e = A_m \times G_m = 1.747 \times 100 \text{ g's} = 174.7 \text{ g's}$$

따라서 제품에 100g's의 충격이 가해지면 민감요소에는 결과적으로 175g's의 충격치가 전달된다. 제품의 손실을 방지하기 위해서는 민감요소가 견딜 수 있는 최대가속도를 알아야 할 필요가 있다.

파손되지 않고 견딜 수 있는 최대 한계점을 G_s 라고 정의 한다면 민감요소에 G_s 이상의 충격가속도가 가해지면 제품이 손상되는 결과를 가져온다. 이에 대한 예를 들자면

예제 1) 충격기록계를 사용하여 20ms 기간동안 half sine 충격곡선을 측정하였을 때 제품이 100g's를 견디고 이보다 높은 가속도에서는 민감요소의 손상을 가져왔다. 민감요소의 자연 주파수가 80Hz이고 제품의 무게가 4lb이며 유통중 스프링 상수가 $K_s = 750 \text{ lb/in}$ 인 완충재를 사용할

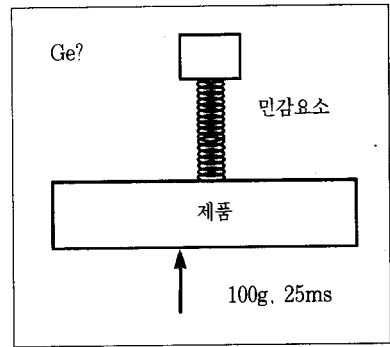
(그림6.11) 증폭계수(Half sine pulse)

f ₁ /f ₂	A _m	f ₁ /f ₂	A _m	f ₁ /f ₂	A _m	f ₁ /f ₂	A _m	f ₁ /f ₂	A _m	f ₁ /f ₂	A _m
.01	.020	.82	1.397	1.66	1.768	2.50	1.625	3.85	1.300	6.90	1.169
.02	.040	.84	1.419	1.68	1.767	2.52	1.620	3.90	1.289	7.00	1.167
.03	.060	.86	1.441	1.70	1.767	2.54	1.615	3.95	1.279	7.10	1.164
.04	.080	.88	1.462	1.72	1.765	2.56	1.610	4.00	1.268	7.20	1.160
.06	.120	.90	1.501	1.74	1.764	2.58	1.605	4.05	1.258	7.30	1.157
.08	.160	.92	1.501	1.76	1.762	2.60	1.600	4.10	1.247	7.40	1.152
.10	.200	.94	1.520	1.78	1.761	2.62	1.595	4.15	1.237	7.50	1.149
.12	.239	.96	1.538	1.80	1.759	2.64	1.590	4.20	1.227	7.60	1.145
.14	.279	.98	1.555	1.82	1.757	2.66	1.585	4.25	1.217	7.70	1.140
.16	.318	1.00	1.571	1.84	1.755	2.68	1.580	4.30	1.207	7.80	1.135
.18	.357	1.02	1.586	1.86	1.753	2.70	1.575	4.35	1.198	7.90	1.131
.20	.396	1.04	1.601	1.88	1.750	2.72	1.570	4.40	1.188	8.00	1.126
.22	.435	1.06	1.614	1.90	1.747	2.74	1.570	4.45	1.179	8.10	1.120
.24	.474	1.08	1.627	1.92	1.745	2.76	1.560	4.50	1.170	8.20	1.115
.26	.512	1.10	1.640	1.94	1.742	2.78	1.555	4.55	1.160	8.30	1.110
.28	.550	1.12	1.651	1.96	1.739	2.80	1.550	4.60	1.151	8.40	1.104
.30	.588	1.14	1.662	1.98	1.735	2.82	1.545	4.65	1.142	8.50	1.099
.32	.625	1.16	1.672	2.00	1.732	2.84	1.540	4.70	1.133	8.60	1.093
.34	.662	1.18	1.682	2.02	1.729	2.86	1.535	4.75	1.125	8.70	1.087
.36	.698	1.20	1.690	2.04	1.725	2.88	1.530	4.80	1.116	8.80	1.082
.38	.735	1.22	1.699	2.06	1.722	2.90	1.525	4.85	1.108	8.90	1.070
.40	.771	1.24	1.706	2.08	1.718	2.92	1.520	4.90	1.099	9.00	1.070
.42	.806	1.26	1.714	2.10	1.714	2.94	1.515	4.95	1.091	9.1	1.075
.44	.841	1.28	1.720	2.12	1.710	2.96	1.510	5.00	1.083	9.2	1.080
.46	.875	1.30	1.726	2.14	1.706	2.98	1.505	5.10	1.098	9.3	1.083
.48	.909	1.32	1.752	2.16	1.702	3.00	1.500	5.20	1.112	9.4	1.057
.50	.943	1.34	1.737	2.18	1.698	3.05	1.488	5.30	1.124	9.5	1.090
.52	.976	1.36	1.742	2.20	1.694	3.10	1.475	5.40	1.134	9.6	1.092
.54	1.008	1.38	1.746	2.22	1.694	3.15	1.463	5.50	1.143	9.7	1.094
.56	1.040	1.40	1.752	2.24	1.685	3.20	1.451	5.60	1.150	9.8	1.097
.58	1.071	1.42	1.753	2.26	1.681	3.25	1.458	5.70	1.157	9.9	1.098
.60	1.102	1.44	1.757	2.28	1.676	3.30	1.426	5.80	1.162	10.0	1.100
.62	1.132	1.46	1.759	2.30	1.672	3.35	1.414	5.90	1.167	10.1	1.101
.64	1.162	1.48	1.761	2.32	1.667	3.40	1.402	6.00	1.170	10.2	1.102
.66	1.191	1.50	1.763	2.34	1.663	3.45	1.390	6.10	1.172	10.3	1.102
.68	1.219	1.52	1.765	2.36	1.658	3.50	1.379	6.20	1.174	10.4	1.103
.70	1.246	1.54	1.766	2.38	1.654	3.55	1.367	6.30	1.175	10.5	1.103
.72	1.275	1.56	1.767	2.40	1.649	3.60	1.356	6.40	1.175	10.6	1.103
.74	1.299	1.58	1.768	2.42	1.644	3.65	1.344	6.50	1.175	10.7	1.102
.76	1.325	1.60	1.768	2.44	1.659	3.70	1.333	6.60	1.175	10.8	1.102
.78	1.349	1.62	1.769	2.46	1.635	3.75	1.322	6.70	1.173	10.9	1.101
.80	1.375	1.64	1.768	2.48	1.630	3.80	1.311	6.80	1.172	11.0	1.100

때 4피트 높이에서 떨어진다면 이 완충포장제품은 안전 할 수 있을 것인가?

이 문제를 풀기 위하여 우선 Gs를 결정하여야 한다.

(그림6.12) 충격 진폭의 예



1. 충격기록계의 충격주파수를 산출하면

$$\tau = 20\text{ms} = 0.020 \text{ sec}$$

$$f_2 = \frac{1}{2 \times 0.02} = 25\text{Hz}$$

2. 민감요소 f₁의 f₂에 대한 비율은

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{85}{25} = 3.2$$

그림 6.11에서 A_m=1.451

3. 100g의 충격 가속도가 제품에 가해질때 민감요소에 가해지는 Ge는 Ge=A_m G_m=1.451×100=145.1g's

4. 4피트 높이에서 낙하시 충격은

$$G_m = \sqrt{\frac{2K_2 h}{W_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 750\text{lb/in} \times 48\text{in}}{4\text{lb}}} = 134\text{g's}$$

5. 완충재에 대한 충격 지속시간은

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{k_2 g}{W_2}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{750 \times 386.4}{4}}}$$

$$= 0.0117 \text{ sec}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\tau} = \frac{1}{2 \times 0.0117} \approx 43 \text{ Hz}$$

$$6. \frac{f_1}{f_2} = \frac{80}{43} = 1.87$$

따라서 $A_m = 1.752$

7. 민감요소에 가해지는 충격치는

$$G_e = 1.752 \times 134 = 234.8 \text{ g's}$$

$$G_e = 234.8 \text{ g's} > 145.1 \text{ g's-Gs}$$

낙하 충격시 민감요소에 가해지는 충격 가속도는 234.8 g's 로서 민감요소가 견딜 수 있는 최대한계가속도 145.1 g's 를 초과하고 있으므로 이 제품은 파손 될 것이며 4피트 높이의 낙하를 견디기 위해서는 완충설계를 다시 하여야 할 것이다.

6.5 수평충격(Horizontal Impacts)

앞서 언급한 예는 모두 수직충격에 관한 것들이다. 만약 수평으로 충격을 받으면 어떻게 될 것인지 예를 들어 설명하기로 한다.

40lb 무게의 제품이 스프링 상수 $K=200 \text{ lb/in}$ 인 완충재로 포장되어 있다.

이 제품은 화차 바닥면에 고정되어 있다. 만약 화차가 다른 화차와 10 mile/hr 의 속도로 연결될때 완충재의 W.L(Working Length)가 전체 길이의 40%라면 제품의 파손을 방지하기 위한 완충재의 최소 두께는 얼마나 되어야 할까?

또한 G_m 과 τ 는 어떻게 될까?

이 문제를 풀기 위해서는 수평 충격시와 같은 충격 속도를 나타내는 수직 낙하 높이를 산출한다.

$$V_1 = 10 \text{ miles/hr} =$$

$$= \frac{10 \text{ miles} \cdot 5280 \text{ ft/mile} \cdot 12 \text{ in/ft}}{3600 \text{ sec/hr}}$$

$$= 176 \text{ in/sec}$$

$$V_1 = \sqrt{2gh}$$

$$h = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{(176 \text{ in/sec})^2}{2 \times 386.4 \text{ in/sec}^2}$$

$$= 40 \text{ in}$$

40in의 수직낙하 높이에서 dm , G_m , τ 를 산출하면

$$dm = \sqrt{\frac{2W_2h}{K_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 40 \text{ lb} \times 40 \text{ in}}{200 \text{ lb/in}}}$$

$$= 4 \text{ in}$$

$$G_m = \sqrt{\frac{2K_2h}{W_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \text{ lb} \times 40 \text{ in}}{40 \text{ lb}}}$$

$$= 20g$$

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{W_2}{K_2g}}$$

$$= \pi \sqrt{\frac{40 \text{ lb}}{200 \text{ lb/in} \cdot 386.4 \text{ in/sec}^2}}$$

$$= 0.071 \text{ sec}$$

여기에서 제품의 완충재는 한쪽 벽면만 작용한다고 가정한다. 만약 충격시 제품 완충재 양쪽 벽면에 다 작용한다고 하면

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{W_2}{2K_2g}}$$

로 계산하여야 한다.

$$WL = 0.40TT \text{ (완충재두께)}$$

$$dm = WL = 0.4TT$$

$$TT = \frac{dm}{0.4} = \frac{4 \text{ in}}{0.4} = 10 \text{ in}$$

$$G_m = \sqrt{\frac{2K_2h}{W_2}} \text{ 이고}$$

$$h = \frac{V_1^2}{2g} \text{ 이므로}$$

$$G_m = \sqrt{\frac{2K_2}{W_2} \cdot \frac{V_1^2}{2g}}$$

$$= V_1 \sqrt{\frac{K_2}{W_2g}}$$

$$\delta_{st} = \frac{W_2}{K_2} \text{ 이므로 } G_m = \frac{V_1}{\sqrt{\delta_{stg}}}$$

자연수파수는

$$f_2 = 3.13 \sqrt{1/\delta_{st}} \text{ (여기에서 } \delta_{st} \text{는 in 단위)}$$

따라서

$$G_m = \frac{V_1 f_2}{3.13 \sqrt{g}} = \frac{V_1 f_2}{61.53}$$

여기에서 V_1 은 in/sec, f_2 는 Hz단위)

같은 방법으로

$$dm = \sqrt{\frac{2W_2h}{K_2}} = \sqrt{\frac{2W_2V_1^2}{K_2g}}$$

$$= \sqrt{\frac{W_2}{K_2g}} = V_1 \sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}}$$

$$= \frac{V_1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{3.13}{f_2} = 0.16 \frac{V_1}{f_2}$$

이 예제에서와 같이 수평충격시에 충격 속도를 알게 되면 변형량을 알때 필요 완충재 두께를 산출할 수 있으며 제품의 자연 주파수를 알면 G_m , dm , τ 등을 산출해 낼 수 있다.