Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.21, No.2, June, 1995

전수검사를 위한 최적규격한계 설정

Determination of the Optimal Specification Limits for Complete Inspection Plans

홍성훈*, 김상부**

Hong, Sung Hoon* and Kim, Sang Boo**

Abstract

Due to advances in automated manufacturing systems and automatic inspection equipment, complete inspection has drawn increased attention recently and has become a widespread practice. In a complete inspection plan, all of the items are subject to acceptance inspection. If an item fails to meet the predetermined specifications, it is rejected. In this paper, economic complete inspection plans are developed in situations where rejected items are reworked. Complete inspections based on the performance variable of interest or a variable which is correlated with the performance variable are considered. Cost models are constructed which involve cost incurred by imperfect quality, rework cost, and quality inspection cost. Methods of finding the optimal complete inspection plans are presented and numerical examples are given.

1. 서론

어느 공정에 있어서나 생산되는 제품의 품질에는 차이가 나게 된다. 충분히 잘 설계되고 관리되는 공정이라 할 지라도 완전히 동일한 품질의 제품을 생산하기란 현실적으로 불가능하다. 따라서 제품의 출하를 결정하기 전에 품질검사를 하게 되는 데, 최근들어 전수검사가 일반산업현장에서 널리 활용되고 있다. 과거에는 과다한 검사량으로 인해 자동차의 브레이크나 보석류 등과 같이 불량으로 인해 안전성이나 경제적인 면에서 큰 손실이 생길 위험이 있는 제품들에 한해서만 전수검사를 실시해 왔다. 그러나 산업현장에

* 전북대학교 산업공학과 조교수
** 창원대학교 산업공학과 조교수

서 생산공정이 자동화 되면서 제품의 품질을 검사하는 데 있어서도 자동화된 기기들이 도입되었으며, 이러한 기기의 사용은 다량의 제품을 낮은 비용에 그리고 짧은 시간에 검사할 수 있도록 해 주었다. 레이저, 초음파, 그리고 패턴인식기법 등을 이용한 자동화된 기기들이 대표적인 예이며, 이러한 기기의 도입은 전수검사의 사용을 더욱 촉진 시키고 있다. 따라서 품질검사기법을 연구하는 데 있어서도, 전수검사에 관련된 많은 연구논문들이 발표되고 있다. Hunter 와 Kartha (1977), Bisgaard 등 (1984), Golhar (1987), Golhar 와 Pollock (1988), 그리고 Hong 과 Lee (1994) 등은 전수검사를 실시하는 연속생산공정에서 공정평균을 경제적으로 결정하는 문제를 다루었다. 이들이 다룬 문제는 대체로 다음과 같다. 제품을 전수검사한 후 규격을 만족시키면 합격, 그렇지 않으면 불합격 처리하여 재가공 또는 할인된 가격에 판매한다. 이 때 제품의 품질특성은 정규분포를 따른다고 가정하고, 투입된 원자재 비용과 불합격된 제품으로 인한 손실비용 간의 균형을 맞춤으로써 최소비용의 공정평균을 구하는 방법을 제시하였다. 한편 위의 문제들과는 달리 공정평균은 사전에 정해져 있는 상태에서 품질특성의 규격한계를 구하는 문제에 대해서는 다음과 같은 연구들이 수행되어 왔다. Tang (1988) 은 전수검사를 실시할 때 단위제품의 합격,불합격 여부를 판정하기 위한 품질특성의 규격한계를 경제적인 관점에서 구하였다. Tang 과 Schneider (1987) 는 전수검사에서 검사오류의 영향을 분석하였으며, Tang 과 Tang (1989) 그리고 Hui (1990) 는 2 개 이상의 품질특성이 존재하는 경우, 그리고 Tang (1991) 은 다단계 생산공정에서의 전수검사기법을 개발하였다. 한편 제품 특성에 따라서는 전수검사가 불가능한 경우가 있다. 파괴검사를 요하는 제품이 대표적인 예이다. 이러한 경우 주품질특성과 높은 상관관계를 갖고 비파괴 검사가 가능한 대용특성이 존재한다면, 대용특성을 측정함에 의해 제품을 전수검사할 수 있다. 예를들어 자동차 본체에 용접되어 있는 좌석의 용접강도 측정은 파괴검사를 필요로 하므로 용접강도 대신 자동차 좌석에 초음파 검사를 하여 그 결과에 의해 제품의 합격여부를 판정할 수 있다. 이와 같이 대용특성에 기초해 제품을 전수선별하는 검사를 대용특성을 이용한 선별검사라 하는 데, 이 분야에 대해서는 Tang (1987), Turkman 과 Turkman (1989), Bai 와 Hong (1992), Kim 과 Bai (1992), Hong (1993) 그리고 Tang 과 Tang (1994) 등에 의해 최근까지도 많은 연구논문들이 발표되고 있다.

제품의 주품질특성이나 대용특성을 이용한 검사에서 불합격된 제품들은 그 특성에 따라 재작업, 폐기처분, 할인판매 등 여러가지 다양한 방법으로 처리될 수 있다. 이제까지의 연구는 대부분 폐기처분 또는 할인판매의 경우를 생각하여 불합격된 제품들에 대해서는 모두 일정한 양의 고정된 비용이 발생한다는 가정을 하였다. 본 논문에서는 검사에서 불합격된 제품은 재작업 하는 상황에서 최적검사방식을 구하고자 한다. Tang (1987) 은 불합격된 제품을 재작업 한다는 가정을 한 바 있으나, 여기서는 재작업한 제품의 품질특성이 항상 목표값 (ideal value) 과 일치 한다는 비현실적인 가정을 하였다. 재작업한 제품도 생산조건에 따라 품질수준에는 차이가 나게

된다. 본 논문에서는 불합격된 제품들은 작업 이전의 상태로 환원 된다고 가정한다. 이러한 가정하에서는 재작업한 제품의 품질특성과 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성이 동일한 확률분포를 갖게 된다. Golhar (1987), Golhar 와 Pollock (1988), 그리고 Hong 과 Lee (1994) 등이 공정평균을 경제적으로 결정하는 문제에서 이러한 가정을 하였으나 이들 경우는 제품의 규격한계선이 존재할 때 최적공정평균을 구하는 문제를 다룬 것이며, 본 논문에서는 공정평균이 미리 설정되어 있는 상태에서 제품의 합격여부를 판정하기 위한 규격한계선을 구하고자 한다. 품질특성이 목표값과 일치하지 않을 때 소비자의 불만으로 인한 손실비용, 불합격제품의 재작업 비용, 그리고 품질검사비용 등으로 구성된 비용함수모형을 설정하고 이를 최소화하는 전수검사방식과 대용특성을 이용한 선별검사방식을 구하고자 한다. 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2 장에서는 품질특성을 직접 검사하는 전수검사를, 3 장에서는 대용특성을 이용한 선별검사를 다루고, 수치예제를 통해 두가지 검사방식의 비용을 비교하고자 한다.

2. 주품질특성을 이용한 전수검사

일반적으로 소비자 입장에서 볼 때 제품의 품질특성에는 바람직한 수준이 있다. 예를들어 시계는 오차가 0 인 경우가 이상적이고 오차가 크면 클 수록 소비자의 불만도 커지게 된다. 품질특성의 바람직한 수준을 목표값이라 부르는 데, 품질특성이 목표값에 가까울 수록 소비자의 만족도는 높아진다. 검사대상이 되는 제품의 주품질특성을 Y 라 하고, 이 품질특성의 목표값을 τ 라 하자. 주품질특성 Y 는 평균 μ_y, 분산 σ_y^2 을 갖는 정규분포를 따른다고 가정하고, g(y) 를 Y 의 확률밀도함수라 정의한다. 주품질특성이 목표값과 일치하지 않을 때 소비자의 불만으로 인해 $a(y-\tau)^2$ 의 손실비용이 발생한다고 가정한다. 단 a 는 양의 상수이고, y 는 Y 의 측정값이다. 이 손실함수는 다구찌가 제안한 함수형태로서 경험적으로 볼 때 품질특성의 변동에 따른 손실을 표현하는 데 적절한 것으로 인식되고 있다.

전수검사에서의 제품에 대한 합격판정절차는 다음과 같다.

i) 품질특성 Y 를 측정한다.

ii) $L \le y \le U$ 인 제품은 합격, 그렇지 않은 제품은 불합격 처리하여 재작업한다.

재작업한 제품과 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성이 동일한 확률분포를 갖는다고 가정하면, 단위제품당 총비용 TC 는

$$TC = \begin{cases} a(y-\tau)^2 + S_y, & L \le y \le U \\ ETC + R + S_y, & y \langle L \text{ 또는 } y \rangle U \end{cases} \quad (1)$$

이 된다. 단 식 (1)에서 S_y 는 품질특성 Y 의 측정비용, R 은 재작업비용, 그리고 ETC 는 단위제품당 기대비용이다. 식 (1) 에서 TC 를 y 에 대해 적분하여 ETC 를 구하면

$$ETC = \int_L^U \{a(y-\tau)^2 + S_y\} g(y)\, dy + (ETC + R + S_y) \left\{1 - \int_L^U g(y) dy\right\},$$

이 되고, 여기서 $Z_1 = \dfrac{Y-\mu_y}{\sigma_y}$ 로 치환한 후 ETC 에 대해 정리하면

$$ETC = \frac{\int_{\xi_1}^{\xi_2} a\sigma_y^2 (z_1 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 \, \phi(z_1)\, dz_1}{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)} + \frac{R[1-\Phi(\xi_2) + \Phi(\xi_1)] + S_y}{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)}, \qquad (2)$$

이 된다. 단 식 (2)에서 $\xi_1 = \frac{L-\mu_y}{\sigma_y}$ 이고 $\xi_2 = \frac{U-\mu_y}{\sigma_y}$ 이다. 또한 $\phi(\cdot)$ 와 $\Phi(\cdot)$ 는 각각 표준정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수이다. 기대비용을 최소로하는 L^* 와 U^* 를 구하기 위해서는 식 (2) 를 최소화하는 ξ_1^* 와 ξ_2^* 를 구한 후 $L^* = \mu_y + \sigma_y \xi_1^*$, 그리고 $U^* = \mu_y + \sigma_y \xi_2^*$ 에 의해 구하면 된다. 식 (2) 를 최소화 하는 ξ_1^* 와 ξ_2^* 를 구하기 위해 식 (2) 를 ξ_1 과 ξ_2 에 대하여 각각 편미분하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial \xi_1} = \frac{\left\{-a\sigma_y^2(\xi_1 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 + R + ETC\right\} \; \phi(\xi_1)}{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)}, \qquad (3a)$$

$$\frac{\partial ETC}{\partial \xi_2} = \frac{\left\{a\sigma_y^2(\xi_2 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 - R - ETC\right\} \; \phi(\xi_2)}{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)}, \qquad (3b)$$

이 되고, $\frac{\partial ETC}{\partial \xi_1} = 0$, 와 $\frac{\partial ETC}{\partial \xi_2} = 0$ 를 만족하는 ξ_1 과 ξ_2 는 다음식으로 부터 구할 수 있다.

$$a\sigma_y^2 \, (\xi_1 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 = R + ETC, \qquad (4a)$$

$$a\sigma_y^2 \, (\xi_2 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 = R + ETC. \qquad (4b)$$

이로부터 $|\xi_1 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}| = |\xi_2 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}|$이 됨을 알 수 있으며, 또한 $L<U$, 즉 $\xi_1 < \xi_2$ 이므로 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\xi_2 = 2\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y} - \xi_1. \qquad (5)$$

식 (5)의 결과를 식 (4a)에 대입하면

$$(\xi_1 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 \left\{\Phi(2\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y} - \xi_1) - \Phi(\xi_1)\right\} = \int_{\xi_1}^{2\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y} - \xi_1} (z_1 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 \phi(z_1) dz_1 + \frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}, \qquad (6)$$

이 되고, 식 (6) 으로부터 ξ_1^* 를 구할 수 있다. 식 (6) 을 만족하는 ξ_1^* 값은 단지 하나만 존재하게 되는 데 (증명은 부록 1 참조), 이 값은 이분법에 의해 구할 수 있다. 식 (6) 을 보면 ξ_1^* 는 $\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 와 $\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ 의 함수가 된다는 것을 알 수 있다. $\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 및 $\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ 의 여러 값에 대하여 식 (6)을 만족하는 ξ_1^* 값을 IMSL (International Mathematical and Statistical Libraries) 을 이용해 구한 후 표 1 에 정리하였다. $\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 가 커짐에 따라 그리고 $\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ 가 작아짐에 따라 ξ_1^* 값이 증가한다는 것을 알 수 있다.

한편 기대비용 ETC 를 ξ_1 과 ξ_2 에 대하여 각각 2 차 편미분하면

$$\frac{\partial^2 ETC}{\partial \xi_1^2} = \frac{-2\left\{a\sigma_y^2(\xi_1 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}) - \frac{\partial ETC}{\partial \xi_1}\right\} \; \phi(\xi_1)}{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)} - \xi_1 \frac{\partial ETC}{\partial \xi_1}, \qquad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 ETC}{\partial \xi_2^2} = \frac{2\left\{a\sigma_y^2(\xi_2 - \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}) - \frac{\partial ETC}{\partial \xi_2}\right\} \; \phi(\xi_2)}{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)} - \xi_2 \frac{\partial ETC}{\partial \xi_2}, \qquad (7b)$$

$$\frac{\partial^2 ETC}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} = \frac{\frac{\partial ETC}{\partial \xi_2}\phi(\xi_1) - \frac{\partial ETC}{\partial \xi_1}\phi(\xi_2)}{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)}, \qquad (7c)$$

표 1. $\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 및 $\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ 값에 대응하는 ξ_1^*

$\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ \ $\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$	-1.0	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.01	-1.314	-1.096	-0.883	-0.674	-0.468	-0.267	-0.068	0.126	0.317	0.504	0.686
0.03	-1.453	-1.228	-1.009	-0.796	-0.588	-0.385	-0.188	0.004	0.191	0.372	0.547
0.05	-1.537	-1.307	-1.085	-0.870	-0.661	-0.458	-0.261	-0.070	0.115	0.293	0.463
0.07	-1.601	-1.368	-1.144	-0.926	-0.716	-0.513	-0.316	-0.126	0.057	0.232	0.399
0.09	-1.654	-1.418	-1.192	-0.973	-0.762	-0.559	-0.362	-0.173	0.008	0.182	0.346
0.1	-1.677	-1.441	-1.213	-0.994	-0.783	-0.579	-0.383	-0.194	-0.013	0.159	0.323
0.3	-1.978	-1.729	-1.492	-1.266	-1.050	-0.845	-0.650	-0.466	-0.292	-0.129	0.022
0.5	-2.161	-1.907	-1.665	-1.435	-1.218	-1.012	-0.818	-0.635	-0.465	-0.307	-0.161
0.7	-2.302	-2.044	-1.799	-1.567	-1.347	-1.141	-0.947	-0.767	-0.599	-0.444	-0.302
0.9	-2.418	-2.158	-1.911	-1.677	-1.457	-1.250	-1.057	-0.877	-0.711	-0.558	-0.418
1.0	-2.470	-2.209	-1.961	-1.727	-1.506	-1.299	-1.106	-0.927	-0.761	-0.609	-0.470
3.0	-3.165	-2.900	-2.648	-2.410	-2.187	-1.979	-1.787	-1.610	-1.448	-1.230	-1.165
5.0	-3.621	-3.359	-3.109	-2.873	-2.652	-2.444	-2.252	-2.073	-1.909	-1.759	-1.621
7.0	-3.990	-3.733	-3.487	-3.254	-3.034	-2.827	-2.634	-2.454	-2.287	-2.133	-1.990
9.0	-4.313	-4.059	-3.817	-3.587	-3.368	-3.162	-2.968	-2.787	-2.617	-2.460	-2.313

이 된다. 방정식 (4a) 와 (4b)의 근을 (ξ_1^*, ξ_2^*) 라 할 때 이 점에서 $\frac{\partial ETC}{\partial \xi_1} = \frac{\partial ETC}{\partial \xi_2} = 0$이므로 (ξ_1^*, ξ_2^*) 점에서 $\frac{\partial^2 ETC}{\partial \xi_1^2} > 0$, $\frac{\partial^2 ETC}{\partial \xi_2^2} > 0$, 그리고 $\frac{\partial^2 ETC}{\partial \xi_1 \, \partial \xi_2} = 0$ 임을 알 수 있다. 즉 (ξ_1^*, ξ_2^*) 에서의 Hessian 행렬이 양의 정부호 (positive definite) 이다. 이로부터 식 (6)에 의해 구한 (ξ_1^*, ξ_2^*) 가 ETC 를 최소화 하는 유일한 최적해 임을 알 수 있다.

〈예 제 1〉 어떤 전자제품은 내부전압의 측정값 y 가 30 볼트 일 때 가장 높은 효율을 낸다고 한다. 내부전압이 30 볼트 보다 높거나 낮을 때 그 효율은 감소하게 되는 데, 그로인한 손실비용은 $1.3(30-y)^2$ 이라 한다. 제품의 내부전압은 평균 $\mu_y = 30$, 표준편차 $\sigma_y = 2.0$ 인 정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다. 내부전압이 30 볼트와 큰 차이가 있는 제품은 재작업하게 되는 데 재작업비용 R 은 단위당 2 (만원, 이하 모든 비용의 단위는 만원이다) 이고, 내부전압의 측정비용은 단위당 1 이라 한다. 이 때 기대비용을 최소화 하는 $\xi_1^* = -1.065$, $\xi_2^* = 1.065$ 가 되고 이로부터 $L^* = 30 + (2.0)(-1.065) = 27.87$, $U^* = 30 + (2.0)(1.065) = 32.13$ 을 얻을 수 있다. 즉 내부전압을 측정하여 그 값이 (27.87, 32.13) 내에 있을 때 합격, 그렇지 않은 제품은 불합격 시킨다. 이 때의 기대비용은 3.893 이다.

3. 대용특성을 이용한 선별검사

파괴검사를 필요로 하는 제품에 대해서는 전수검사를 실시할 수 없다. 또한 품질특성의 측정에 많은 비용이 드는 제품을 전수검사 하는 것은 비 경제적일 수 있다. 이러한 경우 품질특성과 높은 상관관계를 가지면서 상대적으로 낮은 검사비용을 갖는 대용특성이 존재한다면, 대용특성에 기초해 검사를 실시할 수 있다. 검사대상이 되는 제품의 품질특성을 Y, 그리고 Y 와 높은 상관관계를 갖고 검사비용이 저렴한 대용특성을 X 라 하자. 여기서는 X 와 Y 가 평균 (μ_x,μ_y), 분산 (σ_x^2,σ_y^2), 그리고 상관계수 $\rho>0$ 를 갖는 이변량 정규분포를 따른다고 가정하고, f(x,y) 를 X 와 Y 의 결합확률밀도함수라 하자. 물론 $\rho<0$ 인 경우도 동일한 방법에 의하여 선별검사방식을 구할 수 있다.

대용특성을 이용한 선별검사에서 제품의 합격판정절차는 다음과 같다.

i) 대용특성 X 를 측정한다.

ii) L ≤ x ≤ U 인 제품은 합격, 그렇지 않은 제품은 불합격 처리하여 재작업한다.

단 x 는 대용특성 X 의 측정값이다. 대용특성의 측정비용을 S_x 라 할 때, 선별검사에서의 단위제품당 총비용 TC 는

$$TC = \begin{cases} a(y-\tau)^2+S_x, & L\le x\le U, \\ ETC+R+S_x, & x<L \text{ 또는 } x>U. \end{cases} \quad (8)$$

이 된다. 식 (8)로 부터 단위제품당 기대비용을 구하면

$$ETC = \int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} \{a(y-\tau)^2+S_x\} f(x,y)\,dy\,dx + (ETC+R+S_x)\left\{1-\int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy\,dx\right\}, \quad (9)$$

이 되고, 식 (9)를 다시 정리하면

$$ETC = \frac{a\sigma_y^2\rho^2\int_{\eta_1}^{\eta_2}\left(z_2-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y}\right)^2\phi(z_2)dz_2+\{a\sigma_y^2(1-\rho^2)-R\}\{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)\}+R+\frac{S_x}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}, \quad (10)$$

이 된다: 유도과정은 부록 2 참조. 기대비용을 최소화하는 L* 와 U* 를 구하기 위해서는 식 (10) 을 최소화하는 η_1^* 와 η_2^* 를 구한 후 $L^*=\mu_x+\sigma_x\eta_1^*$, 그리고 $U^*=\mu_x+\sigma_x\eta_2^*$ 에 의해 구할 수 있다. 식 (10)을 최소화하는 η_1^* 와 η_2^* 를 구하기 위해 식 (10)을 η_1 과 η_2 에 대하여 각각 편미분 하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial \eta_1} = \frac{\left\{-a\sigma_y^2\rho^2(\eta_1-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2+ETC+R-a\sigma_y^2(1-\rho^2)\right\}\phi(\eta_1)}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}, \quad (11a)$$

$$\frac{\partial ETC}{\partial \eta_2} = \frac{\left\{a\sigma_y^2\rho^2(\eta_2-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2-ETC-R+a\sigma_y^2(1-\rho^2)\right\}\phi(\eta_2)}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}, \quad (11b)$$

이 되고 $\frac{\partial ETC}{\partial \eta_1}=0$, 와 $\frac{\partial ETC}{\partial \eta_2}=0$ 를 만족하는 η_1 과 η_2 는 다음 식으로 부터 구할 수 있다.

$$a\sigma_y^2\rho^2(\eta_1-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2 = ETC+R-a\sigma_y^2(1-\rho^2), \quad (12a)$$

$$a\sigma_y^2\rho^2(\eta_2-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2 = ETC+R-a\sigma_y^2(1-\rho^2). \quad (12b)$$

이로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\eta_2 = 2\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y}-\eta_1, \tag{13}$$

식 (13)의 결과를 식 (12a)에 대입하면

$$(\eta_1-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2 \left\{\Phi(2\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y}-\eta_1)-\Phi(\eta_1)\right\} =$$

$$\int_{\eta_1}^{2\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y}-\eta_1}(z_2-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2\,\phi(z_2)dz_2+\frac{R+S_x}{a\sigma_y^2\rho^2}, \tag{14}$$

이 되고, 식 (14)로 부터 η_1^* 를 구할 수 있다. 식 (14)를 만족하는 η_1^* 값은 이분법에 의해 구할 수 있다. 식 (14) 와 (6)은 동일한 형태를 가지므로, 표 1 에서 $\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 와 $\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ 대신 $\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y}$ 와 $\frac{R+S_x}{a\sigma_y^2\sigma^2}$ 를 사용해 η_1^* 값을 구할 수 있다. 주품질특성과 대용특성의 상관계수 ρ 가 1 일 때 두경우의 최적검사방식이 일치함을 알 수 있다.

한편 기대비용 ETC 를 η_1 과 η_2 에 대해 각각 2 차 편미분하면

$$\frac{\partial^2 ETC}{\partial\eta_1^2}=\frac{-2\left\{a\sigma_y^2\rho^2(\eta_1-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})-\frac{\partial ETC}{\partial\eta_1}\right\}\phi(\eta_1)}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}-\eta_1\frac{\partial ETC}{\partial\eta_1}, \tag{15a}$$

$$\frac{\partial^2 ETC}{\partial\eta_2^2}=\frac{2\left\{a\sigma_y^2\rho^2(\eta_2-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})-\frac{\partial ETC}{\partial\eta_2}\right\}\phi(\eta_2)}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}-\eta_2\frac{\partial ETC}{\partial\eta_2}, \tag{15b}$$

$$\frac{\partial^2 ETC}{\partial\eta_1\partial\eta_2}=\frac{\frac{\partial ETC}{\partial\eta_2}\phi(\eta_1)-\frac{\partial ETC}{\partial\eta_1}\phi(\eta_2)}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}, \tag{15c}$$

이 되고, 2 장에서와 동일한 방법에 의해 (η_1^*,η_2^*) 점에서의 Hessian 행렬이 양의 정부호 이고, (η_1^*,η_2^*) 가 ETC 를 최소화 하는 유일한 최적해 임을 알 수 있다.

〈예 제 2〉 예제 1 에서 인용한 전자제품의 내부전압은 외부전압과 높은 상관관계를 갖는다. 과거의 경험으로 볼 때 주 품질특성인 내부전압 Y 와 외부전압 X 는 $\mu_y=30$ 볼트, $\mu_x=25$ 볼트, $\sigma_x=\sigma_y=2$ 볼트, 그리고 $\rho=0.88$ 인 이변량정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다. 재작업비용과 손실함수의 형태는 예제 1 과 동일하다. 또한 내부전압을 측정하기 위해서는 제품을 분해하는 등 측정의 어려움으로 인해 많은 비용이 드는 반면, 외부전압의 측정은 상대적으로 수월해 단위당 0.3 의 비용이 든다고 한다. 외부전압을 측정하는 경우 기대비용을 최소로 하는 $\eta_1^*=-1.061$, $\eta_2^*=1.061$ 이 된다. 즉 $L^*=25+(2.0)(-1.061)=22.878$, $U^*=25+(2.0)(1.061)=27.122$ 값을 얻을 수 있다. 이 때의 기대비용은 3.704 로 내부전압을 직접 측정하는 데 비해 약간 작은 비용이 든다. 표 2 는 S_x, 와 ρ 값의 변화에 따른 최적선별검사방식과 기대비용의 변화를 제시하였다. ρ 값이 커짐에 따라, 그리고 S_x 값이 작아짐에 따라 선별검사방식의 기대비용이 감소하게 된다는 것을 알 수 있다. 한편 ρ 가 작고 S_x 가 큰 경우는 선별검사의 기대비용이 주 품질특성을 이용한 전수검사의 기대비용 3.893 보다 커질 수도 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 대용특성을 이용한 전수검사를 적용하기 위해서는 검사비용이 작아야 되고, 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖는 대용특성의 선택이 중요하다고 하겠다.

표 2. ρ및 S_x 의 변화에 따른 최적선별검사방식과 기대비용

ρ	S_x	최적선별검사 방식		기대비용
		L^*	U^*	
0.80	0.2	22.764	27.236	4.030
	0.3	22.728	27.272	4.165
	0.4	22.694	27.306	4.298
	0.5	22.660	27.340	4.431
0.83	0.2	22.822	27.178	3.863
	0.3	22.788	27.212	4.000
	0.4	22.754	27.246	4.136
	0.5	22.720	27.280	4.271
0.85	0.2	22.860	27.140	3.746
	0.3	22.826	27.174	3.885
	0.4	22.792	27.208	4.023
	0.5	22.760	27.240	4.159
0.88	0.2	22.912	27.088	3.562
	0.3	22.878	27.122	3.704
	0.4	22.846	27.154	3.844
	0.5	22.814	27.186	3.982
0.90	0.2	22.946	27.054	3.435
	0.3	22.912	27.088	3.577
	0.4	22.880	27.120	3.719
	0.5	22.848	27.152	3.859

4. 결 론

본 논문에서는 검사에서 불합격된 제품을 재작업할 때 기대비용을 최소화하는 전수검사기법에 대해 연구하였다. 품질검사 형태로는 주 품질특성을 직접 측정하는 전수검사와, 대용특성을 이용해 제품을 전수 선별하는 선별검사의 두가지 검사방식을 고려하였다. 검사에서 불합격된 제품은 작업 이전의 상태로 환원될 수 있다고 생각하여, 재작업 받는 제품과 최초 작업에 의해 생산되는 제품의 품질특성은 동일한 확률 분포를 갖는다고 가정하였다. 품질특성이 목표값과 일치하지 않을 때 소비자의 불만으로 인해 발생하는 손실비용, 불합격 제품의 재작업 비용, 그리고 품질검사비용으로 이루어진 비용함수 모형을 설정하였고, 그 기대비용을 최소화 하였다. 대용특성을 이용한 선별검사에서는 주 품질특성과 대용특성 사이의 관계로 상관계수 ρ 를 갖는 이변량 정규분포를 사용하였다. 예제를 통해 분석한 결과 ρ 값이 클수록 그리고 대용특성의 측정비용이 상대적으로 작을수록 대용특성을 이용한 선별검사방식의 기대비용이 감소하게 된다는 것을 알 수 있었다. 그러나 반대의 경우, 즉 ρ 가 작거나 대용특성의 검사비용이 클 때는 주 품질특성을 직접

측정하여 제품의 합격 여부를 판정하는 것이 경제적이라는 결론을 얻을 수 있었다. 최적해를 구하는 과정에서 기대비용함수가 L 과 U 에 대해 아래로 볼록한 단봉함수 임을 증명하였으며, 사용하기 편리하도록(L^*,U^*) 를 구할 수 있는 표를 제시하였다. 이 분야에서의 추후연구과제로는 이변량 정규분포의 모수 $(\mu_x,\mu_y,\sigma_x,\sigma_y,\rho)$ 중 일부 또는 전부를 모르는 경우의 선별검사를 구하는 작업을 생각할 수 있다. 모형구성 및 최적선별검사를 구하는 과정에서 많은 어려움이 있어서 본 논문에서는 이 문제를 고려하지 못하였다. 또한 대용특성이 여러개 있는 경우의 선별검사 방식, 그리고 대용특성을 이용한 샘플링 검사방식 등을 고려할 수 있을 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

[1] Bai, D.S., and Hong, S.H. (1992), "Economic Screening Procedures Using a Correlated Variable with Multidecision Alternatives", Naval Research Logistics 39, pp. 471-485

[2] Bisgaard, S., Hinter, W.G., and Pallesen, L. (1984), "Economic Selection of Quality of Manufactured Product," Technometrics 26, pp. 9-18.

[3] Golhar, D.Y. (1987), "Determination of the Best Mean Contents for a Canning Problem", Journal of Quality Technology 19, pp. 82-84

[4] Golhar, D.Y., and Pollock, S.M. (1988), "Determination of the Optimal Process Mean and the Upper Limit for a Canning Problem", Journal of Quality Technology 20, pp. 188-192

[5] Hong, S.H. (1993), "Economic Design of Screening Procedures under the Constraint on the Proportion of Conforming Items after Screening", Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers 19, pp. 25-35

[6] Hong, S.H., and Lee, M.K. (1994), "Effect of Measurement Error on the Determination of the Optimal Process Mean for a Canning Process", Journal of the Korean Society for Quality Management 22, pp. 41-50.

[7] Hui, Y.V. (1990), "Economic Design of a Complete Inspection Plan for Bivariate Products", International Journal of Production Research 28, pp. 259-265

[8] Hunter, W.G., and Kartha, C.P. (1977), "Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process," Journal of Quality Technology 9, pp. 176-181.

[9] International Mathematical and Statistical Libraries, Inc. (1980), IMSL Library: Reference Manual, Houston: Author.

[10] Kim, S.B., and Bai, D.S. (1992), "Economic Design of One-Sided Screening Procedures Based on a Correlated Variable with All Parameters Unknown", Metrika 39, pp. 85-93.

[11] Tang, J., and Tang, K. (1994), "Design of Screening Procedures: A Riview", Journal of Quality Technology 26, pp.

209-226.

[12] Tang, K. (1987), "Economic Design of a One-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable", Technometrics 29, pp. 477-485

[13] Tang, K. (1988), "Economic Design of Product Specifications for a Complete Inspection Plan", International Journal of Production Research 26, pp. 203-217

[14] Tang, K. (1991), "Design of Multi-Stage Screening Procedures for a Serial Production System", European Journal of Operational Research 52, pp. 280-290

[15] Tang, K. and Schneider, H. (1987), "The Effects of Inspection Error on a Complete Inspection Plan", IIE Transactions 19, pp. 421-428

[16] Tang, K. and Tang, J. (1989), "Design of Product Specifications for Multi-Characteristic Inspection", Management Science 35, pp. 743-756

[17] Turkman, K.F. and Turkman, M.A.A. (1989), "Optimal Screening Methods", Journal of Royal Statistical Society Series B 51, pp. 287-295

부록 1: 식 (6) 을 만족하는 ξ_1^* 의 유일성 증명

$$h(\xi_1) = (\xi_1-\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2 \left\{\Phi(2\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}-\xi_1)-\Phi(\xi_1)\right\} - \int_{\xi_1}^{2\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}-\xi_1}(z_1-\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2\phi(z_1)dz_1, \quad \text{(A1)}$$

라 놓으면, 식 (6) 은 $h(\xi_1)=\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ 이 된다. 한편 $h(\xi_1)$ 을 ξ_1 에 대해 편미분하면

$$\frac{\partial h(\xi_1)}{\partial \xi_1} = 2(\xi_1-\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})\left\{\Phi(2\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}-\xi_1)-\Phi(\xi_1)\right\}, \quad \text{(A2)}$$

이 된다. 그런데 $\xi_1 < \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 일 때 $\left\{\Phi(2\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}-\xi_1)-\Phi(\xi_1)\right\} > 0$ 이므로 식 (A2)는 음의 값을 갖는다. 또한 $\xi_1 > \frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 일 때도 같은 방법에 의해 $\frac{\partial h(\xi_1)}{\partial \xi_1} < 0$ 임을 보일 수 있으며, $\xi_1=\frac{\tau-\mu}{\sigma_y}$ 일 때 $\frac{\partial h(\xi_1)}{\partial \xi_1}=0$ 이다. 이로부터 모든 $-\infty < \xi_1 < \infty$ 에 대해 $\frac{\partial h(\xi_1)}{\partial \xi_1} \le 0$, 즉 $h(\xi_1)$ 은 ξ_1 에 대해 감소함수가 됨을 알 수 있다. 또한 $\lim_{\xi_1\to-\infty} h(\xi_1)=\infty$, $h(\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})=0$, 그리고 $\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}>0$ 이므로, $h(\xi_1)=\frac{R+S_y}{a\sigma_y^2}$ 를 만족하는 ξ_1^* 는 오직 하나만 존재하게 되고, 그 값은 $\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}$ 보다는 작아야 한다는 것을 알 수 있다.

부록 2: 식 (10) 의 유도

$Z_1 = \frac{Y-\mu_y}{\sigma_y},\ Z_2 = \frac{X-\mu_x}{\sigma_x}$ 라 놓고, 식 (9) 를 ETC 에 대해 정리하면

$$ETC = \frac{\int_{y_1}^{y_2}\int_{-\infty}^{\infty}[a\sigma_y^2(z_1-\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y})^2\Psi(z_1,z_2)dz_1dz_2 + R[1-\Phi(\eta_2)+\Phi(\eta_1)]+S_x}{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)}, \tag{A3}$$

이 된다. 단 식 (A3)에서 $\eta_1 = \frac{L-\mu_x}{\sigma_x},\ \eta_2 = \frac{U-\mu_x}{\sigma_x}$ 이고, $\Psi(z_1,z_2)$ 는 (Z_1,Z_2) 의 확률밀도함수로 상관계수 ρ 를 갖는 표준이변량정규분포이다. 또한 $\Psi(z_1,z_2)=\psi(z_1|z_2)\phi(z_2)$ 의 관계식이 성립하고, 여기서 $\phi(z_2)$ 는 표준정규분포, $\psi(z_1|z_2)$ 는 평균 ρz_2, 분산 $1-\rho^2$ 인 정규분포의 확률밀도함수이다. 식 (A3)에서

$$\begin{aligned}
&\int_{y_1}^{y_2}\int_{-\infty}^{\infty} a\sigma_y^2\left(z_1-\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\Psi(z_1,z_2)dz_1dz_2 \\
&= a\sigma_y^2\int_{y_1}^{y_2}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\left(z_1-\rho z_2+\rho z_2-\frac{\tau-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\psi(z_1|z_2)dz_1\right\}\phi(z_2)dz_2 \\
&= a\sigma_y^2\int_{y_1}^{y_2}\left\{(1-\rho^2)+\rho^2(z_2-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2\right\}\phi(z_2)dz_2 \\
&= a\sigma_y^2(1-\rho^2)\ \{\Phi(\eta_2)-\Phi(\eta_1)\} + a\sigma_y^2\rho^2\int_{y_1}^{y_2}(z_2-\frac{\tau-\mu_y}{\rho\sigma_y})^2\phi(z_2)dz_2,
\end{aligned} \tag{A4}$$

이다. 따라서 식 (A4)를 식 (A3)에 대입하면 식 (10)이 성립함을 알 수 있다.