

자원제약조건을 갖는 연속흐름라인에서 Buffer의 할당에 관한 연구*

The Buffer Allocation with Linear Resource Constraints in a Continuous Flow Line

성덕현**, 장수영***, 홍유신***

Deokhyun Seong**, Soo Young Chang***, Yushin Hong***

Abstract

An efficient algorithm is proposed for a buffer allocation in a continuous flow line. The problem is formulated as a non-linear programming with linear constraints. The concept of pseudo gradient and gradient projection is employed in developing the algorithm. Numerical experiments show that the algorithm gives the actual optimal solutions to the problems with single linear constraint limiting the total buffer capacity. Also, even in longer production lines, it gives quite good solutions to the problems with the general linear resource constraints within a few seconds.

1. 서론

연속흐름 생산라인(continuous flow production line)은 대량생산시스템(mass production system)의 모형화에 있어서 중요한 위치를 차지하고 있다. 연속흐름 생산라인은 기계가 직렬로 배치되어 있고, 작업대상물(workparts)은 처음의 기계로 투입되어 최종 기계를 통

과하여 완성될 때까지 모든 기계를 차례대로 통과하도록 되어 있다. 이 때 작업대상물은 원유의 정제과정등에서 볼 수 있는 것처럼 연속적인 흐름을 갖는 특성을 띠게 된다. 이러한 라인에서는 일렬로 배치된 기계들 중 어느 하나만 고장나더라도 생산라인의 성능이 감소될 수 있는데, 하나의 기계의 정지는 결국 모든 라인의 정지로 이어지게 되고 따

* 본 연구는 1993년도 학술진흥재단의 신진연구인력 연구장려금 지원에 의하여 수행된 연구임

** 부산공업대학교 경영학과

*** 포항공과대학교 산업공학과

라서 생산의 손실을 초래하게 됨을 말한다. 그러나 이러한 손실은 기계사이에 완충역할을 할 수 있는 Buffer를 설치함으로써 줄일 수 있는데, Buffer의 역할은 공정중 재고(WIP: work-in-process inventory)를 일시적으로 저장할 수 있는 기능을 갖는다(Buzacott 1967, 1972, Chow 1987, Groover 1980). 따라서 하나의 기계가 수리중일 경우 그 기계의 바로 앞에 위치한 Buffer공간에 여유가 있거나, 혹은 그 기계 바로 다음에 위치한 Buffer에 쌓여 있는 공정중 재고(WIP)는 생산라인을 구성하고 있는 다른 기계로 하여금 생산이 계속되도록 할 수 있다. 그렇지만 기계사이에 Buffer를 설치하는 것은 여러 요인에 의하여 제약을 받게 되는데, 그 중 중요한 것은 Buffer의 설치가 곧 비용을 유발한다는 것으로서 이에선 공간적 제약이라든지 재고유지비용 또는 Buffer설치비용의 과다 등을 들 수 있다. 따라서 Buffer를 최적으로 할당한다는 것은 생산라인의 설계에 있어서 매우 중요한 이슈로 되고 있다.

Buzacott(1967)는 주어진 Buffer의 저장능력에 따라 생산라인의 산출(throughput)에 어떤 영향이 있는지에 관한 초기의 연구를 행한 바 있으며, Sheskin(1976)은 4대의 기계로 구성된 생산라인에 대한 몇가지 산술적인 해(solution)를 제시한 바 있다.

Ho et al.(1979)은 생산라인을 따라 어떤 위치에 추가의 단위Buffer공간을 설치할 경우 그 영향에 관한 연구를 행하였다. 그들은 Simulation을 이용한 방법을 제시한 바, 단위 Buffer증가에 의한 생산율의 변화정도를 기울기(gradient)라는 개념으로 파악하고, 이를 이용하여 Buffer를 할당할 수 있는 유용한 결과

를 도출하였다. 그러나 생산라인의 최적 Buffer할당을 구하기 위해서는 시간이 매우 많이 소요되는 Simulation을 여러번 수행해야 하는 단점이 있다.

생산라인의 산출(throughput)을 최대화하기 위한 Buffer용량의 최적 할당에 관한 동적 계획법(dynamic programming)의 이용이 여러 사람에게 의하여 제시되어 왔다(Kubat and Sumita 1985, Yamashita and Suzuki 1988, Jafari and Shanthikumar 1989). 동적계획법은 그 특성상 목적함수의 순환식(recursive formula)을 필요로 하는데, 3대 이상의 기계로 구성된 생산라인의 산출(throughput)을 목적함수로 설정할 경우 이에 관한 닫힌 형태의 해(closed form solution)를 구하는 것은 불가능하다. 따라서 그들은 목적함수의 닫힌 형태의 해를 구할 수 있는 간이방법론을 제시하고 있는데, 이는 부정확한 결과를 보이고 있다. 더욱이 그들의 연구는 가용 Buffer의 저장능력이 커질 경우 Buffer할당에 관한 문제를 다룰 수 없는 단점이 있다.

Altiok and Stidham(1983)은 생산라인의 가동시 평균이익(average profit)을 극대화할 수 있는 Buffer의 최적 할당에 관한 탐색적 해법을 제시하였다. 그들은 탐색적 해법 중에서도 Cyclic coordinate search방법을 채택하였는데, 탐색방향의 선택시 목적함수의 개선된 방향을 나타낼 수 있는 기울기(gradient)에 관한 개념을 이용하지 않고 있다. 실제 많은 경우 탐색을 진행하는 과정에서 기울기에 관한 정보가 있다면 이를 이용하는 것이 보다 효율적인 탐색이 되고 있음을 볼 수 있다.

Hillier and So(1991)는 균형화된 생산라인(balanced production line)에 있어서 Buffer공

간의 최적 할당시 가공시간의 COV(coefficient of variation)가 어떻게 영향을 미치고 있는가에 관한 연구를 행하였다. 그들은 Buffer의 최적 할당을 찾아가는 과정을 Buffer를 할당할 수 있는 모든 가능한 경우의 수에 대하여 검색하고자 하였으며, 계산상의 복잡성을 피하기 위하여 여러 사람들에 의하여 제시된 연구결과를 바탕으로 고려대상의 경우의 수를 감소시킬 수 있었다. 즉, Muth(1979)와 Yamazaki et al.(1985)등에 의하여 제시된 Reversibility property를 적용함으로써, 생산라인의 산출(throughput)이 극대화될 수 있는 Buffer의 할당은 Reverse shape을 갖는다는 점을 이용하여 고려대상의 수를 줄일 수 있었다. 그러나 이러한 특성은 생산라인이 균형화된 경우에만 적용이 가능하게 된다.

최근들어 Seong(1993)과 Seong et al.(1995)은 기존의 연구에서 다룰 수 없었던 비균형 생산라인(unbalanced production line)에 있어서 가용Buffer의 능력이 한정되어 있을 경우 Buffer할당을 위한 효율적인 해법을 개발하였다. 그들은 탐색적 기법을 이용하였으며 탐색의 과정중에 목적함수의 유사기울기(pseudo gradient)에 관한 개념을 제시하였는데, 그들이 다룬 Buffer할당에 관한 문제는 가능해(feasible solution)가 정수값(integer value)을 갖는 경우이다. 또한 할당된 Buffer의 총량은 일정하다는 전제를 충족시킬 수 있도록 교환 벡터(exchange vector) 개념을 제시함으로써 효율적인 탐색의 과정을 거칠 수 있었다.

이상에서와 같이 Buffer의 최적 할당에 관한 연구는 대부분 다음의 특징을 갖는 문제를 다루고 있다.

1) 목적함수로서는 생산라인의 산출(through-

put)의 최대화

2) 제약조건은 단 하나의 조건으로서 가용 Buffer의 양이 한정되어 있다.

본 연구에서는 n대의 기계로 구성된 연속 흐름라인을 대상으로 하여 목적함수로서는 평균순이익(average net profit)의 최대화로 하고, 제약조건으로서 Buffer용량의 선형조합(linear combination)이 상·하한을 갖는 일반화된 제약조건을 갖는 Buffer의 할당문제를 다루고자 한다. 이 경우 순이익(net profit)은 생산라인으로부터 산출되는 산출물에 대한 생산비용과 판매비용, 그리고 공정중 재고로부터 유발되는 재고유지비용(inventory holding cost)으로부터 계산이 가능하다. 특히, 생산라인을 구성하는 각각의 기계의 모수(parameters)와 Buffer용량이 주어질 경우 생산라인의 산출과 평균 재고수준(average inventory level)은 기존에 개발된 해법(Glassey and Hong 1993)을 이용하고자 한다.

2. 연속 흐름 생산 라인

다음의 (그림 1)에서 보는 바와같이 연속 흐름 생산라인은 직렬로 배치된 n대의 기계(M_1, M_2, \dots, M_n)와 각각의 기계사이에 한정된 저장능력(K_1, K_2, \dots, K_{n-1})을 갖는 (n-1)개의 Buffer(S_1, S_2, \dots, S_{n-1})로 구성되어 있다. 여기에서 연속흐름라인의 특성상 작업 대상물은 연속적으로 흘러가는 것으로 가정하고, 또한 Buffer S_i 의 저장능력 K_i 는 연속적인 값(continuous value)을 갖는 것으로 가정한다.

어떤 순간에 있어서 생산라인에 속한 기계 M_i 의 상태는 다음 4가지 중의 하나로서 작동중(operational), 수리중(under repair), Block-

ing, 그리고 Starvation의 상태에 있게 된다. 여기에서 Blocking이란 어떤 기계에서 가공을 끝낸 후 작업대상물을 다음 Buffer로 보내고자 하였으나 그 Buffer가 꽉 차 있는 경우 작업대상물을 보낼 수 없어 작업이 중단되는 경우를 말하며, Starvation이란 어떤 기계가 작동가능상태에 있지만 작업대상물이 없어 가공을 할 수 없는 경우를 말한다.

생산라인에 속한 모든 기계는 다음의 세가지 모수(parameters)에 의하여 특징지워질 수 있으며, 본 연구에서는 다음과 같이 정의하고자 한다.

λ_i : 기계 M_i 의 고장율(failure rate),
 $i=1, \dots, n$

μ_i : 기계 M_i 의 수리율(repair rate),
 $i=1, \dots, n$

ρ_i : 기계 M_i 의 생산율(processing rate),
 $i=1, \dots, n$

K_i : Buffer S_i 의 저장능력(storage capacity),
 $i=1, \dots, n-1$

추지는 않는 것으로 한다.

- Blocking의 발생과정은 Dallery and Gershwin(1991)에서 정의된 바와 같이 BAS (blocking-after-service)를 따르는 것으로 한다. 즉, 기계가 작업을 끝내고 난 후에 Blocking상태가 올 수 있음을 말한다.

- Blocking이나 Starvation 상태에 있는 기계는 작업이 가능한 상태임에도 불구하고 작업을 할 수 없는 경우이므로 고장이 발생하지 않는 것으로 한다.

- 기계에 고장이 발생할 경우 수리를 위한 공구나 설비는 즉시 투입이 가능하여 수리 작업이 지연됨이 없이 개시되는 것으로 한다.

이 외에 또다른 현실적인 가정으로서 각각의 기계는 작동중에 무작위(random)로 고장이 발생한다는 것과, 기계에 고장이 발생하면 무작위의 시간(random amount of time)을 요하는 수리에 들어가는 것으로 한다.

본 연구에서는 각각의 기계가 고장이 발생

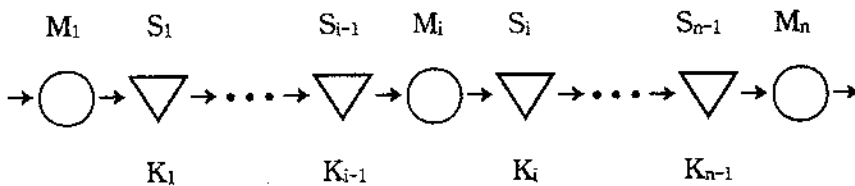


그림 1. n대의 기계로 구성된 흐름생산라인

생산라인의 작동과 관련하여 본 연구에서는 다음과 같은 가정을 하고 있다.

- 생산라인에 투입되는 작업대상물의 원재료 공급과 최종 완성된 제품에 대한 수요는 무한한 것으로 한다. 즉, 원재료의 부족이나 수요의 부족으로 인하여 생산라인이 멈

는 간격(time between failure)과 수리시간(time to repair)은 모수(parameter)를 알 수 있는 지수분포(exponential distribution)를 따르는 것으로 가정하였다. 또한 기계의 가공시간(processing time)은 연속흐름 생산라인에서 일반적으로 받아들여질 수 있는 형태로

서, 각각의 기계의 가공시간이 모두 동일한 것으로 한다. 이 가정은 Dallery and Gershwin (1991)에서 사용된 것처럼 생산라인이 동기화(synchronized)되어 있음을 의미한다.

3. 최적 Buffer의 할당

3.1 개요

Buffer의 할당에 관한 일반적인 형태는 자원(resource)의 제약이 일반화된 선형의 결합 형태(linear combination)를 띠고 있으며, 목적 함수로서는 단위시간당 평균이익(average profit per unit time)을 최대화하는 형태를 갖는 것으로 볼 수 있다. 이러한 Buffer할당의 문제를 다음과 같은 구조를 갖는 수리적 형태로 표현할 수 있으며, 본 연구에서는 일반화된 Buffer할당문제를 GOBAP(generalized optimal buffer allocation problem)이라 하기로 한다.

$$\begin{aligned} \text{GOBAP : } & \max_{\mathbf{K}} f(\mathbf{K}) \\ & \text{st } \mathbf{AK} \leq \mathbf{a} \\ & \mathbf{BK} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{K} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

여기서 $f(\mathbf{K}) = (\mathbf{R}-\mathbf{C}) \mathbf{E}(\mathbf{K}) - \mathbf{H} \mathbf{N}(\mathbf{K})$

$\mathbf{E}(\mathbf{K})$: Buffer의 용량이 \mathbf{K} 일 경우 안정상태(steady state)에서의 단위시간당 산출(throughput)

$\mathbf{N}(\mathbf{K})$: 각 Buffer에 쌓이는 평균재고수준으로서 $(n-1)$ 벡터

\mathbf{R}, \mathbf{C} : 생산물 단위당 판매가 및 생산비용

\mathbf{H} : 각각의 Buffer에서의 단위시간당 단위 재공에 대한 재고유지비용

$$(\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{n-1})$$

\mathbf{K} : 할당된 Buffer의 양 $(= (K_1, \dots, K_{n-1})^t)$

\mathbf{A} : $m \times (n-1)$ 행렬

\mathbf{B} : $l \times (n-1)$ 행렬

\mathbf{a}, \mathbf{b} : m 및 l 벡터

Buffer할당문제인 GOBAP은 두가지 구성요소인 목적함수와 제약조건으로 구성되어 있는데, 목적함수의 특징은 제약조건이 없는 경우에 있어서도 정확한 해를 구할 수 없을 뿐만 아니라 닫힌 형태의 해(closed form solution)로 표현할 수도 없다. 그렇지만 과거의 연구결과에 의하면(Glassey and Hong 1993) 임의의 Buffer할당인 \mathbf{K} 가 주어질 경우 n 대의 기계로 구성된 생산라인의 산출인 $\mathbf{E}(\mathbf{K})$ 와 평균재고수준인 $\mathbf{N}(\mathbf{K})$ 를 근사적으로 구할 수 있음이 밝혀졌다. 이상에서의 결과로 볼 때 GOBAP은 선형의 제약식과 비선형의 목적함수를 갖는 유형의 문제로 분류될 수 있으며, 이러한 경우 흔히 비선형 탐색(non-linear search)방법에 의하여 해를 구하게 된다.

3.2 해법

본 연구에서는 GOBAP을 해결하기 위하여 Gradient projection방법을 이용하고자 한다. 그러나 GOBAP의 목적함수가 닫힌 형태(closed form)로 표현될 수 없으므로 본 연구에서는 목적함수의 기울기를 근사적으로 나타낼 수 있는 유사기울기(pseudo gradient)의 개념을 도입함으로써 GOBAP을 효율적으로 해결하고자 한다.

해법의 개발을 위하여 우선 목적함수인 n 대의 기계로 구성된 생산라인의 성능평가는 Glassey and Hong(1993)에 의하여 개발된 해

법을 이용하고자 한다. Glassey and Hong (1993)의 해법은 Gershwin(1987)에 의하여 제시된 분해법(decomposition method)에 근거하고 있다. 다음으로 Gradient projection method(Bazaraa and Shetty 1979)를 적용하기 위하여 목적함수의 기울기가 필요한데, 목적함수의 기울기를 정확히 산출하기는 불가능하므로 유사기울기 g 를 이용하여 근사적으로 접근하고자 한다. 즉, g 는 n 대의 기계로 구성된 생산라인과 분해된 라인과의 관계(부록 A 참조)를 이용하여 다음의 식에서와 같이 닫힌 해를 갖는 형태로 표현할 수 있다.

$$g = (g_1, g_2, \dots, g_{n-1}) \quad (\text{식 1})$$

$$g_i = \frac{\partial f(K)}{\partial K_i} \approx (R-C) \frac{\partial E_i(K)}{\partial K_i} - h_i \frac{\partial N_i(K)}{\partial K_i}$$

여기에서 $E_i(K)$ 와 $N_i(K)$ 는 (부록 B)에서와 같이 분해된 i 번째 생산라인의 안정상태에서의 산출(throughput)과 평균재고수준(average inventory level)을 나타낸다.

다음은 GOBAP의 해법에 관한 절차를 나타내고 있다.

단계 0. (초기화)

GOBAP의 최초 Buffer할당 K^1 을 가능해의 영역내에서 $AK^1 \leq a$ 와 $BK^1 = b$ 를 만족할 수 있도록 선택한다. 최초의 Buffer할당인 K^1 은 선형계획법(linear programming)의 Phase I을 이용하여 구할 수 있다.

여기에서 A^t 와 a^t 는 다음의 두가지 조건을 각각 만족하는 (A_1^t, A_2^t) 와 (a_1^t, a_2^t) 로 분리할 수 있다.

$$A_1 K^1 = a_1$$

$$A_2 K^1 \leq a_2$$

해법의 단계의 횟수를 표시하는 s 의 값을 1로 하고 다음의 (단계 1)로 간다.

단계 1.

$M^t = (A_1^t, B^t)$ 로 하고 M^t 이 비어있으면(vacuous) $P=I$ 로 한다. 여기에서 I 는 $(n-1) \times (n-1)$ 의 단위행렬이다. 만약 M^t 이 비어있지 않다면 $P = I - M^t(MM^t)^{-1}M$ 으로 한다.

$d^s = -Pg(K^s)$ 라 한다. 만약 $d^s \neq 0$ 이면 다음의 (단계 2)로 간다. $d^s = 0$ 일 경우 M^t 이 비어있으면 여기에서 단계를 멈추고, M^t 이 비어있지 않으면 $w = -(MM^t)^{-1}Mg(K^s)$ 라 하고 $w^t = (u^t, v^t)$ 라 한다.

만약 $u \geq 0$ 이면 K^s 는 Kuhn-Tucker 조건을 만족하는 해이므로 K^s 를 최적의 Buffer할당으로 하여 해법을 중지한다. $u \not\geq 0$ 이면 u 를 구성하는 원소중에서 음의 값을 갖는 요소를 선택하여 u_j 라 한다. 다음에 A_1 행렬에서 u_j 에 해당하는 열(row)을 삭제한 후 (단계 1)을 반복한다.

단계 2.

다음의 선형탐색문제를 구성하고 θ^s 를 그 문제에 대한 최적해(optimal solution)로 한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & f(K^s + \theta d^s) \\ \text{st} \quad & 0 \leq \theta \leq \theta_{\max} \end{aligned}$$

여기에서 θ_{\max} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\theta_{\max} = \begin{cases} \text{minimum}\{\bar{b}_i/\bar{d}_i : d_i > 0\}, & \bar{d} \leq 0 \\ \infty, & \bar{d} \leq 0 \end{cases}$$

$$\bar{b} = a_2 - A_2 K^s$$

$$\bar{d} = A_2 d^s$$

$K^{s+1} = K^s + \theta^s d^s$ 라 하고 A^t 와 a^t 는 다음을 만

족하는 (A_1^t, A_2^t) 와 (a_1^t, a_2^t) 로 분해될 수 있는 것으로 한다.

$$A_1 K^{s+1} = a_1$$

$$A_2 K^{s+1} < a_2$$

s를 s+1로 대치하고 (단계 1)로 돌아가 반복한다.

4. 결과 및 토의

개발된 해법의 정확도를 평가하기 위하여 우선 본 연구에서는 목적함수가 단지 생산라인의 산출(throughput)로만 구성되어 있고, 제약조건은 사용가능한 Buffer의 총량이 유한하게 정해져 있다는 단 하나의 조건만으로 구성된 Buffer의 할당문제를 이용하여 검증하고자 한다. 이러한 생산라인의 경우 최적의 Buffer할당은 생산라인의 최적특성(optimal properties)을 갖기 때문에 개발된 해법의 정확성을 검증하기가 용이하기 때문이다. 이와 같은 특수한 경우의 생산라인에 있어서 할당된 Buffer가 갖는 최적 특성으로서는 가역성(reversibility), 대칭성(property of symmetry), 그리고 접시현상(bowl phenomena)등이 제시되어 왔으며, 할당된 Buffer가 이러한 특성들을 갖는지의 여부에 의하여 최적해인지를 판단할 수 있게 된다. 실제 목적함수와 제약조건이 일반화된 GOBAP의 경우 기존의 연구가 없기 때문에 개발된 해법의 정확도를 비교하기가 곤란하다.

다음의 (표 1)과 (표 2)에서는 각각 실험 대상의 문제와 그 문제에 대한 Buffer할당의 결과를 나타내고 있다. 결과를 표현하는데 있어 본 연구에서 고려하고 있는 연속흐름생산라인의 할당된 Buffer는 연속적인 값을 가짐

에도 불구하고 표현의 용이성을 위하여 Buffer의 크기는 정수값을 이용하여 나타내었다. 따라서 GOBAP의 해가 실수값으로 얻어지는 경우 그 값에 가까운 두 개의 정수값을 이용하여 목적함수의 값을 비교함으로써 최적의 해를 정수로 나타내었다.

다음의 (표 2)에서와 같이 Case 1과 Case 2의 경우 생산라인의 특성상 Muth(1979)와 Yamazaki et al.(1985)등이 제시한 가역성(reversibility)이 유지되고 있음을 볼 수 있다. 즉, 최적 Buffer할당의 경우 할당된 Buffer K에 대하여 Buffer의 순서가 완전히 뒤바뀐 경우에도 동일한 산출을 나타낸다는 특성을 말한다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$E(K_1, K_2, \dots, K_{n-1}) = E(K_{n-1}, K_{n-2}, \dots, K_1)$$

Case 3과 Case 4의 경우 생산라인을 구성하는 모든 기계가 동일한 고장율과 수리율을 갖기 때문에 할당된 Buffer는 역접시형태(reverse bowl shape)를 띠 것으로 예상되며, 개발된 해법의 결과는 이를 만족하고 있음을 보여주고 있다. Hillier and So(1991)는 이러한 현상과 관련하여 사용가능한 Buffer의 총량이 의사결정변수인 경우 할당된 Buffer는 뒤바뀐 접시형태(inverted bowl pattern)를 띠게 된다고 하였으며, 이를 Storage bowl phenomena라 명명하였다. 또한 본 연구결과에서는 할당된 Buffer가 $K_j = K_{n-j}, j=1, \dots, n-1$ 이 성립함으로써 대칭성(property of symmetry)이 유지되고 있음을 확인할 수 있었다.

이상에서와 같이 본 연구를 통하여 개발된 해법은 주어진 Buffer할당문제에 대하여 최적의 특성을 갖는 해를 제시하고 있음을 보여주고 있다. 실제 최적해와의 비교를 위하여 본 연구에서는 (표 1)에 제시된 문제에 대하

여 정수값을 갖는 모든 Buffer할당의 경우를 Enumeration을 수행하였으며, 그 결과 또한 (표 2)에 나타내었다. (표 2)의 결과에 의하면 주어진 문제에 대하여 개발된 해법은 최적해를 제공하고 있음을 볼 수 있다.

표 1. Cases 1-4에서의 기계특성 모수

Case	n	e ^t K	(λ _i , μ _i , ρ _i), i=1, ..., n-1
1	5	5	(2, 6, 1) (2, 7, 1) (3, 7, 1) (2, 8, 1) (5, 9, 1)
2	5	5	Reverse of Case 1
3	5	12	(2, 7, 1) for i=1, ..., n-1
4	4	12	(1, 9, 1) for i=1, ..., n-1

주) e : Unit column vector

표 2. Cases 1-4의 결과

Case	n	e ^t K	Solution by algorithm		Optimal allocation
			K*	E(K*)	
1	5	5	(1, 1, 2, 1) ^t	0.5180	(1, 1, 2, 1) ^t
2	5	5	(1, 2, 1, 1) ^t	0.5180	(1, 2, 1, 1) ^t
3	5	12	(2, 4, 2, 2) ^t	0.6453	(2, 4, 4, 2) ^t
4	4	12	(4, 4, 4) ^t	0.8467	(4, 4, 4) ^t

다음으로는 개발된 해법이 Buffer할당의 일반적인 문제인 목적함수와 제약조건이 GOBAP의 일반적인 특성을 갖는 경우에 있어서 잘 적용될 수 있는지를 검증하고자 하며, 이를 위하여 다음의 두가지 경우(Case 5 와 Case 6)의 문제를 구성하였다.

Case 5의 문제는 다음의 (표 3)에서 나타난 바와 같이 10대의 기계로 구성된 생산라인에서 목적함수는 산출의 최대화로 설정하였으며, 제약조건으로서는 할당된 Buffer의

선형조합이 하한치(lower bound)를 갖는 경우와 함께 일정한 경우(equality property)를 동시에 갖는 문제로 구성하였다. 따라서 목적함수의 특성상 R-C=1과 모든 h₁=0의 값을 갖게 된다. 이와같이 구성된 일반화된 Buffer할당의 문제에 대해서도 개발된 해법은 효율적으로 해를 구할 수 있음을 보여주고 있다(표 3 참조).

표 3. Cases 5의 기계모수 및 결과

구 분	내 용
문제의 구성	n=10, a=-20, b=(200,0,60) ^t A=(0,-2,0,0,0,-5,7,0,0)
	$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
결 과	λ=(0,2,0,1,0,1,0,1,0,2,0,1,0,2,0,3,0,1,0,1) μ=(0,8,0,8,0,7,0,2,0,3,0,2,0,7,0,6,0,7,0,9)
	K*=(51,2,6,51,64,15,8,3,0) ^t N*=(49.7,1.6,5.0,38.3,14.2,4.3,4.0,0.7,0) ^t E*=0.5951

다음의 Case 6은 보다 일반화된 GOBAP의 형태를 보이고 있다. (표 4)에서 보는 바와 같이 Case 6에서는 목적함수를 구성하는 비용이 여러가지로 변화하는 경우의 해를 나타내고 있다. 예를 들면 Case 6-a에서와 같이 R=2, C=1, H=(0,0,0)의 값을 갖는 경우 초기의 Buffer할당을 K=(30,30,30,10)^t로 했을 때 개발된 해법에 의한 최적 Buffer할당은 K*=(21,29,29,21)^t로 됨을 볼 수 있으며, 그때의 목적함수의 값인 단위기간당 이익은 0.3942임을 볼 수 있다. Case 6의 다른 예에

표 4. Cases 6의 결과

Case	R	C	h_i	Solution ^{주)}	K^*	$E(K^*)$	N^*	f^*
6-a	2	1	0.0	Optimal	(21,29,29,21) ^t	0.3942	(13,15.1,13.9,8) ^t	0.3942
				Algorithm	(21,29,29,21) ^t	0.3942	(13,15.1,13.9,8) ^t	0.3942
6-b	20	10	0.05	Optimal	(1,11,18,70) ^t	0.3119	(0.56,3.5,3.9,5.2) ^t	2.4657
				Algorithm	(0,20,34,46) ^t	0.3215	(0,4.6,5.3,5.7) ^t	2.4415
6-c	50	10	0.05	Optimal	(14,26,31,39) ^t	0.3881	(8.1,11.1,11.6,9.1) ^t	13.5323
				Algorithm	(14,25,30,31) ^t	0.3871	(8.1,10.7,10.9,9.3) ^t	13.5298
6-d	20	10	0.10	Optimal	(0,3,8,89) ^t	0.2611	(0,1.1,1.7,2.9) ^t	2.0414
				Algorithm	(0,1,28,71) ^t	0.2589	(0,0.3,2.7,2.8) ^t	2.0116
6-e	50	10	0.10	Optimal	(7,23,32,38) ^t	0.3678	(3.9,7.8,8.6,8.5) ^t	11.8333
				Algorithm	(7,23,32,38) ^t	0.3678	(3.9,7.8,8.6,8.5) ^t	11.8333
6-f	50	10	0.01	Optimal	(20,28,29,23) ^t	0.3940	(12.3,14.1,13.2,8.4) ^t	15.2808
				Algorithm	(20,27,29,24) ^t	0.3938	(12.3,13.5,12.9,8.6) ^t	15.2779

주) Solution - Optimal : Enumeration에 의한 최적해
 - Algorithm : 개발된 해법에 의한 해

서는 생산비용과 최종 완성품에 대한 판매가가 고정되어 있을 경우 재고유지비용의 증가에 따라 생산라인의 평균 재고수준이 낮아지는 현상을 볼 수 있는데, 이는 일반적인 개념과도 일치하는 결과이다(Case 6-b와 Case 6-d의 경우, Case 6-c와 Case 6-f의 경우).

문제의 규모가 커지는 경우에 있어서도 수 초 이내에 결과를 제시하고 있음을 볼 수 있으며, 따라서 제시된 해법은 GOBAP을 효율적으로 해결할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

$$\begin{aligned}
 \text{Case 6. } \max f(\mathbf{K}) &= (R-C)E(\mathbf{K}) - \mathbf{HN}(\mathbf{K}) \\
 \text{st } B &= (1,1,1,1) \\
 b &= 100, n=5, \mathbf{K} \geq 0 \\
 \lambda_i = \mu_i &= 0, i=1, \dots, 5 \\
 R &= 40, C=15 \\
 h_i &= 0.03, i=1, \dots, 4
 \end{aligned}$$

본 연구를 통하여 개발된 해법은 FORTRAN으로 Coding되어 SUN Workstation (SPARC 10)에서 수행하였다. 개발된 해법은

본 연구에서는 n대의 기계로 구성된 연속 흐름생산라인의 설계시 Buffer용량의 선형조합(linear combination)이 상·하한의 값을 갖는 경우 생산라인의 가동에 의한 평균 순이익을 최대화할 수 있도록 Buffer의 최적할당에 관한 해법을 개발하였다.

Buffer할당의 문제는 비선형의 목적함수와 선형의 제약조건을 갖는 형태로 구성되므로 본 연구에서는 비선형 탐색기법중의 하나인

Gradient projection method를 적용하였으며, 이를 위하여 유사기울기(pseudo gradient)를 기발하였다. 유사기울기를 이용하여 탐색의 과정중에 보다 나은 탐색방향의 설정과 그 방향으로의 Projection이 가능하였다. 유사기울기는 분해법(decomposition method)을 이용하여 원래의 생산라인과 분해된 라인과의 관계로부터 근사적으로 도출하였다.

실험적 결과에 의하면 개발된 해법은 사용 가능한 Buffer의 저장능력의 합이 일정한 경우의 문제에 대하여 최적해를 제공할 수 있음을 볼 수 있다. 또한 제약조건이 일반화된 문제에 대해서도 좋은 해를 구할 수 있음을 보이고 있다. 더우기 Buffer할당문제를 해결하기 위한 계산시간은 본 연구에서 설정한 모든 문제에 대하여 수초의 시간만을 필요로 함으로써 개발된 해법이 상당히 효율적임을 볼 수 있다. 실제 Buffer의 할당을 정수값을 갖는 것으로 한정할 경우 Enumeration에 의한 최적해의 도출은 사용가능 Buffer의 양이 증가함에 따라 계산시간이 길어지게 되므로 본 연구에서 개발된 해법이 유용할 것으로 판단된다.

본 연구에서는 연속흐름생산라인을 대상으로 하였으므로 제약조건이 일반화된 경우에도 해법의 개발이 가능하였다. 그러나 작업 대상물이 단속적(discrete)인 특성을 갖는 경우에는 Buffer의 저장능력은 정수값을 갖게 되고, 따라서 제약조건이 일반화된 경우 본 연구에서 개발한 해법의 적용은 곤란하게 된다. 따라서 향후 이에 대한 연구가 필요할 것으로 판단된다.

References

- [1] Altiok, T. and Stidham, Jr.S. (1983), The allocation of interstage buffer capacities in production lines, *IIE Transactions*, 15/4, 292-299.
- [2] Bazaraa, M.S. and Shetty, C.M. (1979), *Non-linear Programming*, John Wiley & Sons, Inc.
- [3] Buzacott, J.A. (1967), Automatic transfer line with buffer stocks, *Int. J. Prod. Res.* 5/3, 183-200.
- [4] Buzacott, J.A. (1972), The effect of station breakdown and random processing times on the capacity of flow-line with in-process storage, *AIIE Transactions* 4/4, 308-312.
- [5] Chow, W. (1987), Buffer capacity analysis for sequential production lines with variable processing times, *Int. J. Prod. Res.*, 25/8, 1183-1196.
- [6] Dallery, Y. and Gershwin, S.B. (1991), "Manufacturing flow line systems : a review of models and analytical results," LMP-91-002, Laboratory for Manufacturing and Productivity, MIT, USA.
- [7] Gershwin, S.B. (1987), An efficient decomposition method for the approximate evaluation of tandem queues with finite storage space and blocking, *Operations Research* 35/2, 291-350.
- [8] Glassey, C.R. and Hong, Y. (1986), "The analysis of behavior of an unreliable two-stage automatic transfer line with inter-

- stage buffer storage," Tech. report, Dept. of Ind. Eng. and Oper. Res., Univ. of California, Berkeley, CA.
- [9] Glassey, C.R. and Hong, Y. (1993), Analysis of behavior of an unreliable n-stage transfer line with $(n-1)$ inter-stage storage buffers, *Int. J. Prod. Res.*, 31/3, 519-530.
- [10] Groover, M.P. (1980), *Automation, Production Systems, and Computer Aided Manufacturing*, Prentice-Hall, Inc., NJ.
- [11] Hillier, F.S. and So, K.C. (1991), The effect of the coefficient of variation of operation times on the allocation of storage space in production line systems, *IIE Transactions*, 23/2, 198-206.
- [12] Ho, Y.C., Eyler, M.A., and Chien, T.T. (1979), A gradient technique for general buffer storage design in a production line, *Int. J. Prod. Res.*, 17/2, 557-580.
- [13] Jafari, M.A. and Shanthikumar, J.G. (1989), Determination of optimal buffer storage capacities and optimal allocation in multistage automatic transfer lines, *IIE Transactions*, 21/2, 130-135.
- [14] Kubat P. and Sumita, U. (1985), Buffers and backup machines in automatic transfer lines, *Int. J. Prod. Res.*, 23/6, 1259-1270.
- [15] Muth, E.J. (1979), The reversibility property of production lines, *Management Science* 25/2, 152-158.
- [16] Seong, D. (1993), An optimal design for a flow-shop production line, Ph.D Dissertation, Dept. of IE, POSTECH, Korea.
- [17] Seong, D., Hong, Y., and Chang, S.Y. (1995), Heuristic algorithms for buffer allocation in a production line with unreliable machines, *Int. J. Prod. Res.* 33/7, 1989-2006.
- [18] Sheskin, T.J. (1976), Allocation of interstage storage along an automatic production line, *AIIE Transactions*, 8/1, 146-152.
- [19] Yamashita, H. and Suzuki, S. (1988), An approximate solution method for optimal buffer allocation in serial n-stage automatic transfer lines, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 54C, 1362-1369.
- [20] Yamazaki, G., Kawashima, T., and Sakasegawa, H. (1985), Reversibility of tandem blocking systems, *Management Science* 31/5, 78-83.

부록 A. 분해법에 의한 생산라인의 구성

$M_1(i)$: Buffer S_1 를 중심으로 S_1 의 상부(upstream)의 생산라인(집합기계)
 $= (M_1, S_1, \dots, S_{i-1}, M_{i-1})$

$M_2(i)$: Buffer S_i 를 중심으로 S_i 의 하부(downstream)의 생산라인(집합기계)
 $= (M_i, S_{i+1}, \dots, S_{n-1}, M_n)$

$\lambda_j(i)$: 집합기계 $M_j(i)$ 의 고장율(failure rate), $i=1, \dots, n-1, j=1,2$

$\mu_j(i)$: 집합기계 $M_j(i)$ 의 수리율(repair rate), $i=1, \dots, n-1, j=1,2$

$\rho_j(i)$: 집합기계 $M_j(i)$ 의 생산율(processing rate), $i=1, \dots, n-1, j=1,2$

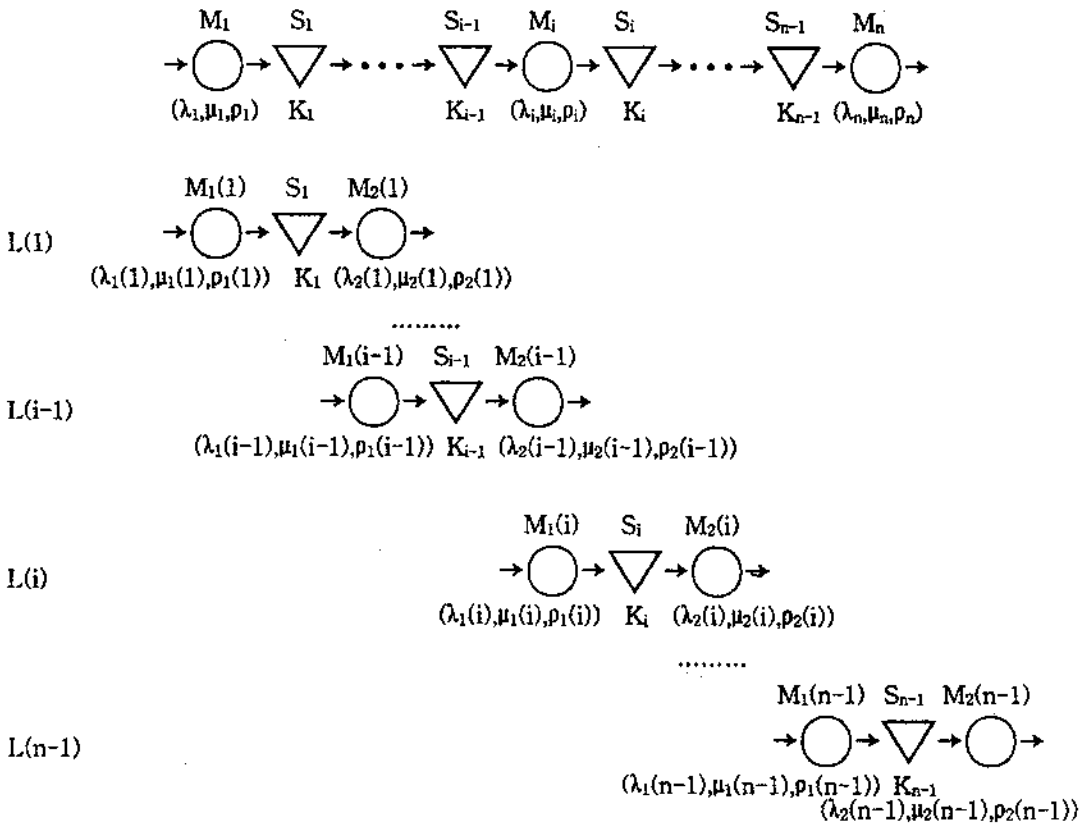


그림 2. 생산라인의 분해

부록 B. 두 대의 기계로 구성된 생산라인의 분석

Glassey and Hong(1986)은 두 대의 기계와 기계사이의 Buffer로 구성된 연속흐름생산라인의 산출과 평균재고수준을 닫힌 형태의 해(closed form solution)로 표현하였다. 다음의 (그림 3)에서와 같이 두 대의 기계로 구성된 생산라인에서 기계 M_1 의 고장율(failure rate), 수리율(repair rate), 그리고 생산율(production rate)을 각각 λ_1, μ_1, ρ_1 라 하고($i=1,2$), Buffer S의 저장능력을 K라 할 경우 Glassey and Hong(1986)의 결과는 다음과 같이 표현할 수 있다.

i) $\lambda_1\mu_2 = \lambda_2\mu_1$ 의 경우

$$E(K) = \frac{\rho_1}{T} \left\{ \frac{1}{\lambda_1} + \frac{\lambda_2 + \mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} K \right\} \tag{B1}$$

$$N(K) = \frac{\rho_1}{T} \left\{ \frac{(\lambda_2 + \mu_2)^2}{2\mu_2(\lambda_1 + \lambda_2)} K^2 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2}{\mu_1(\lambda_1 + \lambda_2)} K \right\} \tag{B2}$$

여기에서

$$T = \frac{2}{\mu_1} + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{(\lambda_1 + \mu_2)^2}{\mu_2(\lambda_1 + \lambda_2)} K$$

ii) $\lambda_1\mu_2 \neq \lambda_2\mu_1$ 의 경우

$$E(K) = \frac{\rho_1}{T} \left[\frac{1}{\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1} \left\{ \mu_2 - \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1} e^{-rK} \right\} \right] \tag{B3}$$

$$N(K) = \frac{\rho_1}{T} \left\{ \frac{\lambda_2(\mu_1 + \mu_2)}{(\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1)^2} (1 - e^{-rK}) - \frac{\lambda_2\mu_1(\lambda_2 + \mu_2)}{\lambda_1\mu_2(\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1)} K e^{-rK} \right\} \tag{B4}$$

여기에서 $T = \frac{1}{\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1} \left\{ \frac{\mu_2(\lambda_1 + \mu_1)}{\mu_1} - \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1\mu_2} (\lambda_2 + \mu_2) e^{-rK} \right\}$

$$r = (\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1) \left\{ \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} \right\}$$

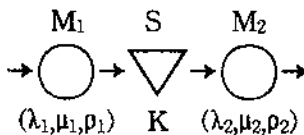


그림 3. 두 대의 기계로 구성된 생산라인