Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.21, No.4, December, 1995

사용환경의 변화에 대한 최적예방교환정책

Optimal Preventive Replacement Policies for a Change of Operational Environment

공 명 복*

M.B. Kong*

Abstract

The failure rate of an item depends on operational environment. When an item has a chance failure period and a wearout failure period in sequel, the severity of operational environment causes the increase in the slop of wearout failure rate or the increase in the magnitude of chance failure rate. For such a change of operational environment, this paper concerns the change of optimal preventive replacement time. Two preventive replacement policies, age replacement policy and periodic replacement policy with minimal repair, are considered. Investigated properties are: (a) In age replacement policy, optimal preventive replacement time increases as the chance failure rate increases and optimal preventive replacement time decreases as the slope of wearout failure rate increases, and (b) in periodic replacement policy with minimal repair, optimal preventive replacement time increases as the slope of wearout failure rate increases; however, the change of chance failure rate does not alter the optimal preventive replacement time.

1. 서론

사용 중 발생하는 제품의 고장은 많은 비용과 위험을 수반하기 때문에 사용 중 발생하는 고장의 가능성을 일정 수준으로 감소시키기 위한 예방보전정책은 중요한 연구분야가 되었다.

제품의 고장은 크게 초기고장, 우발고장, 마모고장으로 나눌 수 있으며 각각의 경우 제품의 사용시간에 따라 감소, 일정, 증가하는

* 울산대학교 산업공학과

고장률곡선을 가지므로 사용시간에 따라 이들을 그리면 욕조모양의 고장률곡선이 그려진다. 그러나 초기고장기간은 제품이 출하되기 이전으로 이때의 고장원인은 제거되어 출하되므로 제품을 소비자가 실제 사용하는 환경에서는 시간의 경과에 따라 우발고장과 마모고장을 이룬다. 그런데 똑같은 제품이라도 소비자에 따라서 사용환경이 다르므로 예방보전도 달리하여야 한다. 왜냐하면 소비자가 악조건에서 사용해야 할 경우와 매우 좋은 조건에서 사용할 경우에 이들 고장률이 다르게 나타나기 때문이다.

예방보전모형에 대하여 지금까지 많은 연구가 있었다[11]. 특히 수명교환정책과 수리사용후 교환정책은 예방보전에 관한 최초의 모형이며 널리 사용되고 있다[1]. 이후 수명교환정책에 대하여 관련비용과 고장분포의 평균과 분산이 주어졌을 때 최적 예방교환시점을 찾을 수 있는 그래프도 개발되어 수명교환정책 모형의 응용이 확장되었다[4]. 또한 총시험시간 타점 그래프를 이용하여 수명교환정책에 대하여 최적 예방교환시점을 찾는 방안도 연구되었다[3]. 한편 보전정책을 비교한 것으로써 수명교환정책, 일제교환정책, 예방교환없이 고장에 대해서만 교환하는 고장교환정책에 대해서 고장교환비용을 같게 놓고 예방교환비용에 따라 최소비용정책을 선택하는 조건에 대한 연구도 있다[2]. 그런데 위에 언급한 모든 연구는 사용환경에서 주어진 증가고장률을 가지는 마모고장기간만을 고려하고 있다. 그러나 제품은 실제 사용환경에서 우발고장기간과 이어서 마모고장기간을 가지므로 일정한 고장률에 이어서 증가고장률을 가진다고 가정하고 예방보전에 대한 문제를 다루어야한다. 따라서 이 경우에 예방교환시점은 우발고장기간 이후에 나타난다는 직관적 사실에 근거하여 우발고장기간이 일정한 경우와 랜덤한 경우에 수명교환정책하에서 최적 예방교환시점이 유일하게 결정될 조건과 특히 우발고장기간이 랜덤한 경우는 검사를 포함하는 수명교환정책에 대하여도 연구했다[7]. 우발고장기간이 일정하고 그 이후에 예방교환시점을 포함하는 마모고장기간으로 이어지는 경우에 수명교환정책, 수리사용후 교환정책, 우발고장기간에서는 수리하여 사용하고 마모고장기간에서는 수명교환하는 정책에 대하여 최적 예방교환시점이 존재하기 위한 조건과 우발고장기간의 변화에 따른 최적 예방교환시점의 변화에 대하여 연구하였다[8]. 더욱이 [6]은 제품이 완전한 욕조형태의 고장률곡선을 가지는 경우 최적 번인시점은 항상 초기고장기간 내에 나타나며 최적 예방교환시점은 항상 마모고장기간에서 나타난다는 증명을 하였다.

그러나 지금까지의 연구는 고장률의 크기나 기울기 변화에 따른 최적 예방교환시점의 변화에 관한 연구나 그것의 의미에 대해서는 언급된 것이 없다. 따라서 본 논문은 제품이 일정한 우발고장기간과 이어서 마모고장기간을 가질 때, 수명교환정책과 수리사용후 교환정책에 대하여, 우발고장기간의 고장률크기의 변화나 마모고장기간의 증가고장률의 기울기의 변화에 따른 최적 예방교환시점의 변화에 대하여 다루고자 한다. 특히, [8]에서는 사용환경의 변화가 우발고장기간의 고장률의 크기나 마모고장기간의 고장률의 변화와는 무관하고 단지 우발고장기간의 변화만을 가져온다고 했다. 그러나 본 논문은 제품

의 사용환경 변화가 일정한 우발고장기간의 고장률의 크기 변화나 마모고장기간에서 증가고장률의 기울기 변화와 관계될 때[5], 즉, 이와 같이 제품의 사용환경이 변할 때 수명교환정책과 수리사용후 교환정책에 대하여 최적 예방교환시점이 어떻게 변화하는지를 연구하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2장에서 사용된 기호에 대한 설명에 이어 제 3장에서는 사용환경의 변화가 우발고장률의 크기나 마모고장률의 기울기를 일정하게 변화시킴을 보여주고 있다. 제 4장은 본 논문에서 밝히고자 하는 것으로서 수명교환정책과 수리사용후 교환정책하에서 사용환경의 변화에 따라 최적 예방교환시점의 변화에 관한 수리적 증명을 한다. 이어서 제 5장에서는 제 4장에서 증명된 사실을 수치예를 통해서 보여주며 제 6장에서 결론을 맺는다.

2. 기호설명

이 장에서는 본 논문의 전개과정에서 사용된 기호를 설명한다.

t_n : 정상 사용환경에서의 고장시간.

t_e : 가혹한 사용환경에서의 고장시간.

γ : 환경의 변화요소,

$$\gamma = \frac{t_n}{t_e} \geq 1.$$

T : 최적 예방교환시점.

t_1 : 마모고장기간의 시작 시점.

$f(t)$: 고장시간의 확률밀도함수.

$F(t)$: 고장시간의 누적분포함수.

$h(t)$: 순간고장률함수.

$H(t)$: 누적고장률함수,

$$H(t) = \int_0^t h(x) \quad dx.$$

$\overline{F}(t)$: 주어진 시간 t까지 부품이 고장나지 않을 확률,

$$\overline{F}(t) = e^{-\int_0^t h(x) \ dx}.$$

c_p : 예방교환비용.

c_f : 고장교환비용(수명교환정책) 혹은 수리비용(수리사용후 교환정책).

$\tilde{C}(T)$: 단위시간당 평균비용.

3. 사용환경 변화와 고장률 변화

제품의 사용환경 변화 정도는 공학적 판단과 실제 경험을 바탕으로 알 수 있는데 이것은 고장률과 밀접한 관계를 가진다. 가속수명시험에서 이를 다음과 같이 고려한다[10].

$$t_n = \gamma \quad t_e. \tag{3-1}$$

(3-1)에 의해서 t_n과, t_e의 확률밀도함수의 관계를 살펴보면 다음과 같다.

$$f_e(t_e) = \gamma \quad f_n(t_n) = \gamma \quad f_n(\gamma \quad t_e). \tag{3-2}$$

또한 (3-2)에서 t_e대신에 일반적인 t로 바꾸면,

$$f_e(t) = \gamma \quad f_n(\gamma \quad t). \tag{3-3}$$

그리고 (3-3)에 대한 누적분포함수 관계는 다음과 같이된다.

$$F_e(t) = F_n(\gamma \quad t). \tag{3-4}$$

(3-3), (3-4)에 의해서 정상 사용환경에서의 고장률과 악조건의 사용환경에서의 고장률의 관계를 살펴보면 다음과 같다.

$$h_e(t) = \frac{f_e(t)}{1 - F_e(t)} = \gamma\ h_n(\gamma\ t). \quad (3\text{-}5)$$

(3-5)에서 $h_e(\cdot)$이 비감소함수인 경우 $h_e(t) \geq h_n(\gamma\ t) \geq h_n(t)$가 되어 동일한 시점에 대하여 악조건의 사용환경에서의 제품의 고장률이 커지는 것을 알 수 있다.

우발고장기간 동안 제품을 정상 사용환경에서 사용할 경우에 고장시간분포가 척도모수 θ_n인 지수분포를 이룬다고 가정하면 다음과 같이된다.

$$f_n(t) = \theta_n \exp(-\theta_n t), \quad t \geq 0. \quad (3\text{-}6)$$

$$F_n(t) = 1 - \exp(-\theta_n t), \quad t \geq 0. \quad (3\text{-}7)$$

$$h_n(t) = \theta_n, \quad t \geq 0. \quad (3\text{-}8)$$

가혹한 환경에서도 마찬가지로 고장시간분포가 척도모수 θ_e인 지수분포를 따른다는 가정을 하면 (3-8)과 마찬가지로 $h_e(t) = \theta_e$이 되므로 (3-5)에 의해서,

$$h_e(t) = \gamma\ \ h_n(t). \quad (3\text{-}9)$$

따라서 (3-9)에서 볼 수 있듯이 가혹한 환경에서는 우발고장기간 동안 고장률은 변화정도에 따라 일정하게 증가한다는 것을 알 수 있다.

마모고장기간 동안은 제품을 정상 사용환경에서 사용할 경우 제품의 수명시간분포가 척도모수 α_n 그리고 형상모수 $\beta\ (\beta > 1)$인 와이블 분포를 이룬다고 가정하면 다음과 같이 된다.

$$f_n(t) = \frac{\beta}{\alpha_n^{\beta}} t^{\beta-1} \exp\left\{-\left(\frac{t}{\alpha_n}\right)^{\beta}\right\}, \ t \geq 0. \quad (3\text{-}10)$$

$$F_n(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t}{\alpha_n}\right)^{\beta}\right\}, \ t \geq 0. \quad (3\text{-}11)$$

$$h_n(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\alpha_n^{\beta}}, \ t \geq 0. \quad (3\text{-}12)$$

또한 가혹한 환경에서도 척도모수 α_e, 형상모수는 동일한 와이블 분포를 이룬다는 가정을 하면, $\alpha_e = \alpha_n / \gamma$가 되어 $h_e(t)$는 (3-12)와 유사하게 되므로 (3-5)에 의해서,

$$h_e(t) = \gamma^{\beta}\ h_n(t). \quad (3\text{-}13)$$

두 경우의 형상모수가 같다는 것은 사용환경이 변한다 해도 제품의 고장밀도함수의 형태는 변하지 않는다는 것인데, 그것은 고장밀도함수의 형태가 변할 만큼 환경이 바뀌지 않는다는 것이다[9]. 또한 (3-13)에서 보면 제품을 가혹한 환경에서 사용할 경우는 고장률이 일정률로 증가하는 것을 알 수 있으며, 이것은 마모고장 기간 중에 사용환경이 가혹해질수록 기울기가 일정률로 증가한다는 것을 의미한다. 대수정규분포와 감마분포에 대해서도 마찬가지의 결과를 볼 수 있다.

4. 사용환경 변화에 따른 최적교환정책

앞 장에서 살펴본 바와 같이 사용환경의 변화는 고장률의 변화를 가져오는데 일정한 고장률을 가지는 경우 이 고장률의 크기의 변화를 가져오고 증가고장률의 경우 이 고장률의 기울기를 일정하게 변화시킨다. 따라서

본 장에서는 이와 같은 사용환경의 변화가 최적 예방교환시점에 어떠한 영향을 주는지 알아보고자 한다. 이를 위해서 다음과 같은 가정을 한다.

가정

1. 제품은 완전 번인된 후 출하된다. 그리고 사용 중에는 일정한 우발고장기간과 이어서 마모고장기간을 갖는다.
2. 고장률함수는 연속으로 우발고장기간의 종점에서의 고장률은 마모고장기간 시작시점에서의 고장률과 같다.
3. 사용환경의 변화는 우발고장률 크기의 변화나 마모고장률 기울기의 변화중 하나로 표현될 수 있다.

그러면 완전 번인 후의 고장률형태를 다음의 두 경우로 정의할 수 있는데, 우발고장기간에는 일정고장률을 가지므로 $h(t)=a,\ 0\le t\le t_1,\ a\ge 0$, 그리고 마모고장기간에는 증가고장률을 가지므로 $h(t)=kh_1(t-t_1)+a, t_1\le t,\ k>0,\ a\ge 0$이다. 여기서 $h_1(t)$는 단조 증가고장률함수이며 $h_1(0)=0$이다.

수명교환정책하에서 예방교환비용은 c_p, 고장교환비용은 c_f이며 일반적으로 $c_f > c_p$이다. 이때 우발고장기간의 고장률의 크기와 마모고장기간의 증가고장률의 기울기의 변화가 최적 예방교환시점에 어떤 영향을 주는지 알아본다.

정리 1

수명교환정책에서 마모고장기간중 증가고장률의 기울기가 커질수록 최적 예방교환시점은 감소한다.

증명

순간고장률함수를 다음과 같이 나타낸다

$$h(t,a,k)=\begin{cases} a, & 0\le t\le t_1, \\ kh_1(t-t_1)+a, & t_1\le t,\ k\ge 0,\ h_1(0)=0. \end{cases} \tag{4-1}$$

이때 $H_1(t-t_1)=\int_{t_1}^{t} h_1(x-t_1)dx=\int_0^{t-t_1} h_1(x)dx$라 하면

$$\overline{F}(t,a,k)=\begin{cases} e^{-at}, & 0\le t\le t_1, \\ e^{-kH_1(t-t_1)-at}, & t_1\le t. \end{cases} \tag{4-2}$$

$$F(t,a,k)=\begin{cases} 1-e^{-at}, & 0\le t\le t_1, \\ 1-e^{-kH_1(t-t_1)-at}, & t_1\le t. \end{cases} \tag{4-3}$$

여기서 최적 예방교환시점 T는 t_1이후에 나타나므로[6] 단위시간당 평균비용은 다음과 같이된다[1].

$$\tilde{C}(T,a,k)=\frac{c_f F(T,a,k)+c_p\overline{F}(T,a,k)}{\int_0^T \overline{F}(t,a,k)dt}. \tag{4-4}$$

단위 시간당 평균비용 (4-4)를 T에 대해서 미분하고 0으로 놓으면,

$$D(T,a,k)\equiv h(T,a,k)\int_0^T \overline{F}(t,a,k)dt + \overline{F}(T,a,k)=\frac{c_f}{c_f-c_p}. \tag{4-5}$$

(4-1), (4-2), (4-3)을 (4-5)에 대입하면,

$$D(T,a,k)\equiv [kh_1(T-t_1)+a]\left\{\int_0^{t_1} e^{-at}dt+\int_{t_1}^{T} e^{-kH_1(t-t_1)-at}dt\right\} + e^{-kH_1(T-t_1)-aT}=\frac{c_f}{c_f-c_p}. \tag{4-6}$$

여기서 최적 예방교환주기가 유한하고 유일하기 위한 조건은 $h_1(\infty)=\infty$이다[8]. 마모고장기간에서 증가고장률의 기울기가 커짐에 따라 최적 예방교환시점의 변화를 알아보기 위해 다음의 음함수 미분법을 적용하면,

$$\frac{\partial T}{\partial k}=-\frac{\dfrac{\partial D(T,a,k)}{\partial k}}{\dfrac{\partial D(T,a,k)}{\partial T}} \quad 단, \frac{\partial D(T,a,k)}{\partial T}\neq 0. \quad (4\text{-}7)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial D(T,a,k)}{\partial k}&=h_1(T-t_1)\left\{\int_0^{t_1}e^{-at}dt+\int_{t_1}^{T}e^{-kH_1(t-t_1)-at}dt\right\}\\&\quad-[kh_1(T-t_1)+a]\int_{t_1}^{T}H_1(t-t_1)e^{-kH_1(t-t_1)-at}dt\\&\quad-H_1(T-t_1)e^{-kH_1(T-t_1)-aT}\\&=h_1(T-t_1)\int_0^{t_1}e^{-at}dt\\&\quad+kh_1(T-t_1)e^{-at_1}\int_0^{T-t_1}[th_1(t)-H_1(t)]dt\\&\quad+ae^{-at_1}\int_0^{T-t_1}[th_1(T-t_1)-H_1(t)]e^{-kH_1(t)-at}dt\\&\quad+[(T-t_1)h_1(T-t_1)-H_1(T-t_1)]e^{-kH_1(T-t_1)-aT}>0.\end{aligned} \quad (4\text{-}8)$$

위 식(4-8)이 항상 성립하는 이유는 다음과 같다. 두 번째 항의 피적분인자 $[th_1(t)-H_1(t)]$는 $h_1(\cdot)$가 단조 증가함수이므로 항상 양이다. 따라서 두 번째 항은 항상 양이다. 또한 세 번째 항의 피적분인자 중에서 $[th_1(T-t_1)-H_1(t)]$도 $h_1(\cdot)$이 단조 증가함수이므로 항상 양이다. 따라서 세 번째 항도 항상 양이다. 마지막 항 중의 $[(T-t_1)h_1(T-t_1)-H_1(T-t_1)]$도 마찬가지로 $h_1(\cdot)$이 단조 증가함수이므로 항상 양이기 때문이다.

또한,

$$\frac{\partial D(T,a,k)}{\partial T}=kh_1'(T-t_1)\left\{\int_0^{t_1}e^{-at}dt+\int_{t_1}^{T}e^{-kH_1(t-t_1)-at}dt\right\}>0. \quad (4\text{-}9)$$

따라서 (4-8)과 (4-9)를 (4-7)에 적용하면,

$$\frac{\partial T}{\partial k}<0. \quad (4\text{-}10)$$

위의 결과로 마모고장기간에서 증가고장률의 기울기가 커짐에 따라 최적 예방교환시점이 감소함을 알 수 있다. ■

이것은 우발고장기간에 고장이 발생하지 않은 제품이 마모고장기간에 들어간다면 마모고장기간의 고장률의 기울기가 커질수록 마모기간에 들어간 제품은 바로 즉시 고장날 가능성이 커지므로 빨리 예방교환해야 하기 때문이다. 그러나 [6]의 결과에 의하면 예방교환시점은 우발고장기간보다 작아질 수 없으므로 기울기가 상당히 커진다면 우발고장기간이 최적 예방교환주기가 됨을 알 수 있다.

정리 2

수명교환정책에서 우발고장기간의 고장률의 크기가 커질수록 최적 예방교환시점은 증가한다.

증명

(4-6)에 대해서 우발고장기간의 고장률 크기가 증가함에 따라 최적 예방교환시점의 변화를 알아보기 위해,

$$\frac{\partial T}{\partial a}=-\frac{\dfrac{\partial D(T,a,k)}{\partial a}}{\dfrac{\partial D(T,a,k)}{\partial T}} \quad 단, \frac{\partial D(T,a,k)}{\partial T}\neq 0. \quad (4\text{-}11)$$

$$\frac{\partial D(T,a,k)}{\partial a} = \int_0^{t_1} e^{-at}dt + \int_{t_1}^{T} e^{-kH_1(t-t_1)-at}dt + [kh_1(T-t_1)+a] \left\{ -\int_0^{t_1} te^{-at}dt - \int_{t_1}^{T} te^{-kH_1(t-t_1)-at}dt \right\} - Te^{-kH_1(T-t_1)-aT}$$

$$= kt_1 e^{-at_1} \int_0^{T-t_1} [h_1(t)-h_1(T-t_1)]e^{-kH_1(t)-at}dt + e^{-at_1} \left\{ \int_0^{T-t_1} e^{-kH_1(t)-at}dt - [kh_1(T-t_1)+a] \int_0^{T-t_1} te^{-kH_1(t)-at}dt - (T-t_1)e^{-kH_1(T-t_1)-a(T-t_1)} \right\} - kh_1(T-t_1) \int_0^{t_1} te^{-at}dt < 0, \qquad (4\text{-}12)$$

왜냐하면 첫 번째 항의 피적분인자 중에서 $[h_1(t)-h_1(T-t_1)]$는 $h_1(\cdot)$이 단조 증가함수이고 $t<T-t_1$이므로 항상 음이다. 따라서 첫 번째 항은 항상 음이다. 또한 두 번째 항에서 $h_1(\cdot)$이 증가함수이므로 $[kh_1(T-t_1)+a]\int_0^{T-t_1} te^{-kH_1(t)-at}dt > \int_0^{T-t_1}[kh_1(t)+a]te^{-kH_1(t)-at}dt$이 성립한다. 따라서 두 번째 항도 항상 음이다.

따라서 (4-9)와 (4-12)에 의하여 (4-11)에서

$$\frac{\partial T}{\partial a} > 0. \qquad (4\text{-}13)$$

그러므로 우발고장기간의 고장률의 크기가 클수록 최적 예방교환시점이 증가한다는 것을 알 수 있다. ■

이는 우발고장률이 증가하면 우발고장기간 중에 제품이 고장나서 고장교환될 가능성이 많아지고 이에 따라 마모고장을 일으킬 때까지 사용될 가능성이 적어지므로 예방교환을 할 필요성이 적어지기 때문이다. 즉 우발고장률이 커지면 마모고장기간의 고장률이 상대적으로 적게 증가하기 때문에 최적 예방교환시점이 증가한다.

다음은 수리사용후 예방교환정책의 경우를 살펴보자. 장비의 정기교환시점 전에 고장이 발생하면 수리를 해서 사용하게 되며 이 때의 수리비용은 c_f이고, 정기적으로 행하는 예방교환비용은 c_p이다. 수리사용후 교환정책하에서는 보통 수명교환 정책에서 달리 $c_f < c_p$이다. (4-1)과 같이 고장률을 정의하고 우발고장기간의 고장률의 크기와 마모고장기간에서의 증가고장률의 기울기의 변화에 따라서 최적 정기교환시점이 어떻게 변하는지 알아본다.

정리 3

수리사용후 교환정책에서 마모고장기간중 증가고장률의 기울기가 커질수록 정기적으로 행하는 최적 예방교환시점은 감소한다.

증명

수리사용후 예방교환 정책에서도 최적 예방교환시점 T는 t_1이후에 나타나므로[6], 수리사용후 예방교환정책에 대한 단위시간당 평균비용은 다음과 같다[1].

$$\tilde{C}(T,a,k) = \frac{c_f \int_0^T h(t,a,k)dt + c_p}{T}. \qquad (4\text{-}14)$$

(4-14)를 T에 대해서 미분하고 0으로 놓으면,

$$D(T,a,k) \equiv Th(T,a,k) - \int_0^T h(t,a,k)dt = \frac{c_p}{c_f}. \qquad (4\text{-}15)$$

(4-1)을 (4-15)에 대입하면,

$$D(T,a,k) \equiv T[kh_1(T-t_1)+a]$$

$$-\left\{\int_0^{t_1} a\,dt+\int_{t_1}^{T}[kh_1(t-t_1)+a]dt\right\}=\frac{c_p}{c_f}. \tag{4-16}$$

여기서 최적 예방교환 주기가 유한하고 유일하기 위한 조건은 $h_1(\infty)=\infty$이다[8]. 마모고장기간에서 증가고장률의 기울기가 커짐에 따라 최적 예방교환시점의 변화를 알아보기 위해 (4-16)에서,

$$\begin{aligned}\frac{\partial D(T,a,k)}{\partial k}&=Th_1(T-t_1)-\int_{t_1}^{T}h_1(t-t_1)dt\\&=Th_1(T-t_1)-\int_0^{T-t_1}h_1(t)dt\\&=Th_1(T-t_1)-H_1(T-t_1)>0.\end{aligned} \tag{4-17}$$

왜냐하면 $h_1(\cdot)$이 단조 증가함수이기 때문이다.

한편,

$$\frac{\partial D(T,a,k)}{\partial T}=Tkh_1'(T-t_1)>0. \tag{4-18}$$

따라서 (4-7)을 적용하면,

$$\frac{\partial T}{\partial k}<0. \tag{4-19}$$

위의 결과 수리사용후 교환정책에서 마모고장기간중 증가고장률의 기울기가 커짐에 따라 최적 정기교환시점이 감소함을 알 수 있다. ■

위의 정리는 우발고장기간동안의 고장은 수리해서 사용하고 이 후 제품이 마모고장기간에 들어갔을 때 마모고장률의 기울기가 증가한다면 빈번히 고장나므로 이에 따라 수리도 빈번하게 해야 하므로 교환을 해버리는 것이 더 유리함을 나타낸다.

정리 4

수리사용후 교환정책에서 우발고장기간의 고장률의 크기의 변화는 정기적으로 행하는 최적 예방교환시점과 무관하다.

증명

(4-16)에 대해서 우발고장률의 변화에 따라 최적 예방교환시점의 변화를 알아보기 위해 (4-11)식을 이용하면,

$$\frac{\partial D(T,a,k)}{\partial a}=T-[t_1+(T-t_1)]=0. \tag{4-19}$$

그러므로, $\dfrac{\partial T}{\partial a}=0.$ (4-20)

위의 결과 수리사용후 교환정책에서 우발고장기간의 고장률의 크기가 변해도 최적 예방교환시점은 변하지 않는다. ■

이것은 우발고장기간의 고장률의 크기가 변해도 우발고장기간동안 모든 고장은 수리하여 사용하고 이 후 마모고장기간에 들어간 제품의 고장날 가능성의 변화는 일정하게 되므로 예방교환시점에 영향을 주지 않는 것 같다.

5. 수치예

이 장에서는 앞장에서 수리적으로 증명한 우발고장기간의 고장률의 크기의 변화와 마모고장기간의 증가고장률의 기울기의 변화가 최적 예방교환시점에 어떠한 영향을 주는지

에 대해서 예를 들어본다. 어떤 제품은 초기 고장원인을 제거한 후 출하된다. 이때 이 제품의 고장률함수는 1년동안 우발고장률이 $h(t)=a$, $0\le t\le 1$, $0\le a$이고 1년 이후부터의 마모고장기간에는 증가고장률을 가지고 $h(t)=k\ h_1(t-1)+a=k\ (t-1)^2+a$, $1\le t$, $0<k$, $0\le a$로 주어진다. 제조회사에서 가정한 사용환경하에서는 $a=0.3$, $k=1.5$로 주어지는 고장률을 갖는 것으로 추정된다. 그러나 실제 소비자의 제품에 대한 사용환경은 제조회사에서 추정된 것과는 달리 소비자에 따라 다르게 나타나며 악조건에서 사용하는 경우 a나 k가 추정된 것보다 크게 나타나고, 더 좋은 조건에서 사용하는 경우 a나 k가 추정된 것보다 작게 나타난다. 우선 수명교환 정책에 대하여 사용환경의 변화에 따라 최적 예방교환시점의 변화를 알아보자. 예방교환에 드는 비용은 $c_p=1$만원이고 고장교환에 드는 비용은 $c_f=5$만원으로 한다. $a=0.3$일 때 $k=0.5$, 1, 1.5, 2, 2.5로 변화시켜 마모고장률의 변화에 대한 최적 예방교환시점과 이때에 발생하는 년간 평균비용을 나타낸 것이 표 1이다. 또한 $k=1.5$일 때 $a=0.1$, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5로 변화시켜 우발고장률의 변화에 대하여 최적 예방교환시점과 이때 발생하는 년간 평균비용을 나타낸 것이 표 2이다.

이미 증명된 바와 같이 마모고장률의 기울기가 추정된 기울기보다 커짐에 따라 최적 예방교환시점은 감소하고, 반대로 마모고장률의 기울기가 추정된 기울기보다 작아지면 최적 예방교환시점은 증가함을 알 수 있다. 그러나 우발고장률에 대해서는 마모고장률의 변화에 대한 결과와 반대로 나타난다. 한편 년간 발생하는 평균비용을 살펴보면 마모고장률의 변화보다는 우발고장률의 변화에 영향을 많이 받음을 알 수 있다.

표 1. a=0.3에 대하여 k의 변화에 대한 최적예방교환시점과 년간평균비용

k	최적예방교환시점(년)	년간평균비용(원)
0.5	1.6557	20595
1.0	1.4796	21195
1.5	1.3982	21511
2.0	1.3486	21718
2.5	1.3142	21869

표 2. k=1.5에 대하여 a의 변화에 대한 최적예방교환시점과 년간평균비용

a	최적예방교환시점(년)	년간평균비용(원)
0.1	1.3769	12511
0.2	1.3874	17000
0.3	1.3982	21511
0.4	1.4092	26044
0.5	1.4204	30598

다음으로 $c_p=5$만원, $c_f=1$만원으로하여 수리사용후 교환정책의 경우에 마모고장률의 기울기 k의 변화에 대하여 최적 정기교환시점과 년간평균비용을 구하여 나타낸 것이 표 3이며 우발고장률의 크기 a의 변화에 대한 결과는 표 4이다.

위의 결과는 마찬가지로 이미 증명한 바와 일치하며, 특히 표 4에서 우발고장률의 크기 a가 증가함에 따라 년간평균비용이 일정하게 증가하는 것은 최적 예방교환시점이 일정하므로 우발고장률의 크기 a가 일정하게 증가함에 따라 정기적으로 행하는 예방교환전 평

표 3. a=0.3에 대하여 k와 변화에 대한 최적예방교환시점과 년간평균비용

k	최적예방교환시점(년)	년간평균비용(원)
0.5	3.0544	24101
1.0	2.5645	27474
1.5	2.3295	29507
2.0	2.1825	30960
2.5	2.0787	32085

표 4. k=1.5에 대하여 a의 변화에 대한 최적예방교환시점과 년간평균비용

a	최적예방교환시점(년)	년간평균비용(원)
0.1	2.3295	27507
0.2	2.3295	28507
0.3	2.3295	29507
0.4	2.3295	30507
0.5	2.3295	31507

균수리사용 횟수가 일정하게 증가하기 때문이다.

6. 결론

제품의 사용환경에는 우발고장기간과 마모고장기간이 항상 존재한다. 그리고 제품의 사용환경의 변화는 이들 우발고장기간과 마모고장기간에서의 고장률에 변화를 가져온다. 따라서 본 논문은 수명교환정책과 수리사용후 정기교환정책에 대하여 제품의 사용환경 변화에 따라 최적 예방교환시점이 어떻게 변화하는지 살펴보았다. 특히 수리사용후 예방교환정책에서 최적 정기교환시점이 우발고장기간의 고장률 크기의 변화에 무관함을 알 수 있었다. 그러므로 이를 제외하고는 사용환경에 따라 예방보전계획이 달라져야 함을 알 수 있다. 아울러 보통 우리가 알고 있는 우발고장에 대하여는 예방교환을 생각할 필요가 없다는 것은 [6]에서 증명된 바와 같이 우발고장기간중에 예방교환을 할 필요가 없다는 것이지, 우발고장기간과 이어서 마모고장기간이 존재하는 제품에서 [8]에서와 같이 우발고장기간의 변화나 본 논문에서의 경우와 같이 우발고장기간의 고장률 크기의 변화에 무관하게 마모고장기간중의 증가고장률에 의해서만 결정된다는 것이 아니다.

참 고 문 헌

[1] Barlow, R.E. and L. Hunter, "Optimum Preventive Maintenance Polices," *Operations Research*, Vol.8, No.1, pp.90-100, 1960.

[2] Berg, M. and B. Epstein, "Comparison of Age, Block, and Failure Replacement Policies," *IEEE Transactions on Reliability*, R-27, No.1, pp.25-29,1978.

[3] Bergman, B. and B. Klefsjo, "The Total Time on Test Concept and Its Use in Reliability Theory," *Operations Research*, Vol.32, No.3, pp596-606, 1984.

[4] Glasser, G.J., "The Age Replacement problem," *Technometrics*, Vol.9, No.1, pp. 110-119, 1969.

[5] Kececioglu, D., *Reliability Engineering Handbook*, Vol.1, Prentice-Hall Inc., 1991.

[6] Mi, J., "Burn-In and Maintenance Policies,"

Advances in Applied Probability, Vol.26, pp.207-221, 1994.

[7] Mine, H. and H. Kawai, "Preventive Replacement of a 1-Unit System with a Wearout State," *IEEE Transactions on Reliability*, R-23, pp.24-28, 1974.

[8] Nakagawa, T., "Replacement Policies for a Unit with Random and Wearout Failures," *IEEE Transactions on Reliability*, R-29, No.4, pp.342-344, 1980.

[9] Nelson, W., "A Survey of Methods for Planning and Analyzing Accelerated Tests," *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, EI-9, No.1, pp.12-18, 1974.

[10] Ramakumar, R., *Engineering Reliability*, Prentice-Hall Inc. 1993.

[11] Valdez-Flores, C. and R.M. Feldman, "A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastically Deteriorating Single-Unit Systems," *Naval Research Logistics*, Vol.36, No.4, pp.419-446, 1989.

95년 5월 최초 접수, 95년 10월 최종 수정