

# 비다양체 모델을 지원하는 CAD 시스템 커널 개발을 위한 기반 구축

한영현\* · 이진우\* · 이상헌\*\*\*\* · 김성환\*\*\*  
김영진\*\* · 배석훈\*\*\*\* · 안재홍\* · 이경진\*

## A Framework in Developing CAD System Kernel for Non-manifold Models

Younghyun Han · Kunwoo Lee · Sanghun Lee · Sunghwan Kim  
Youngjin Kim · Seockhoon Bae · Jaehong Ahn · Kyoungjin Lee

### (요 약)

기존의 솔리드 모델링 시스템은 형상 표현에 있어서의 제약성과 통합 시스템으로서의 폐쇄성으로 인하여 응용 범위에 제약이 따른다. 이러한 약점을 극복하고자 하는 노력의 일환으로서, 최근에 등장한 것이 비다양체 모델을 지원하는 CAD 시스템 커널이다. 본 논문에서는 이러한 비다양체 모델을 지원할 수 있는 모델링 커널 시스템 개발의 기초가 되는 비다양체 자료구조와 이것을 바탕으로 한 오일러 공식 및 오일러 작업에 대해 소개한다. 그리고 이러한 오일러 작업을 실제로 구현하여 모델링 작업을 수행해 봄으로써, 본 논문에서 제안된 비다양체 자료구조와 오일러 작업의 유용성을 보인다.

주요어: 비다양체, 부분위상요소, 오일러 공식, 오일러 작업, 경제표현

## 1. 서론

현재 산업계의 여러 분야에서 CAD 시스템이 널리 사용되고 있으며, 제품의 설계 및 생산의 효율성 증대를 위해 이의 보급 및 활용은 더욱 증가하고 있는 실정이다. 하지만 기존의 CAD 시스템은 표현할 수 있는 형상 모델에 대한 제약성과 통합 시스템(turnkey system)으로서의 폐쇄성 때문에, 그 활용에 많은 어려움이 따른다.

솔리드 모델러(solid modeler)라고 불리는 기존의

CAD 시스템에서는 물체의 형상을 표현하기 위해 다양체(two-manifold)모델을 주로 이용하고 있다. 다양체 모델은 설계의 최종적 결과인 완전한 입체 형상을 표현하는 데는 부족함이 없지만 설계과정 중에 나타나는 불완전한 입체형상(비다양체)이나 공학적 해석을 위한 축약된 형태의 모델을 나타내는 데는 한계가 있다. 설계의 초기 단계에 개념설계를 수행하는 설계자들은 보통 물체들을 두께가 없는 박판모델(sheet model)이나 와이어(wire)로 표현하는 경우가 대부분이므로 기존의 시스템으로는 이러한 작업을 수행하는

\* 서울대학교 기계설계학과

\*\* 서울대학교 정밀기계설계공동연구소

\*\*\* 대우공업전문대학

\*\*\*\* (주) 신도리코

데 많은 어려움이 수반된다. 뿐만 아니라 사출 성형물의 충전 과정 해석과 같은 공학적 해석의 경우에도 모델링된 제품의 3차원 형상모델을 그대로 사용하는 것이 아니고 해석에 편리한 축약모델(abstract model)로 변형시켜 사용하게 되는데, 기존의 솔리드 모델링 시스템은 이와 같은 해석용 축약모델을 표현하는데 적합하지 않다.

이러한 솔리드 모델러의 문제점들을 극복하기 위해 제안된 것이 비다양체 모델러인데, 이것은 솔리드 모델, 와이어프레임(wireframe), 곡면 모델과 이들의 복합체 및 세포구조의 모델(cellular model) 등을 비다양체 자료구조라고 하는 하나의 자료구조 내에서 표현할 수 있다. 비다양체 자료구조를 수용함으로써 그동안 솔리드 모델러의 문제점으로 지적되어 온 여러가지 약점들을 극복할 수 있고 CAD 시스템을 개념설계로부터, 상세설계, 해석, 생산 등의 전 과정에 일관되게 적용할 수 있게 된다.

한편 기존의 CAD 시스템은 대부분 통합된 형태로 제공되는 범용시스템(general-purpose turnkey system)이기 때문에, CAD 시스템을 자신의 고유한 영역에 적합하도록 확장하고 보강하는 것이 쉽지 않다. 이런 문제점을 극복하기 위한 것이 바로 개방형 모델링 커널 시스템(modeling kernel system)인데, 여기에서는 물체를 표현하기 위한 위상학적, 기하학적 자료구조를 공개하고 물체의 형상 처리를 위한 여러가지 기능들을 인터페이스(interface) 함수 형태로 제공해 준다. 따라서, 이러한 시스템의 사용자는 그 자료구조와 인터페이스 함수들을 이용하여 자신의 목적에 적합한 응용 프로그램을 개발해 나갈 수 있을 것이다.

이와 같이 CAD 시스템에서 비다양체 모델을 수용하고 여러가지 형상처리 기능을 커널 형태로 제공하는 것은, 응용 영역의 확장과 시스템의 유연성(flexibility) 확보를 위해 현재의 CAD 시스템들이 추구하고 있는 목표라고 할 수 있다. 이러한 추세에 발맞추어 서울대학교 CAD 연구실에서도 비다양체 모델을 지원할 수 있는 CAD 시스템 커널을 개발하고 있는 중이다.

본 논문에서는 비다양체를 다룰 수 있는 모델링 커널 시스템을 개발하는 작업의 일환으로서, 그 공간이

되는 비다양체 물체의 경계표현을 위한 자료구조를 설명하고 이를 기반으로 여러가지 물체의 형상을 처리할 수 있는 오일러 작업을 제안한다. 기존의 비다양체 모델에 대한 연구들이 비다양체의 위상학적 인접 관계를 지나치게 강조한 나머지 너무나 많은 위상 정보를 저장함으로써, 데이터의 중복성과 이에 따른 데이터 조작의 어려움을 야기한 점을 개선하여, 비다양체 모델을 표현하기 위한 간결하고 효율적인 계층적 비다양체 자료구조를 제시한다. 그리고 제안된 자료구조에 적합한 오일러 공식을 유도하고 이를 바탕으로 형상모델링 작업에 필요한 오일러 조작의 사양을 소개하고자 한다. 마지막으로 이것들을 기반으로 형상 모델링 기능들을 구현하고 실제로 물체를 모델링함으로써 그 유용성을 보인다.

## 2. 관련 연구

비다양체 모델을 표현하기 위한 자료구조에 대한 연구는 Weiler 에 의해 처음 수행되었는데, Weiler 는 Radial-edge structure 라는 것을 제안하였다. 그는 기존에 있던 위상요소인 꼭지점, 모서리, 면, 루프에 대해 use 라는 새로운 요소를 도입하여 위상요소들의 인접 관계를 표현하였다[1]. 이 자료구조는 한 모서리에서 인접한 면들의 순환을 최초로 표현하고 있다는 점에서 주목할 만 하다. Choi 는 zone 과 disk 를 도입하여 Weiler 의 자료구조에서 불완전하게 처리되었던 꼭지점에서의 인접관계를 표현할 수 있는 Vertex-based B-rep 을 제안하였다[2]. Rosignac 등은  $n$  차원 cell 들의 incidence graph 를 기초로 한 Selective Geometric Complex(SGC) 를 제안하였으며[3], Yamaguchi 등은 비다양체 모델을 나타내기 위해 꼭지점, 모서리, 면, 영역과 같은 기본적인 위상 요소들 간의 인접 관계를 6가지의 coupling entity 를 도입하여 표현하였다[4].

한편 Masuda 등은 유클리드 공간 내의 포복체(cell complex)에 적용시킬 수 있는 확장된 Euler-Poincare 식을 제시하였으며, 이 식을 바탕으로 하여 최소한의 오일러 작업들을 제안하였다[5]. 하지만, 그가 제시한 공식에서 사용하는 위상요소 중에는 실제로 구현하여

물체의 모델링에 적용하기에는 부적절한 구분들이 있으며, 또한 그가 제시한 오일러 작업만으로는 모델링 작업을 수행하기에 불충분하다. Yamaguchi 등도 3차원 유클리드 공간 내의 포복체에 적용 가능한 확장된 오일러 공식을 제시하였으며 자신의 자료구조를 바탕으로 한 오일러 작업을 제안하였다[4]. 그들이 사용한 식은 3 차원 유클리드 공간 내의 포복체에 대하여 항상 성립하고 또한 간결해서 기존의 자료구조에도 쉽게 적용이 가능하다. 하지만 그들은 이 식을 근거로 모델링 작업을 수행하는 데 필요한 최소한의 오일러 작업의 사양을 제시하지는 않고, 단지 몇가지 가능한 오일러 작업의 예만 나열하였다.

### 3. 비다양체 모델의 위상 요소 및 자료구조

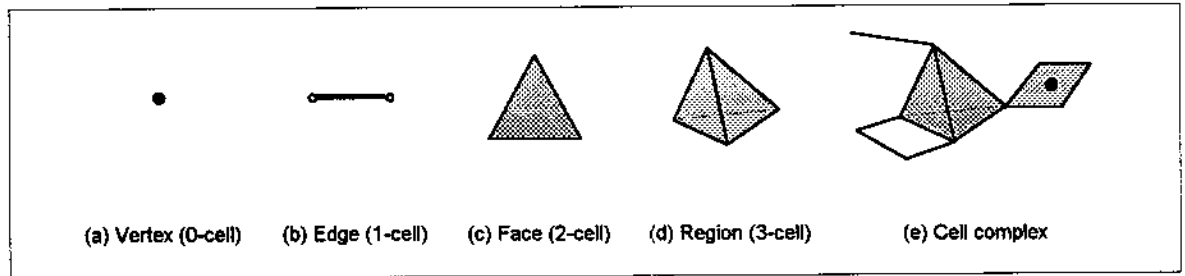
먼저, 본 논문에서 다루고자 하는 물체와 다양체 및 비다양체에 대해서 간단히 소개한다. 본 논문에서 대상으로 하는 물체는 유클리드 포복체(euclidean cell complex)인데, 이것은 유클리드 공간에 존재하는 0 ~ 3 차원의 유클리드 포체(euclidean cell)들의 집합으로 구성된다. <Fig 1>은 각 차원에 따른 유클리드 포체들과 이들로 구성된 유클리드 포복체의 예를 보여 준다.

복체를 말한다.

본 논문에서 비다양체 모델을 표현하기 위해 사용하는 위상요소는 크게 두가지로 구분된다. 첫번째는 기본적인 위상요소로서 <Fig 1> (a)-(d)에서와 같이 0 ~ 3차원 까지의 유클리드 포체(cell)를 나타내는 꼭지점, 모서리, 면, 영역이다. 그리고 면과 영역의 경계를 표현하기 위해 루프(loop)와 셸(shell)을 이용하였다. 두번째는 이들 기본적인 위상요소들 간의 인접관계를 나타내기 위한 위상요소들로서 부분위상요소(partial topological entity)를 도입하였는데, 부분면(partial face), 부분모서리(partial edge), 부분꼭지점(partial vertex)이 여기에 해당된다. <Fig 2>는 비다양체 모델을 표현하기 위해 본 논문에서 사용하는 자료구조를 도식적으로 나타낸 그림이다. 다음 각 절에서 각각의 위상 요소에 대해 자세히 설명한다.

#### 3.1 기본적인 위상요소

영역(region)은 공간 상의 볼륨(volume)이다. 본 자료구조에서 제공되는 모델은 기본적으로 무한대의 크기를 가진 하나의 영역을 항상 갖는다. 그리고 모든 영역은 외부 경계를 나타내기 위해 하나의 바깥쪽 셸

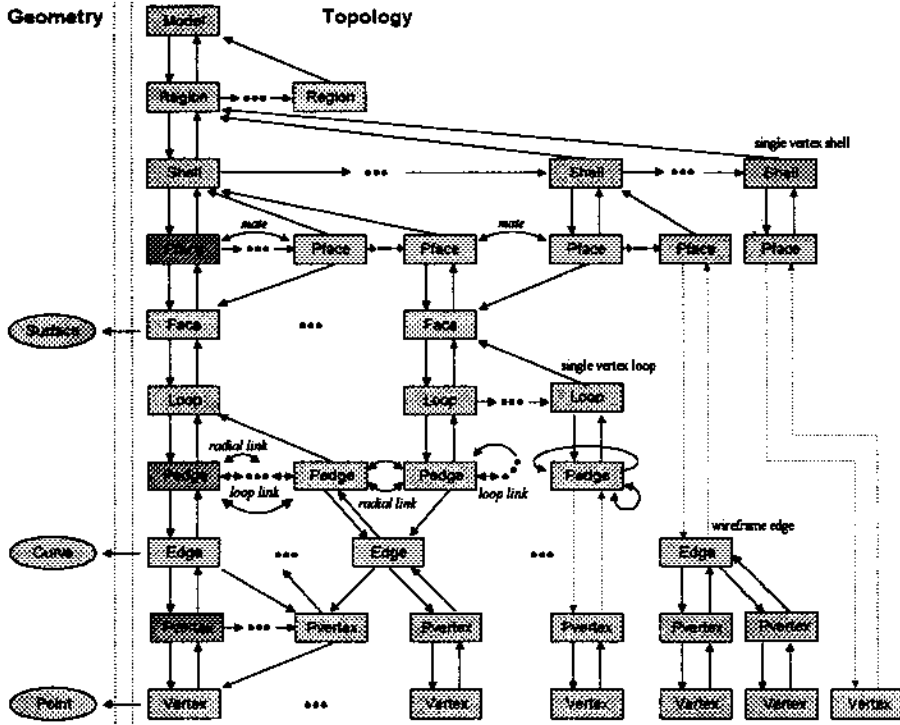


<Fig 1> 유클리드 포체와 포복체의 예

한편 다양체라는 용어는 수학적 의미에서는 2 차원 다양체(two-manifold)를 말하는데, 일반적으로 형상 모델링에서는 '2 차원 다양체인 곡면을 경계로 갖는 부피를 가진 물체'라는 뜻으로 사용한다. 따라서 비다양체란 다양체가 아닌 물체라고 말할 수 있는데, 본 논문에서는 서로 다른 차원의 유클리드 포체들이 섞인 상태의 물체, 즉 Fig. 1 (e) 와 같은 유클리드 포

(peripheral shell)을 가지며, 단일 영역 내부에 경계가 존재하는 경우에는 이를 나타내는 안쪽 셸(void shell)을 더 갖게 된다. <Fig 3>에서와 같이 칸막이를 갖는 상자형 물체가 있을 때, 상자 외부의 무한대 영역을 나타내는 R0, 상자 내부의 두 영역을 나타내는 R1, R2 와 같이 3 개의 영역이 존재하게 된다.

셸(shell)은 영역의 경계로서 방향성을 갖는다. 셸은



〈Fig 2〉 비다양체의 경계표현을 위한 자료구조

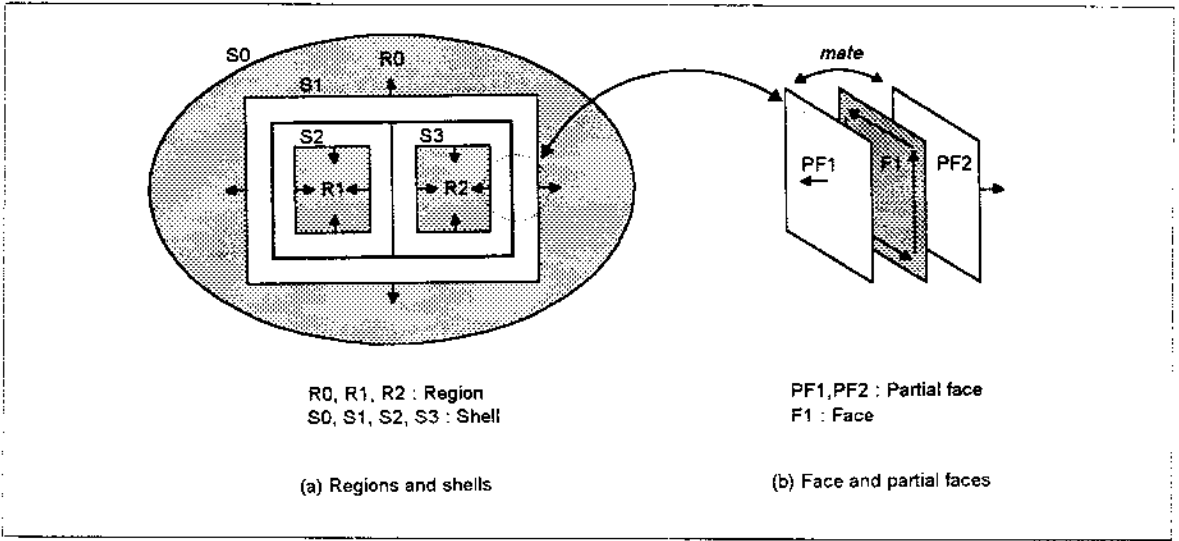
뒤에서 설명되는 부분면들의 집합인데, 셀의 임의의 한점에서 법선벡터는 영역의 안쪽을 향하도록 부분면들이 구성된다. 앞에서 설명한 바와 같이 셀은 영역의 바깥을 둘러 싸는 바깥쪽 셀과 영역의 내부 경계를 나타내는 안쪽 셀로 나뉘어진다. 한편, 무한대 영역의 바깥 셀은 무한대에 위치한 가상의 셀로서 이 경우에 셀은 자신의 구성 요소인 부분면들을 갖지 않는다. 〈Fig 3〉에서 S0는 무한대 영역 R0의 가상적인 바깥셀이며, S1은 R0의 안쪽 셀이다. 그리고 S2, S3는 영역 R1, R2의 바깥쪽 셀이다.

면(face)은 경계를 갖는, 닫히지 않은 곡면(a bounded, unclosed surface)이다. 면의 경계는 루프에 의해 정해지는데, 모든 면은 자신의 외부 경계를 나타내는 하나의 바깥쪽 루프를 항상 갖는다. 만약 면의 내부에 경계가 있는 경우에는 이를 나타내는 안쪽 루프를 더 갖게 된다. 이 외에 면은 자신의 기하학적 정보인 곡

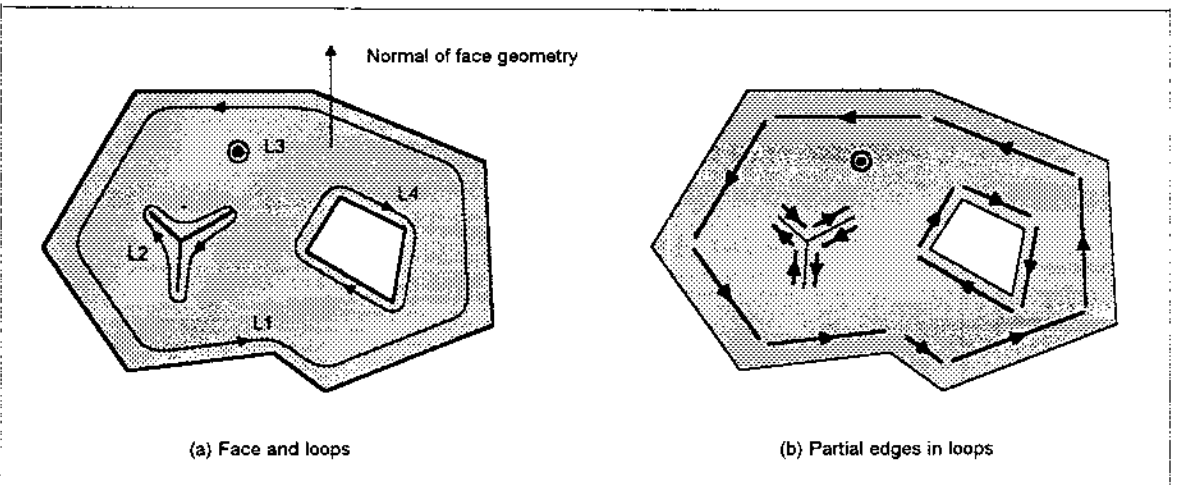
면(surface) 정보를 가지고 있다. 〈Fig 4〉의 경우 면은 하나의 바깥쪽 루프 L1과 3개의 안쪽 루프 L2, L3, L4를 갖고 있다.

루프(loop)는 방향성을 갖는 면의 경계이다. 본 자료구조에서 루프는 부분모서리들의 집합인데 부분모서리에 대해서는 뒤에서 설명한다. 루프는 면의 외곽을 경계지우는 바깥쪽(peripheral loop)과 면의 내부에 경계가 있을 경우 이를 나타내는 안쪽 루프(hole loop)로 나누어진다. 한편 루프의 방향은 〈Fig 4〉(a)에서와 같이 바깥쪽 루프의 경우는 면이 가지고 있는 곡면의 법선 방향에서 보았을 때 반시계 방향(CCW)이고, 안쪽 루프는 시계방향(CW)이 되도록 정해진다. 예외적으로 L3와 같이 단 하나의 꼭지점으로 이루어진 루프(single vertex loop)는 방향성을 갖지 않는다.

모서리(edge)는 경계를 갖는, 닫히지 않은 곡선(a bounded, unclosed curve)이다. 모서리의 경계는 다음



〈Fig 3〉 영역, 셸, 부분면과 면



〈Fig 4〉 면, 루프와 부분모서리

절에서 설명되는 2 개의 부분꼭지점에 의해 정해지고 방향은 시작점에서 끝점으로 향한다. 또한 모서리는 자신의 기하학적 정보인 곡선(curve) 정보를 가지고 있다.

마지막으로, 꼭지점(vertex)은 공간 상의 한점으로, 자신의 기하학적 정보인 공간 상의 점(point)에 대한 정보를 가지고 있다.

## 3.2 부분 위상요소

### 3.2.1 부분면

부분면(partial face)은 면과 셸의 인접관계를 나타내기 위해 도입된 위상 요소로서, 부분면들이 모여 하나의 셸을 구성한다. 〈Fig 3〉 (b)에서와 같이 부분면은 일반적으로 면의 양쪽 측면 가운데 하나를 나타내는데, 자신이 속한 셸과 면에 대한 포인터를 저장하고 있다. 부분면의 방향은 〈Fig 3〉 (b)와 같이 영역의

안쪽 방향을 향하도록 되어 있으며, 이것은 자신과 관련된 면이 가지는 곡면의 법선 방향과 일치, 또는 반대라는 플래그로써 지정된다.

특별한 경우로서 하나의 꼭지점으로 이루어진 셸(single vertex shell)이나 와이어프레임 모서리(wire-frame edge)가 셸의 일부를 구성할 때에는 면이 필요 없게 된다. 이런 경우에는 <Fig 2>에서 점선으로 표시된 것과 같이, 부분면은 면에 대한 포인터 대신에 꼭지점 또는 모서리에 대한 포인터를 직접 저장한다. 이때 부분면의 방향은 정해지지 않는다. 이와 같은 방법으로 모든 종류의 셸을 부분면의 집합으로 일관성 있게 표현할 수 있도록 하였다.

한편, <Fig 3> (b)에서 보듯이 하나의 면을 중심으로 생각하면, 면의 양쪽에는 항상 두 개의 부분면들이 존재하게 된다. 이 두 부분면들을 서로 짝(mate) 관계에 있는 부분면이라고 부르며, 각각의 부분면들은 서로 짝 관계에 있는 부분면에 대한 포인터를 저장하고 있다. 이러한 짝 관계는 <Fig 2>에서 보듯이 하나의 셸에 있는 부분면끼리, 혹은 서로 다른 셸에 속하는 부분면끼리 맺어진다. 부분면들의 짝 관계는 오일러 작업을 할 때 새로운 영역의 생성을 판단하거나 그 외에 여러가지 자료 탐색에 유용하게 쓰인다[7].

본 자료구조에서 도입된 부분면은 단지 셸과, 셸의 실질적 구성요소인 면, 꼭지점, 와이어프레임 모서리 간의 인접 관계만을 표현하는 위상요소이고, 기하정보나 경계정보는 모두 자신과 관련된 면이 저장하고 있는 정보를 이용하여 유도하게 된다. 이러한 부분면의 개념은, Weiler가 도입한 face-use가 자신의 경계를 loop-use를 써서 완전하게 저장함으로써 야기되는 자료의 중복성 문제를 해결해 주는 역할을 한다. 또한 이 부분면을 사용함으로써 세포구조를 갖는 모델의 표현이 가능해 진다.

### 3.2.2 부분모서리

부분모서리는 모서리와 루프와의 인접관계를 나타내는 방향성을 갖는 위상요소로서, 부분모서리들이 모여서 하나의 루프를 구성한다. 부분모서리는 보통의 경우에 자신이 소속된 루프와 하나의 모서리에 대한 포인터를 저장하고 있다. 부분모서리의 방향은 <Fig

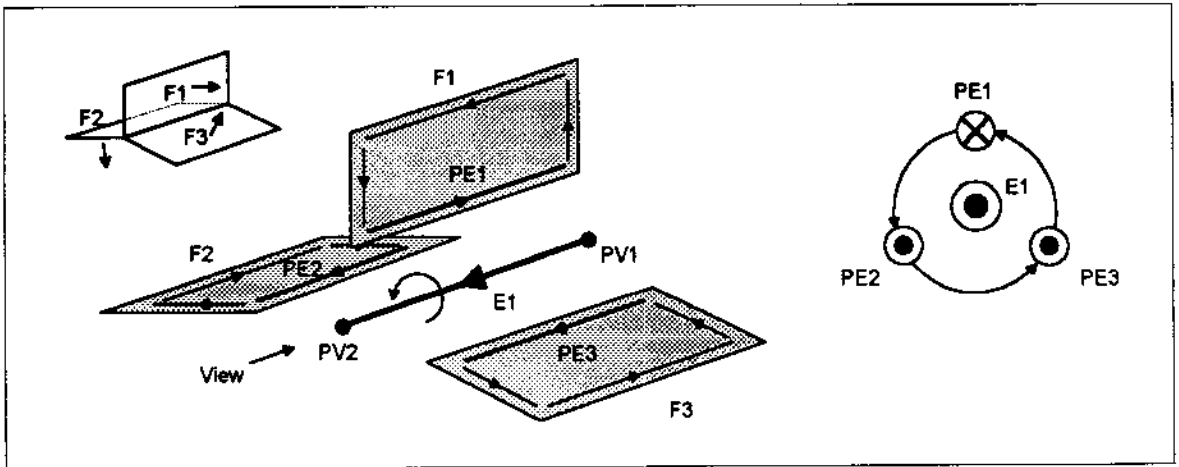
4> (b)에서와 같이 루프의 방향과 일치하도록 정렬되는데, 자신과 관련된 모서리의 방향과 일치, 또는 반대라는 플래그를 이용하여 지정된다.

예외적으로 <Fig 4> (b)에서 보듯이, 루프가 하나의 꼭지점으로 구성된 경우(single vertex loop)에는 모서리에 대한 정보가 필요없으므로, <Fig 2>에 점선으로 표시된 것과 같이 모서리 대신 부분꼭지점에 대한 포인터를 직접 저장한다. 이 경우에 부분모서리는 방향성을 갖지 않게 된다

본 자료구조에서 부분모서리는 2 가지의 순환적 순서(cyclic order)를 표현하기 위한 정보를 저장하고 있다. 첫번째는 루프 순환(loop cycle)인데 이것은 면 위에서의 모서리들의 순환을 나타낸다. 이러한 루프순환을 위해서 부분모서리는 루프 내의 앞뒤 부분모서리에 대한 포인터를 저장하고 있다. 두번째는 방사형 순환(radial cycle)로서, 모서리 둘레에 있는 인접한 면들의 순환을 표현한다. 이를 <Fig 5>에서 살펴 보면 다음과 같다. 그림에서와 같이 하나의 모서리에 3 개의 면들이 인접하는 경우에, 모서리와 면의 바깥쪽 루프와의 인접 관계를 나타내는 3 개의 부분모서리들(PE1, PE2, PE3)이 모서리 E1 주위에 있다. 즉, 본 자료구조에서는 하나의 모서리에 대하여 부분모서리는 인접한 면들의 개수만큼 나타난다. 이 경우에 모서리 주변의 방사형 순환을 나타내기 위해, 한 모서리에 관련되어 있는 부분모서리들은 모서리 방향에 대해 오른손 법칙에 따른 순서로 서로에 대한 포인터를 유지한다.

위에서 설명한 바와 같이 부분 모서리는 루프와 루프의 구성요소가 될 수 있는 모서리, 부분꼭지점 간의 인접관계를 나타내며 루프 순환과 방사형 순환을 내포하고 있다. 다양체 모델에서는 한 모서리에 항상 두개의 면이 인접하므로 부분모서리도 항상 두개가 존재하며, 비다양체 모델인 경우에는 한 모서리에 여러개의 면이 인접할 수 있으므로 부분모서리도 여러개가 존재할 수 있다. 본 자료구조에서는 이 부분모서리를 이용하여 모서리에서의 비다양체적 상황을 표현하였다.

본 자료구조에서 사용하는 부분모서리는 상용시스템인 ACIS 에서 사용하고 있는 co-edge 와 유사한 위



<Fig 5> 한 모서리 주변에서 부분모서리들의 인접관계(방사형 순환)

상요소인데, ACIS 에서는 와이어프레임 모서리를 포함한 모든 종류의 모서리에 co-edge 를 붙이는 반면 [6], 본 자료구조에서는 면의 경계를 이루는 모서리들에 대해서만 부분모서리를 붙인다. 또한 Weiler 가 사용한 edge-use 는 face-use 의 경계를 이루는 loop-use 의 구성 요소로서, 한 면에 face-use 가 2 개이고 loop-use 도 2 개이므로 결국 edge-use 도 인접한 면의 개수의 2 배만큼 존재한다. 이와 달리 본 자료구조의 부분모서리는 한 모서리에 대해 인접한 면의 개수만큼만 존재한다.

### 3.2.3 부분꼭지점

부분꼭지점은 꼭지점과 모서리의 인접관계를 나타내는 위상 요소인데, 부분꼭지점은 보통 자신이 속한 꼭지점과 모서리에 대한 포인터를 저장하고 있다. 예외적인 경우로서 하나의 꼭지점으로 이루어진 루프(single vertex loop)의 경우에는 꼭지점에 인접한 모서리가 없으므로 <Fig 2>의 점선 부분과 같이 루프의 부분모서리에 대한 포인터를 직접 저장한다.

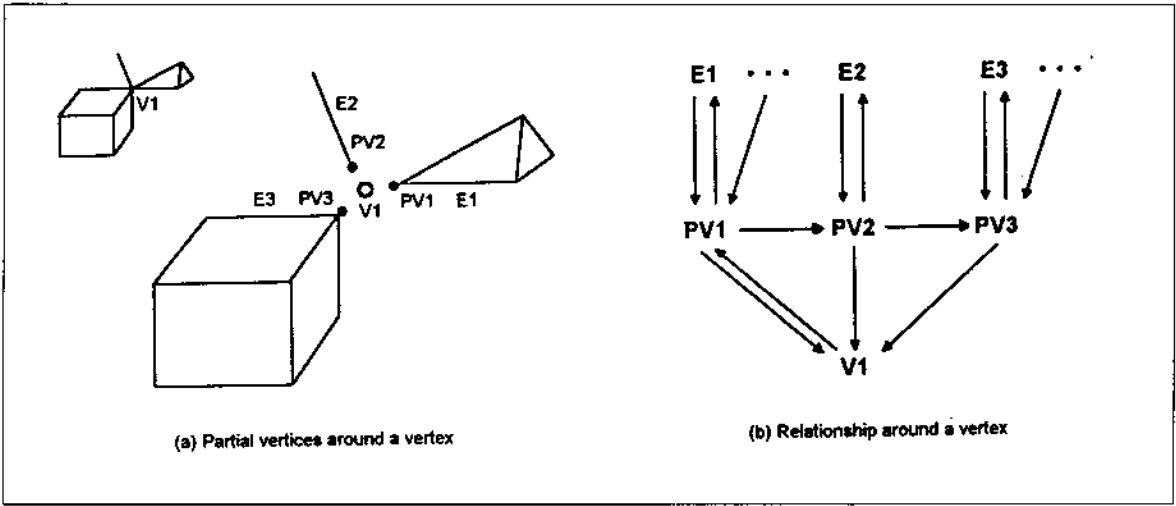
<Fig 6> (a)에서와 같이 부분 꼭지점은 하나의 꼭지점에 여러 개의 영역이나 와이어프레임 모서리가 인접해 있는 비다양체적 상황을 표현하기 위해 도입된 위상요소이다. 그림에서와 같이 꼭지점(V1)에 인접하는 영역이나 와이어프레임 모서리에 대해 각각 하나의 부분꼭지점들(PV1, PV2, PV3)이 만들어지게

된다. <Fig 6> (b)는 본 자료구조 상에서 하나의 꼭지점에 관련된 부분꼭지점들이 연결되어 있는 예를 보이고 있다. 다양체 모델인 경우에는 각 꼭지점들이 하나의 부분꼭지점만을 가지며 비다양체 모델의 경우에는 여러개의 부분꼭지점들을 갖게 된다.

이 부분꼭지점은 본 자료구조의 독특한 위상요소로서 이것과 여기에 인접한 모서리들의 부분모서리의 정보를 이용하면 한 꼭지점에 인접한 면과 모서리들을 손쉽게 찾아낼 수 있다. 이와 같은 꼭지점에서의 인접한 면과 모서리의 순환 관계를 디스크 순환(disk cycle)이라고 한다. 다양체 모델에서는 각 꼭지점에서 디스크 순환이 단 하나인 반면, 비다양체 모델에서는 여러개의 디스크 순환이 존재할 수 있다. Choi는 한 꼭지점에 공통으로 인접해서 연결된 face-use 들의 집합을 disk 라고 정의하고 자료구조에 disk 를 도입함으로써 이러한 디스크 순환 정보를 명백히 나타내고 있다. 반면에 본 자료구조에서는 이 정보를 명시적으로 저장하고 있지는 않지만 꼭지점 주변의 부분꼭지점과 인접한 위상 요소들 간의 관계를 이용한 탐색과정을 통하여 디스크 순환 정보를 얻을 수 있다. 이러한 탐색알고리즘은 이상현에 의해 제안된 바 있다[7].

### 3.3 자료구조의 특징

본 비다양체 모델의 자료구조는 기존에 제안된 자



(Fig 6) 한 꼭지점 주변에서 부분꼭지점들의 인접관계

료구조들과 다음과 같은 점에서 차별성을 가진다.

첫째, 본 자료구조는 기존의 다양체 모델러와 같이 기본적인 위상요소들의 계층적인 구조를 근간으로 하고, 이들 간의 인접관계를 나타내는 부분면, 부분모서리, 부분꼭지점의 3 가지 추가적인 요소들을 보조적으로 사용함으로써 간결하고 이해하기 쉽다.

둘째, 본 자료구조는 앞서 제안된 비다양체 모델들이 비다양체적 상황을 지원하기 위해 중복되는 정보를 저장하고 있는 점을 개선하여, 인접관계를 나타내는 위상요소들을 부분적으로만 도입함으로써 간결하고 효율적인 자료구조를 제공한다. 이로써 비다양체 모델의 관리에 따르는 기억장소를 절약하고 데이터 조작을 손쉽게 할 수 있다.

셋째, 본 자료구조에서 직접 저장하고 있지 않은 각 위상요소들 간의 나머지 인접관계는, 부분위상요소들에 의한 인접관계를 이용하여 모두 유도해 낼 수 있다. 예를 들면, 디스크 순환에 상응하는 정보는 부분 꼭지점과 여기에 인접한 부분모서리 및 부분면들 간의 인접관계를 이용하여 검색할 수 있다[7].

#### 4. 오일러 작업

다양체 솔리드 모델링 시스템에서는 기본 위상 요소들을 생성, 소멸시키기 위해 오일러 작업을 사용하

고 있다. 이렇게 함으로써 변화되는 모델이 항상 수학적으로 합당한 위상을 갖도록 할 수 있으며, 구체적 자료구조와 그 복잡성으로부터 상위 레벨의 작업들을 분리시키는 효과가 있다. 이와 같은 다양체 모델에서의 오일러 작업을 비다양체 영역까지 확장시킬 수 있다면, 다양체 모델보다 훨씬 복잡한 비다양체 모델의 관리를 손쉽게 할 수 있을 것이다. 이런 이유로 몇몇 연구자들이 비다양체 모델의 표현과 함께, 이에 적용 가능한 오일러 공식을 유도하고 이를 이용한 오일러 작업들에 대해 제안한 바 있다.

본 장에서는 앞서 설명한 비다양체 자료구조와 더불어 사용할 수 있는 오일러 공식을 설명하고 이를 이용한 오일러 작업에 대해 기술한다.

##### 4.1 오일러-포앙카레 공식(Euler-Poincare formula)

물체의 위상요소들을 다루는 오일러 작업의 근간이 되는 것은 다음의 오일러-포앙카레 공식이다.

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i a_i = \sum_{i=0}^n (-1)^i p_i \tag{1}$$

여기서 n은 차원수이고  $a_i$ 는 i차원의 단체(simplex)들의 개수이고,  $p_i$ 는 베티수(betti number)를 뜻한다 [8]. 본 논문에서는 오일러공식을 오일러-포앙카레 공



식의 의미로 사용한다.

3 차원 공간 상의 일반적인 비다양체 모델까지 적용 가능한 오일러 공식의 유도는 Masuda[5]와 Yamaguchi[4]의 논문에서 제시된 바 있다. 이를 기반으로 본 자료구조에 적용 가능한 오일러 공식을 유도하면 다음과 같다. 본 논문에서 표현하고자 하는 물체는 점, 선분, 열린 곡면과 닫힌 곡면들의 조합으로 이루어진 모델이므로, (1)식의 오일러-포양카레 공식에서  $n = 2$ 에 해당한다. 이것을 전개하면

$$v - e + f = p_0 - p_1 + p_2$$

where  $v$  : number of edges  
 $e$  : number of edges  
 $f$  : number of faces (2)

와 같이 된다. 여기서 0차원 베타수  $p_0$ 는 연결된 도형의 수, 1차원 베타수  $p_1$ 은 곡면 상에서 한점으로 수축시킬 수 없는 원의 개수나 혹은 꼭지점과 모서리로 이루어진 그래프에서 면으로 변환되지 않은 독립적인 회로(cycle, circuit)의 개수, 2차원 베타수  $p_2$ 는 연결된 면들에 의해 만들어지는 영역의 수를 나타낸다. 이들 베타수들을 본 자료구조에서 사용하는 위상요소들로 해석하면,  $p_0$ 는 안쪽 셀의 개수,  $p_2$ 는 무한대 영역을 제외한 나머지 영역의 개수를 나타낸다. 그리고  $p_1$ 의 경우에는 본 자료구조에서 직접적으로 대응하는 위상 요소는 없다. 한편 안쪽루프(hole loop)를 가지고 있는 면의 경우에도 위의 오일러 공식을 적용하기 위해서는 안쪽 루프들을 모두 제거한다고 가정하면 된다. 즉, L개의 안쪽 루프들을 제거하려면 L개의 모서리를 추가하면 되므로 이 경우에 모서리의 수가 L개 증가한 것으로 간주하면 된다. 앞에서 설명한 것을 이용하여 본 자료구조에 적용되는 오일러 공식을 최종적으로 유도하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$v - e + f - L = S - C + R$$

where  $S$  : number of void shells in regions  
 $C$  : number of cycles which can not be contractable to a point  
 $R$  : number of regions

$$L : \text{number of hole loops} \quad (3)$$

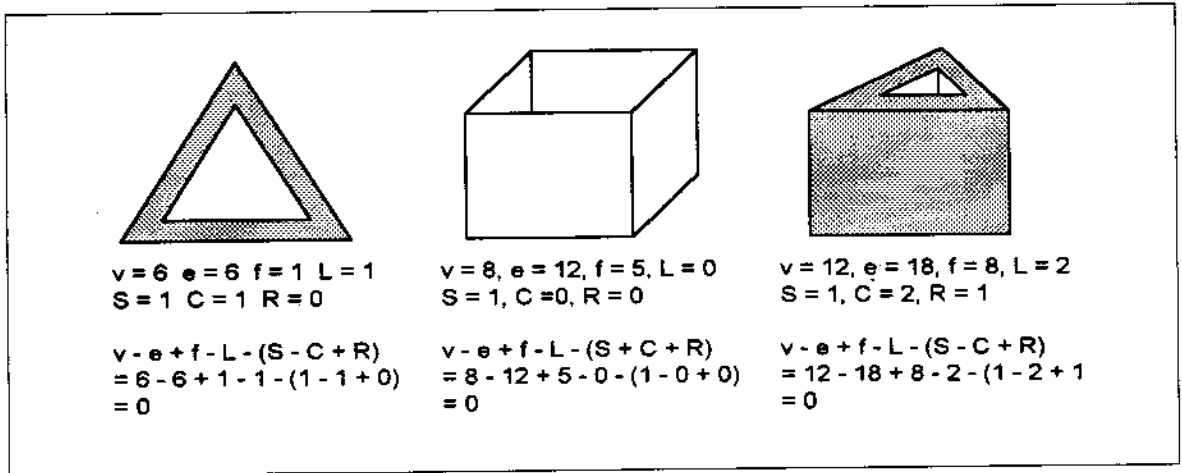
<Fig 7>은 몇몇 모델에 대해서 식 (3)을 적용한 예를 보여주고 있다. 한편, 이상현은 비다양체 모델에 대한 오일러 공식인 식 (3)이 r-set 비다양체 모델, 다양체 솔리드, 와이어프레임 모델 및 곡면 모델에 대해서도 일관성있게 적용될 수 있음을 보이고 있다[7].

#### 4.2 오일러 작업(Euler operation)

비다양체 모델에 대한 오일러 공식인 식 (3)은 7개의 변수로 구성되어 있으므로 벡터공간에서 기저벡터는 6개이다. 따라서, 비다양체 모델에서 이론적으로 필요한 최소한의 오일러 작업은 역작업을 포함하여 총 12 개가 된다. 본 시스템에서는 이것들 외에도 모델링 작업을 효율적으로 구현하기 위해 8개의 오일러 작업을 추가시켰다. 그리고 이들 오일러 작업 외에, 최초로 모델과 무한대의 영역을 생성시키고 마지막으로 모델과 무한대 영역을 소멸시키는 두 위상 작업도 추가 하였다. Tab. 1 은 앞에서 설명한 총 20개의 오일러 작업과 2개의 추가적인 위상 작업에 대해서, 그것들의 역할과 각 작업에 따른 오일러 공식의 변수들의 값을 나타내었다.

#### 5. 적용 예

<Fig 8>은 본 논문에서 설명한 자료구조와 오일러 작업을 실제로 구현하여 몇몇 물체를 모델링 한 예를 보이고 있다. (a)는 비다양체의 한 예로서, 솔리드, 박판, 와이어프레임 모서리 등이 혼합되어 있는 경우이다. (b)는 원형 단면을 주어진 경로를 따라 스윙핑하여 물체의 형상을 생성시킨 예이고 (c), (d)는 단면을 임의의 축에 대해 회전하여 형상을 생성시킨 예이다. (e)는 면과 꼭지점의 스윙핑 및 면 분할 등을 이용하여 전화기를 모델링 한 예인데, 박판, 와이어프레임 모서리, 꼭지점 하나로 이루어진 루프 등의 여러 가지 비다양체적 성질을 지니고 있는 물체의 예이다. 마지막으로, (f)는 자유곡면을 가진 모델의 면 위에 글자를 새긴 예이다.



〈Fig 7〉 오일러 공식의 적용 예

〈Tab 1〉 오일러적용 사항

	Name	Description	v e f L S C R
Basic Euler Operators	MEV(KEV)	make(kill) edge, vertex	1 1 0 0 0 0 0
	MEC(KEC)	make(kill) edge, cycle	0 1 0 0 0 1 0
	MFKC(KFMC)	make(kill) face, kill cycle	0 0 1 0 0 -1 0
	MFR(KFR)	make(kill) face, region	0 0 1 0 0 0 1
	MVS(KVS)	make(kill) vertex, shell	1 0 0 0 1 0 0
	MVL(KVL)	make(kill) vertex, loop	1 0 0 1 0 0 0
Additional Euler Operators	SEMV(JEKV)	split(join) edge, make(kill) vertex	1 1 0 0 0 0 0
	MEF(KEF)	make(kill) edge, face	0 1 0 0 1 0 0
	KEML(MEKL)	kill(make) edge, make(kill) loop	0 -1 0 1 0 0 0
	KEMS(MEKS)	kill(make) edge, make(kill) shell	0 -1 0 0 1 0 0
Additional Topological Operators	MMR(KMR)	make(kill) model, region	

6. 결론

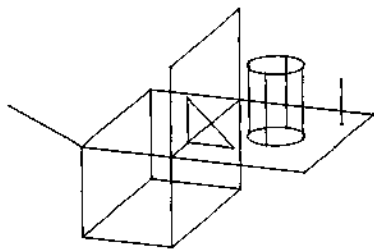
본 논문에서는 비다양체를 지원할 수 있는 CAD 시스템 커널 개발의 기반이 되는, 비다양체 모델의 경계표현을 위한 자료구조에 대해 설명하였고, 이에 바탕을 둔 오일러 공식 및 오일러 조작을 소개하였다.

기존의 비다양체 자료구조와는 달리, 다양체 모델을 표현하는 기본적인 위상 요소들 간의 계층적 관계를 그대로 유지하면서 이들 간의 인접관계를 나타내는 부분 위상 요소들을 도입하였다. 이러한 부분위상요소들은 기존의 비다양체 자료구조에서 도입된 위상 요소들 보다 중복되는 정보를 최대한으로 줄이면서도

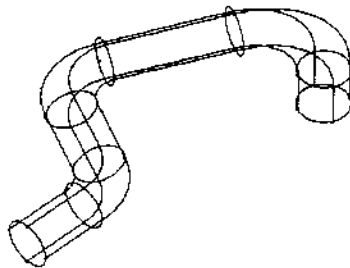
효율성을 유지하도록 설계되어 있다.

또한, 본 비다양체 자료구조에 적합하도록 확장된 오일러 공식을 설명하였고, 이것에 의거해 비다양체 모델을 생성시키고 수정할 수 있는 오일러 작업에 대한 사양을 제시하고 이를 구현함으로써, 비다양체 모델에 대한 위상학적인 일관성을 유지하면서 모델링 작업을 수행할 수 있도록 하였다. 그리고 본 논문에서 제시된 자료구조와 오일러 작업을 이용하여 실제로 모델링 작업을 수행함으로써, 본 자료구조 및 오일러 작업의 유용성을 입증할 수 있었다.

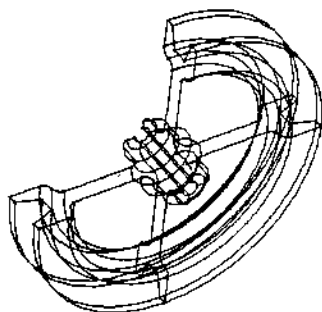
이와 같은 비다양체 자료구조 및 오일러 작업을 바탕으로 한 모델링 커널의 개발은 CAD 시스템의 응용



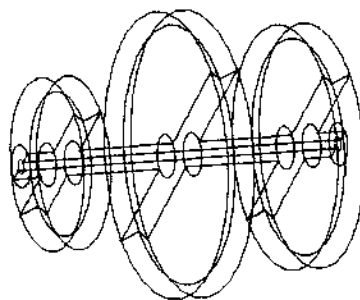
(a) A non-manifold model



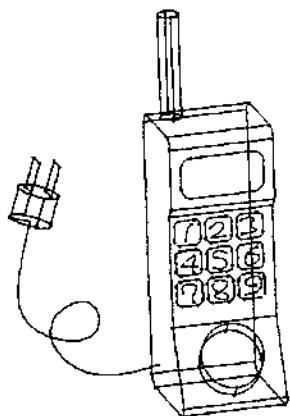
(b) Sweeping of a section along paths



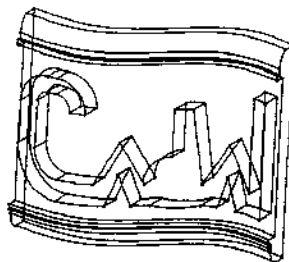
(c) V-belt pulley



(d) Shaft and pulleys



(e) Telephone



(f) Logo

<Fig 8> 비다양체 및 슬리드의 모델링 예

성을 더욱 확장하여, 제품의 설계, 해석, 생산의 통합화에 크게 기여할 것으로 생각된다.

**【참고문헌】**

[1] K.Weiler, "Topological structures for Geometric modeling," PhD. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Aug. 1986

[2] Y.choi, "Vertex-based boundary representation of non-manifold geometric models," PhD. Thesis, Carnegie Mellon Univ., Aug. 1989

[3] J.Rossignac and M.A.O'Connor, "SGC:A dimension-independent model for pointsets with internal structures and incomplete boundaries," Geometric Modeling for Product Engineering, North-Holland, 1990, pp.145-180

[4] Y.Yamaguchi, K.Kobayashi, and F.Kimura, "Geometric modeling with generalized topology and geometry for product engineering," Product Modeling for Computer-Aided Design and Manufacturing, Editors:J.Turner, J.pengna and M.Wozny, Elsevier Science Publishers B.V., North-Holland, 1991, pp. 97-115

[5] H.Masuda, et al., "A mathematical theory and applications of non-manifold geometric modeling," Geometric Modeling for Engineering Applications, Editors:F.L.krause and H.Jansen, North-Holland, 1990, pp. 89-103

[6] Spatial Technology INC., ACIS Geometric Modeler Application Guide, Spatial Technology INC., 1994

[7] 이상현, "사출 성형 제품의 설계 및 해석의 통합 환경을 제공하기 위한 특징 형상 기반 비다양체 모델링 시스템의 개발", 박사학위논문, 서울대학교 대학원, 1993년 8월

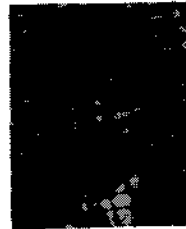
[8] M.Mantyla, An introduction to Solid Modeling, Computer Science Press, 1988, pp. 45-46



한영현  
1965년생  
1989년 서울대 기계설계학과 학사  
1993년 서울대 기계설계학과 석사  
현재 서울대 기계설계학과 박사과정  
관심분야: Solid modeling, Robot off-line programming



이건우  
1955년생  
1978년 서울대 기계공학과 공학사  
1981년 미국 M.I.T. 공학석사  
1984년 미국 M.I.T. 공학박사  
1984. 1-1986. 1 미국 Univ. of Illinois at Urbana-Champaign 조교수  
1986. 3-현재 서울대 공과대학 기계설계학과 교수  
관심분야: Computer-aided geometric design, NC toolpath generation and verification, Solid-modeling, Rapid prototyping



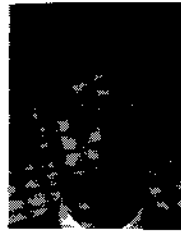
이상현  
1963년생  
1986년 서울대 기계설계학과 학사  
1988년 서울대 기계설계학과 석사  
1993년 서울대 기계설계학과 박사  
현재 (주) 신도리코 책임연구원  
관심분야: Solid modeling, Plastic injection molding



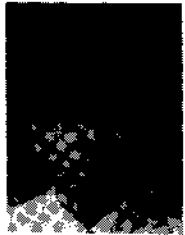
김성환  
1963년생  
1986년 서울대 기계설계학과 학사  
1988년 서울대 기계설계학과 석사  
1993년 서울대 기계설계학과 박사  
현재 대우공업전문대 교수  
관심분야: Solid modeling, Assembly modeling



**김영진**  
1964년생  
1986년 서울대 기계설계학과 학사  
1988년 서울대 기계설계학과 석사  
1995년 서울대 기계설계학과 박사  
현재 서울대 정밀기계설계공동연구소  
특별연구원  
관심분야: Solid modeling, Computer-  
Aided Inspection



**안재홍**  
1970년생  
1994년 서울대 기계설계학과 학사  
현재 서울대 기계설계학과 석사과정  
관심분야: Solid modeling, Rapid pro-  
totyping



**배석훈**  
1967년생  
1990년 서울대 기계설계학과 학사  
1992년 서울대 기계설계학과 석사  
1995년 서울대 기계설계학과 박사  
현재 (주) 신도리코 선임연구원  
관심분야: Solid modeling, Assembly  
modeling



**이경진**  
1972년생  
1986년 서울대 기계설계학과 학사  
현재 서울대 기계설계학과 석사과정  
관심분야: Solid modeling, NC machining