

로버스트추정에 의한 지구물리자료의 역산

김희준*

Inversion of Geophysical Data with Robust Estimation

Hee Joon Kim*

ABSTRACT: The most popular minimization method is based on the least-squares criterion, which uses the L_2 norm to quantify the misfit between observed and synthetic data. The solution of the least-squares problem is the maximum likelihood point of a probability density containing data with Gaussian uncertainties. The distribution of errors in the geophysical data is, however, seldom Gaussian. Using the L_2 norm, large and sparsely distributed errors adversely affect the solution, and the estimated model parameters may even be completely unphysical. On the other hand, the least-absolute-deviation optimization, which is based on the L_1 norm, has much more robust statistical properties in the presence of noise. The solution of the L_1 problem is the maximum likelihood point of a probability density containing data with longer-tailed errors than the Gaussian distribution. Thus, the L_1 norm gives more reliable estimates when a small number of large errors contaminate the data. The effect of outliers is further reduced by M -fitting method with Cauchy error criterion, which can be performed by iteratively reweighted least-squares method.

서 언

최소자승법 (least squares method)은 C.F. Gauss 이래의 오래된 방법이며, 지구물리탐사에서는 일상적으로 사용된다. 그러나 최소자승법에서는 측정치에 편차가 없고, 그 오차가 정규분포 (Gaussian distribution)를 따르고, 또 모델에도 근사의 오차가 없다는 전제를 필요로 하는 점에 주의해야 한다. 이 전제에 맞지 않을 때 최소자승법을 기계적으로 적용해도 좋은 결과가 얻어지지 않는 것은 당연하다. 지구물리탐사에서는 불완전한 모델을 써서 자료해석을 시도하는 경우가 많으며, 또 자료에도 크고 작은 여러 종류의 오차가 포함된다. 따라서 자료나 모델의 불완전성을 염두에 둔 해석이 요구된다.

로버스트 (robust)라는 통계용어는 1953년에 G.E.P. Box에 의해 처음 만들어졌다. 수학적 엄밀성 정도에 따라서 몇 가지 정의가 가능하지만, 일반적으로는 통계적 추정량이 "이상적인 가정에서 부더의 작은 편차에 민감하지 않음"을 뜻한다. 이 "작음"에는 두 가지 해석이 가능하다. 하나는 전 자료의 상대적 편차가 작은 것, 다른 하나는 소수 자료의

상대적 편차가 큰 것이다. 일반적으로 통계치리에 큰 영향을 미치는 것은 후자의 해석이며 이것이 크게 벗어난 이상치 (outlier)의 개념을 유도한다.

통계학자는 지금까지 여러가지 로버스트한 통계적 추정량을 만들었다. 그 중 우리에게 가장 중요한 것은 최대공산법 (maximum likelihood method)에서 유도된 M 추정량 (M -estimator)이다. 이것은 가중 최소자승법 (weighted least squares method)의 반복사용을 통하여 실현될 수 있으며, 비선형 모델에도 적용 가능하다. 여기서는 M 추정을 중심으로 한 로버스트추정의 배경이론과 수치계산법 그리고 지구물리탐사에 대한 적용예에 대하여 설명한다.

최소자승법

N 개의 자료 $(x_i, y_i), i=1, \dots, N$ 을 M 개의 파라미터 $a_j, j=1, \dots, M$ 을 가진 모델로 fitting하는 것을 생각한다. 이 모델은 독립변수 x 와 종속변수 y 간의 함수관계를 주며, 그 함수가 파라미터 a_j 에 의존하는 것을

$$y(x) = y(x; a_1, \dots, a_M) \quad (1)$$

과 같이 쓰기로 한다. 이 a_j 를 얻기 위하여는 무엇을 최소화하면 좋을까? 먼저 생각나는 것이 최소자승법, 즉

*부산수산대학교 응용지질학과 (Department of Applied Geology, National Fisheries University of Pusan, Pusan 608-737, Korea)

$$\sum_{i=1}^N [y_i - y(x_i; a_1, \dots, a_M)]^2 \rightarrow \min \tag{2}$$

이다. 이는 무슨 뜻이며, 어떤 원리에 바탕을 둔 것일까? 이 물음에 답하기 위하여는 최대공산 추정량이라는 것을 생각할 필요가 있다. 주어진 자료 (x_i, y_i) 에 대하여, 그것이 파라미터 a_i 의 모델함수 $y(x)$ 와 매우 닮았다든가 또는 전혀 닮지 않았다고 우리는 직관적으로 판단할 수 있다. 어떻게 하면 이 직관을 정량화할 수 있으며, 또 가장 그럴듯 한 파라미터를 선택할 수 있을까? 어떤 파라미터의 정확한 정도를 나타낼 확률이라는 개념은 없다. 여러 파라미터로 된 모델이 통계적으로 모집단을 이루는 것은 아니고 하나의 모델을 가정할 때 그것으로 얻어지는 자료가 통계적 모집단을 구성하는 것이다.

그러면 질문은 역으로 어떤 파라미터가 주어졌을 때 이 자료를 얻을 수 있는 확률은 얼마인가라는 것이 된다. y_i 가 연속적인 값을 가질 수 있을 때에는 각 자료가 $\pm \Delta y$ 에 들어가는 확률을 생각한다. 이 때 만일 자료가 얻어지는 확률이 매우 작으면 파라미터가 정확한 경우는 거의 없다. 역으로 정확한 파라미터를 선택하면 자료를 얻을 확률은 적지 않을 것이다.

바꾸어 말하면 파라미터로부터 그 자료가 얻어지는 확률을 파라미터가 자료에 관하여 가장 그럴듯한 정도를 나타내는 것으로 볼 수 있으며, 이것을 공산(公算, likelihood)이라 한다. 이 공산은 완전히 주관에 의한 것으로서 결코 수학적인 기반에서 있는 것은 아니다. 그러나 일단 이 주관적인 공산을 쓰면 이것을 최대로 함으로써 파라미터를 결정할 수 있다. 이러한 파라미터 추정을 최대공산추정이라고 한다.

공산과 (2)와의 관계에 대하여 생각한다. 자료 y_i 가 참의 모델 $y(x)$ 의 주변에서 각각 독립이고 랜덤(random)한 정규분포의 측정오차를 가진다고 가정하자. 그리고 각 정규분포의 표준편차 σ 는 모든 측정점에서 같다고 한다. 이 때 자료 전체의 확률은 각점 확률의 곱으로

$$P \propto \prod_{i=1}^N \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma} \right)^2 \right] \Delta y \right\} \tag{3}$$

와 같이 쓸 수 있다. 이것을 최대화하기 위해서는 그 대수에 음의 부호를 붙인

$$\left[\sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i)]^2}{2\sigma^2} \right] - N \log \Delta y \tag{4}$$

를 최소로 하면 된다. 여기서 $N, \sigma, \Delta y$ 는 모두 상수이므로 (4)를 최소화하는 것은 (2)를 최소화하는 것과 일치한다.

말하자면 최소자승법이 최대공산추정이 되는 것은 측정 오차가 독립이고 정규분포에 따르며 그 표준편차가 일정할 때이다. 표준편차가 일정하다는 가정을 완화하면 소위 말하는 “카이자승 (χ^2 , chi-squares) fitting”이라든지 “가중 최소자승 (weighted least-squares) fitting”이라고 불리는 방정식을 얻게 된다. 정규분포가 나쁜 근사에 지나지 않을 때나 크게 벗어난 이상치가 중요할 때는 최소자승법은 최대공산추정이 될 수 없으며, 그 때는 로버스트추정을 고려하게 된다. 참고로 여기서 말하는 오차는 통계적 오차 (statistical error)에 한한 것이며, 계통오차 (systematic error)는 포함되지 않는 점에 주의해야 한다. 만일 자료수가 충분하다면 통계오차는 평균화조작으로 제거될 수 있으나, 계통오차는 그렇지 않다.

카이자승법은 다음과 같다. 자료 (x_i, y_i) 가 각각 표준편차 σ_i 를 가진다면 (3)은 σ_i 로 바꾼 것으로 다시 쓸 수 있다. 마찬가지로 (4)에도 첨자를 붙이면 모델 파라미터의 최대공산 추정치는

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - y(x_i; a_i)}{\sigma_i} \right]^2, j=1, \dots, M \tag{5}$$

를 최소화하면 얻어진다. 따라서 χ^2 을 최소로 하는 방정식은

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i^2} \right) \left(-\frac{\partial y(x_i; \dots, a_k, \dots)}{\partial a_k} \right) = 0, k=1, \dots, M \tag{6}$$

이다.

자료 (x_i, y_i) 를 M 개의 x 에 관한 함수들의 선형결합으로 fitting하는 것을 생각한다. 이러한 모델은

$$y(x) = \sum_{k=1}^M a_k X_k(x) \tag{7}$$

라고 쓸 수 있다. 여기서 $X_k(x)$ 는 기저함수 (basis function)라고 불린다. (7)를 쓰면 (5)는

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - \sum_{k=1}^M a_k X_k(x_i)}{\sigma_i} \right]^2 \tag{8}$$

라고 고쳐 쓸 수 있다.

(8)이 최소가 되는 것은 χ^2 을 M 개의 파라미터 a_k 로 미분한 값이 모두 0일 때이다. 따라서

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} [y_i - \sum_{j=1}^M a_j X_j(x_i)] X_k(x_i) = 0, k=1, \dots, M \tag{9}$$

이다. 이는 다음과 같은 행렬방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^M \alpha_{ki} a_i = \beta_k \quad (10)$$

여기서

$$\alpha_{ki} = \sum_{j=1}^N \frac{X_j(x_i) X_k(x_i)}{\sigma_i^2} \quad (11)$$

는 $M \times M$ 행렬,

$$\beta_k = \sum_{i=1}^N \frac{y_i X_k(x_i)}{\sigma_i^2} \quad (12)$$

는 길이 M 의 벡터이다.

(9) 또는 (10)은 최소자승문제의 정규방정식 (normal equation)이라 불리며

$$A_{ij} = \frac{X_j(x_i)}{\sigma_i}, b_i = \frac{y_i}{\sigma_i} \quad (13)$$

라고 놓으면

$$(A^T \cdot A) \cdot \mathbf{a} = A^T \cdot \mathbf{b} \quad (14)$$

와 같은 행렬형태로 쓸 수 있다. 참고로 정규방정식으로 부터 최소자승해를 직접 구하는 것은 마무리오차 (round-off error)의 영향을 받기 쉽다는 점에 주의해야 한다 (Press et al., 1992). 마무리오차의 문제를 피하기 위해서는 정규방정식을 경유하지 않고, 원래의 관측방정식 (observation equation)을 직접 푸는 것이 바람직하다 (Saito, 1983). 관측방정식의 행렬표현은

$$A \cdot \mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (15)$$

이다.

국부적 M추정량

측정오차가 정규분포가 아님이 알려져 있다고 가정한다. 이 때 모델 $y(x_i; \mathbf{a})$ 의 파라미터 \mathbf{a} 를 추정하는 최대공산법의 공식을 유도하기 위하여 (3) 대신

$$P = \prod_{i=1}^N \{\exp [-\rho(y_i; y(x_i; \mathbf{a}))] \Delta y\} \quad (16)$$

라고 쓰자. 여기서 함수 ρ 는 확률밀도의 대수에 음의 부호를 붙인 것이다. (4)와 마찬가지로 (16)을 최대화하기 위해서는 그 대수를 취한

$$\sum_{i=1}^N \rho(y_i, y(x_i; \mathbf{a})) \quad (17)$$

를 최소화하면 되는 것을 알 수 있다.

함수 ρ 는 관측치 y_i 와 예측치 $y(x_i)$ 에 독립적으로 의존하는 것은 아니라, 무게 σ_i 를 각점에 붙이면 보통 그 차이에만 의존한다. 이 때 그 M추정량은 국부적 (local)이라고 말하고, (17)은 다음의 처방으로 바꿀 수 있다.

$$\sum_{i=1}^N \rho(z) \rightarrow \min \quad (18)$$

여기서 ρ 는 단일 변수 $z \equiv [y_i - y(x_i)]/\sigma_i$ 의 함수이다. $\rho(z)$ 의 미분을

$$\psi(z) \equiv \frac{d\rho(z)}{dz} \quad (19)$$

라고 놓고, (6)을 M추정량의 경우로 일반화시키면

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i} \psi\left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i}\right) \left(\frac{\partial y(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_k}\right) = 0, \quad k=1, \dots, M \quad (20)$$

이다.

(18)과 (3)을, 또 (20)과 (6)을 비교하면 오차가 정규분포일 경우에는

$$\rho(z) = \frac{1}{2} z^2, \quad \psi(z) = z \quad (21)$$

가 되는 것을 알 수 있다. 만일 오차가 양측 지수분포 (Laplace분포), 즉

$$\text{Prob} \{y_i - y(x_i)\} \sim \exp\left(-\left|\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i}\right|\right) \quad (22)$$

에 따른다면

$$\rho(x) = |z|, \quad \psi(z) = \text{sgn}(z) \quad (23)$$

가 된다. 이 경우 최대공산 추정량은 평균자승편차가 아니라 평균절대편차를 최소화하면 얻어지는 것을 알 수 있다. 이 때 분포의 양측 (tail)은 지수적으로 감쇠하지만 그 접근치는 정규분포의 그것 보다 훨씬 크다. 보다 더 넓은 (따라서 때로는 더 현실적인) 양측을 가진 것에 Cauchy분포

$$\text{Prob} \{y_i - y(x_i)\} \sim \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i}\right)^2} \quad (24)$$

가 있다. 이 경우는

$$\rho(z) = \log\left(1 + \frac{1}{2}z^2\right), \psi(z) = \frac{z}{1+z^2/2} \quad (25)$$

이다.

일반화된 정규방정식 (20)을 보면 ψ 는 무게함수 역할을 하고 있음을 알 수 있다. (21)에 의하면 오차가 정규분포를 보일 때는 점이 이탈하면 할수록 무게가 커진다. 그러나 (22)과 같이 양측이 약간 클 때는 (23)에 의해 모든 점에 같은 무게가 가해져 부호의 정보만이 사용된다. 마지막으로 양측이 더욱 더 커지면 (25)에 의해 이탈이 커지면 ψ 는 처음에는 증가하다가 다음에는 감소하기 시작한다. 따라서 크게 벗어난 점(이상치)은 파라미터 추정에 전혀 기여하지 않는다.

이러한 개념, 즉 이탈과 함께 각점의 무게가 처음에는 증가하고 다음에는 감소하는 특성은 새로운 ψ 의 처방을 주는 동기가 된다. 예를 들면 Andrew의 sine함수는

$$\psi(z) = \begin{cases} \sin(z/c) & |z| > cn \\ 0 & |z| < cn \end{cases} \quad (26)$$

이다. 만일 측정오차가 정규분포라면, $c=2.1$ 일 때 최적치라고 알려져 있다. 다른 예로서는 Tukey의 biweight함수

$$\psi(z) = \begin{cases} z(1-z^2/c^2)^2 & |z| < c \\ 0 & |z| > c \end{cases} \quad (27)$$

가 있다. 정규분포의 경우 $c=6$ 이 최적치이다.

로버스트추정의 수치계산

로버스트추정방법은 실제로 수십가지가 넘으며 그 모두를 소개할 수는 없다. 여기서는 지구물리탐사 분야에서 많이 쓰이는 로버스트추정에 대하여 알아 보기로 한다. 가장 단순한 것으로서는 다음의 L_1 norm (노름)을 최소화하는 것이 있다.

$$\sum_{i=1}^N |y_i - y(x_i; a_1, \dots, a_M)| \rightarrow \min \quad (28)$$

최소자승법이 (2)와 같이 L_2 노름을 최소화하는데 비해 이것은

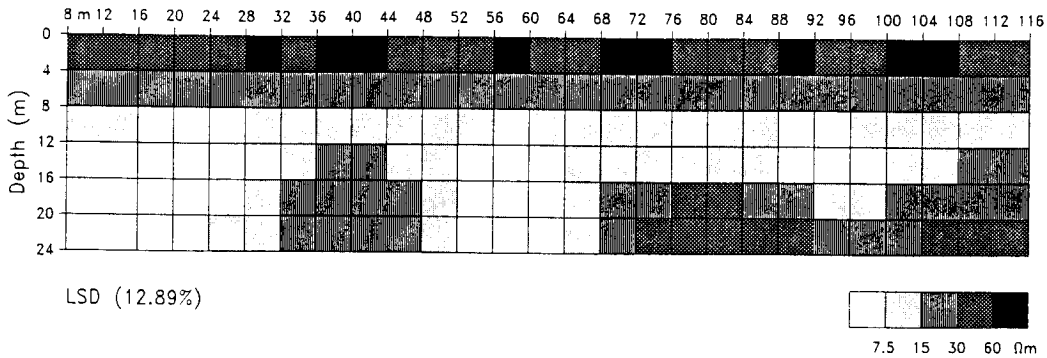


Fig. 1. Resistivity section reconstructed by minimizing the L_2 norm with smoothness constraint. Mean square error in the final model is 12.89 %. The apparent resistivity data were measured on Lake Suwa in Nagano Prefecture, Japan.

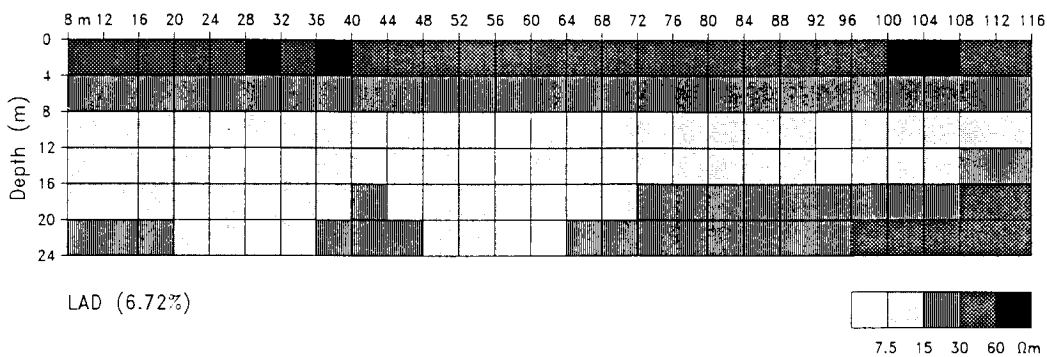


Fig. 2. Resistivity section reconstructed by iteratively reweighted least-squares method, which is based on the biweight estimation. Mean absolute error is 6.72%.

최소절대편차 (least absolute deviation)를 구하는 것이다. (28)은 (2)에 비해 이상치의 영향을 크게 줄일 수 있다. 이때의 오차는 (22)의 Laplace분포를 가정하고 있다.

L_1 노름의 최소화에는 선형계획법 (linear programming)이나 Simplex법 등이 사용된다. 그러나 이러한 절차는 최소자승법에 비해 매우 느리며, 반복계산을 필요로 하는 비선형 문제를 취급할 때 큰 단점이 될 수 있다. 이러한 단점을 보완하는 하나의 방법으로서 반복 재가중 최소자승법 (iterative reweighted least squares method)이 있다. 이를 설명하기 전에 먼저 일반적인 L_p 노름의 최소화에 대하여 알아 본다.

Scales *et al.* (1988)에 의하면 선형방정식 (15)의 L_p 노름의 최소화는 다음과 같다. $\partial_i = \partial x_i$ 라고 쓰면

$$\begin{aligned} \sum_i \partial_k | \sum_j A_{ij} x_j - b_i |^p &= \sum_i \partial_k | r_i |^p \\ &= \sum_i \text{sgn}(r_i) p | r_i |^{p-1} A_{ik} \\ &= \sum_i r_i p | r_i |^{p-2} A_{ik} \\ &= [A^T R(Aa - b)]_k \end{aligned} \tag{29}$$

이다. 여기서 $\text{sgn}(x) \equiv x/|x|$, R 은 $p |r_i|^{p-2}$ 만을 대각요소로 하는 행렬이다. L_p 노름의 최소화란 (29)를 0으로 놓고 푸는 것이며 이는 R 이라는 무게를 붙인 가중 최소자승법과 동등하다.

$p=2$ 일 때 최소자승법의 정규방정식 (14)가 유도되는 것은 쉽게 알 수 있다. 한편 $p=1$ 일 때 그 무게는 잔차의 절대치의 역수와 동일하다. 즉 잔차가 크면 클수록 무게는 작아진다. 이 잔차의 절대치로서는 반복개량의 앞 단계 값을 쓰면 된다. 단 잔차가 0일 때는 무게가 ∞ 가 되는 문제가 생긴다. Scales *et al.* (1988)은 탄성과 토모그래피에서 잔차가 어느 정해진 값보다 작으면 그들의 무게를 모두 일정값으로 하는 Huber의 M추정법을 사용하였다.

가중 최소자승법의 무게로서는 앞에서 소개한 Andrew의 sine함수 또는 Tukey의 biweight함수도 많이 사용된다. 이때의 오차는 Cauchy분포와 유사한 것을 가정하고 있다. Sasaki (1988)는 전기비저항 2차원역산에 biweight 추정법을 도입하였으나, 그 효과에 대해서는 확인하지 않았다. 여기서는 실제로 로버스트추정의 효과를 야외자료의 역산을 통해 알아 보기로 한다.

Fig. 1은 일본 나가노현 수와호의 호상에서 얻은 겐보키 비저항을 L_2 노름을 최소화하는 평활화제약 역산 (Sasaki, 1988)으로 해석한 전기비저항 단면도이다. 호수의 수심은 약 4m이며, 기반암 심도는 약 20m이다. 자료중 소수의 이상치 영향으로 인해 심도 약 12m이하의 좌측 두곳에서 지나치게 낮은 전기비저항 영역이 나타나고 있다. 한편 Fig. 2는 bi-

weight 추정법을 시도한 결과이다. 당초 예상한 층상구조가 잘 재현되고 있음을 알 수 있다.

결 언

지구물리탐사 분야에 대한 로버스트추정의 실제 적용예는 Dimri (1992)의 Table 6.1에 잘 요약되어 있다. 그 이외에 최근의 적용예에 대하여 알아보면, 역시 탄성과파탐사의 역산에서 많은 적용예를 볼 수 있다. 예를 들면 Gersztenkorn (1986) 및 Crase *et al.* (1990)의 파형역산, Jin and Madariaga (1994)의 속도역산, Amundsen (1991)의 $f-k$ 역산, 그리고 Scales *et al.* (1988), Justice *et al.* (1989) 및 Lines (1991)의 토모그래피 등이다. 그 밖에는 Giannakis and Mendel (1987)의 다콘블루션과 Patton (1988)의 시추자료에 의한 Q값 결정에 적용한 예가 있다. 탄성파탐사 이외의 분야에서는 Sasaki (1988)의 전기비저항 2차원역산, Silva (1989)의 2차원 지하기역산, Surtano and Vozoff (1991)의 MT 자료처리, 그리고 Kim (1995)의 전기비저항곡선의 해석에 대한 예가 있다.

로버스트추정이 비교적 상세히 나와 있는 교과서로서는 Nakagawa and Koyanagi (1982), Press *et al.* (1992), Dimri (1992) 등이 있다. 이 중 Dimri (1992)는 지구물리문제를 주제로 하고 있기 때문에 우리에게 크게 도움이 될 것이다.

사 사

본 연구는 한국과학재단 및 전략광물자원 연구센터의 지원을 받았다. 야외자료를 제공해주신 일본 농업공학연구소의 Dr. M. Takeuchi와 이 글을 쓰는데 있어 많은 조언을 해주신 공영세교수님께 감사드립니다.

참고문헌

- Amundsen, L. (1991) Comparison of the least-squares criterion and the Cauchy criterion in frequency-wavenumber inversion. *Geophysics*, v. 56, p. 2027-2035.
- Crace, E., Pica, A., Noble, M., McDonald, J. and Tarantola, A. (1990) Robust elastic nonlinear waveform inversion: Application to real data. *Geophysics*, v. 55, p. 527-538.
- Dimri, V. (1992) Deconvolution and Inverse Theory: Application to Geophysical Problems. Elsevier, Amsterdam, p. 230.
- Gersztenkorn, A., Bednar, J.B. and Lines, L.R. (1986) Robust iterative inversion for one-dimensional acoustic wave equation. *Geophysics*, v. 51, p. 357-368.
- Giannakis, G.B. and Mendel, J.M. (1987) Entropy interpretation of maximum-likelihood deconvolution. *Geophysics*, v. 52, p. 1621-1630.
- Jin, S. and Madariaga, R. (1994) Nonlinear velocity inversion by a two-step Monte Carlo method. *Geophysics*, v. 59, p. 577-590.
- Justice, J.H., Vassiliou, A.A., Singh, S., Logel, J.D., Hansen, P.A.,

- Hall, B.R., Hutt, P.R. and Solanki, J.J. (1989) Acoustic tomography for monitoring enhanced oil recovery. *Leading Edge*, v. 8, p. 12-19.
- Kim, H.J. (1995) Nonlinear inversion of resistivity sounding data using simulated annealing. *Butsuri-Tansa*, v. 48, p. 225-231. (in Japanese)
- Lines, L. (1991) Applications of tomography to borehole and reflection seismology. *Leading Edge*, v. 10, p. 11-17.
- Nakagawa, T. and Koyanagi, Y. (1982) 最小二乗法による実験データ解析. 東京大學出版會, p. 203.
- Patton, S.W. (1988) Robust and least-squares estimation of acoustic attenuation from well-log data. *Geophysics*, v. 53, p. 1225-1232.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P. (1992) *Numerical Recipes in Fortran*. 2nd (ed.), Cambridge U. P., New York, p. 963.
- Saito, M. (1983) Algorithms for least squares method. *Butsuri-Tansa*, v. 36, p. 72-86. (in Japanese).
- Sasaki, Y. (1988) Improved two-dimensional resistivity inversion. *Butsuri-Tansa*, v. 41, p. 111-115. (in Japanese)
- Scales, J.A., Gersztenkorn, A. and Treitel, S. (1988) Fast lp solution of large, sparse linear systems: Application to seismic travel time tomography. *J. Comp. Phys.*, v. 75, p. 314-333.
- Silva, J.B.C. (1989) Transformation of nonlinear problems into linear ones applied to the magnetic field of a two-dimensional prism. *Geophysics*, v. 54, p. 114-121.
- Sutarno, D. and Vozoff, K. (1991) Phase-smoothed robust M-estimation of magnetotelluric impedance functions. *Geophysics*, v. 56, p. 1999-2007.

1995년 7월 1일 원고접수