

〈논 문〉 SAE NO. 953782

정전탐침법에 의한 예혼합 난류전파화염의 구조에 관한 연구

A Study on the Structure of Premixed Turbulent Propagating Flames Using a Microprobe Method

김 준 효,* 안 수 길*
J. H. Kim, S. K. Ahn

ABSTRACT

The structure of premixed turbulent flames in a constant-volume vessel was investigated using a microprobe method. The flame potential signal having one to eight peaks was detected in the case of turbulent flames, each of them being regarded as a flamelet existing in the flame zone. Based on this consideration, the flame propagation speed, the thickness of the flame zone, the number of flamelets and the separation distance between adjacent flamelets in the flame zone were measured. The experimental results of this work suggest the existence of "reactant islands" behind the flame front when the turbulence was intensified to some extent. The critical(lowest) ratio of turbulence intensity to the laminar burning velocity being found to be about 0.7 for the formation of reactant islands in this experiment.

주요기술용어 : Premixed Combustion(예혼합 연소), Turbulent Flame Structure(난류화염구조), Electrostatic Probe(정전탐침), Reactant Islands(미연혼합기괴), Combustion Regime(연소영역)

1. 서 론

최근 에너지 자원 고갈의 위기와 함께 지구 환경 오염 문제가 각 계의 긴급한 과제로 대두되고 있다. 그 대책의 일환으로서, 내연기관에서는 열 효율의 향상 및 배기가스의 정화가 요구되고 따

라서, 예혼합 난류화염구조에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 예혼합 난류화염구조는 엔진에서의 연소속도, 화염전파한계 등의 현상과 밀접한 관계가 있으므로, 그 해명은 엔진의 연소제어 및 연소모델의 작성상 중요한 과제이다. 따라서 난류화염구조는 여러 가지 방법에 의해 조사되고 있다^{1)~13)}.

* 정회원, 부산수산대학교 기관공학과

정전탐침법은 화염소면에 존재하는 이온전류

를 이용하여 화염소면을 검출하는 방법으로 난류 화염 구조의 계측에 널리 사용되고 있다. 그러나 종래의 정전탐침법^{2),5)}에서는 탐침에 전압을 가하기 때문에, 탐침의 주위에 이온시스가 발생하여 탐침의 공간분해능력을 저하시키는 결점이 있었다. 한편 Kido⁶⁾등은 탐침에 전압을 가하지 않고 화염소면의 전위신호를 검출하는 방법, 즉 무전원 정전탐침법을 개발하고, 이 방법이 종래의 정전탐침법보다 공간분해능력이 뛰어난을 검증하였다.

본 연구에서는 무전원 정전탐침법을 난류화염 구조의 계측에 응용하여 화염의 전파속도, 난류 화염영역의 평균두께, 화염소면수의 분포 및 화염소면의 평균간격 등 화염구조에 관한 중요한 파라미터와 함께 주름상 층류화염(Wrinkled Laminar Flame)영역과 균도상 화염(Reactant Islands Flame)영역의 천이조건을 계측하였다.

2. 실험장치 및 방법

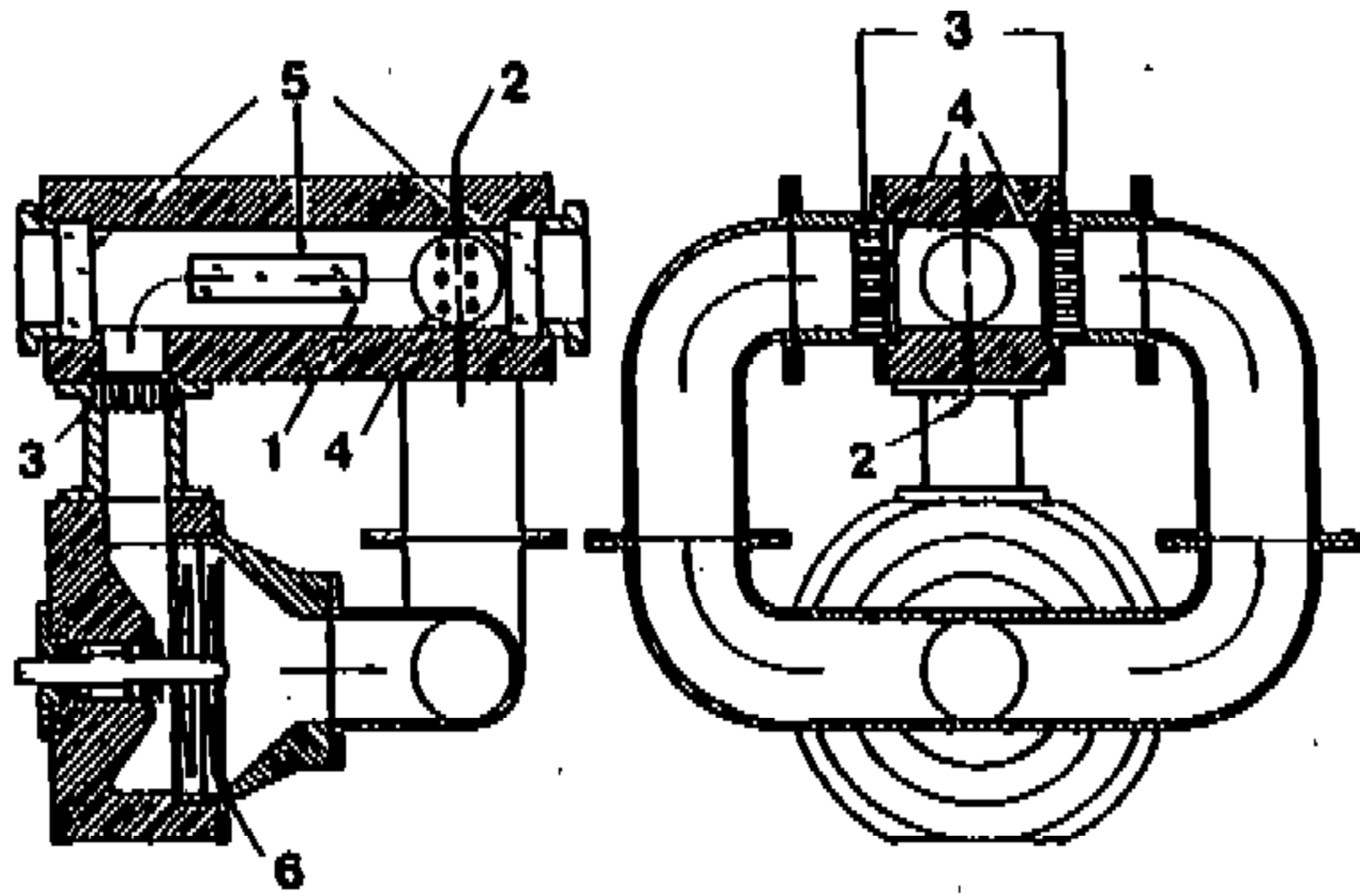
2.1 연소장치 및 혼합기

본 연구에 이용한 정적 연소장치는 Fig.1과 같이 화염을 한 방향으로 전파시킬 수 있는 구조로 되어 있다. 분압충전법으로 용기내에 충전된 혼합기는 연소실(직경 50mm, 길이 220mm)의 하부에 설치된 원심 팬에 의해 화살표 방향으로 순환된다. 난류는 연소실 입구에 마주 보게 설치된 다공판에서 분출되는 혼합기의 충돌에 의해 발생되며, 난류강도는 팬의 회전속도로 변화시켰다. 점화는 연소실 입구에서 이루어지며, 점화초기를 제외하면 화염은 한 방향으로 전파한다. 연소실에는 화염의 전파방향과 그것에 직각방향의 양면에 각각 관측창을 설치하여, 전파화염의 정면과 측면에서 관측할 수 있다. 또 원심 팬 쪽으로 화염이 침입하지 않도록 소염기를 설치하였다.

실험에 이용한 혼합기는 2종류의 프로판 인공 공기 혼합기이며, 그 조성은 Table 1과 같다. Table 1에서 S_{L0} 는 층류연소속도, δ_{L0} 는 층류화염의 반응역 두께, η_0 는 층류화염의 예열역 두께, ϕ 는 당량비, ν 는 혼합기의 동점도, T_0 는 정압 단열 화염온도이다. 연소실험은 초기조건이 상온(295~300K), 상압(1atm)의 조건하에서 행하였다.

2.2 계측장치 및 회로

난류화염구조의 계측에 이용한 정전탐침의 구조 및 그 계측회로는 Fig.2와 같다. 화염소면의 전위신호를 검출하기 위한 정전탐침은 공간분해능력을 높이기 위하여, 검출부의 길이를 0.6mm, 직경 0.2mm로 하였다. 탐침은 니켈선이며, 직경 0.8mm의 스텐레스판에 의해 지지된다. Fig.2에



- 1. Combustion chamber
- 2. Ignition plug
- 3. Flame arrester
- 4. Perforated plate
- 5. Pyrex window
- 6. Centrifugal fan

Fig.1 Schematic diagram of combustion chamber

Table 1 Properties of mixtures used

MIXTURE	MOLAR FRACTION				ϕ	S_{L0} m/s	δ_{L0} mm	η_0 mm	T_b K	$\nu \times 10^5$ m ² /s
	C ₃ H ₈	O ₂	N ₂	He						
24-P10-38	1.0	5.0	22.0	2.0	1.0	0.24	0.38	0.095	2089	1.51
33-P10-30	1.0	5.0	20.0	2.0	1.0	0.33	0.30	0.069	2168	1.50

서, 회로중의 저항 R_{in} 은 기록장치의 입력저항이고, R_0 는 가변저항이다. 가변저항 R_0 는 신호의 SN비를 높이기 위하여 무한대로 하였다. 또 보다 정확한 신호를 얻기 위하여 정전탐침의 검출부 이외의 전도체나 점화플러그의 표면은 열수축관으로 절연하고, 연소실의 내부도 절연용 도료를 칠했다.

3. 난류장의 특성

난류강도 u' 는 형상이 다른 3종류의 열선프로브를 사용하여, 점화플러그로부터 97mm 하류쪽의 동일 측정점에 설치하여 얻어진 복수의 계측 결과로부터 계산하여 구하였다. 계산에 필요한 각 프로브의 방향감도 특성은 진자검정으로 구하였다. Fig.3에 난류강도 u' 의 3축 방향 평균치와 팬 회전속도와의 관계를 나타낸다. Fig.3으로부터 난류강도 u' 는 팬 회전수가 증가함에 따라 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

난류의 공간척도는 동일한 형상의 프로브를 설치한 2대의 열선유속계를 사용하여, 난류의 공간상관함수를 계측하여 구하였다. 즉 종방향 적분공간척도 L 은 난류가 거의 등방적이라고 가정하여 공간상관함수로부터 계측하였다. 또 Taylor 미세척도 λ_g 는 얻어진 상호상관함수에서 계측점

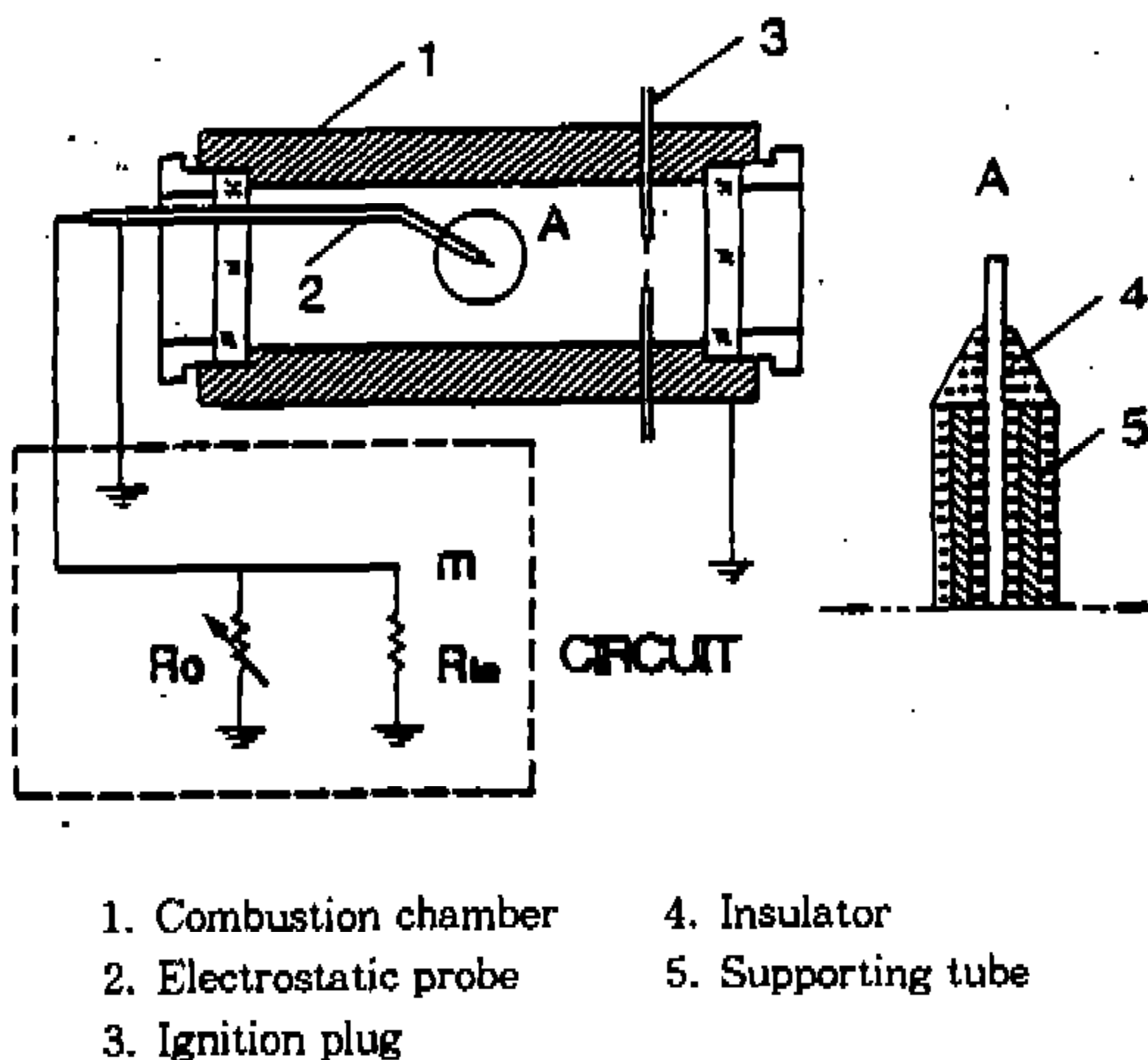


Fig.2 Measurement circuit and electrostatic probe

의 간격이 작은 경우에 대해 정점부근의 함수근사로 구하였다. 그러나, 프로브 간격을 너무 작게 할 수 없기 때문에, λ_g 의 계측에는 약간의 오차가 포함될 가능성이 있다.

난류강도 u' 에 대한 종방향 적분공간척도 L 과 Taylor 미세척도 λ_g 및 난류의 에너지 소산율로부터 구한 Kolmogoroff 척도 η_k 를 Fig.4에 나타낸다. Fig.4에서 알 수 있는 바와 같이, 종방향 적분공간척도 L 과 Taylor 미세척도 λ_g 는 u' 가 증가함에 따라 약간 작아지는 경향을 보이는데, Taylor 미세척도 λ_g 의 크기는 L 의 1/2정도이다. L 및 λ_g 는 혼합기의 조성에 관계없이 거의 u' 만에 의존하는 것으로 생각되지만⁹⁾, Kolmogoroff 척도 η_k 는 혼합기의 동점도에 의존하므로 Fig.4는 공기에 대한 계산결과를 나타낸다. η_k 는 난류강도 u' 가 0.14m/s의 경우를

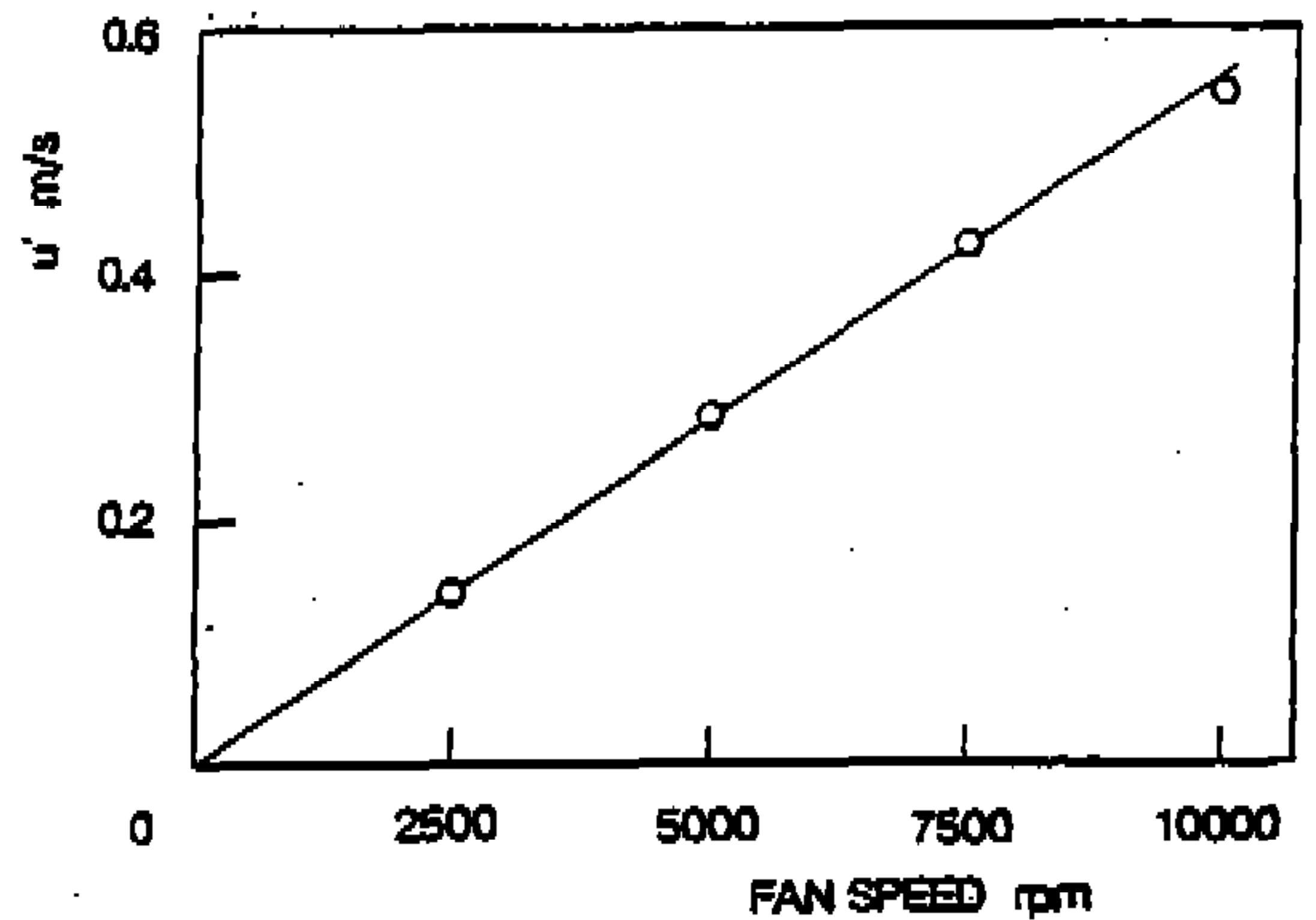


Fig.3 Turbulence intensity vs. fan speed

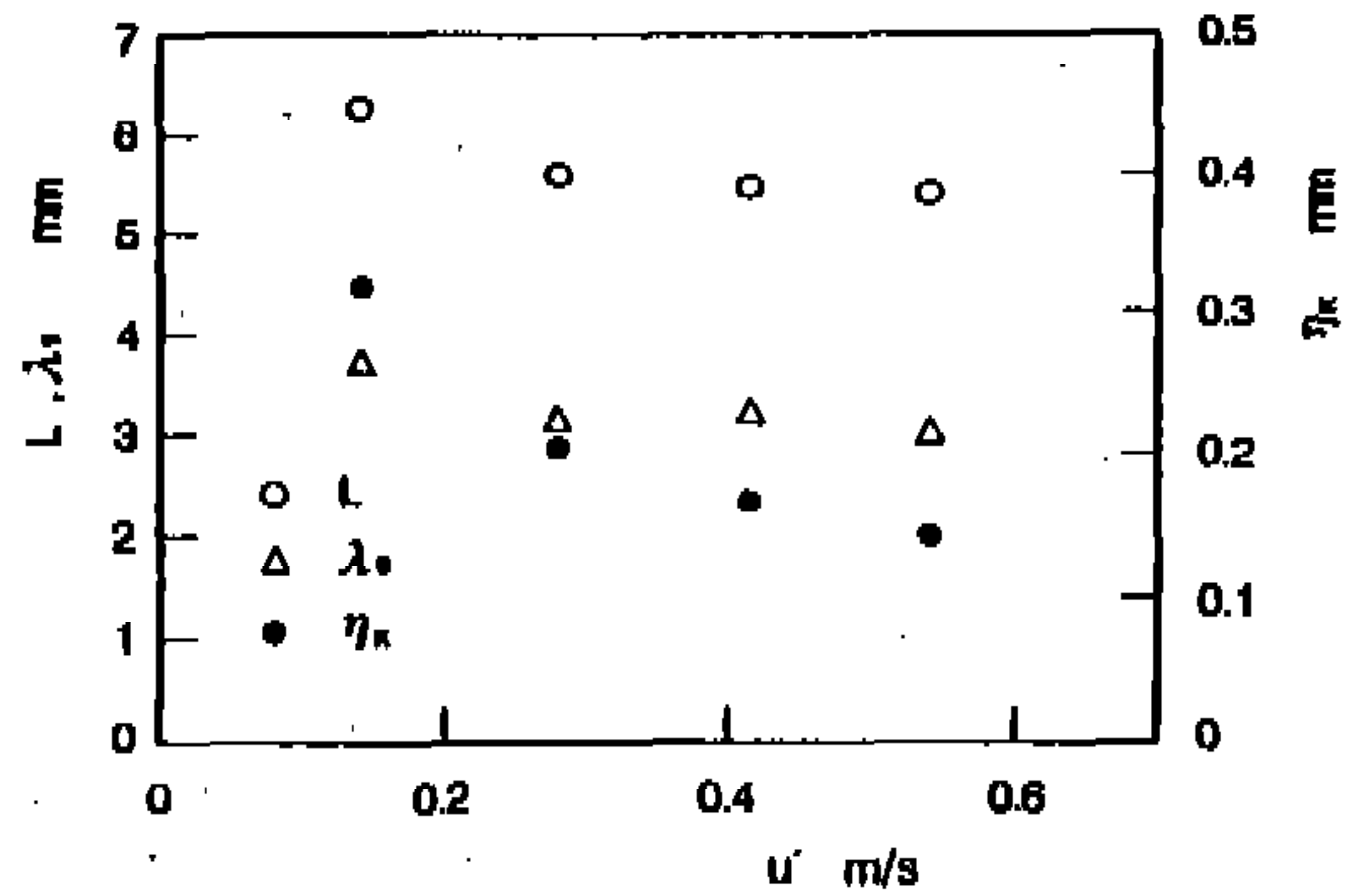


Fig.4 Turbulence characteristics in the combustion chamber

제외하면, 0.2mm 이하로 극히 작고 u' 가 증가함에 따라 감소한다.

4. 실험결과 및 고찰

4.1 전형적인 전위신호와 예혼합 난류전파화염의 구조

예혼합 난류화염구조의 해명은 엔진에서의 연소제어 및 연소모델의 작성상 중요한 과제이다. 난류화염의 구조에 관하여 Tabaczynski¹⁰⁾등은 Tennekes¹¹⁾의 난류구조 모델에 의거한 난류화염의 미세구조 모델을 제안하고, 엔진의 운전조건을 변화시킨 계측결과와 성능예측 계산결과가 잘 일치함을 보였다. 이 모델은 예혼합 난류전파화염의 화염영역에는 기연가스(Burned Gas)속에 미연혼합기괴(Reactant Islands)가 존재함을 시사하고 있다.

난류화염의 구조에 관한 연구는 슈리렌 사진 촬영법 및 레이저 시트를 이용한 단층사진 촬영법(Laser Tomography)등에 의해 활발히 진행되고 있다. Simth¹²⁾는 슈리렌 사진 촬영법을 이용하여 엔진내 난류전파화염의 구조를 관찰하고 슈리렌 사진의 줄무늬 간격이 엔진의 회전속도가 상승함에 따라 급격히 작아지는 것을 보였다. 또, Kido¹³⁾등에 의한 정용용기에서의 예혼합 난류전파화염의 슈리렌 사진에서도 같은 경향이 관찰되었다. 이와 같은 실험결과로부터 난류가 어느 정도 강해지면 예혼합 난류전파화염의 화염영역에는 미연혼합기괴와 기연가스가 공존하고 있음을 추측할 수 있다. 그러나 슈리렌 사진은 화염의 심층구조를 직접 나타낼 수 없기 때문에 그 화상해석은 일정한 모델에 의거할 수 밖에 없다¹⁴⁾. 한편, 최근의 단층사진 촬영법에 의한 계측결과에서는, 기연가스에 둘러 싸인 미연혼합기괴는 관찰되지 않았다고 보고되고 있다¹⁵⁾.

Fig.5는 혼합기 24-P10-38, 난류강도 u' 가 0.42m/s 일 때 점화플러그로부터 하류쪽으로 112mm의 위치에 설치한 탐침에서 얻어진 예혼합 난류전파화염의 전형적인 전위신호를 나타낸다. 예혼합 층류전파화염의 경우, 그 전위신호 파형에는 1개의 peak 밖에 없는 것에 비해, 예혼합

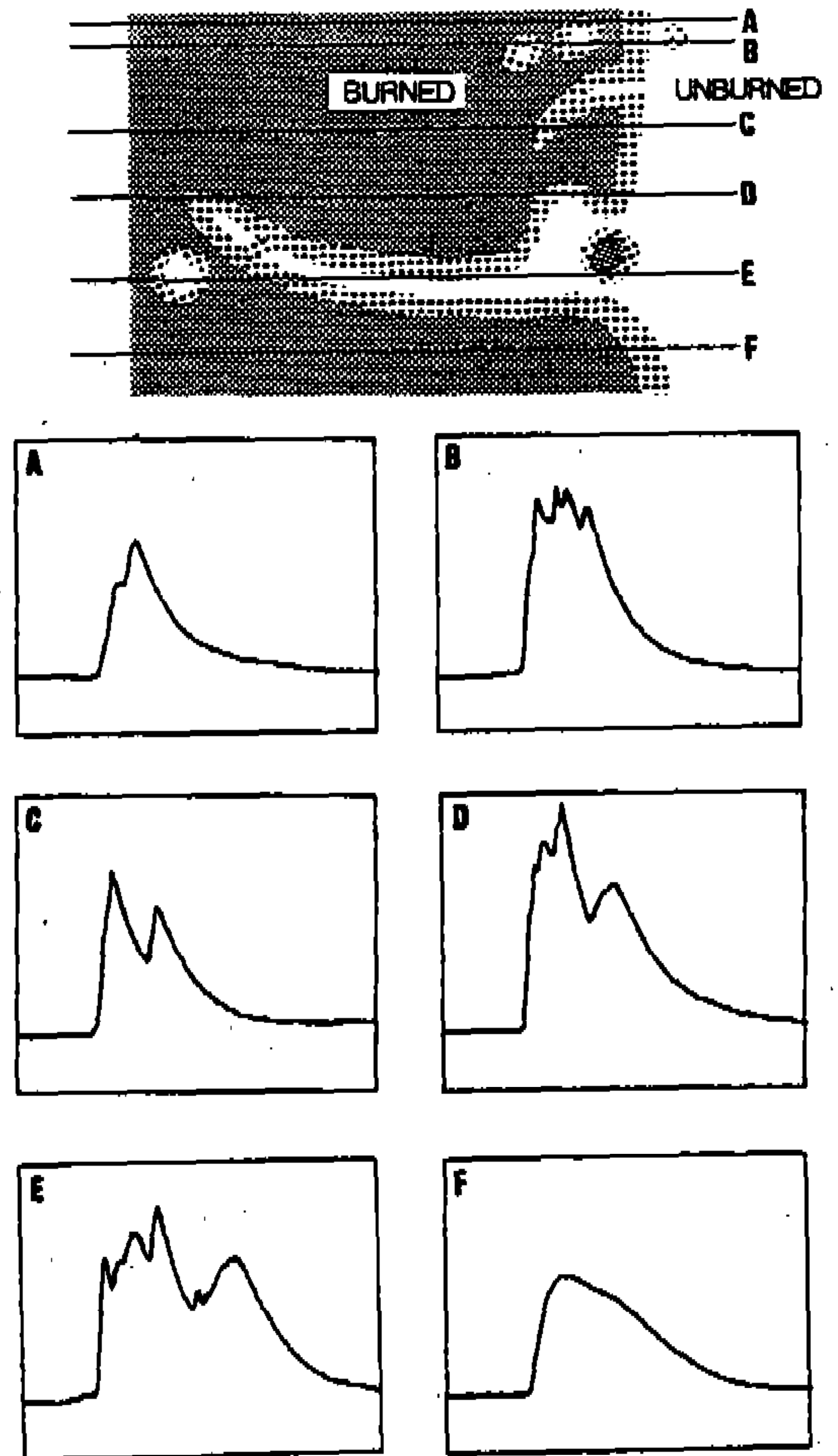


Fig.5 Typical flame potential signals and conceptual flame structure deduced from the signals
(Mixture 24-P10-38, $u' = 0.42\text{m/s}$;
Horizontal axis : Time[ms], Vertical axis : Voltage[mV] or Current[μA])

난류전파화염의 경우에는 여러 개의 peak를 가지는 것이 많았다. 이것은 여러 개의 화염소면(Flamelet)이 탐침을 통과했기 때문이라 판단하여 전위신호 파형의 peak수와 예혼합 난류전파화염구조 모델과의 대응관계도 Fig.5에 나타내었다. Fig.5에서 A, B, C, D 등으로 표시한 신호는 화염구조 모델의 대응한 곳에서 얻어진 것으로 생각되며, 이 실험결과는 난류 화염영역의 기연가스속에 미연혼합기괴가 존재하고 있음을 지지하는 것이다.

4.2 출력신호의 해석

Fig.5에 보인 바와 같이, 난류화염영역에는 몇 개의 화염소면이 존재하고 있으므로 화염영역의 전연(Front Edge)과 후연(Rear Edge)은 각각 Fig.6에서 정의하는 t_{st} 와 t_{end} 에 대응하는 것으로 생각된다. 난류화염의 경우, 후연의 이동속도는 반드시 전연의 이동속도와 일치하지 않기 때문에, 본 실험에서는 전연과 후연의 전파속도를 각각 측정하였다.

화염영역의 전연과 후연의 전파속도를 구하기 위하여, 연소실의 중심축상에서 점화플러그로부터 하류쪽의 87, 112, 137, 162mm의 4점에 대한 전연과 후연의 도달시간을 각각 50회 이상

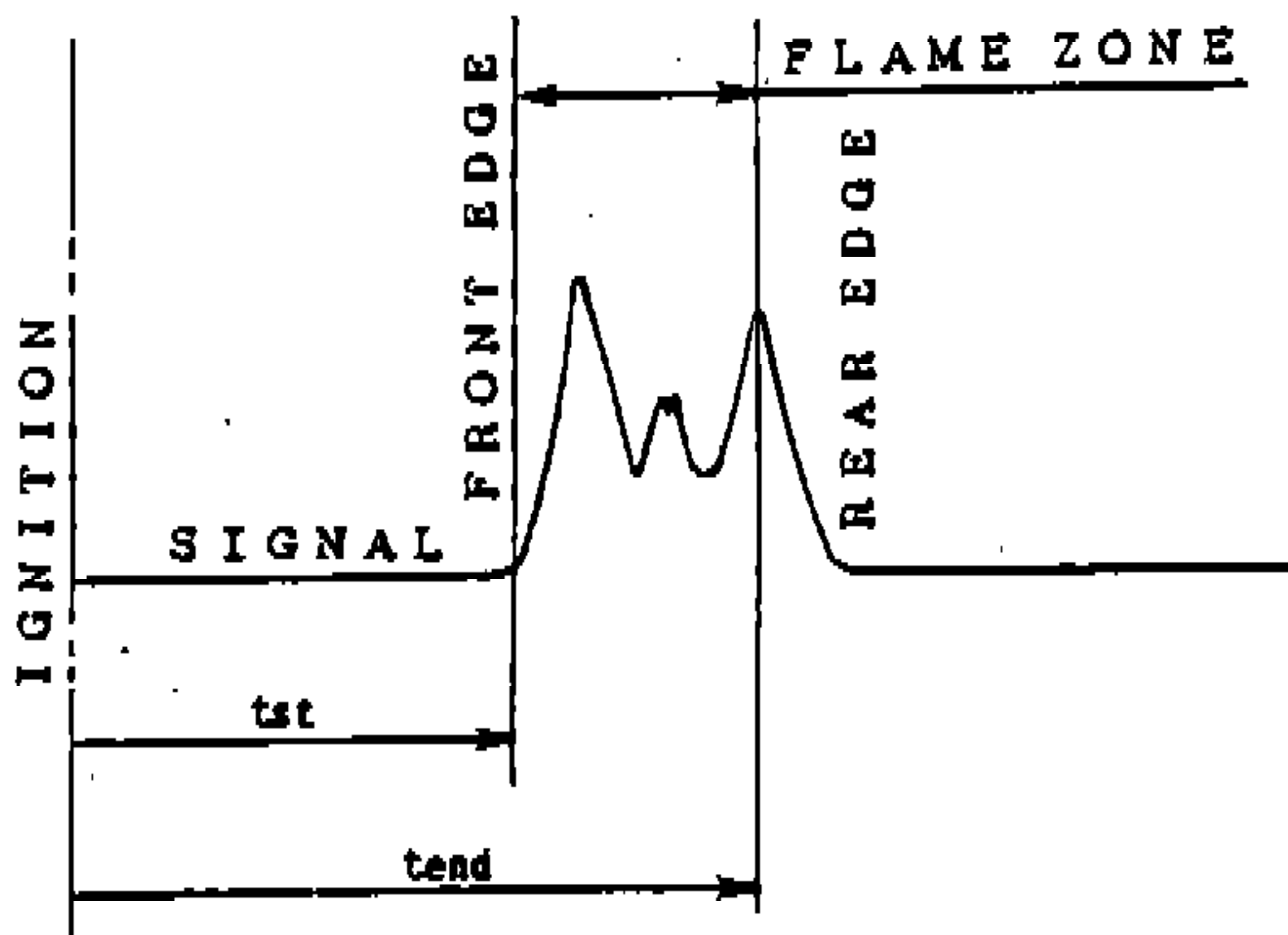


Fig.6 Definition of turbulent flame zone

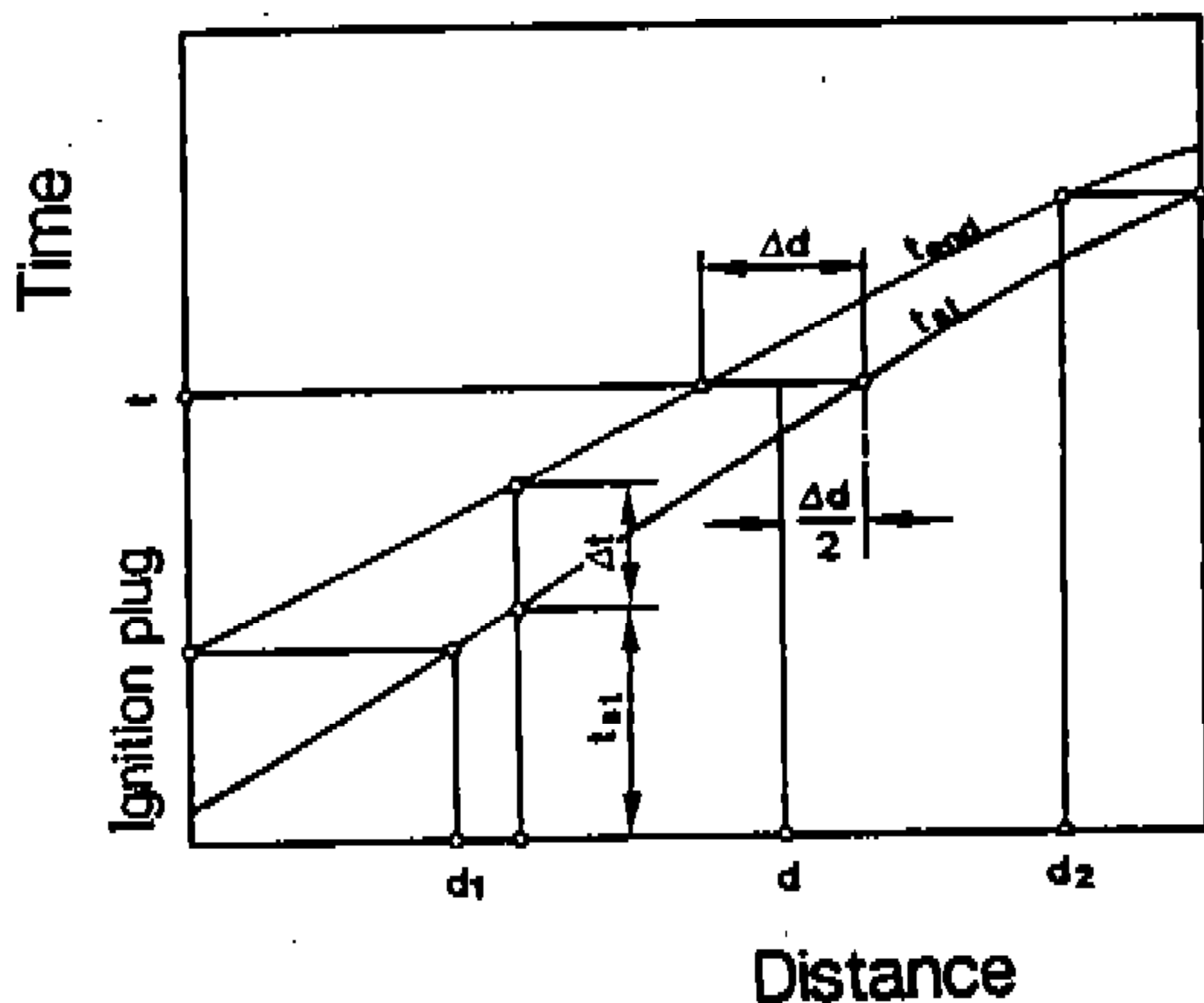
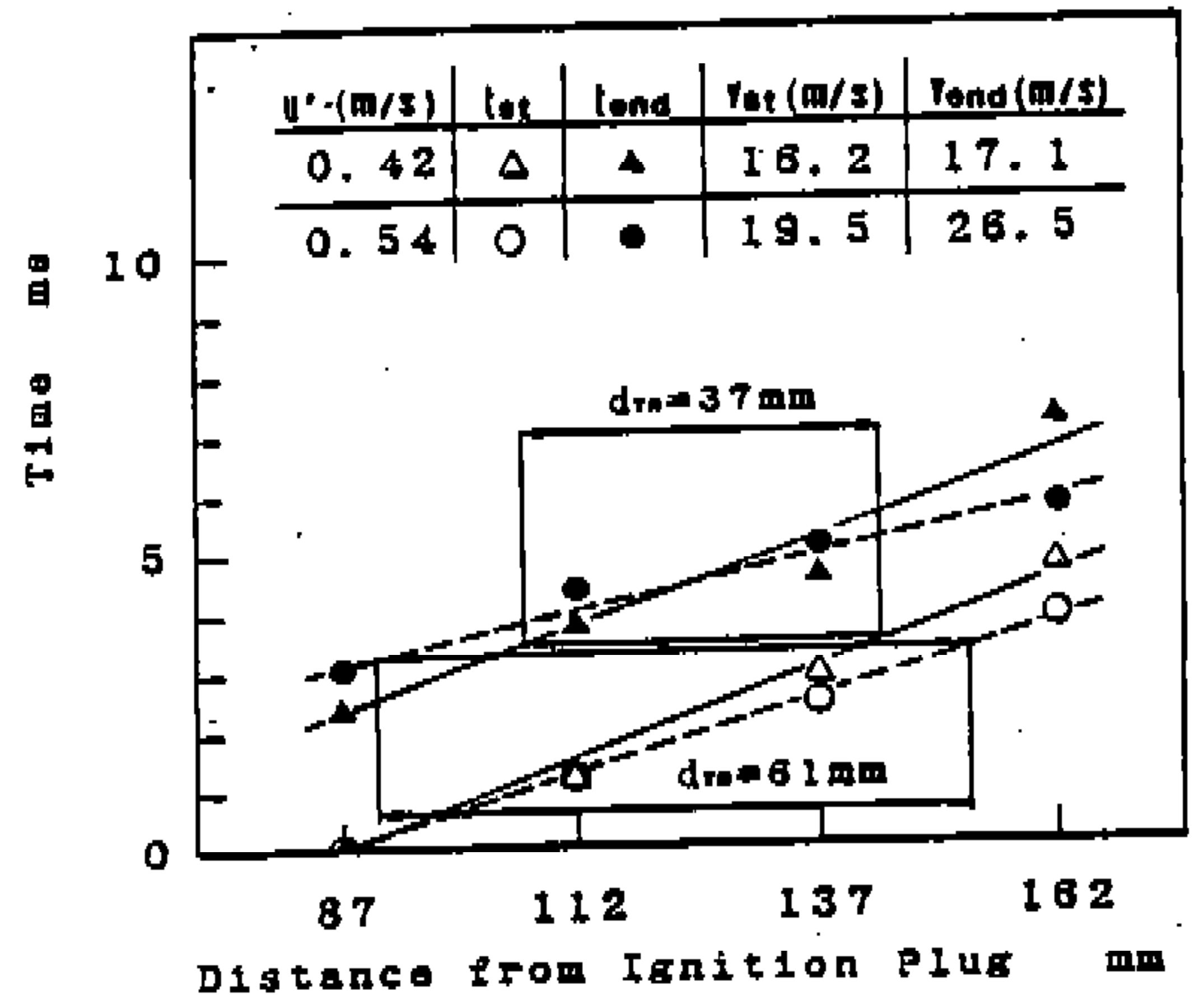
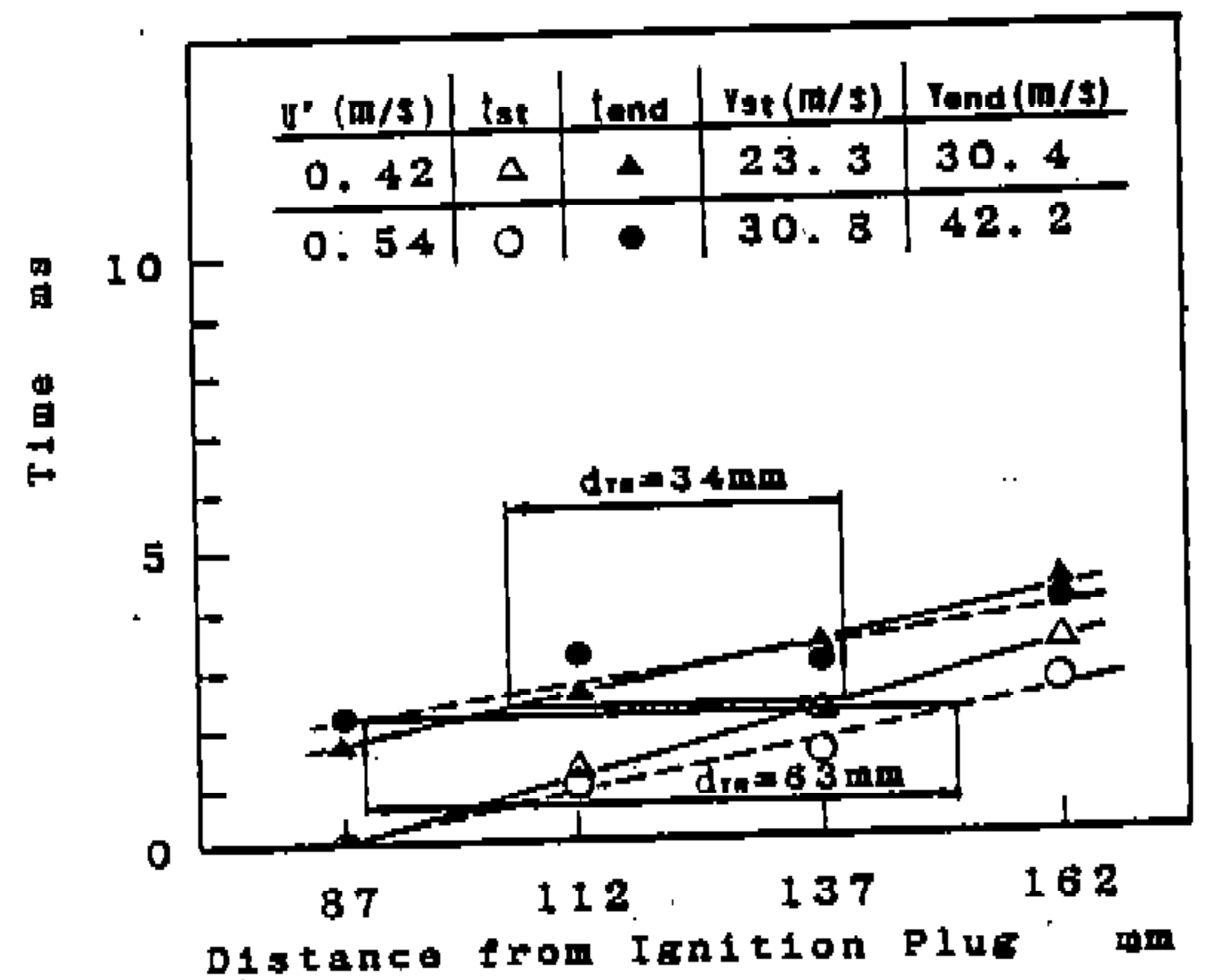


Fig.7 Measurement of flame propagation speed and flame zone thickness

측정하였다. 각 측정점에서의 화염소면의 평균도달시간은 Fig.7과 같이, 화염영역의 전연과 후연에 대응하는 2개의 거의 직선에 가까운 완만한 곡선으로 표시된다. 따라서 화염영역의 전연과 후연의 전파속도는 곡선의 구배로부터 각각 계산할 수 있다. 한편 화염영역의 두께는 Fig.6의 t_{st} 에서 t_{end} 까지의 경과시간 Δt 에 대응하는 공간척도로 정의하여, 화염전파속도의 경우와 마찬가지로 각 측정위치에서의 화염영역의 전연과 후연의 평균도달시간으로부터 구할 수 있다. 즉 Fig.7에 보이는 바와 같이, 임의의 시각에서의 화염영역 두께 d_f 는 같은 시각 t 에 대한 전연과 후연의 공간거리의 차 Δd 로 주어진다.



(a) Mixture 24-P10-38



(b) Mixture 33-P10-30

Fig.8 Flame propagation speed and flame zone thickness

4.3 화염전파속도 및 화염영역 두께

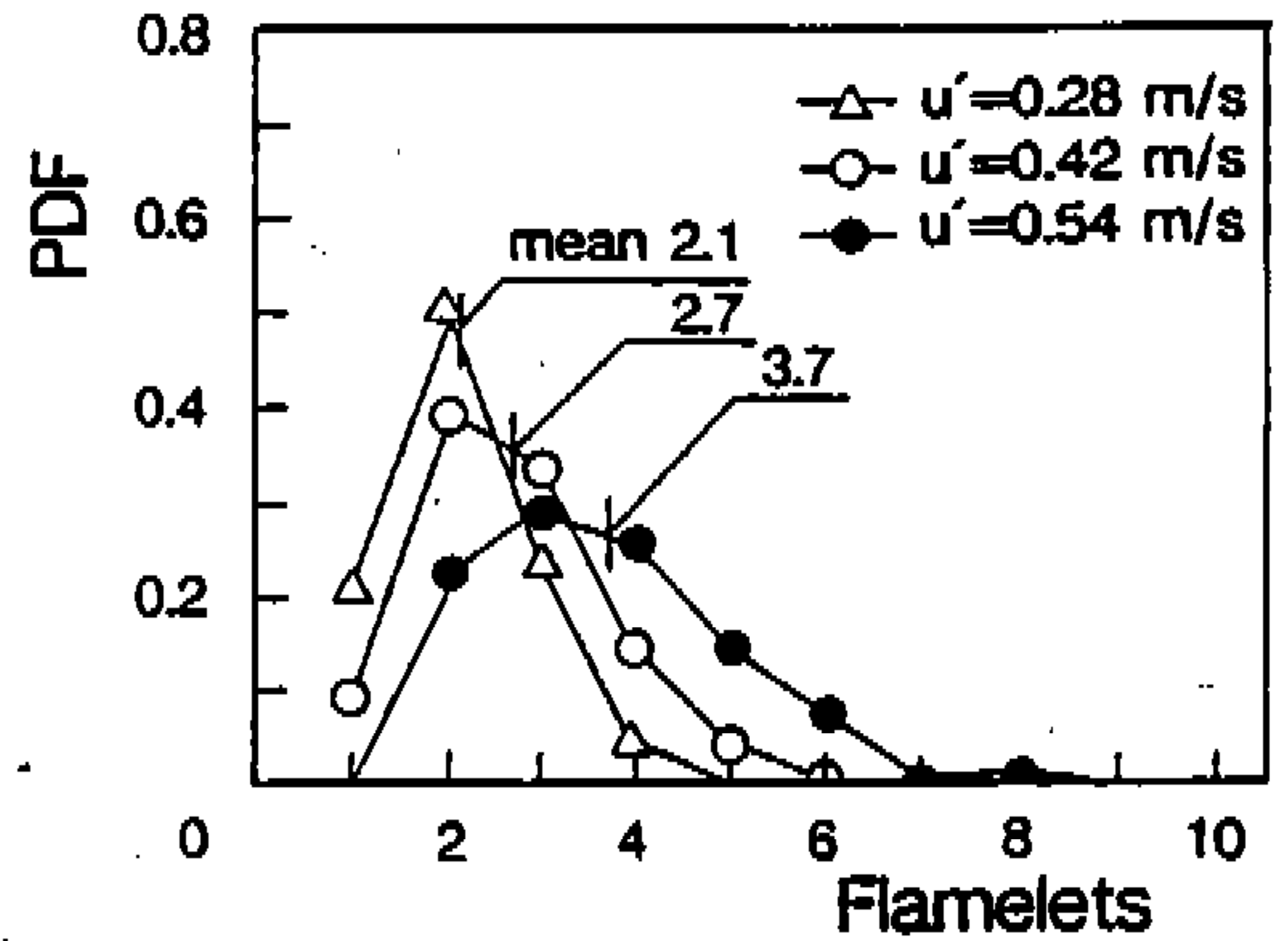
Fig.8은 난류강도가 0.42m/s, 0.54m/s일 때, 각 측정점에서 측정한 난류화염 영역의 전연과 후연의 화염소면의 도달시간 t_{so} , t_{end} 와 이 도달 시간으로부터 계산한 화염전파속도 V_{so} , V_{end} 및 화염영역 두께를 나타낸다. Fig.8에서, 화염전파속도는 난류강도가 증가할수록 빨라지며, 같은 난류강도에서는 화염영역 후연의 전파속도가 전연의 전파속도보다 빠른 것을 알 수 있다. 이와 같이 화염영역의 후연은 전연보다 빠른 속도로 전연을 뒤쫓아 가기 때문에 화염영역의 두께는 화염이 하류쪽으로 진행함에 따라 작아지게 된다. 한편, 연소실의 중간 위치에서 측정한 평균 화염영역 두께 d_{TM} 은 난류강도가 증가함에 따라 커졌다. 난류강도가 0.28m/s, 0.42m/s, 0.54m/s일 때, 혼합기 24-P10-38의 경우 d_{TM} 은 각각 24mm, 37mm, 61mm였고, 혼합기 33-P10-30의 경우에는 21mm, 34mm, 63mm로 혼합기의 차이에 의한 화염영역 두께의 변화는 보이지 않았다.

4.4 화염소면수 및 화염소면의 평균가격

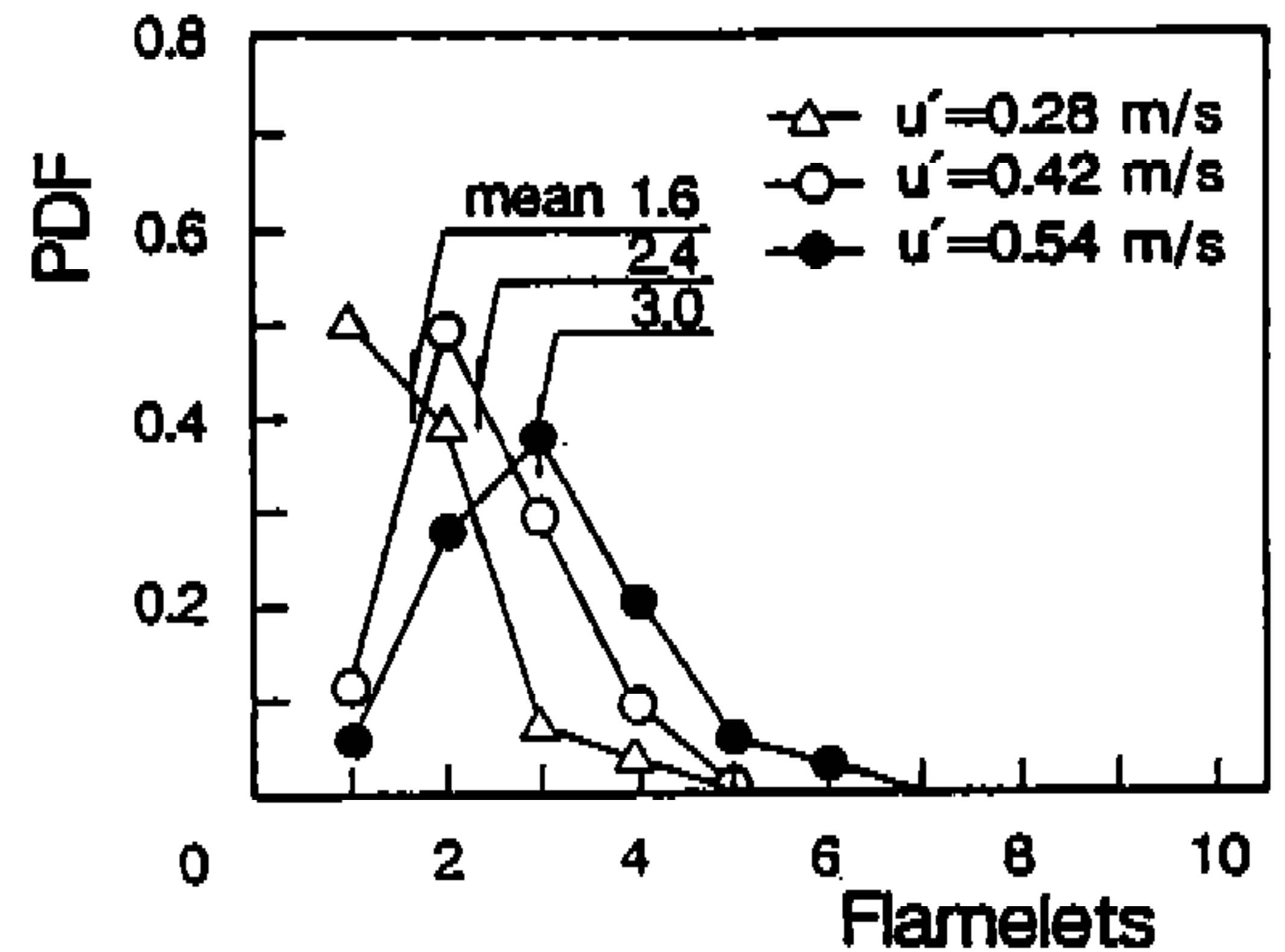
난류화염영역에서의 화염소면수 및 화염소면의 평균가격은 화염영역 두께와 함께 난류화염 구조를 나타내는 중요한 파라미터이다. 평균 화염소면수 및 그 분포는 측정한 전위신호의 peak 수로부터 쉽게 구할 수 있다.

Fig.9는 난류강도에 대한 화염소면수의 확률 밀도분포를 나타낸다. Fig.9에서, 화염소면수의 최대치 및 평균치는 난류강도가 증가할수록 증가

하고, 또 확률밀도분포의 범위도 넓어짐을 알 수 있다. 혼합기 24-P10-38의 경우, 난류강도가 0.28m/s일 때 화염소면수는 최대 4개, 평균 2.1개이고, 난류강도가 0.54m/s일 때는 각각 8개와



(a) Mixture 24-P10-38



(b) Mixture 33-P10-30

Fig.9 Distributions of flamelet number in flame zone

Table 2 Measured average flamelet separation distance

MIXTURE	u'	L	Re	Da	d_{TM}	FN	AFS
	m/s	mm			mm		mm
24-P10-38	0.28	5.6	104	51	24	2.1	11.4
	0.42	5.5	153	33	37	2.7	13.7
	0.54	5.4	193	25	61	3.7	16.5
33-P10-30	0.28	5.6	105	96	21	1.6	13.1
	0.42	5.5	154	63	34	2.4	14.2
	0.54	5.4	194	48	63	3.0	21.0

3.7개였다.

화염소면 간격은 Fig.6에 보이는 전위신호의 인접하는 2개의 peak간의 평균적인 공간거리로서, 미연혼합기괴의 척도와 밀접한 관련이 있는 것으로 생각된다. 화염소면의 평균간격은 화염영역 두께와 화염소면수의 평균치로부터 구할 수 있다. 그 결과를 Table 2에 보인다. Table 2에서 $Re(Re = u' \cdot L/\nu)$ 는 Reynolds수, $Da(Da = S_{L0} \cdot L/u' \cdot \eta_0)$ 는 Damköhler수, FN은 평균 화염소면수, AFS는 화염소면의 평균간격이다. Table 2로부터, 화염소면의 평균간격은 난류강도가 증가함에 따라 커지며, 난류의 종방향 적분척도의 2~3배의 값을 나타내고 있음을 알 수 있다. 화염영역내에 존재하는 미연혼합기괴의 척도를 난류의 종방향 적분척도 정도로 가정한다면, 이 측정결과로부터 미연혼합기괴의 평균적인

중심간 거리는 화염영역내의 기연가스(Burned Gas)가 팽창함으로써 커지는 것을 알 수 있다.

4.5 연소영역의 천이조건

난류화염영역은 난류화염 속에 화염소면이 존재하는 공간으로 정의되는 것에 대해 연소영역은 난류 및 혼합기의 특성이 다른 조건하에서 난류화염 영역에 있어서의 화염소면의 형상, 즉 화염의 구조를 의미한다. 연소영역의 분류는 아직 통일되어 있지 않으나, 일반적으로 주름상 층류화염(Wrinkled Laminar Flame)영역, 군도상 화염(Reactant Islands Flame)영역, 국부소멸발생(Local-Quenching Development)영역 및 완전소멸영역 등으로 나누어진다. 이 4개의 연소영역을 차례로 연소영역 I, II, III, IV로 하고, 각 연소영역에서의 화염구조의 개략을 Fig.10에 나타낸다(단, 완전소멸영역은 생략). 영역 I에서는 난류강도가 약하여 화염소면의 변형률이 작으며 국소연소속도는 층류연소속도로 가정할 수 있다. 영역 II에서는 난류강도가 비교적 강하여 기연가스측으로 휘감겨 들어가는 미연혼합기의 연소특성시간이 난류의 혼합특성시간보다 길기 때문에 기연가스에 둘러 싸인 미연혼합기괴가 형성되지만, 화염영역의 전면에서는 연속한 화염면이 유지된다. 이 영역에서의 화염소면의 변형률은 상당히 크기 때문에 국소연소속도에 대한 화염소면의 변형률의 영향을 고려할 필요가 있다. 또 영역 III에서는 난류강도가 더욱 강하여 화염영역의 전면에서는 이미 연속한 화염면을 유지할 수 없게 되며, 국소적으로 소멸이 발생하여 미연혼합기(Unburned Mixture)속에 기연혼합기괴(Product Islands)가 형성된다.

연소영역의 해명에 있어서, 각 연소영역의 존재여부에 대한 정성적인 문제와 하나의 영역에서 다른 영역으로의 천이조건에 대한 정량적인 문제가 많은 관심을 끌고있다. 연소영역 I과 IV의 존재는 분명하며, 영역 III에 대해서는 Abdel-Gayed⁴⁾등과 Kido⁸⁾등에 의해 이미 확인되었다. 또한 영역 II의 존재도 본 실험결과로부터 거의 확인되었다고 할 수 있으며, 따라서 영역 I에서 II, 즉 주름상 층류화염영역에서 군도상 화염영

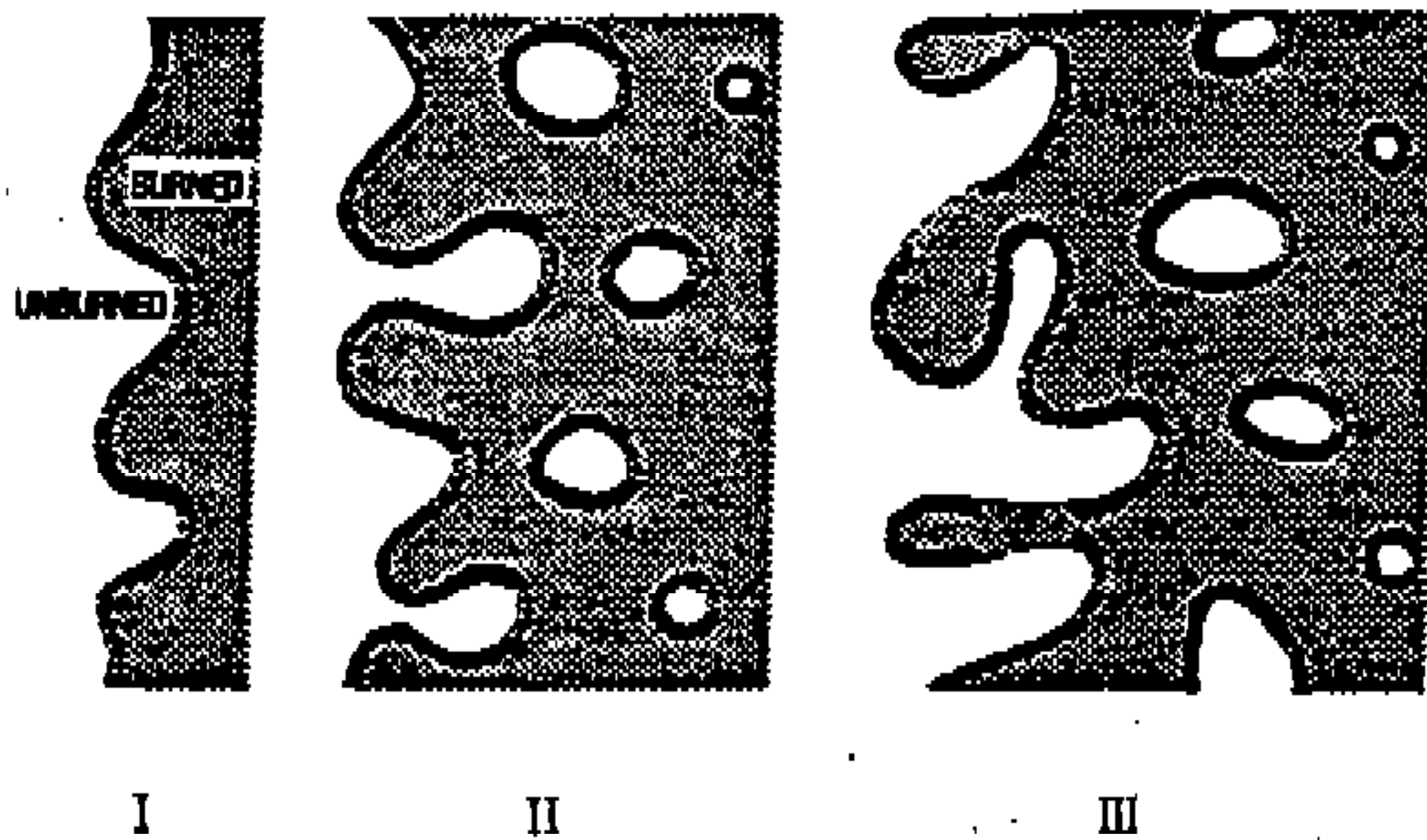


Fig.10 Three-regime combustion model

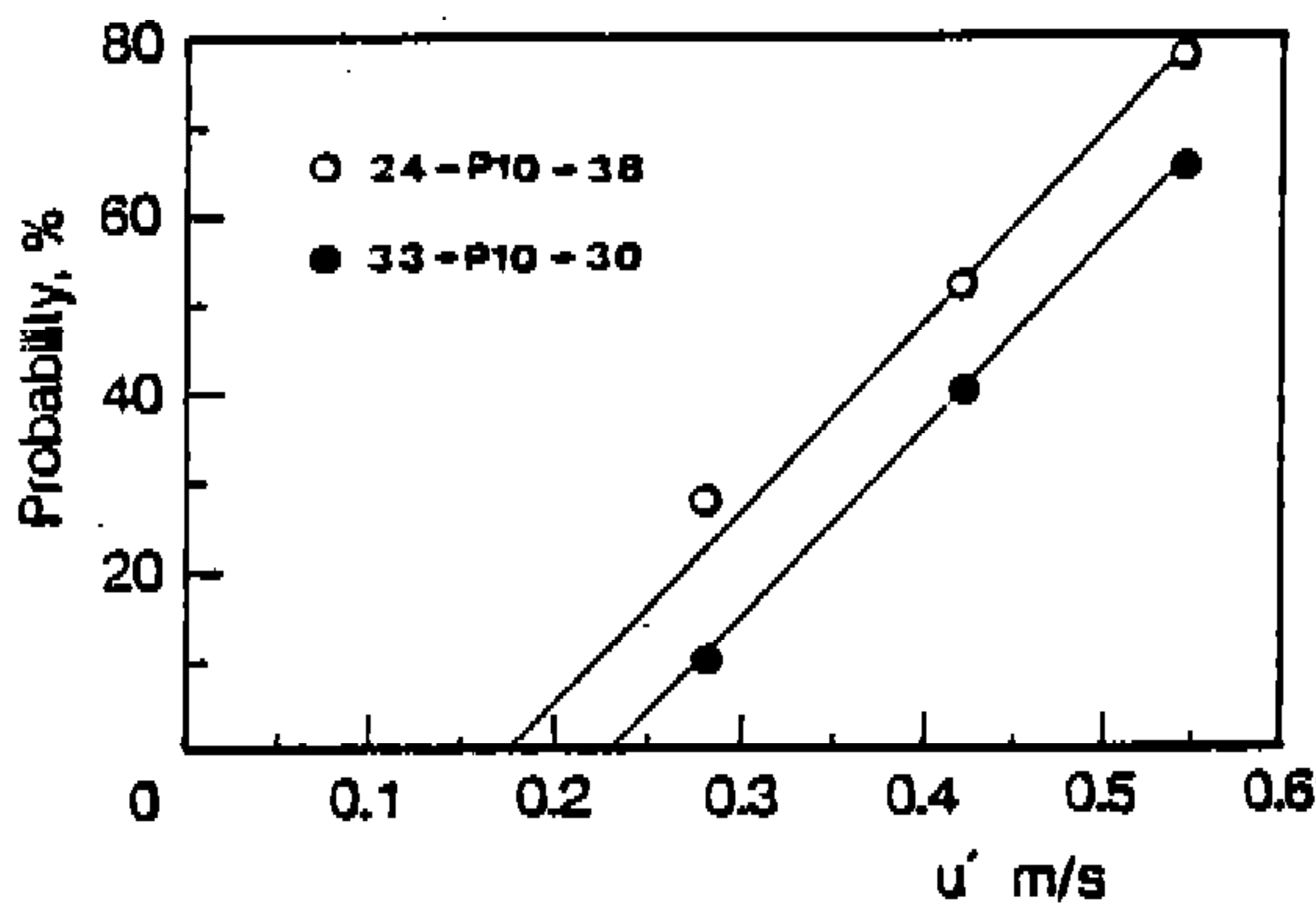


Fig.11 Determination of critical turbulence intensities

역으로의 천이조건도 예측할 수 있었다.

이 예측에 의하면, 군도상 화염영역의 경우 화염영역내에 3개 이상의 화염소면이 존재하기 때문에, 정전탐침법에 의한 전위신호의 파형에는 3개 이상의 peak가 검출될 것이다. 따라서 전위신호의 예측결과로부터, 먼저 Fig.11과 같이 3개 이상의 peak를 가진 것이 전체 전위신호중에서 차지하는 비율(확률)을 난류강도에 대해 나타낸 다음, 외삽법에 의해 이 확률이 "0"으로 되는 곳의 난류강도를 구하였다. 이 난류강도의 값이 군도상 화염이 발생할 수 있는 최소치가 된다. 그 결과, 혼합기 24-P10-38 및 혼합기 33-P10-30의 군도상 화염이 발생할 수 있는 최소 난류강도는 각각 0.18m/s와 0.23m/s였다. 그러므로 주름상 층류화염영역과 군도상 화염영역의 천이경계에서의 u'/S_{L0} 는 약 0.7이 된다.

5. 결 론

- 1) 예혼합 난류화염에 있어서 전위신호의 파형은 여러 개의 peak를 가진 것이 많으며, 이것은 여러 개의 화염소면이 화염영역내에 존재하기 때문이라 생각된다.
- 2) 화염의 전파속도는 난류강도가 증가함에 따라 빨라지며, 화염영역의 후연은 전연보다 빠른 속도로 전파하므로 화염영역의 두께는 화염이 하류쪽으로 진행할수록 감소한다.
- 3) 동일한 혼합기에 있어서, 난류화염의 평균 화염영역 두께는 난류강도가 증가함에 따라 증가한다. 또, 화염영역내의 화염소면수는 난류강도가 증가할수록 많아진다.
- 4) 화염영역내의 화염소면간격은 난류의 종방향 적분척도의 약 2~3배였다. 이것은 화염영역내의 기연가스가 팽창함으로써 미연 혼합기괴의 중심간 거리가 커졌기 때문으로 생각된다.
- 5) 화염소면수의 확률밀도분포의 해석으로부터 주름상 층류화염영역과 군도상 화염영역의 천이경계에서의 u'/S_{L0} 는 약 0.7이다.

참 고 문 헌

1. Smith, J. R., "Turbulent Flame Structure in a Homogeneous-Charge Engine", SAE Trans. Vol. 91, Sec. 1, pp. 150~164, 1982
2. Calcote, H. F., "Ion and Electron Profiles in Flames", Proc. 9th(Int). Symp. Combust., pp. 622~625, 1963
3. Mantzaras, J., Felton, P. G. and Bracco, F. V., "Fractals and Turbulent Premixed Engine Flames", Combust. Flame, vol. 77, pp. 295~310, 1989
4. Abdel-Gayed, R. G., Bradley, D. and Lung, F. K.-K., "Combustion Regimes and the Straining of Turbulent Premixed Flames", Combust. Flame, Vol. 76, pp. 213~218, 1989.
5. Hamamoto, Y., Yoshiyama, S., Tomita, E. and Izumi, M., "Measurement of Turbulent Premixed Flame in a Closed Vessel by Using an Ion Gap(Turbulence Characteristics and Wave Form of Ion Current)", Trans. JSME, Vol. 55, No. 512, pp. 1224~1227, 1989.
6. Kido, H., Huang, S. and Nakashima, K., "A Study on the Structure of Premixed Turbulent Propagating Flames(An Investigation and Application of the Flame Plasma Potential Signals)", Trans. JSME, Vol. 56, No. 521, pp. 175~181, 1990.
7. Kido, H., Nakashima, K., Kim, J. H. and Kataoka, M., "Structure of Premixed Turbulent Propagating Flames Determined by Laser Tomography", Trans. JSME, Vol. 59, pp. 3283~3289, 1993.
8. Kido, H., Huang, S., Nakashima, K. and Kim, J. H., "A Premixed Turbulent Flame Structure Model Having Reactant Islands and Fractal Flame Surfaces(2nd Report, General Correlation between Turbulent Burning Velocity and Flame Structure)",

- Trans. JSME, Vol. 58, pp. 231~238, 1992
9. Abdel-Gayed, R. G. and Bradley, D., "Dependence of Turbulent Burning Velocity on Turbulent Reynolds Number and Ratio of Laminar Burning Velocity to R. M. S. Turbulent Velocity", Proc. 16th(Int.) Symp. Combust., pp. 1725~1735, 1976
 10. Tabaczynski, R. J., Trinker, F. H and Shannon, B. A. S., "Further Refinement and Validation of a Turbulent Flame Propagation Model for Spark-Ignition Engines", Combust. Flame, Vol. 39, pp. 111~121, 1980
 11. Tennekes, H. and Lumley, J. L., A First Course in Turbulence, MIT Press, pp. 67, 1972
 12. Kido, H., Huang, S., Nakashima, K. and Kitano, K., "A Study on the Fine Structure of Propagating Turbulent Flames in Premixed Mixtures(An Analysis of the Schlieren Images Based on a Flame Structure Model)", JSME Int. J., Series II, Vol. 33, No. 2, pp. 362~369, 1990
 13. Mantzaras, J., Felton P. G. and Bracco, F. V., "Three-Dimensional Visualization of Premixed-Charge Engine Flames : Islands of Reactants and Products; Fractal Dimensions and Homogeneity", SAE Paper, No. 881635, 1988