

3相 誘導電動機의 토크 및 速度制御에 관한 研究

崔敦浩 · 鄭碩權 · 梁注鎬

(釜山水産大學校)

기호 설명

A	: 시스템 행렬
$E_t [V]$: 목표 토크를 충족시키는 전압(실효치)
$i_1, i_2 [A]$: 1, 2차측 전류
$i_a, i_b, i_c [A]$: 1차측 각 상 전류
$i_r, i_s, i_t [A]$: 2차측 각 상 전류
K	: 회전계통의 게인
K_p	: 제어기의 비례 게인
$l_1, l_2 [mH]$: 1, 2차측 누설 인덕턴스
$L_{s1}, L_{s2} [mH]$: 1, 2차측 자체 인덕턴스
$M [mH]$: 상호 인덕턴스
n	: (극수/2)
p	: 미분 연산자
P	: 대각 변환 행렬
$R_1, R_2 [\Omega]$: 1, 2차측 전기 저항
$T_c [N \cdot m]$: 지령 토크
$T_1, E_1, \omega_1, \phi_1$: 토크 변동 전의 토크, 전압(실효치), 각주파수, 위상
$T_2, E_2, \omega_2, \phi_2$: 토크 변동 후의 토크, 전압(실효치), 각주파수, 위상
T_i	: 적분 시간
u_c	: 인가 임펄스의 크기
U	: 제어 입력
$v_a [V]$: 1차측 단자 전압
$\theta_c [rad]$: 전기각
$\theta_m [rad]$: 기계각
ΔT	: 토크 변동치
$\lambda_{ga}, \lambda_{gr}$: 1, 2차측 대표 상의 주자속에 의한 자속 쇄교수
$\phi_1, \phi_2 [rad]$: 1, 2차측 전원 전압의 위상
λ_1, λ_2	: 1, 2차측 전류의 감쇠률
$\omega_1, \omega_2 [rad/s]$: 1, 2차측 전원 전압의 각속도
$\omega_m [rad/s]$: 전동기 회전 각속도
τ_1, τ_2	: 시스템 시정수
τ_m	: 회전 계통의 시정수

I. 서 론

가변속 전동기로서는 최근까지도 직류 전동기가 주로 이용되어 왔는데 그 이유는 직류 전동기는 유도 전동기에 비하여 제어성이 뛰어나기 때문이었다. 즉, 직류 전동기는 전원 전압을 변화시킴으로써 용이하게 속도 제어를 할 수 있다. 유도 전동기는 직류 전동기에 비교하여 우수한 특성을 갖고 있음에도 불구하고 단지 제어성이 나쁘기 때문에 가변속 제어 분야에서의 이용이 적었다. 그러나, 최근 파워 일렉트로닉스(power-electronics) 및 마이크로 프로세서(micro-processor)의 발달에 힘입어 교류 전원의 크기 및 주파수를 자유롭게 변화시킬 수 있게 됨에 따라 교류 전동기(유도 전동기 및 동기 전동기)의 속도 제어가 용이하게 되었다.

유도 전동기를 가변속 제어할 때 지령치의 변화에 따라 제어 회로에 전자적 과도 현상이 발생하는데 속응성 개선을 위해서는 이 전자적 과도 현상을 소거할 필요가 있다. 그 중의 한 방법이 정(鄭)등이 제안한 제어 입력으로 하는 유도 전동기의 1차측 전압에 임펄스를 인가함으로써 토크 변화시 발생하는 토크의 과도 현상을 소거하는 방법^{1,2)}이다. 또 다른 한가지 방법으로는 여자 전류를 일정하게 하는 자계 가속법(FAM : field acceleration method)³⁾이 있다. 이들 중 문헌 1),2)에서는 토크의 과도 현상을 소거하는 조건을 반복 연산으로 구하는 알고리즘을 사용함으로 인해서 제어 알고리즘의 실시간에서의 실현이 불가능하였고, 실시간 제어를 행하기 위해서는 실시간 상에서의 과도항 소거 조건을 구해야만 한다. 그래서 토크의 과도항 소거 조건을 실시간으로 구하는 제어 알고리즘에 대한 연구가 필요하게 되었다.

본 연구에서는 3상 유도 전동기를 제어 대상으로 하여 이 제어 대상에 대해 회로 방정식을 상분리법(phase segregation method)⁴⁾을 이용하여 유도하고, 이 회로 방정식의 해로부터 토크식을 구한다. 정(鄭)의 방법을 이용하여 토크의 과도 현상을 소거하는 조건을 실시간으로 구하는 알고리즘을 제안하고, 유도 전동기를 포함한 속도 제어계를 구성한다. 이 때 제어기로는 정상 상태의 편차를 없애기 위해 PI 제어를 이용하고⁵⁾, 토크의 변동을 피드 포워드한다. 유도 전동기의 회전 계통의 모의는 아날로그 컴퓨터로 구현한 다음 응답 실험을 통하여 타당성을 검토한다.

II. 회로 방정식과 토크식

1. 유도 전동기의 회로 방정식

유도 전동기는 대칭(symmetrical)인 3상 권선형 유도 전동기를 대상으로 하여 해석 가능성이 잘 알려져 있고, Fig. 2.1은 1차 및 2차 권선의 회로로 구성된 유도 전동기의 해석 모델이다. 고정자(이하 1차)와 회전자(이하 2차)의 전 인덕턴스(total inductance) L_{l1} 과 L_{l2} 는 식 (2.1)과 같다.

$$\begin{aligned} L_{l1} &= l_1 + L_{s1} + M \\ L_{l2} &= l_2 + L_{s2} + M \end{aligned} \tag{2.1}$$

이들 중 M 은 1, 2차의 각 상간의 상호 인덕턴스의 최대치이며, 대응 하는 상 사이가 임의의 각 θ 를 이루고 있을 때의 상호 인덕턴스는 $M\cos \theta$ 로 되어 식(2.2)의 관계가 성립한다.

$$M\cos \theta \leq M \quad (2.2)$$

먼저 1차, 2차측을 각각 대표하는 a 상과 r 상의 회로 방정식은 식 (2.3)으로 된다.

$$v_a = R_1 i_a + l_1 p i_a + p \lambda_{ga} \quad (2.3)$$

$$0 = R_2 i_r + l_2 p i_r + p \lambda_{gr}$$

식 (2.3)에서 우변 제 1항은 1,2차의 전기 저항에 의한 전압 강하분, 제 2항은 1,2차의 누설 자속의 자속쇄교수(磁鍊鎖交數: interlock flux), 제 3항의 λ_{ga} , λ_{gr} 는 1,2차의 주 자속(main flux)에 의한 자속쇄교수이며, p 는 미분 연산자이다. 여기서 λ_{ga} , λ_{gr} 은 각각 식 (2.4)와 (2.5)로 얻어진다.

$$\begin{aligned} \lambda_{ga} &= L_{s1} i_a + L_{s1} i_b \cos(2\pi/3) + L_{s1} i_c \cos(-2\pi/3) + M i_r \cos \theta + M i_s \cos(\theta + 2\pi/3) \\ &+ M i_t \cos(\theta - 2\pi/3) = L_{s1} \left(i_a - \frac{i_b + i_c}{2} \right) + M \left[\left(i_r - \frac{i_s + i_t}{2} \right) \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} (i_s - i_t) \sin \theta \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{gr} &= L_{s2} i_r + L_{s2} i_s \cos(2\pi/3) + L_{s2} i_t \cos(-2\pi/3) + M i_a \cos(-\theta) + M i_b \cos(-\theta + 2\pi/3) \\ &+ M i_c \cos(-\theta - 2\pi/3) = L_{s2} \left(i_r - \frac{i_s + i_t}{2} \right) + M \left[\left(i_a - \frac{i_b + i_c}{2} \right) \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b - i_c) \sin \theta \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

1, 2차의 3상 권선이 Y결선이라면 각 상의 전류 간에는 식 (2.6)과 같은 관계식이 성립한다.

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (2.6)$$

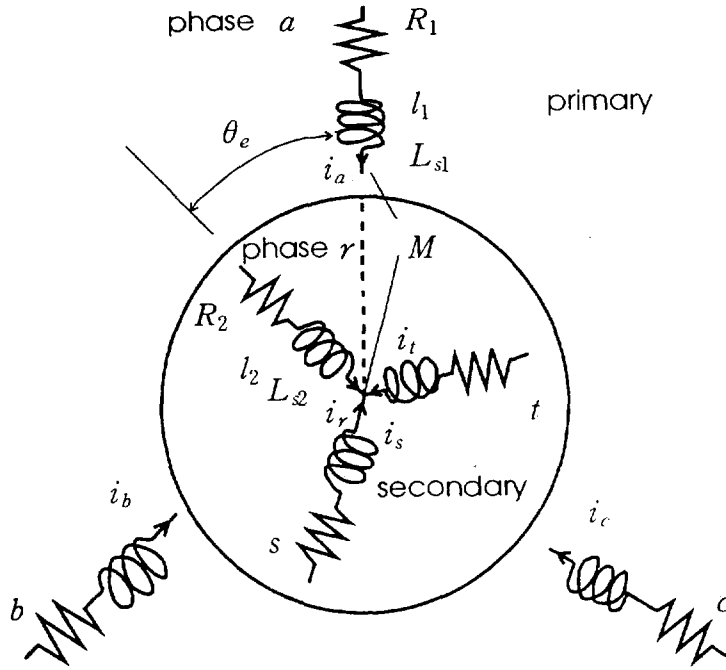
$$i_r + i_s + i_t = 0$$

식 (2.6)을 이용해 식 (2.4)와 (2.5)를 간단히 하면 식 (2.7)과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_{ga} &= \frac{3L_{s1}}{2} i_a + \frac{3M}{2} i_r \cos \theta - \frac{\sqrt{3}M}{2} (i_s - i_t) \sin \theta \\ \lambda_{gr} &= \frac{3L_{s2}}{2} i_r + \frac{3M}{2} i_a \cos \theta - \frac{\sqrt{3}M}{2} (i_b - i_c) \sin \theta \end{aligned} \quad (2.7)$$

식 (2.7)에 나타난 각 전류들은 식 (2.8)과 같은 지수함수 꼴로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} i_a &= \sqrt{2} I_1 |e^{(\delta t + \theta_1)} \\ i_b &= \sqrt{2} I_1 |e^{(\delta t + \theta_1 + 2\pi/3)} \\ i_c &= \sqrt{2} I_1 |e^{(\delta t + \theta_1 - 2\pi/3)} \\ i_r &= \sqrt{2} I_2 |e^{(\delta t + \theta_2)} \\ i_s &= \sqrt{2} I_2 |e^{(\delta t + \theta_2 + 2\pi/3)} \\ i_t &= \sqrt{2} I_2 |e^{(\delta t + \theta_2 - 2\pi/3)} \end{aligned}$$



R_1, l_1, L_{s1} : Resistance, Leakage Inductance, Self Inductance of Primary
 R_2, l_2, L_{s2} : Resistance, Leakage Inductance, Self Inductance of Secondary
 $M = \sqrt{L_{r1} * L_{r2}}$: Mutual Inductance
 $\theta = \theta_e : (\theta_e = \frac{n}{2} \theta_m)$ Electrical Degree
 n : (Poles/2)
 θ_m : Mechanical Degree

Fig. 2.1 Analytical Model of Induction Motor

여기서, $\delta_1 = -\lambda_1 + j\omega_1$ ω_1 : 1차의 각속도

$\delta_2 = -\lambda_2 + j\omega_2$ ω_2 : 2차의 각속도이다.

또한, 식 (2.8)의 각 전류들 사이에는 식 (2.9)와 같은 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
 i_b - i_c &= -j\sqrt{3}i_a \\
 i_s - i_t &= -j\sqrt{3}i_r
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

따라서, 식 (2.9)를 식 (2.7)에 대입하여 정리하면 식(2.10)과 같이 1, 2차의 주자속에 의한 자속 쇄교수 $\lambda_{ga}, \lambda_{gr}$ 은 최종적으로 각각의 대표상 a, r상만으로 표현됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \lambda_{ga} &= \frac{3L_{s1}}{2}i_a + \frac{3M}{2}i_r e^{j\theta} \\
 \lambda_{gr} &= \frac{3L_{s2}}{2}i_r + \frac{3M}{2}i_a e^{j\theta}
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

결국, 식 (2.10)의 $\lambda_{ga}, \lambda_{gr}$ 을 이용하면 기본 회로 방정식 (2.3)은 식 (2.11), (2.12)과 같이 된다.

$$v_a = R_1 i_a + l_1 p i_a + \frac{3L_{s1}}{2} p i_a + \frac{3M}{2} p (i_r e^{j\theta}) \quad (2.11)$$

$$0 = R_2 i_r + l_2 p i_r + \frac{3L_{s2}}{2} p i_r + \frac{3M}{2} p (i_a e^{-j\theta}) \quad (2.12)$$

식 (2.12)의 마지막 항의 표현을 달리하면 식 (2.13)과 같이 된다.

$$0 = R_2 i_r + l_2 p i_r + \frac{3L_{s2}}{2} p i_r + \frac{3M}{2} p (i_a) e^{-j\theta} - (j\omega_m) \frac{3M}{2} i_a e^{-j\theta} \quad (2.13)$$

여기서, $\omega_m = d\theta/dt = p\theta$ (전동기의 회전 각속도)이다.

식 (2.11)의 우변 마지막 항을 아래와 같이 변수 치환하면 식 (2.14)와 같이 되고, 이를 미분하면 식 (2.15)와 같이 됨을 알 수 있다.

$$i_r' = i_r e^{j\theta} \quad (2.14)$$

$$p i_r' = (p i_r) e^{j\theta} + j\omega_m i_r' \quad (2.15)$$

식 (2.14)와 (2.15)를 이용하여 식 (2.11)과 (2.13)을 고쳐쓰면 식 (2.16)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} v_a &= R_1 i_a + \left(l_1 + \frac{3L_{s1}}{2} \right) p i_a + \left(\frac{3M}{2} \right) p i_r' \\ 0 &= R_2 i_r' + \left(l_2 + \frac{3L_{s2}}{2} \right) (p - j\omega_m) i_r' + \left(\frac{3M}{2} \right) (p - j\omega_m) i_a \end{aligned} \quad (2.16)$$

여기서, 1,2차측 전류 i_a, i_r' 를 i_1, i_2 로 치환하면 식 (2.17)과 같이 1, 2차측에 각 한 상 밖에 포함되어 있지 않아 다른 두 상과는 분리되어 있는데, 이것을 상분리법(phase segregation method)이라 부르며, 이 상분리법에 의해 유도된 회로 방정식은 그 해를 보다 쉽게 구할 수 있어 기존의 직교 2상 변환법에 비해 유도 전동기에 대한 해석이 간편하다.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \left(l_1 + \frac{3L_{s1}}{2} \right) p & \left(\frac{3M}{2} \right) p \\ \left(\frac{3M}{2} \right) (p - j\omega_m) & R_2 + \left(l_2 + \frac{3L_{s2}}{2} \right) (p - j\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2. 상태 방정식 및 토크 식

상분리법으로 얻어진 유도 전동기의 회로 방정식 (2.17)에 대해서 각 변수들을 식 (2.18)과 같이 두면, 회로 방정식은 식 (2.19)과 같이 된다.

$$L_1 = l_1 + \frac{3}{2} L_{s1}$$

$$L_2 = l_2 + \frac{3}{2} L_{s2}$$

$$m = \frac{3M}{2} = \frac{3}{2} \sqrt{(L_{s1} * L_{s2})}$$

$$U = v_1$$

$$X_1 = i_1$$

$$X_2 = i_2$$

$$(2.18)$$

$$\begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 p & mp \\ m(p - j\omega_m) & R_2 + L_2(p - j\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

$$(2.19)$$

식 (2.19)를 상태 방정식으로 나타내면, 식 (2.20)이 되고 이를 간단히 식 (2.21)로 표기하는 것이 가능하다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} -R_1 L_2 - jm^2 \omega_m & R_2 m - jL_2 m \omega_m \\ R_1 m + jL_1 m \omega_m & -R_2 L_1 + jL_1 L_2 \omega_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{G} \begin{bmatrix} L_2 \\ -m \end{bmatrix} U$$

$$(2.20)$$

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$(2.21)$$

여기서, $G = L^1 L^2 - m^2$ 이다.

식 (2.21)의 해를 구하기 위해 라플라스 변환을 행하면 식 (2.22)으로 된다⁵⁾. 단, 회전자의 전기 각속도 ω_m 은 일정하다고 가정한다.

$$X(s) = [sI - A]^{-1} X(0) + [sI - A]^{-1} BU(s)$$

$$(2.22)$$

여기서, $X(0)$ 는 $t=0$ 에 있어서의 초기치이고, 특성 방정식은 식 (2.23)과 같고, 그의 근은 식 (2.24)와 같다.

$$\det[sI - A] = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} s + R_1 L_2 + jm^2 \omega_m & -R_2 m + jL_2 m \omega_m \\ -R_1 m - jL_1 m \omega_m & s + R_2 L_1 - jL_1 L_2 \omega_m \end{bmatrix} = (s + \tau_1)(s + \tau_2)$$

$$(2.23)$$

$$\tau_1, \tau_2 = \left(\frac{R_1 L_2 + R_2 L_1 - j\omega_m}{2G} \right) \pm (D + jF)$$

$$(2.24)$$

식 (2.24)속에 포함된 D 와 F 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$D^2 - F^2 = \frac{1}{4G^2} [(R_1 L_2 - R_2 L_1)^2 + 4R_1 R_2 m^2] - \frac{\omega_m^2}{4}$$

$$(2.25)$$

$$DF = \frac{1}{4G} \omega_m (R_1 L_2 - R_2 L_1)$$

식 (2.22)의 $[sI - A]$ 는 식 (2.26)과 같이 된다.

$$[sI - A]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{k_{111}}{s + \tau_1} & \frac{k_{112}}{s + \tau_2} & \frac{k_{211}}{s + \tau_1} & \frac{k_{212}}{s + \tau_2} \\ \frac{k_{121}}{s + \tau_1} & \frac{k_{122}}{s + \tau_2} & \frac{k_{221}}{s + \tau_1} & \frac{k_{222}}{s + \tau_2} \end{bmatrix}$$

$$(2.26)$$

$$\text{단, } k_{111} = \frac{-L_1(R_2 - jL_2 \omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} + \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2}$$

$$k_{112} = \frac{L_1(R_2 - jL_2 \omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2}$$

$$\begin{aligned}
 k_{121} &= \frac{-m(R_1 + jL_1\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} \\
 k_{122} &= \frac{m(R_1 + jL_1\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} \\
 k_{211} &= \frac{-m(R_2 - jL_2\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} \\
 k_{212} &= \frac{m(R_2 - jL_2\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} \\
 k_{221} &= \frac{-(R_1L_2 - jm^2\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} + \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \\
 k_{222} &= \frac{R_1L_2 + jm^2\omega_m}{G(\tau_1 - \tau_2)} - \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2}
 \end{aligned}$$

[sI-A] B는 식 (2.27)과 같이 된다.

$$[sI-A]^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}}{s + \tau_1} + \frac{k_{12}}{s + \tau_2} \\ \frac{k_{21}}{s + \tau_1} + \frac{k_{22}}{s + \tau_2} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned}
 \text{단, } K_{11} &= \frac{\tau_1L_2 - R_2 + jL_2\omega_m}{G(\tau_1 - \tau_2)} \\
 K_{12} &= \frac{-(\tau_2L_2 - R_2 + jL_2\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} \\
 K_{11} &= \frac{-m(\tau_1 + j\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} \\
 K_{22} &= \frac{m(\tau_2 + j\omega_m)}{G(\tau_1 - \tau_2)} \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

결국, 식 (2.22)는 식 (2.28)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{111}}{s + \tau_1} + \frac{k_{112}}{s + \tau_2} + \frac{k_{211}}{s + \tau_1} + \frac{k_{212}}{s + \tau_2} \\ \frac{k_{121}}{s + \tau_1} + \frac{k_{122}}{s + \tau_2} + \frac{k_{221}}{s + \tau_1} + \frac{k_{222}}{s + \tau_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_{11}}{s + \tau_1} + \frac{k_{12}}{s + \tau_2} \\ \frac{k_{21}}{s + \tau_1} + \frac{k_{22}}{s + \tau_2} \end{bmatrix} U(s) \quad (2.28)$$

입력 전압 $u(t)$ 를 식 (2.29)과 같은 정현파라 할 때, 이 제어 입력을 라플라스 변환한 즉, 제어입력 $U(s)$ 는 식 (2.30)과 같이 된다.

$$u(t) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega t} \quad (2.29)$$

$$U(s) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} \frac{1}{s - j\omega} \quad (2.30)$$

식 (2.30)을 식 (2.28)에 대입해서 정리하면, 식 (2.31)으로 된다.

$$\begin{aligned} X_1(s) &= X_{11} \frac{1}{s+\tau_1} + X_{12} \frac{1}{s+\tau_2} + X_{1u} \frac{1}{s-j\omega} \\ X_2(s) &= X_{21} \frac{1}{s+\tau_1} + X_{22} \frac{1}{s+\tau_2} + X_{2u} \frac{1}{s-j\omega} \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } X_{11} &= k_{111} X_1(0) + k_{211} X_2(0) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E^{j\phi} \frac{K_{11}}{\tau_1 + j\omega} \\ X_{12} &= k_{112} X_1(0) + k_{212} X_2(0) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E^{j\phi} \frac{K_{12}}{\tau_2 + j\omega} \\ X_{21} &= k_{121} X_1(0) + k_{221} X_2(0) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E^{j\phi} \frac{K_{21}}{\tau_1 + j\omega} \\ X_{22} &= k_{122} X_1(0) + k_{222} X_2(0) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E^{j\phi} \frac{K_{22}}{\tau_2 + j\omega} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

식 (2.31)을 역 라플라스 변환하면 상태 방정식 (2.22)의 해(解)인 1차 및 2차축 전류 $X_1(t)$, $X_2(t)$ 는 식 (2.32)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} X_1(t) &= X_{11} e^{-\tau_1 t} + X_{12} e^{-\tau_2 t} + X_{1u} e^{j\omega t} \\ X_2(t) &= X_{21} e^{-\tau_1 t} + X_{22} e^{-\tau_2 t} + X_{2u} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2.32)$$

윗 식의 우변 제 1항과 제 2항은 감쇠 과도항을 나타내고, 제 3항은 정상항을 나타내고 있다.

다음으로 1차축 및 2차축 전류 $X_1(t)$, $X_2(t)$ 에 의해 만들어져 회전자를 회전시키는 힘, 즉 토크는 식 (2.33)으로 표현하는 것이 가능하다.

$$\begin{aligned} T &= 2nm \cdot \text{imag}(X_1(t) * \overline{X_2(t)}) \\ &= 2nm \cdot \text{imag}[(X_{11} e^{-\tau_1 t} + X_{12} e^{-\tau_2 t} + X_{1u} e^{j\omega t}) * \overline{X_{21} e^{-\tau_1 t} + X_{22} e^{-\tau_2 t} + X_{2u} e^{j\omega t}}] \end{aligned} \quad (2.33)$$

단, imag : 허수 부분

— : 복소 공액 부분이다.

$$\begin{aligned} X_{1u} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\phi} e^{j\omega t} \left\{ \frac{R_2 + jL_2(\omega - \omega_m)}{G(\tau_1 + j\omega)(\tau_2 + j\omega)} \right\} \\ X_{2u} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{-j\phi} e^{-j\omega t} \left\{ \frac{j m(\omega - \omega_m)}{G(\tau_1 + j\omega)(\tau_2 + j\omega)} \right\} \end{aligned} \quad (2.34)$$

또한, 정상 토크 T_s 는 식 (2.33)에서 $t \rightarrow \infty$ 로 했을때, $e^{-\tau_1 t}$, $e^{-\tau_2 t}$ 부분과 $e^{-\tau_1 t}$, $e^{-\tau_2 t}$ 부분이 0으로 되기 때문에 식 (2.34)의 항들만 남게 되어 식 (2.35)와 같이 나타낼 수 있다.

$$T_s = 2nm \cdot \text{imag}(X_{1u} * X_{2u}) \quad (2.35)$$

식 (2.35)는 회로 정수와 회전자의 전기 각속도 ω_m 이 일정하다고 가정하면 식 (2.36)와 같이 된다.

$$T_s = g(\omega) * E^2 \quad (2.36)$$

정상 토크 T_s 는 회로 정수와 회전자의 전기 각속도 ω_m 이 토크 변동 전후로 일정하면 전원 전압 E 와 각주파수 ω 만의 함수로 된다. 식(2.33)의 과도 현상을 발생시키는 과도항을 소거하기 위해서는 고정자, 회전자의 전류식의 과도항을 없애는 것으로 해결할 수 있다.

Ⅲ. 과도항 소거 조건

1. 대각 표준형으로의 변환

상태 방정식을 대각 표준형으로 변환해 연산의 간략화를 꾀한다⁶⁾. 먼저, 앞 장의 식 (2.21)에서 행렬 A 의 고유치 λ_1, λ_2 는 식 (2.24)에서

$$\lambda_1 = -\tau_1, \lambda_2 = -\tau_2 \quad (\tau_1 \neq \tau_2) \quad (3.1)$$

이며, 중복근을 가지지 않기 때문에 대각화가 가능하다. 이 때 고유 벡터를 V_1, V_2 라 하고 V_1, V_2 의 첫 행, 첫 열 원소를 A 의 A_{12} 로 각각 선정하면 고유 벡터는 식 (3.2)와 같이 되고, 대각 행렬은 식 (3.3), 그의 역행렬은 식 (3.4)와 같이 된다.

$$V_1 = \begin{bmatrix} R_2 m - jL_2 m \omega_m \\ R_1 L_2 + jm^2 \omega_m + G\lambda_1 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} R_2 m - jL_2 m \omega_m \\ R_1 L_2 + jm^2 \omega_m + G\lambda_2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$P = [V_1 V_2]$$

$$= \begin{bmatrix} R_2 m - jL_2 m \omega_m & R_2 m - jL_2 m \omega_m \\ R_1 L_2 + jm^2 \omega_m + G\lambda_1 & R_1 L_2 + jm^2 \omega_m + G\lambda_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$P^{-1} = \frac{1}{GK_1} \begin{bmatrix} -G\lambda_2 + A_1 & -B_1 \\ G\lambda_1 + A_1 & B_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

단, $K_1 = (\tau_1 - \tau_2)(R_2 m - jL_2 m \omega_m)$

$$A_1 = R_1 L_2 + jm^2 \omega_m$$

$$B_1 = R_2 m - jL_2 m \omega_m \text{이다.}$$

식 (2.21)의 상태 방정식에 대해, 식 (3.5)와 같은 새로운 상태 \tilde{X} 를 도입해 대각 변환을 행하면 식 (3.6)과 같이 된다.

$$X = P\tilde{X} \quad (3.5)$$

$$P\dot{\tilde{X}} = AP\tilde{X} + BU$$

$$\therefore \dot{\tilde{X}} = P^{-1}AP\tilde{X} + P^{-1}BU \quad (3.6)$$

$$\text{단, } P^{-1}AP = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \Lambda \quad (3.7)$$

$$P^{-1}B = \tilde{B} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{G^2 K_1} \begin{bmatrix} -GL_2 \tau_2 + K_2 \\ GL_2 \tau_2 - K_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$K_2 = R_1 L_2^2 + R_2 m^2$ 이다.

결국, 식 (2.21)의 상태 방정식은 식 (3.9)와 같이 대각 표준 형식으로 변환 되어진다.

$$\dot{\tilde{X}} = \Lambda \tilde{X} + \tilde{B}U \quad (3.9)$$

2. 전류의 과도항 소거

식 (3.9)로 주어지는 상태 방정식의 해를 구해보면 반드시 과도항이 포함되어 있는데 본 절에서는 제어 입력 u 에 임펄스를 중첩시킴으로써 과도항이 소거됨을 보이고자 한다.

먼저, 식 (3.9)를 라플라스 변환하면 식 (3.10)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \tilde{X}_1(s) &= \frac{1}{s-\lambda_1} \tilde{X}_1(0) + \frac{\tilde{b}_1}{s-\lambda_1} U(s) = \frac{1}{s+\tau_1} (\tilde{X}_1(0) + \tilde{b}_1 U(s)) \\ \tilde{X}_2(s) &= \frac{1}{s-\lambda_2} \tilde{X}_2(0) + \frac{\tilde{b}_2}{s-\lambda_2} U(s) = \frac{1}{s+\tau_2} (\tilde{X}_2(0) + \tilde{b}_2 U(s)) \end{aligned} \quad (3.10)$$

식 (3.10)의 제어입력 $U(s)$ 를 식 (3.11)와 같이 하면 식 (3.10)은 식 (3.12)로 나타내어 진다.

$$U(s) = U_c + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} \frac{1}{s-j\omega} \quad (3.11)$$

여기서, U_c 는 임펄스의 크기이다.

$$\begin{aligned} \tilde{X}_1(s) &= \left\{ \tilde{X}_1(0) + \tilde{b}_1 U_c - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} \tilde{b}_1 \frac{1}{\tau_1 + j\omega} \right\} \frac{1}{s+\tau_1} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} \tilde{b}_1 \frac{1}{\tau_1 + j\omega} \frac{1}{s-j\omega} \\ \tilde{X}_2(s) &= \left\{ \tilde{X}_2(0) + \tilde{b}_2 U_c - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} \tilde{b}_2 \frac{1}{\tau_2 + j\omega} \right\} \frac{1}{s+\tau_2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} \tilde{b}_2 \frac{1}{\tau_2 + j\omega} \frac{1}{s-j\omega} \end{aligned} \quad (3.12)$$

여기서, 과도항이 소거되기 위해서는 식 (3.12)의 우변 첫째항이 영이 되면 되므로 이 조건식으로부터 U_c 와 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega}$ 를 구하면 식 (3.13)과 식 (3.14)와 같이 되고, 그 때의 시간응답은 식 (3.15)와 같이 과도항이 소거된다.

$$U_c = \left\{ \frac{\tau_2 + j\omega}{\tilde{b}_2} \tilde{X}_2(0) - \frac{\tau_1 + j\omega}{\tilde{b}_1} \tilde{X}_1(0) \right\} \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} = |U_c| e^{j\phi} \quad (3.13)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} = \left\{ \frac{\tilde{X}_2(0)}{\tilde{b}_2} - \frac{\tilde{X}_1(0)}{\tilde{b}_1} \right\} \frac{(\tau_1 + j\omega)(\tau_2 + j\omega)}{\tau_1 - \tau_2} \quad (3.14)$$

$$\tilde{X}_1(t) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega} \frac{\tilde{b}_1}{\tau_1 + j\omega} e^{j\omega t}$$

$$\tilde{X}_2(t) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} E e^{j\omega t} \frac{\tilde{b}_2}{\tau_2 + j\omega} e^{j\omega t} \quad (3.15)$$

3. 토크 변동시의 과도항 소거

식 (3.13)과 (3.14)에서 토크 변동 순간에는 주파수 이외의 값들은 초기 조건에 의해 결정되는 정수이며, 따라서 주파수 크기를 결정하고 나면, 그것에 의해 인가되는 임펄스 U_c 와 전압의 크기 E 가 결정된다. 또한 결정된 주파수는 목표 토크식 (2.35)와 과도항 소거 조건식(3.14)을 동시에 만족해야 되므로 이들을 연립해서 해를 구하는 것에 의해 결정된다. 토크 변동 전 후의 상태를 토크, 전원 전압, 위상, 주파수를

토크 변동 전의 상태 : $T_1, E_1, \phi_1, \omega_1$

토크 변동 후의 상태 : $T_2, E_2, \phi_2, \omega_2$

로 둔다.

먼저, 연산시의 편의를 위해 \tilde{X} 와 X 사이의 관계는 식 (3.5)와 같으므로 식 (3.4)와 (3.5)를 이용하여 \tilde{X} 의 초기치를 X 의 초기치로 표현하고, 식 (3.8)로부터 식 (3.14)의 괄호 { }안의 각 항은 식 (3.16)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{X}_2(0)}{\tilde{b}_2} &= \frac{G[(G\tau_1 - A_1)X_1(0) + B_1X_2(0)]}{G\tau_1L_2 - K_2} \\ \frac{\tilde{X}_1(0)}{\tilde{b}_1} &= \frac{G[(G\tau_2 - A_1)X_1(0) + B_1X_2(0)]}{G\tau_2L_2 - K_2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

식 (3.16)을 식 (3.14)에 대입함으로써 과도항 소거 조건식은 식 (3.17)과 같이 된다.

$$E_2 e^{j\omega_2 t} = E_1 e^{j\omega_1 t} e^{j\omega_2 t} * \frac{-GR_2 m^2 (R_2 - jL_2 \omega_m)}{[G\tau_1 L_2 - (R_1 L_2^2 + R_2 m^2)] [G\tau_2 L_2 - (R_1 L_2^2 + R_2 m^2)]} * \frac{(\tau_1 + j\omega_2)(\tau_2 + j\omega_2)}{(\tau_1 + j\omega_1)(\tau_2 + j\omega_1)} \quad (3.17)$$

토크 변동 후의 목표 토크의 정상치 T_{s2} 는 식 (2.35)로부터 구하면 식 (3.18)과 같이 된다.

$$T_{s2} = \frac{6 E_2^2 m^2 R_2 (\omega_2 - \omega_m)}{G^2 (\tau_1 + j\omega_2)(\tau_2 + j\omega_2)(\tau_1 - j\omega_2)(\tau_2 - j\omega_2)} \quad (3.18)$$

과도항을 소거하기 위한 전압 E_2 의 크기는 식 (3.17)의 양 변에 절대치를 취함으로써 식 (3.19)와 같이 구해질 수 있고, 토크 변동 후의 토크의 정상치 T_{s2} 를 내기 위한 전압은 식 (3.18)로부터 구하면 식 (3.20)와 같이 된다.

$$|E_2| = \left| \frac{-E_1 e^{j\omega_1 t} e^{j\omega_2 t} GR_2 m^2 (R_2 - jL_2 \omega_m)}{[G\tau_1 L_2 - (R_1 L_2^2 + R_2 m^2)] [G\tau_2 L_2 - (R_1 L_2^2 + R_2 m^2)]} \right| * \left| \frac{(\tau_1 + j\omega_2)(\tau_2 + j\omega_2)}{(\tau_1 + j\omega_1)(\tau_2 + j\omega_1)} \right| \quad (3.19)$$

$$E_2 \equiv E_2 = \left[\frac{T_2 G^2 (\tau_1 + j\omega_2)(\tau_2 + j\omega_2)(\tau_1 - j\omega_2)(\tau_2 - j\omega_2)}{6 m^2 R_2 (\omega_2 - \omega_m)} \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

따라서, ω_m 이 일정하기만 하면 $|E_{2i}|$, E_{2i} 는 토크 변동 각주파수 ω_2 (주파수 f_2)의 함수이기 때문에 식 (3.19)와 식 (3.20)를 등식으로 두고 푸는 것에 의해 토크 변동 후의 각 주파수 ω_2 를 구할 수 있다. 결국, 각 주파수 ω_2 를 식 (3.13)과 (3.14)에 대입함으로써 변동시의 전압과 임펄스의 크기를 결정할 수 있다.

IV. 실시간 과도항 소거 알고리즘

토크를 변동했을 때 가해야 할 전원의 주파수를 구하기 위해서는 식 (3.19)과 식 (3.20)를 등식으로 두고 풀어야 하나 이때 풀어야 할 방정식은 그 해를 구하기 대단히 어렵다. 해를 구하기 위한 한 방법으로, 임의의 값 ω_2 를 미소간격으로 나누어 식 (3.19)과 식 (3.20)에 각각 대입하여 $E_{2i} = E_{2i}$ 가 성립하는 ω_2 를 찾을 수 있으나, 실제 적용하기가 매우 어렵고, 제어를 행하면서 실시간으로 정확한 운전점을 찾는 것이 대단히 중요하다.

그래서, 본 연구에서는 과도항을 소거하는 조건을 제어를 행하면서 실시간으로 찾아가는 알고리즘을 제안한다. Fig. 4.1이 제안하는 알고리즘에 대한 원리도이다.

Fig. 4.1에서 횡축은 각주파수 ω 를 종축은 전압 E (실효치)를 나타내고 있다. 그림에는 과도항 소거조건 곡선과 등 목표 토크 곡선이 그려져 있는데, 현재 A점, 즉 전압 E_{12} 와 각주파수 ω_1 를 운전점으로 하고 있다고 하자. 이때 외부에서 토크 ΔT 가 가해졌다고 하면 등 토크 곡선은 $T + \Delta T$ 가 되고, 과도현상 없이 목표 토크에 도달하도록 하기 위해서는 B점으로 운전점이 옮겨지는 것이 요망된다. 결국, 운전점 B를 실시간으로 보다 정확하게 찾아가도록 하기 위해 본 알고리즘은 제안되었다.

먼저, 운전점 A의 각주파수 ω_1 에서 토크 변동 후의 등 토크 곡선과 만나는 점 A'와 이 때의 전압 E_{11} 은 식 (3.20)에 의해 알 수 있다. 운전점으로 예측되는 방향으로 임의의 각주파수 ω_{2u}' 를 먼저 선

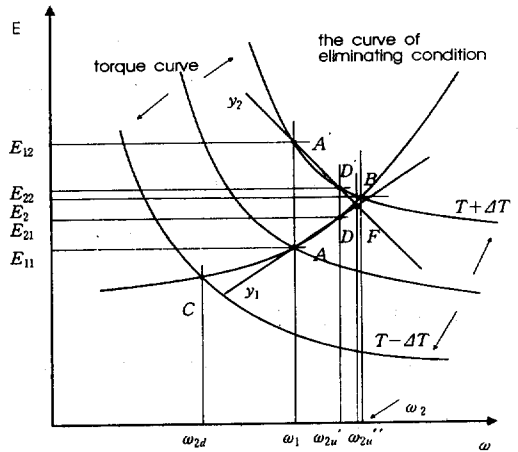


Fig. 4.1 Algorithm for ω_2 Determination

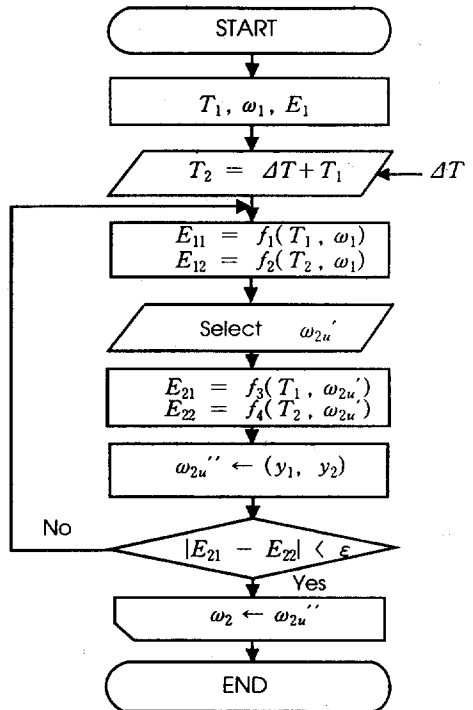


Fig. 4.2 Flowchart of the Algorithm for ω_2 Determination

정한다. 과도항 소거 조건식(식 (3.19))과 목표 토크식(식 (3.20))로부터 점 ω_{2u} '에서의 각각의 점 D 와 D' 를 알 수가 있다. 이로써, A, D 를 지나는 직선 y_1 과 A', D' 를 지나는 직선 y_2 를 만들 수 있다. 또한, 이 두 직선이 만나는 점 즉, 찾고자 하는 운전점 B 에 근접한 점 F 도 쉽게 구할 수 있다. 여기서, D' 점과 D 점에서의 전압 E_{21} 과 E_{22} 를 이용해 그의 절대값을 어떤 한계값 ϵ 보다 작게, 즉

$$|E_{21} - E_{22}| < \epsilon \tag{4.1}$$

하여 운전점을 찾을 수 있게 된다. 또한, 점 F 를 점 A 로 해서 위와 같은 방법으로 다시 연산을 행하면 보다 정확한 운전점을 찾을 수 있게 된다.

토크 $-\Delta T$ 가 가해져도 각주파수 ω_{2u} '의 선정 방향만 다를 뿐 토크 ΔT 의 경우와 동일한 방법으로 C 점을 찾을 수 있다. 제안한 본 알고리즘에 대한 플로 차트는 Fig. 4.2와 같다.

V. 응답 시뮬레이션 및 고찰

1. 제어계의 구성

유도 전동기의 회전계통은 식 (5.1)과 같이 1차계로 근사화된다.

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{K}{1 + \tau_m s} \tag{5.1}$$

제어기로는 PI 제어기를 이용하기로 하고, Fig. 5.1과 같이 속도 제어계를 구성한다. 그림에서와 같이 토크 외란(ΔT)을 제측하여 피드 포워드시킨다.

제어계는 크게 PI 제어기, 유도 전동기의 전자기적 과도 현상을 소거시키기 위한 Driver 및 회전 계통으로 나누어진다. PI제어기와 이상적인 인버터를 PC에서 재현했다.

제어기는 정상 편차를 줄이기 위해 적분 동작이 있는 PI 제어기를 이용하였으며, $K_p=2$, $T_i=0.1$ 및 $T_i=1$ 의 두 경우로 하여 실험하였다.

2. 응답 시뮬레이션 및 고찰

본 연구의 시뮬레이션에 이용된 3상 권선형 유도 전동기의 회로 정수와 전동기의 회전 계통의 계인은 Table. 5.1과 같다.

회전 계통을 포함한 폐루프 제어계의 블록 선도는 Fig. 5.1과 같고, 제어 플로차트는 Fig. 5.2와 같다. 그림에서 PI 제어기와 드라이버(Driver)는

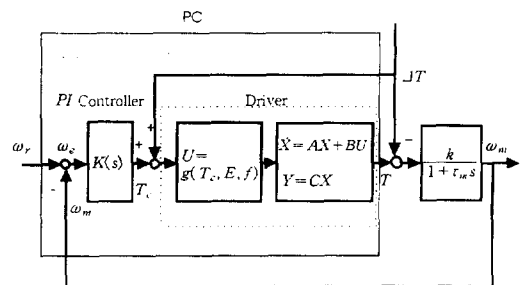


Fig. 5.1 Block Diagram of Control System

Table. 5.1 Specification of Induction Motor

* 3 Phase Wound - rotor type I.M : 2.2 kw, 4p, 220V

R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	m [mH]
0.58	0.07	100	4.35	19.3

486 퍼스널 컴퓨터로 모의하였고, 회전 계통의 모의는 ANDO사의 아날로그 컴퓨터(Analog Computer)를 이용하였고,⁷⁾ 샘플링 시간은 0.05s로 하였다. 회전 계통의 각 파라미터는 $K=1$, $\tau_m=0.1$ 로 하였다.

Fig. 5.3은 PI 제어기의 각 파라미터 게인이 $K_p=2$, $T_i=0.1$ 이고, 토크 외란 없이 속도 지령을 내렸을 때의 속도 및 토크의 응답을 나타내고 있다. 그림 (a)의 속도 응답은 속도 지령에 대해 시간지연 없이 따

라 가고 있으나, 오버슈트가 10~20%정도 생김을 보이고 있었고, 그림 (b)의 토크 응답은 끝이 뾰족한 피크를 가지는 오버슈트를 보여주고 있었다.

Fig. 5.4는 Fig. 5.3과 같은 방법으로 PI 제어기의 각 파라미터 게인을 $K_p=2$, $T_i=1$ 로 했을 때의 속도 및 토크의 응답을 나타내고 있다. 그림 (a)의 속도 응답은 Fig. 5.3의 (a)와 비교하여 응답의 지연은 약간 크지만 오버슈트가 없는 양호한 응답을 보이고 있었다. 또 그림 (b)로부터 알 수 있는 바와 같이 토크 응답도 오버슈트가 매우 작음을 알 수 있었다.

이상과 같이 Fig. 5.3 및 Fig. 5.4의 비교로부터 PI 제어기의 파라미터는 $K_p=2$, $T_i=1$ 의 경우가 $K_p=2$, $T_i=0.1$ 의 경우보다 응답이 양호함을 알 수 있었다. 그리고, Fig. 5.5에서 알 수 있는 바와 같이 회전 계통의 파라미터 중 비례 게인 K 의 값을 임의로 변화시켰을 경우에도 회전수는 즉시 정상 상태로 회복되는 제어계의 강인성(robustness)을 확인할 수 있었다.

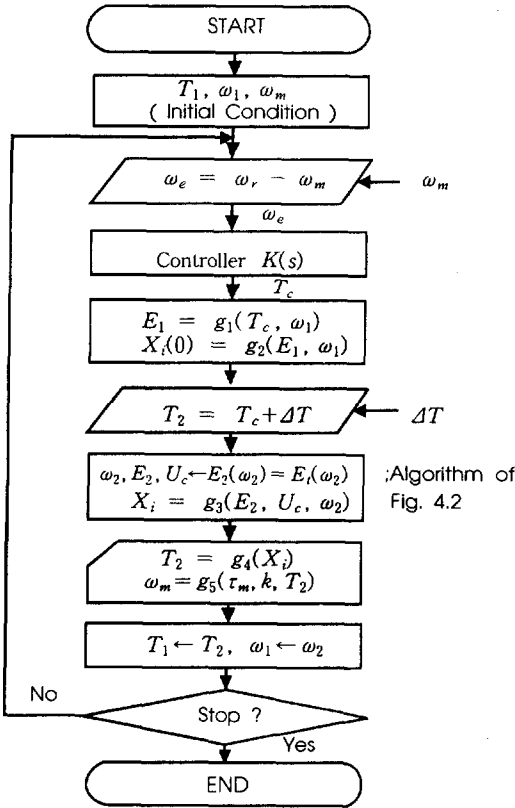
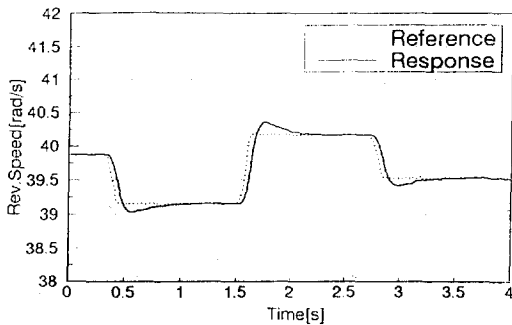
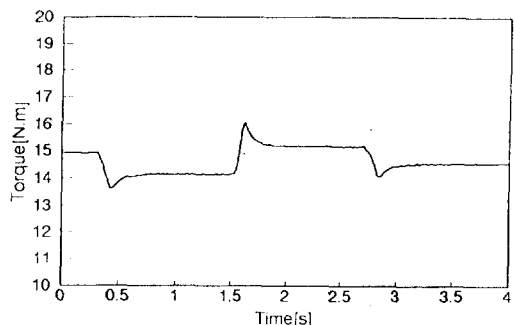


Fig. 5.2 Flowchart of Control Algorithm

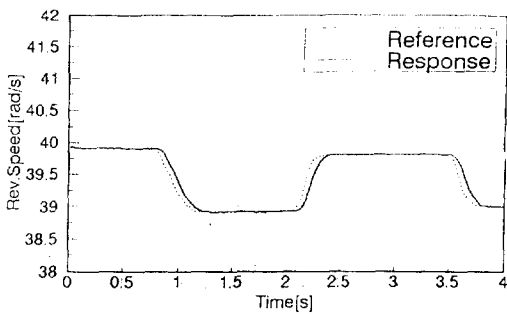


(a) Speed Reference and Response

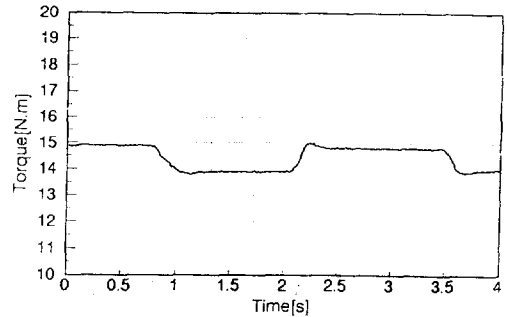


(b) Torque Response

Fig. 5.3 System Response for Speed Reference without Torque Disturbance | ($K_p=2$, $T_i=0.1$)

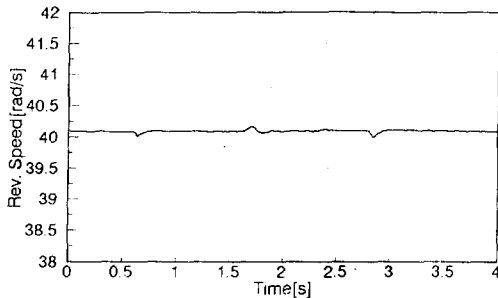


(a) Speed Reference and Response

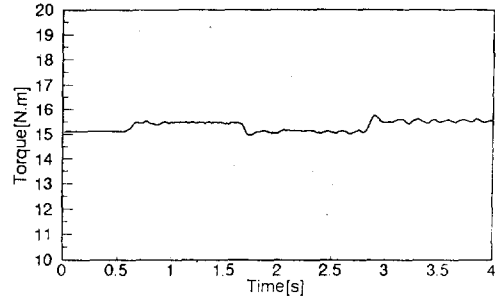


(b) Torque Response

Fig. 5.4 System Response for Speed Reference without Torque Disturbance I ($K_p=2, T_i=1$)



(a) Speed Response



(b) Torque Response

Fig. 5.5 System Response with Model Perturbation ($K_p=2, T_i=0.1$)

VI. 결 론

유도 전동기의 토크 변동시에 발생하는 과도 현상은 입력 전압에 임펄스를 충첩하여 인가하는 것에 의해 완전히 소거되는 것을 확인하였다.

또한, 제어기로는 PI 제어기를 사용하고, 외란 토크를 피드 포워드하는 제어계를 구성하고, 전자적 과도현상을 소거할 수 있는 전압 및 주파수를 실시간으로 구하는(본 연구에서 제안하는) 알고리즘을 이용함으로써 성능이 우수한 제어계의 구성이 가능함을 알 수 있었다. PI 제어기의 파라미터는 $K_p=2, T_i=0.1$ 의 경우보다는 $K_p=2, T_i=1$ 의 경우가 계단상의 회전수 변화에 대해 양호한 응답을 보였으며, 제어대상 파라미터 변동에도 강인함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- 1) 鄭碩權(1992) : 誘導 電動機의 最短時間最適制御에 關する 研究, 橫 兵國立大學 修士論文, pp. 19~25
- 2) 鄭碩權, 久保洋記, 小林弘和外(1992) : 誘導 電動機의 過度トルク 消去法, 92年電氣學會全國大會投稿中
- 3) 山村 昌(1990) : 交流モータ의 解析と 制御, 오름社, pp. 15~20
- 4) 김종식(1992) : 선형 제어시스템 공학, 청문각, pp. 312~314

- 5) Benjamin C. Kuo(1991) : Automatic Control System, Prentice – Hall International Editions, pp. 203~221
- 6) 本田 昭(1991) : 制御數學の基礎と演習, 日刊工業新聞社, pp. 110~115
- 7) ANDO Electric Co., LTD : Instruction Manual For ADAC L – 100 Analog Computer, ANDO Electric Co., LTD

A Study on Torque and Speed Control of Three Phase Induction Motor

K. H. CHOI, S. K. JEONG and J. H. YANG

(National Fisheries University of Pusan)

In general, the electromagnetic transient phenomenon always exists in induction motor(IM) with the torque change. The control performance of IM is very worse than that of D.C motor owing to this transient phenomenon. So many studies about the elimination methods of the transient phenomenon have been making progress. Interesting methods of them are the Field acceleration method(FAM) and the method of impulse addition on the input voltage at the time point of torque change.

In this paper, first, the circuit equation of IM is derived from the phase segregation method. The torque equation consisted of the stator and rotor currents is derived from the solving of the circuit equation. As we well known, the transient terms exist in this the torque equation.

The method of impulse addition on the input voltage at the instance of torque change is confirmed theoretically for the elimination of the transient phenomenon. With the base on it, the author proposed a real time algorithm to eliminate the transient terms.

The control system is consisted of the PI controller with the feedforward of torque change. The author could confirm that the quick stepwise responses of torque and speed can be obtained from response simulations.