

첨가질량이 존재하는 변단면 4변고정 적층복합판의 진동해석

박 제 선 · 김 경 진* · 원 치 문** · 심 도 식***

Vibration Analysis of Clamped Composite Plates with Non-Uniform Cross-Section and with Attached Point Mass/Masses

Je-seon Park · Kyeong-jin Kim* · Chi-moon Won** · Do-sik Shim***

ABSTRACT

A method of calculating the natural frequency corresponding to the first mode of vibration of beams and tower structures, with irregular cross-sections and with arbitrary boundary conditions was developed and reported by D. H. Kim in 1974. This method has been developed for two-dimensional problems including the laminated composite plates and was proved to be very effective for the plates with arbitrary boundary conditions and irregular sections. In this paper, the result of application of this method to the clamped composite plates with non-uniform cross-section and with attached point mass/masses is presented.

1. 서 론

공장이나 빌딩등의 마루 슬래브와 같은 몇몇 구조요소는 자체의 질량에 첨가된 질량이 놓이게 된다. 그 경계조건은 임의가 되며 단면 또한 불균등한 단면이다. 설계자들은 그러한 요소의 고유진동수를 구해야 하지만 정확해를 구하기는 매우 어렵다.

Pretlove(1987)는 효과적인 질량의 개념을 사용하여 질량균이 첨가된 보의 해석 방법을 제시했다. 그러나 이 방법은 단순보일 경우에만 가능하다. 보와 타워의 제 1 모드 진동에 상응하는 고유진동수를 구하는 방법이 1974년 D. H. Kim에 의해 개발되고 발표 되어졌다. 여기에서 고유진동수 계산시 보의 자중을 무시한 효과에 대하여 몇몇 지지조건에 따른 보에 대해서 발표하였다. 이 방법은 2차원 문제에 대하여 확장되어지고 같은 형태의 적층복합판에 쉽게 적용할 수 있다.

강원대학교 공과대학 토목공학과 교수

* 강원대학교 공과대학 토목공학과 시간강사

** 강원대학교 공과대학 토목공학과 시간강사

*** 강원대학교 공과대학 토목공학과 조교

2. 해석방법

고유진동수 ω 를 구하기 위하여 다음의 과정이 취해진다. 어떤 몇개의 점에서 최대 처짐의 진폭은 임의로 주어진다.

$$w(i,j)(1) = W(i,j)(1) \quad (1)$$

여기서 (i,j)는 고려한 점을 나타낸다. 이것은 절대적으로 임의의 값이지만 경험에 의해 가정하면 수렴을 촉진시키는데 더욱 좋다. 이러한 최대진폭에 대응하는 동적힘은

$$F(i,j)(1) = -m(i,j) [\omega(i,j)(1)]^2 w(i,j)(1) \quad (2)$$

이다.

이 힘에 의해 일어나는 “새로운” 변위는 F의 함수이고, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} w(i,j)(2) &= f \{ m(i,j) [\omega(i,j)(1)]^2 w(i,j)(1) \} \\ &= \sum \Delta(i,j,k,l) \{ -m(i,j) [\omega(i,j)(1)]^2 \\ &\quad \times w(i,j)(1) \} \quad (3) \end{aligned}$$

여기에서 Δ 는 처짐에 대한 영향계수이다. 공명상태하에서 구조부재의 모든 점에서 고려한 $w(i,j)(1)$ 과 $w(i,j)(2)$ 는 동일해야 하고 다음조건을 만족해야 한다.

$$w(i,j)(1) / w(i,j)(2) = 1 \quad (4)$$

이 방정식으로 부터(i,j)의 각 점에서의 $\omega(i,j)(1)$ 이 얻어질 수 있지만, 대부분의 경우에 일치하지 않는다. 구조부재의 고유진동수가 부재의 모든 점에서 동일해야 하므로 $\omega(i,j)$ 의 충분한 같은 값이 모든 (i,j)점에서 얻어질 때까지 이 과정이 반복된다. 그러나 대부분의 경우에 첫번째 cycle의 계산에 의해 얻어진 $\omega(i,j)$ 의 최대와 최소값의 차이는 공학적으로 충분히 무시될 수 있다. 정확도는 최대와 최소치의 평균을 취하거나 또한 처짐이 최대인 곳에서 $\omega(i,j)$ 의 값을

취함으로써 개선될 수 있다. 2번째 cycle의

$$w(i,j)(3) = f \{ m(i,j) [\omega(i,j)(2)]^2 \times w(i,j)(2) \} \quad (5)$$

에서 $w(i,j)(2)$ 의 절대적 수치가 편리하게 사용될 수 있다. Composite구조물을 포함하여 불규칙한 단면과 이상적이 아닌 지지조건을 가진 판의 경우, 경계조건에 관계없이, 이 판을 몇개의 요소로 나누어 고려하는 것이 편리하다. 결과의 정확성은 처짐계산의 정확도에 비례한다.

3. 수치계산

본 논문에 사용된 물성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 67.36 \text{ GPa,} \\ E_2 &= 8.12 \text{ GPa,} \\ \nu_{12} &= 0.272, \\ \nu_{21} &= 0.0328, \\ G_{12} &= 3.0217 \text{ GPa,} \\ h &= 0.015 \text{ m.} \end{aligned}$$

한개 층의 두께는 $t=0.0005\text{m}$ 이며, 판의 형상비는 $c=a(x)/b(y) = (1\text{m})/(1\text{m})=1$ 이다. 판의 단면형상은 Fig. 1과 같다.

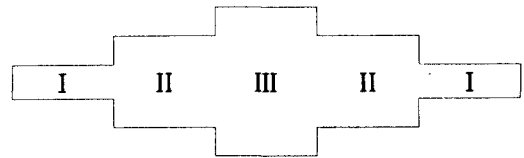


Fig. 1. Cross-Section of the plate

Fig. 2는 자중을 고려한 경우와 자중을 무시한 경우를 나타낸다.

Fig. 2에서 CASE-A는 오직 집중하중 $P(i,j)=N \cdot q \cdot a \cdot b$ 를 갖는 판이다. 여기서 (i,j)와 q는 집중하중(mass · g)의 위치와 적층판의 등분포 사하중($\rho \cdot h \cdot g$)을 나타낸다. 그리고 CASE-B는 $P(i,j)$ 와 등분포하중 q를 갖는 적층판이며, N은 정수이다.

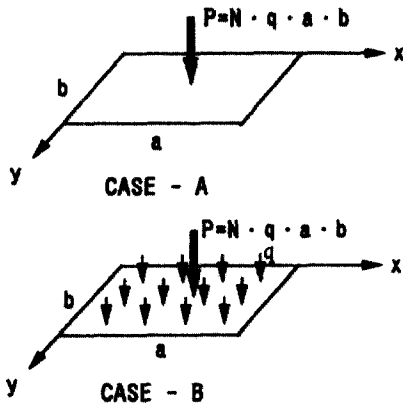


Fig. 2 Plates without and with own weight

(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)
(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)
(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)
(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)
(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)

Fig. 3 Location of concentrated mass, (ij)

Fig. 3은 하중 작용점 (ij)를 보여준다. 적층복합판의 형태는 다음과 같다 ;

- Type 1. [0, 90, 0]₁₀
- Type 2. [90, (0, 90, 0)₁₀, 90]
- Type 3. [0, 90, (0, 90, 0)₁₀, 90, 0]
- Type 4. [90, 0, 90, (0, 90, 0)₁₀, 90, 0, 90].

영향계수는 유한요소 프로그램인 ALGOR 을 사용하여 계산하였다. 이 프로그램의 정확도는 단순지지된 균일단면 [0, 90, 0] 형태로서 계산을 수행하여 고찰하였다. 제시된 방법에 의한 결과와 에너지법에 의한 정확해의 값은 다음과 같다.

$$\omega = 1593.6/\sqrt{\rho h} \quad \text{and} \quad \omega = 1593.7/\sqrt{\rho h}.$$

유한요소 프로그램의 결과는

$\omega = 1582.25/\sqrt{\rho h}$ 이었으며, 위의 두 경우와 오차는 0.72% 이다.

Table 1은 자중하에 변단면을 갖는 4변 고정지지된 판의 고유진동수, ω_n , 의 계산 결과이다. 1, 1, 1의 적층복합판 형태는 균일단면 적층판을 나타낸다.

Table. 1 $\omega_n\sqrt{\rho h}$ of clamped plate with various section types

Section			Kim's Method	F.E.M	RATIO (%)
I	II	III			
1	1	1	3448.108	3345.636	97.03%
1	1	2	3452.754	3352.862	97.12%
1	1	3	3465.444	3367.926	97.19%
1	1	4	3460.474	3364.619	97.23%
1	2	1	3458.713	3358.250	97.09%
1	2	2	3470.513	3373.315	97.19%
1	2	3	3484.719	3389.971	97.28%
1	2	4	3488.588	3395.850	97.34%
1	3	1	3483.596	3384.950	97.17%
1	3	2	3496.372	3401.239	97.28%
1	3	3	3512.607	3419.978	97.36%
1	3	4	3517.934	3427.449	97.43%
3	2	1	3864.530	3737.676	96.72%

유한요소 결과는 약 3% 오차가 났다. 이 Table은 변단면에서의 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. Table 2, 3, 4는 Fig. 2에서 (ij)점에 첨가질량이 작용한 때의 I=1, II=2 그리고 III=3 형태의 단면에서의 고유진동수를 나타낸다.

Table. 2 $\omega_n \sqrt{\rho h}$ with P(i,j), Fig. 2

N	$\omega(1,1)$		$\omega(1,2)$		$\omega(1,3)$	
	CASE A	CASE B	CASE A	CASE B	CASE A	CASE B
	1	6429.7	3477.8	4938.0	3314.7	4843.9
2	4546.5	3460.8	3491.7	2971.7	3425.1	2835.6
3	3712.2	3388.1	2851.0	2606.0	2796.6	2497.5
4	3214.9	3112.5	2469.0	2322.4	2421.9	2237.6
5	2875.5	2817.9	2208.4	2108.4	2166.2	2039.0
7	2430.2	2400.5	1866.4	1809.2	1830.8	1757.3
10	2033.3	2017.2	1561.5	1529.3	1531.8	1490.1
15	1660.1	1651.8	1275.0	1257.9	1250.7	1228.6
20	1437.7	1432.4	1104.2	1093.3	1083.1	1069.0

Table. 5 ω (case B) / (case A) in %

N	$\omega(i,j)$	(1,1)	(1,2)	(1,3)
1		54.09	67.13	66.30
2		76.12	85.11	82.79
3		91.27	91.41	89.30
4		96.82	94.06	92.39
5		97.99	95.47	94.12
7		98.78	96.94	95.98
10		99.21	97.93	97.28
15		99.49	98.66	98.23
20		99.63	99.01	98.69

Table. 3 $\omega_n \sqrt{\rho h}$ with P(i,j), Fig. 2

N	$\omega(2,1)$		$\omega(2,2)$		$\omega(2,3)$	
	CASE A	CASE B	CASE A	CASE B	CASE A	CASE B
	1	3253.9	2916.8	1846.9	1667.0	1731.4
2	2300.9	2203.4	1305.9	1221.0	1224.3	1139.2
3	1878.7	1828.2	1066.3	1008.6	999.6	942.5
4	1627.0	1594.9	923.4	878.6	865.7	821.6
5	1455.2	1432.6	825.9	788.6	774.3	737.8
7	1229.9	1216.4	698.1	669.2	654.4	626.4
10	1029.0	1021.2	584.0	561.6	547.5	525.9
15	840.2	835.9	476.9	459.6	447.0	430.5
20	727.6	724.9	413.0	398.5	387.1	373.3

Table. 6 ω (case B) / (case A) in %

N	$\omega(i,j)$	(2,1)	(2,2)	(2,3)
1		89.64	90.26	89.52
2		95.76	93.49	93.05
3		97.31	94.59	94.28
4		98.03	95.15	94.91
5		98.44	95.48	95.29
7		98.90	95.86	95.72
10		99.24	96.15	96.05
15		99.50	96.37	96.31
20		99.63	96.49	96.44

Table. 4 $\omega_n \sqrt{\rho h}$ with P(i,j), Fig. 2

N	$\omega(3,1)$		$\omega(3,2)$		$\omega(3,3)$	
	CASE A	CASE B	CASE A	CASE B	CASE A	CASE B
	1	2984.8	2658.0	1531.4	1395.2	1422.8
2	2110.6	2004.5	1082.9	1016.6	1006.1	915.5
3	1723.3	1667.0	884.2	838.6	821.4	755.3
4	1492.4	1456.3	765.7	730.0	711.4	657.6
5	1334.8	1309.2	684.9	654.9	636.3	590.0
7	1128.2	1112.8	578.8	555.5	537.8	500.5
10	943.9	934.9	484.3	466.0	449.9	419.9
15	770.7	765.8	395.4	381.3	367.4	343.6
20	667.4	664.3	342.4	330.5	318.1	297.9

Table. 7 ω (case B) / (case A) in %

N	$\omega(i,j)$	(3,1)	(3,2)	(3,3)
1		89.05	91.11	88.29
2		94.97	93.88	91.00
3		96.74	94.84	91.95
4		97.58	95.33	92.44
5		98.08	95.63	92.73
7		98.64	95.97	93.07
10		99.05	96.22	93.33
15		99.37	96.42	93.53
20		99.53	96.52	93.63

4. 결 론

4번 고정지지된 적층 복합판의 고유진동수를 간편하고 정확하게 구하는 방법이 D. H. Kim에 의해 1974년 개발 되었다. 변 단면의 영향과 첨가된 질량이 작용하는 경우에 자중의 무시효과를 연구하였다. 다양한 단면을 갖고 첨가된 질량이 작용하는 적층복합판에 대하여 제시한 방법이 효과적으로 사용 될 수 있음이 증명되었다. 이 결과는 엔지니어로 하여금 실제적인 설계에 이용할 수 있도록 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1]. D. H. Kim, "A Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Structural Elements," International Symposium on Engineering Problems In Creating Coastal Industrial Sites, Seoul, Korea, 1974
- [2]. D. H. Kim, "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Composite Structural Members-For Higher Modes," Proc. 8th Structures Congress, ASCE, Baltimore, MD, U.S.A., April 30-May, 3, 1990
- [3]. D. H. Kim, "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Laminated Thick Composite Plates," Proc. ICCM 8, Honolulu, Hawaii, July, 1991
- [4]. D. H. Kim, Composite Structure for Civil and Architectural Engineering, E & FN SPON, pp. 204-218, 1995
- [5]. Pretlove, A. J., "A Simple and Accurate Method for Calculating the Fundamental Natural Frequencies of Beams with Attached Masses", International Journal of Mechanical Engineering Education, Vol 15 No 4,