

신호원 거리 부정합에 대한 로버스트 빔형성기 Robust Beamformer to Source Range Mismatch

윤 원 식*
(Won Sik Youn*)

요 약

신호원 거리 부정합시 linearly constrained minimum variance(LCMV) 빔형성기는 원하는 신호를 제거해 버리는 성능 저하를 나타내게 된다. 어레이 공분산 행렬의 eigenstructure 성질을 이용하여 이 문제에 대한 원인 조사를 행한다. 이 원인 규명으로부터 신호원 거리 부정합에 로버스트한 빔형성기를 제안한다. 제안한 빔형성기는 최대 출력 신호 대 잡음비를 나타낸다. 신호원이 far field에 있을 시 빔형성기의 weight vector는 bias되지 않는다.

ABSTRACT

Under signal range mismatch, the LCMV beamformer has the performance degradation to cancel a desired signal. Using the eigenstructure properties of the array covariance matrix, we investigate the cause of this problem. From this investigation, a robust beamformer to source range mismatch is presented. The proposed beamformer has the maximum output signal-to-noise ratio (SNR). When a desired signal is in a far field, the weight vector of the proposed beamformer is not biased.

I. 서 론

LCMV 빔형성기는 간섭신호를 제거하기 위하여 연구되어 왔다[1], [2]. 원하는 신호가 far field에 있을 경우, LCMV 빔형성기의 weight vector는 간섭신호를 최소화하면서 원하는 신호를 왜곡없이 어레이 출력단에서 얻을 수 있도록 정해진다. 그러나, LCMV 빔형성기는 원하는 신호가 near field에 있게 되면 원하는 신호가 간섭신호인 것처럼 간주되어 원하는 신호도 제거되는 성능저하를 나타내게 된다[3].

본 논문에서는 어레이 공분산 행렬의 eigenstructure 성질을 이용하여 원하는 신호가 near field에 있을 시 LCMV 빔형성기에서 원하는 신호가 제거되는 문제

의 원인에 대하여 고찰한다. 이러한 원인 규명으로부터 이 문제를 해결하기 위한 빔형성기를 제안한다.

II. 로버스트 빔형성기

M 개의 센서를 갖는 선형어레이에 수신된 평균이 0인 K 개의 협대역 신호를 고려한다. 배경잡음은 원하는 신호 및 간섭신호에 비해 작은 분산 σ_n^2 을 갖는 평균이 0인 백색잡음이라 가정한다. 신호원이 near field에 있고 γ_m 을 신호원으로 부터 m 번째 센서까지의 거리를 나타내면, γ_m 은 다음과 같다.

$$\gamma_m = [(\gamma_1 - d \sin \theta)^2 + (m-1)^2 d^2 \cos^2 \theta]^{1/2} \quad (1)$$

여기에서 d 는 인접센서사이의 거리이며, θ 는 array normal에 대한 신호의 도래방향이다. $\gamma_1 \gg d \sin \theta$ 일

*아주대학교 전자공학과
접수일자: 1995년 7월 10일

때 식(1)을 근사화시키면

$$\gamma_i - \gamma_m = (m-1)d \sin\theta - \frac{(m-1)^2 d^2 \cos^2\theta}{2\gamma_i} \quad (2)$$

을 얻는다. 따라서 near field 신호원의 steering vector $\mathbf{a}(\theta)$ 는 다음과 같이 나타내진다.

$$\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{j\omega_0(\gamma_1 - \gamma_m)/c}, \dots, e^{j\omega_0(\gamma_M - \gamma_m)/c}]^T \quad (3)$$

여기에서 ω_0 는 신호원의 각주파수이며, c 는 신호원의 전달속도이며, T 는 transpose를 나타낸다. 한편, far field에 있을 시 steering vector $\mathbf{a}_f(\theta)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{a}_f(\theta) = [1, e^{j\omega_0\tau}, \dots, e^{j\omega_0(M-1)\tau}]^T \quad (4)$$

여기서 $\tau = d \sin\theta/c$ 이다.

어레이 센서에 수신된 신호벡터 $\mathbf{x}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 는 원하는 신호와 간섭신호의 steering vector로 구성된 $M \times K$ 행렬이며, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 는 원하는 신호와 간섭신호를 나타내며, $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 는 배경잡음을 나타낸다. 식(5)로부터 어레이 공분산 행렬을 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{R} \triangleq E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (6)$$

여기서 $E[\cdot]$ 는 기대치이며, H 는 complex conjugate transpose를 나타내며, $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H]$ 이다. 식(6)에 대해 singular value decomposition을 행하면 다음을 얻는다.

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \sum_{i=M+1}^M \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (7)$$

여기서 고유치 $\{\lambda_i, i=1, \dots, M\}$ 는 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$ 이며 고유벡터 $\{\mathbf{v}_i, i=1, 2, \dots, M\}$ 은 orthonormal이다. 이 때 고유벡터 $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_K\}$ 는 $\{\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)\}$ 와 동일한 신호 부공간을 형성한다.

원하는 신호가 far field에 있다는 가정을 갖는 LCMV

빔형성기의 출력전력은 다음과 같이 얻어진다.

$$P_o = 1 / \left[\sum_{i=1}^K \frac{1}{\lambda_i} |\mathbf{a}_f^H(\theta_d) \mathbf{v}_i|^2 + \sum_{i=K+1}^M \frac{1}{\sigma_n^2} |\mathbf{a}_f^H(\theta_d) \mathbf{v}_i|^2 \right] \quad (8)$$

여기서 θ_d 는 원하는 신호의 도래방향을 나타낸다. 원하는 신호가 near field에 있을 시 식(8) 분모의 두번째 항이 0이 되지 않음으로 인해 출력전력이 감소하게 되고 이는 원하는 신호를 제거하게 되는 성능저하를 나타내게 된다.

이상의 고찰로부터 원하는 신호의 올바른 steering vector $\hat{\mathbf{a}}(\theta_d)$ 를 구함으로써 이 문제를 해결하고자 한다. $\hat{\mathbf{a}}(\theta_d)$ 는 반드시 신호 부공간에 있어야 하므로 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_d)$ 를 구하는 문제는 다음과 같이 형성할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \underset{\hat{\mathbf{a}}(\theta_d)}{\text{minimize}} \quad \|\hat{\mathbf{a}}(\theta_d) - \mathbf{a}_f(\theta_d)\|^2 \text{ subject to } \hat{\mathbf{a}}(\theta_d) \\ & \in \text{span}\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K\} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\|\cdot\|$ 는 norm을 나타낸다. 즉 식(9)는 다음과 같이 최소자승형태로 표현할 수 있다.

$$\underset{\beta}{\text{minimize}} \quad \|\mathbf{V}_s \beta - \mathbf{a}_f(\theta_d)\|^2 \quad (10)$$

여기서 \mathbf{V}_s 는 $E[\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K]$ 이며 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_d) = \mathbf{V}_s \beta$ 이다. 식(10)을 풀면, 다음과 같이 얻어진다.

$$\beta = \mathbf{V}_s^H \mathbf{a}_f(\theta_d). \quad (11)$$

그러므로 제안한 빔형성기의 최적 weight vector는 다음과 같다.

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{a}}(\theta_d)}{\hat{\mathbf{a}}(\theta_d)^H \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{a}}(\theta_d)} \quad (12)$$

이제 제안한 빔형성기의 성능평가를 행한다. 원하는 신호가 제거되는 문제가 해결되었는지 알아 보기 위해 원하는 신호와 배경잡음만 있다고 가정한다. 이 때 신호 부공간의 고유벡터 \mathbf{v}_1 은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{a}(\theta_d) / \sqrt{M} \quad (13)$$

원하는 신호의 올바른 steering vector는

$$\hat{\mathbf{a}}(\theta_d) = \frac{\mathbf{a}_H(\theta_d) \mathbf{a}_f(\theta_d)}{M} \mathbf{a}(\theta_d) \quad (14)$$

로 주어지므로 제안한 빔형성기의 최적 weight vector는 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}(\theta_d)}{\mathbf{a}_f^H(\theta_d) \mathbf{a}(\theta_d)} \quad (15)$$

그러므로, 출력단에서 원하는 신호 대 잡음비는 다음과 같이 주어진다.

$$\text{SNR}_o = M \zeta_d \quad (16)$$

여기서 ζ_d 는 입력에서의 원하는 신호 대 잡음비를 나타낸다. 원하는 신호가 far field에 있게 되면 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_d)$ 와 $\mathbf{a}(\theta_d)$ 가 동일하게 되므로 제안한 빔형성기의 weight vector는 bias되지 않는다.

III. 모의 실험

신호원이 near field에 있을 시 제안한 빔형성기와 LCMV 빔형성기의 성능비교를 행하였다. 신호원 파장 λ_0 의 1/2 거리로 배열된 어레이 센서를 사용하였다.

그림 1은 신호원이 $300 \lambda_0$ 에 있을 때 빔 패턴을 나타낸다. 원하는 신호 및 간섭신호의 도래방향은 각각

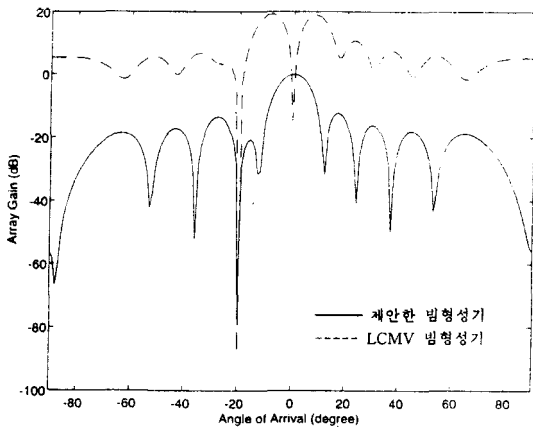


그림 1. 빔 패턴(신호원 거리 = $300 \lambda_0$, $\theta_d = 0^\circ$, $\theta_i = -20^\circ$, $\zeta_d = 20\text{dB}$, $\zeta_i = 40\text{dB}$, $M = 10$).

Fig. 1. Beam pattern(source range = $300 \lambda_0$, $\theta_d = 0^\circ$, $\theta_i = -20^\circ$, $\zeta_d = 20\text{dB}$, $\zeta_i = 40\text{dB}$, $M = 10$).

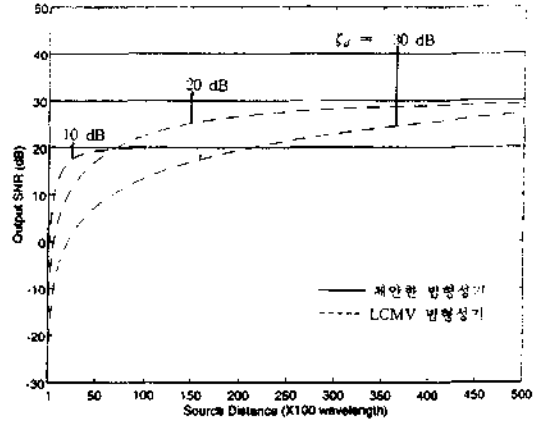


그림 2. 입력 SNR에 대한 신호원 거리 대 출력 SNR($\theta_d = 0^\circ$, $M = 10$).

Fig. 2. Output SNR versus source range for various values of input SNR($\theta_d = 0^\circ$, $M = 10$).

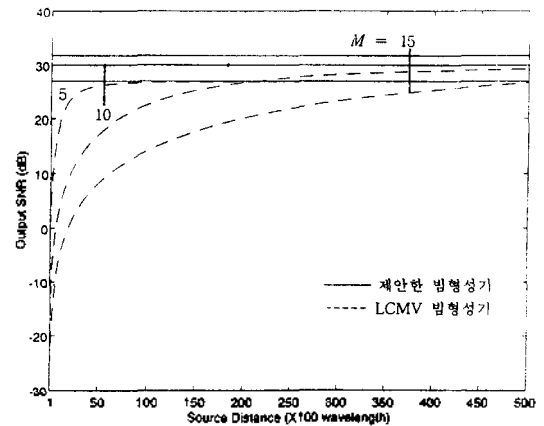


그림 3. 센서 수에 대한 신호원 거리 대 출력 SNR($\theta_d = 0^\circ$, $\zeta_d = 20\text{dB}$).

Fig. 3. Output SNR versus source range for various numbers of sensors($\theta_d = 0^\circ$, $\zeta_d = 20\text{dB}$).

0° , -20° 이다. 원하는 신호 대 잡음비 및 간섭신호 대 잡음비는 각각 20dB, 40dB이다. 제안된 빔형성기는 간섭신호만 제거하고 원하는 신호는 보전된다. 반면에 LCMV 빔형성기는 간섭신호 뿐만 아니라 원하는 신호도 제거한다.

그림 2는 입력단에서의 원하는 신호 대 잡음비에 대한 신호원 거리 대 출력 SNR을 나타낸다. 간섭신

호는 없는 조건이다. 제안한 빔형성기는 입력 SNR에 대해 최대 SNR을 나타낸다. 반면에 LCMV 빔형성기는 입력 SNR이 증가함에 따라 출력 SNR이 더 급격히 감소한다.

그림 3은 센서 수에 대한 신호원 거리 대 출력 SNR을 나타낸다. 제안한 빔형성기는 센서 수에 따른 최대 SNR을 나타내는 반면 LCMV 빔형성기는 센서 수가 증가함에 따라 출력 SNR이 더 급격히 감소한다.

IV. 맺음말

신호원 거리 부정합시에도 효과적으로 빔형성을 할 수 있는 방법을 제안하였다. 신호원 거리 부정합시 LCMV 빔형성기의 성능저하는 원하는 신호의 가정된 steering vector가 어레이 공분산 행렬의 신호 부공간에 놓여 있지 않음으로 생기게 된다. 이러한 고찰로부터 올바른 steering vector를 구하는 빔형성기를 제안하였다. 제안한 빔형성기는 최대 출력 SNR을 나타냈다. 또한, 신호원이 far field에 있게 되면 제안한 빔형성기의 weight vector는 bias되지 않는다.

참 고 문 헌

1. S.P. Applebaum, "Adaptive arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-24, pp. 585-598, Sept. 1976.
2. B.D. Van Veen and K.M. Buckley, "Beamforming: A versatile approach to spatial filtering," *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4-24, Apr. 1988.
3. C.C. Yeh, Y.J. Hong, and D.R. Ucci, "The effect of a finite distance source on an Applebaum array," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1003-1008, Sept. 1985.

▲윤 원 식(Won Sik Youn)



1984년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과(공학사)

1986년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)

1991년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사)

1986년 1월~1991년 5월 : 금성전기 연구소 선임연구원

1991년 6월~1994년 8월 : 금성정밀 연구소 책임연구원

1994년 9월~현재 : 아주대학교 전자공학과 조교수