

講 座

혼돈이론과 농업에의 응용

조 성 인

서울대학교 농업생명과학대학
농공학과 농업기계 전공

1. 서 론

작물, 가축, 농산물을 학문의 대상으로 하는 농학은 기상, 토양 등과 같은 자연 현상으로부터 필요한 데이터를 획득하여 이용한다. 그러나, 이들 데이터는 많은 환경 요인의 영향을 받아 그 거동이 매우 복잡한 비선형적 현상을 나타내는 것이 대부분이다. 따라서, 실험을 통해 획득된 데이터의 처리 및 모형화 등을 위해 기존의 수학적, 통계적 방법을 이용하는 경우에 많은 어려움을 겪게 된다. 이에 최근에는 신경회로망 및 퍼지 이론 등과 같은 인공 지능 기법을 이용하여 이러한 문제점을 해결하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다. 본 강좌에서는 복잡한 비선형 특성 특히 임의적 거동을 보이는 자연 현상을 기술하기 위해 최근에 대두되고 있는 혼돈 이론에 대한 소개를 하고자 한다.

예측 불가능하다고 여겨지는 복잡한 자연 현상을 접할 때, 우리는 자연 현상을 지배하는 변수가 너무 많고 자연 현상을 지배하는 법칙이 너무 복잡하기 때문이라고 생각한다. 즉 단순한 자연 현상은 단순한 변수와 단순한 법칙에 의해 지배되고, 복잡한 자연 현상을 수많은 변수와 복잡한 법칙에 의해 지배된다는 결정론적 사고에 기반한 세계관을 가지고 있다.

그러나, 혼돈 이론은 아주 단순한 변수와 단순한 지배 법칙에 의해서도 아주 복잡한 자연 현상이 발생할 수 있다는 점을 지적하고 이에 대한 연구를 통해 현실에서 발생아는 기상, 해양 환경, 유체 이동 등의 훨씬 더 복잡한 자연 현상을 기술하기 위한 지배 변수 및 지배 법칙 등을 구명하고자 하는 데에 그 기

본 목적을 두고 있다.

2. 혼돈 이론

자연 현상을 기술하는 여러 가지 기본적인 관점들을 살펴보면 크게 결정론과 불확실성의 원리로 나눌 수 있다. 결정론(determinism)이라 함은 우리가 주어진 자연 현상에 대하여 자연 현상을 지배하는 변수의 종류와 해당 변수를 측정하여 그 변수의 값을 알 수 있는 방법이 있다면(즉 자연 현상에 대한 충분한 양의 정보를 획득할 수 있다면), 적절한 처리 방법을 통해 임의의 자연 현상을 기술할 수 있다는 관점에서, 라플라스의 결정론이 대표적인 예이다. 이러한 결정론은 근세 이후의 과학적 세계관을 지탱하고 있는 의견이었다.

이러한 결정론에 반하여 하이젠버그에 의해 제기된 불확실성의 원리(uncertainty principle)는, 복잡한 자연 현상의 기술에 필요한 충분한 양과 질을 만족하는 정보의 수집은 한계가 있고, 초기에 수집한 정보에는 많은 불확실성이 내재하여, 해당 자연현상의 기술을 위한 충분한 정보를 획득하는 것은 불가능하게 되므로 복잡한 자연 현상을 기술하고 예측하는 것은 불가능하다는 관점이다. 이를 두고, 포앙카레는 수집된 정보에 불확실성이 존재하는 것은 근본적인 자연 현상이고, 이러한 불확실성은 지수적으로 증폭하기 때문에 초기 정보의 불확실성으로 인해 자연 현상을 장기적으로 예측하는 것은 불가능하다고 하였다. 이러한 관점에 따르면 우리가 기술하려고 하는 자연 현상을 지배하고 있는 변수를 모두 알 수 있다고 하더라도 자연 현상을 제대로 기술할 수 없다는 것이다.

2.1 기본 개념

혼돈 이론에서는 이러한 불확실성의 원리에 기반하여, 시스템에 내재된 임의성에 의하여, 아주 단순한 지배 법칙과 지배 변수에 의해서도 시스템이 복잡한 현상을 일으킬 수 있으며 이러한 현상은 시스템의 초기 조건에 아주 민감하게 반응한다는 점을 밝히고 있다.

혼돈 이론은 정연한 질서¹⁾가 존재하는 시스템이 아주 복잡한 현상을 일으킬 경우를 그 연구 대상으로 한다. 이러한 현상의 가장 대표적인 예로 들어지는 것이 바로 “스메일의 편자”이다. 스메일의 편자를 간단히 설명하면, 직사각형을 양옆에서 압착시켜 세로 막대기를 만든다. 한쪽 끝을 꺾어서 다른 쪽 끝으로 구부리고, 잡아늘여 U자 모양의 편자처럼 만든다. 그런 다음 그 편자를 새로운 직사각형 안에 들어있는 것으로 생각하고 다시 똑같은 변형, 즉 압착시키고 구부리고 잡아늘이는 변형을 되풀이한다(그림 1).

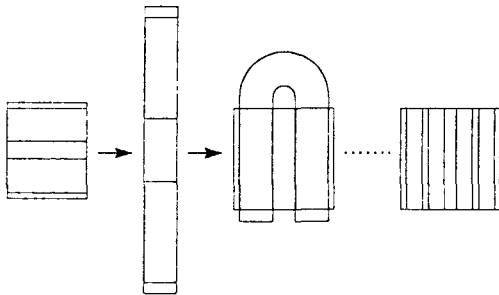


Fig. 1. Smale's horseshoe

이러한 뻗음(stretching)과 접힘(folding) 작용이라는 아주 간단한 규칙에 의해 초기에 아주 가까이 있던 두 개의 점이 몇 단계 후에는 전혀 다른 구역에 존재하게 되기도 한다. 이들은 체계적으로 초기 정보를 제거하고 이를 새로운 정보로 대체하는 효과를 보이게 된다. 좀 더 구체적으로 뻗음은 작은 불확실성을 확

대하고 접힘은 넓게 분리된 대규모 정보를 제거하는 의미를 갖고 있다. 즉 초기에는 ‘약간의 차이(초기 조건의 불확실성)’만이 존재하더라도 이러한 ‘약간의 차이’가 지수적으로 증폭되어, 곧 전혀 다른 현상이 되는 것을 이 스메일의 편자를 통해 짐작할 수 있다.

혼돈 현상으로 규정할 수 있는 특징을 보면 다음과 같다.

- 자연 현상이 복잡한 거동을 일으키는 것은 복잡한 지배 법칙도 아니고 수많은 지배 변수도 아닌 근본적으로 그 시스템 내에 내재된 임의성에 기인하고 있다.

- 혼돈 이론은 이러한 자연 현상에 내재된 근본적 임의성을 인정하고 그 자연 현상을 지배하는 몇가지 간단한 질서를 파악하여 결정론적인 방법으로 내재하는 사소한 불확실성의 확대에 의해 장기적인 예측이 불가능하다고 여겨지던 자연 현상을 기술할 수 있게 되었다.

- 비혼돈계(nonchaotic systems)에서는 가까이 있는 점들은 시간에 따라 발전하면서도 가까이 머무르기 때문에, 측정된 데이터는 시간이 지나면서 유지되는 일정량의 정보를 제공함으로써, 초기에 측정된 데이터에는 미래 행동을 예측하는 데 사용할 수 있는 정보가 들어있는 것이다. 달리 말하면, 예측할 수 있는 역학계는 측정 오류에 덜 민감하다.

이와 같이, 혼돈 이론은 불확실성의 원리에 의해 주어진 시스템으로부터 획득된 정보에 내재하는 임의성이, 시스템을 지배하는 단순한 지배 법칙에 의해 결정론적으로, 복잡한 자연 현상을 일으키는 원인이 된다는 것을 설명하기 위한 도구이다.

우리가 흔히 자연현상에서 ‘혼돈’이라고 표현할 수 있는 것은 수없이 많다. 그 중에 몇몇 예를 들면 다음과 같다.

- 생체의 혼돈 현상: 최근의 연구에 의하면, 건강할 때는 생체의 여러 가지 진동이 요동하여 혼동 거동을 나타내는 데 건강을 잃으면 주기적인 현상이 나타난다.

- 주식시장의 변화: 시간에 따른 주가의 변동은 예측을 불허한다.

- 화학 반응 : 일상적인 화학 반응은 주위 환경에 많은 지배를 받기 때문에 시간에 따른 상태의 변화가 심하다.

- 인구의 증감 : 인구의 증감은 일정한 형태로 이루어지는 것이 아니다.

- 기상 및 기후의 변화 : 현재 최고의 성능을 가진 슈퍼컴퓨터를 이용해도 2~3일 이후의 기상을 예측하는 것은 거의 불가능하다.

- 수도꼭지에서 떨어지는 물방울 : 물방울이 떨어지는 시간 간격을 기록하여 분석해보면 주기성이 없는 거동을 보인다.

- 작은 상자 내에 열이 가해질 때 나타나는 유체의 환류현상 : 대류 이동에 의한 유체의 소용돌이 현상은 그 거동을 분석하고 예측할 수 없다.

- 유체의 난류현상 : 유체의 난류는 현재의 물리/수리학적 지식과 컴퓨터로는 그 현상을 설명하거나 예측할 수 없다.

- 휘저어서 발생시키는 화학 반응 : 화학 반응을 돕기 위해 용액을 휘젓는 경우에 발생하는 현상은 극히 복잡하다.

- 마찰이 있는 단순진자 : 마찰이 존재하는 경우의 진자의 운동은 초기 조건에 매우 민감한 영향을 받는다.

이와 같은 자연 현상은 대부분이 우연 또는 임의적인 현상으로 인식되고, 이들의 상태변화를 올바르게 예측한다는 것은 불가능하다고 생각되어져 왔다.

다음은 간단한 형태의 수학적 모형, 미분방정식이 어떻게 초기 조건에 민감한 혼돈 거동(chaotic behavior)을 보이는지를 설명하고자 한다.

2.2. 분기 구조(Bifurcation)

혼돈 이론에 접할 때 가장 처음에 언급되는 모형으로 분기 구조(bifurcation)가 있다. 이를 설명하기 위해 다음과 같은 간단한 형태의 홍역-감염 발생 모형을 살펴보자. 어느 마을에 홍역이 발생하였는데, 감염율이 k 인 경우 이 홍역에 감염된 어린이의 비율을 p 라고 하면 식(1)과 같은 수학적 모형화가 가능하다.

$$p_{n+1} = p_n + k \cdot p_n(1 - p_n)$$

where $0 \leq p_n \leq 1.0, 0 \leq k \leq 3.0 \dots\dots\dots (1)$

p =홍역 발생율, k =홍역 감염율

위와 같은 수학적 모형에 일정한 초기 조건(예: $p=0.3, k=0.5$)을 적용하여 <그림 2>과 같이 반복 수행(iterations)을 거치면, 홍역에 감염된 어린이의 비율(p)의 변화를 살펴볼 수 있다. 대부분의 경우($k < 1.0$)에는 초기 조건(p_0)에 관계없이 $p=1.0$ 으로 수렴하게 되고, 이때의 p 값을 고정점(fixed point)이라고 한다.

그러나, 인자 k 의 값을 1.0 이상으로 설정하여 피드백을 반복하면 p 가 어느 한 값으로 수렴하지 않는다. 위의 모형에 여러 가지 초기 조건(p_0, k)을 설정하여 상당한 횟수의 반복을 수행한 후의 p 값의 변화를 그려보면 <그림 3>과 같다.

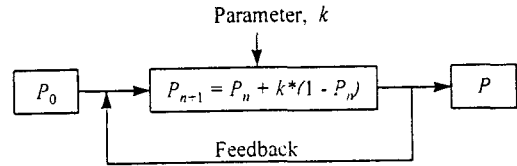


Fig. 2. Measles model : bifurcations.

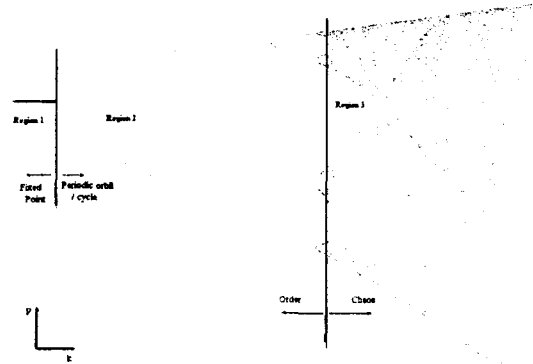


Fig. 3. Feigenbaum diagram/bifurcation diagram (Mitchell Feigenbaum, German).

<그림3>에서 영역 1($0 < k < 2.0$)에서는 p 값이 결국에는 1개의 값($p=1.0$)으로 수렴

(fixed point) 하고, 영역 2($2.0 < k < 2.544 \dots$)에서는 2, 4, 8개의 값을 가지고 진동(periodic orbit, cycle)하며, 영역 3($2.544 < k$)에서는 완전히 예측할 수 없는 거동을 보여주는 것을 알 수 있다. 즉 초기 조건(k, p)에 따라 수렴하는 값이 전혀 달라짐을 보이고 있다. 여기서 영역 1, 영역 2는 질서 정연한 곳이고, 영역 3이 바로 혼돈(chaos)지대이다. 위와 같은 혼역 감염 모형은 간단한 2차 방정식의 형태로, 이러한 2차식이 혼돈 현상을 보여준다는 사실은 자연 현상에서 관찰되는 혼돈을 지배하는 법칙도 그다지 복잡하지는 않을 수 있다는 것을 암시한다.

<그림 3>에서 영역 1에서는 시스템이 시간에 지남에 따라 $p=1.0$ 으로 수렴하고, 영역 2에서는 유한개의 점으로 수렴하게 된다. 물론 영역 3에서는 무한개의 점으로 수렴하는 듯이 보인다. 이와 같이 시스템의 행동이 안정되거나 끌리게 되는 상태로 하나의 점이 될 수도 있다. 이러한 일련의 점들의 집합을 ‘유인자’ 또는 ‘끌개(attractor)’라고 하며, 특히 영역 3과 같이 혼돈 현상을 보이는 끌개를 ‘별난 끌개 즉 스트레인지 어트랙터(strange attractor)’라고 한다. 최근에 많은 연구의 대상이 되고 있는 혼돈 이론의 중요한 관심사가 바로 이 별난 끌개들이다. 실제로 혼돈 이론 연구의 많은 부분이 어떠한 자연 현상에 대한 유인자를 찾고, 그 유인자를 재구성함으로써 하나의 시스템의 특성을 규명하거나 또는 그 시스템을 재구성하려는 시도들이다.

2.3. 로렌즈 유인자(Lorenz Attractor)

x, y, z 의 세개의 변수가 포함된 식(2)와 같은 연립 미분 방정식을 살펴보자. a, b, c 에 적당한 값을 대입하고 이 미분 방정식의 해를 구하여 곡선으로 표현하면 그림 4와 같은 형태를 보게 될 것이다. 그림 4는 x, y 의 값만 출력한 것으로, 3차원상에서 보면 절대 교차하지 않고 비주기적인 형태를 띠고 있다. 간단한 형태의 미분 방정식이 아주 특이한 혼돈(chaotic) 거동을 보여주는 또 다른 예이다.

$$x' = -a(x-y)$$

$$y' = bx - y - xz \dots\dots\dots (2)$$

$$z' = -cz + xy$$

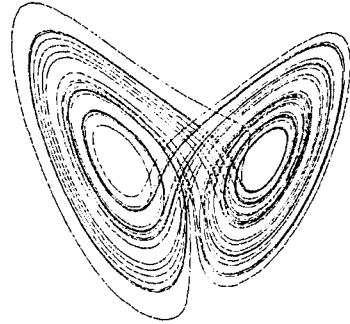


Fig. 4. Lorenz attractor ;plot(x, y).
where $a=5, b=15, c=1$

식(2)는 기상학자였던 로렌즈가 1963년에 MIT에서 기후 변화를 모형화하기 위해 사용한 방정식이다. 그는 미분 방정식의 해를 구하는 과정에서, 이 방정식이 초기 조건에 아주 민감하다는 것을 발견하였고, 이를 분석하기 위해 그 해를 곡선으로 표현한 결과, 현재 로렌즈 유인자로 불리는 그림 4를 발견하였다. 로렌즈는 이 결과를 「결정론적인 비주기성 흐름(Deterministic Non-periodic Flow)」의 제목으로 대기과학지(*Journal of the Atmosphere Science*) 20권에 실었다. 이 논문은 10여 년 후에야 혼돈 이론을 연구하는 사람들에게 발견되었다.

3. 혼돈이론의 응용

혼돈이론의 응용은 여러 분야에서 다양한 형태로 이루어지고 있다. 이를 크게 나누어보면, 실험데이터를 바탕으로 관찰된 현상이 혼돈인지 아닌지를 판단하는 것과 혼돈으로 판단된 경우에 이를 어떻게 모형화할 수 있는지에 관한 연구로 분류할 수 있다.

3.1. 리아프노프 지수(Ljapunov exponent)

혼돈이론을 적용하는 현상 또는 실험의 데이터는 대개 시계열 데이터(time series data)로 구성된다. 이러한 데이터를 상태공간

(phase space)에서 구성하여 이들이 혼돈 특성을 보이는지를 판단해야 하는데, 이때 가장 널리 쓰이는 것이 리아프노프지수(Ljapunov exponent, λ)이다.

리아프노프 지수(λ)는 초기 조건 x_0 에서 주어진 극히 적은 오차(ϵ)가 얼마나 빠른 속도로 확대되는지를 표현한다. 구체적으로 리아프노프 지수는 식(3)에 의해 계산될 수 있는데, 리아프노프 지수가 크다는 것은 주어진 현상이 초기 조건에 민감하다는 것을 의미하게 되고 이것이 바로 혼돈 현상의 특징이다.

$$\hat{E}_{k+1} = f(x_k + \epsilon) - f(x_k)$$

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \left| \frac{E_n}{E_0} \right| \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln \left| \frac{\hat{E}_k}{\epsilon} \right|$$

where, ϵ =initial error (infinitesimal)
 E_k = k 'th step error (3)

3.2. 프랙탈 차원(Fractal dimension)

실험 데이터의 리아프노프 지수를 계산하여 혼돈 현상임이 밝혀지면, 다음 단계는 일반적으로 유인자를 재구성하는 것이다. 이때 유인자를 재구성하기 위해 필요한 파라미터의 개수, 즉 유인자의 차원을 결정해야 하는데, 데이터의 프랙탈 차원을 계산함으로써 유인자의 차원을 결정할 수 있다.

프랙탈(fractal)은 *fractus*라는 라틴어가 어원으로 “분수의, 부서진”의 의미를 갖는다. 즉, 프랙탈 차원은, 1, 2, 3의 정수가 아닌 실수값의 차원을 의미하는 것으로, 주어진 곡선 또는 도형이 평면 또는 공간을 채우는 정도를 표현한다고 할 수 있다. 즉 2차원 평면에서 보면 복잡한 형태의 곡선은 단순한 형태의 곡선에 비해 프랙탈 차원이 높다. 이 프랙탈 차원은 유인자의 차원을 결정하는 데 사용되기도 하지만 주어진 곡선, 도형의 기하학적 특성을 판별하는 인자임이 밝혀져 있으며, 따라서 영상처리 등을 통하여 인식된 물체의 식별 방법으로 응용되기도 한다.

프랙탈 차원의 정의는 현재 표준화된 것은 없고, 여러 형태가 함께 사용되고 있으며, 그

중에서 널리 쓰이는 것을 보면, box-counting dimension(d_f), compass dimension(d_c), self-similarity dimension(d_s), capacity dimension(d_c), information dimension(d_1), correlation dimension(d_G) 등이 있다.

여러 가지의 프랙탈 차원 중에서, box-counting dimension(d_f)은 컴퓨터로 구현하기 가장 쉬운 방법으로, 주어진 곡선을 포함하는 커다란 사각형을 길이 s 로 분할하여 곡선이 포함된 작은 사각형의 개수 $N(s)$ 을 센다. s 를 줄여가면서 사각형의 크기를 줄이고 분할을 계속하여, $\log(1/s)$ 를 X축, $\log(N(s))$ 를 Y축으로 하는 그래프를 그린다. 이 그래프의 기울기 $\log(N9s)/\log(1/s)$ 를 계산하면 box-counting dimension을 구할 수 있다. 그림 5의 경우, $d_f = \{\log(60) - \log(28)\} / \{\log(16) - \log(8)\} \approx 1.10$ 이다. 이는 주어진 곡선이 평면의 극히 일부분만을 채우는 특성을 가지고 있음을 나타낸다.

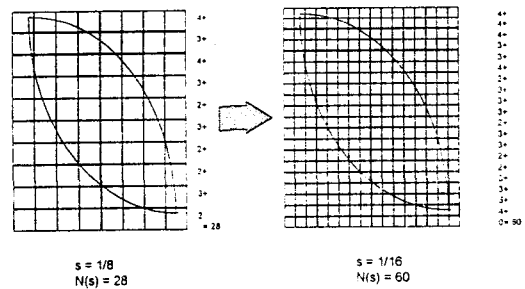


Fig. 5. Box-counting dimension.

3.3. 생체의 혼돈 현상

최근의 연구에 따르면 생체 내의 여러 기관의 활동은 정상적으로 작동할 때는 혼돈 현상을 보이는 것으로 보고되었다. 예를 들면, 1) 계산과 같이 의식의 집중을 필요로 하는 활동이 있으면 뇌파 및 맥동의 스트레인지 어트랙터가 복잡해지고, 2) 강한 스트레스를 받으면 맥동의 스트레인지 어트랙터가 단순해진다.

3) 또 냄새를 식별하게 되면 후구(嗅口)의 진동은 혼돈 현상이 사라지면서 주기운동에 가까워지게 되어 유인자의 구조가 단순해 지는 반면, 모르는 냄새일 경우는 복잡한 혼돈 현상을 보인다.

3.4. 토양-수분 시스템의 혼돈 거동

Doscher(1994)는 혼돈 이론을 하천 주변의 토양-수분 함량(soil-water potential) 데이터에 적용한 연구에서 혼돈 이론을 적용하는 체계적인 절차와 응용 방법 등에 대해서 잘 정리하였다.

사용된 분석 방법을 기술하여 보면, 1) 데이터의 power spectrum을 분석하여 혼돈 거동을 보이는 데이터의 일반적인 특징인 주파수 대역의 광역성을 확인하였고, 2) SVD(Singular Value Decomposition)을 이용하여 embedding dimension을 계산함으로써, 유인자가 존재할 수 있는 상태 공간(Phase space)을 결정하였고, 3) 적절한 시간 지연을 결정한 후에, 유인자를 재구성하기 위해 time-delay embedding 방법을 적용하였다. 4) 재구성된 유인자의 리아프노프 지수를 계산한 결과 0보다 큰 값을 얻음으로써, 이는 혼돈 거동을 보이는 현상이라는 것을 확인할 수 있었다. 5) 마지막으로 유인자 차원(attractor dimension)을 결정하기 위해, correlation dimension, d_c 를 계산하였다.

이렇게 분석된 결과를 이용하여, 그는 토양-수분함량을 예측할 수 있는 모형을 개발할 수 있는 가능성을 제시하였다.

3.5. 혼돈 이론의 수리학적 응용

Flerchinger(1994) 등은 국지 기후, 강우, 지표수유실 데이터를 분석하기 위해 GPA(Grassberger and Procaccia Algorithm) 알고리즘을 이용하여 correlation dimension, d_c 를 계산한 연구 결과를 제시하였는데,

1) 국지 기후의 경우, 심해 V28-238의 1802 데이터를 이용하여 Nicolis(1984) 등은 $d_c=3.1$ 을, Fraedrich(1986)는 $d_c=4.4$ 를 얻었다.

2) 강우의 경우, 1980년 보스톤의 15회에

걸친 폭우 데이터 및 148년에 걸친 제노바의 연중 강우 데이터를 이용하여, Rodriguez-Iturbe(1989, 1991) 등은 $d_c < 4$ 의 결과를 얻었다.

3) 지표수 유실의 경우, Wilcox(1991) 등은 8,800일간의 눈 녹은 후의 지표수 유실 데이터를 분석한 결과 혼돈 현상이 아님을 보였다.

3.6. 잡초생활사 모델에 있어서의 잡초종자 생산량 변동의 카오스

농작업에서 경지의 생태계를 제어 대상으로 가정할 경우, 제어 대상의 수학적 모형화가 필요하다. 제초작업은 주요 농작업의 하나로 물리적·화학적·생물학적 방법에 의해 경지의 잡초를 억제적으로 제어하는 것이다. 이러한 제초작업의 최적화를 위해 구성된 잡초의 생활사 모델을 이용하여 구한 식물 생태계의 수학적 모델을 농업에 응용한 예가 있다.

일본 북해도 대학 농학부 작물생산시스템공학연구실의 酒井憲司(1994)는 잡초계군의 생활사를 발아에서 시작하여 ①영양 생장, ②개화 결실, ③종자, ④확산, ⑤埋土 종자군의 부분적 생존과 부분적 사멸, ⑥발아에 이르는 사이클로 규정하고, 파종상(播種床)제조가 완료된 포장에 있어서 표층 종자수(출아 가능성도에 있는 종자)를 x_n , 埋土 종자수를 y_n 으로 정량화하여 다음과 같은 수식으로 모형화하였다.

$$x_{n+1} = acx_n + b(1-d)y_n,$$

$$y_{n+1} = a(1-c)x_n + bdy_n,$$

위의 모형에서 a, b는 출아율로서, 종자수 x_n , y_n 에 밀도 의존성이 있는 값이고, c, d는 경운 작업에 의해 x_n , y_n 이 바뀔 수 있는 정도를 의미한다. 酒井憲司는 a, b를 변수로 하여 30년간의 생산 종자량을 계산한 결과 분기 구조가 관찰되어 혼돈현상을 나타냄을 보고하였다.

3.7. 농업기계 진동의 혼돈 현상

농업용 트랙터는 목적하는 작업에 따라 다른 작업기를 장착하여 작업하기 때문에 한대

의 트랙터로 경운 제초 수확 운반 등 각종 작업이 가능하게 된다. 그러나, 작업기의 착탈이 용이해야 함으로, 많은 백래쉬 기계 놀림(free-play)이 존재하게 된다. 이것이 충격으로 인한 비선형 진동을 발생시키는 원인이 되고 있다. 酒井憲司(1994)는 토양을 진동 절삭하는 진동식 서브소일러의 혼돈 현상을 보고하였다. 작업기(진동식 서브소일러)가 트랙터에 장착된 상태에서 절삭날이 강제로 가진 되어 심하게 지표면에 충격을 반복하여, 일종의 충격 진동계(impact oscillator)를 구성하게 된다.

그는 진동가속도를 트랙터의 바로 밑에서 측정한 후, 20Hz의 저역통과(low-pass)를 통과시킨 시계열 데이터를 분석하여 2차원 위상 궤도를 재구성한 결과, 크고 작은 2개의 소용돌이로 이루어지는 기묘한 궤적을 관찰하였다.

이렇게 혼돈 거동으로 판정된 시계열 데이터를 바탕으로 비선형 예측을 수행한 결과, 단기예측은 가능하나 장기예측은 불가능한 혼돈 현상의 단적인 특징을 발견하였다. 또, 구동주파수를 연속적으로 변화시킨 결과, 주기·배주기·준주기·혼돈 진동으로 변화하여, 이 계는 구동진동수를 제어 파라미터로 한 분기구조를 갖고 있음을 보였다.

4. 향후 연구 방향

혼돈 이론 연구는 크게, 1) 실험 데이터를 분석하여 리아프노프 지수, 프랙탈 차원, 유인자 재구성 등을 통하여 혼돈 거동을 보이는지 분석하는 연구와, 2) 이들을 바탕으로 단기 예측 모형을 재구성하는 연구로 진행되고 있다. 3) 또 혼돈 이론과 반독립적으로 연구가 진행되고 있는 프랙탈 이론과의 접목을 통한 자연 현상의 모사(simulation)등도 연구가 되고 있다.

또한 현재 혼돈 이론의 응용을 위해 필요한 유인자의 재구성, 리아프노프 지수의 계산, 프랙탈 차원의 계산 등을 지원하는 소프트웨어와 혼돈 이론을 응용할 수 있는 마이크로 칩의 개발도 진행되고 있다.

혼돈 이론은 모두 자연 현상에 많은 영향을

받는 농업에의 응용 가능성이 풍부한 방법론으로 인식되고 있으며, 이미 소개한 바와 같이 외국에서는 농업에 있어서의 응용 연구가 진행되고 있다. 따라서 국내에서도 이러한 분야에 지속적인 관심을 가지고 연구에 응용하려는 시도가 있어야 할 것이다.

5. 참고문헌

1. 박배식. 1995. 카오스란 무엇인가. (주)범양사 출판부 (Original:Kellert, Stephen H. 1993. *In the Wake of Chaos: Unpredictable Order In Dynamical System*)
2. 박배식, 성하운. 1993. 카오스:현대과학의 대혁명. 동문사(Original:Gleick, James. 1987. *CHAOS: Making A New Science*)
3. 酒井憲司. 1994. 農機研究におけるカオス應用の可能性. 農業機械の知能化をぬして
4. Baker, L. G. and J. P. Gollub. 1990. *Chaotic Dynamics: An Introduction*. Cambridge University Press
5. Becker, K. and M. Dorfler. 1991. *Dynamical systems and fractals: Computer graphics experimentals in Pascal*. Cambridge.
6. Devancy, R. L. 1990. *Chaos, Fractals, and Dynamics: COMPUTER EXPERIMENTS IN MATHEMATICS*. Addison-Wesley.
7. Doscher, C. 1994. The application of nonlinear dynamics to complkex systems. *Presented at 1994 Winter International Meeting of ASAE, Paper No. 943538*. ASAE.
8. Flerchinger, G. N., M. S. Morgan, F. B. Pierson, and G. Fernandez. 1994. *Chaos Theory in Hydrology. Presented at 1994 Winter International Meeting of ASAE, Paper No. 942619*. ASAE
9. Hoppensteadt, F. C. 1993. *Analysis and Simulation of Chaotic Systems*. Springer-Verlag.
10. Peitgen, H-O, H. Jürgen, and D. Saupe. 1992. *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*. Springer-Verlag.