

## 2方向 波浪下에서 波의 變形 Wave Transformation in the Intersecting Wave Trains

김경호\* · 조재희\* · 윤영호\*

Kyong Ho Kim\*, Jae Hee Cho\* and Young Ho Yun\*

**要 旨** : 일정 경사를 갖는 해안에 入射하는 같은 週期의 두개의 波列이 交叉하는 경우에 대하여 淺海域에서 波浪 變形에 대한 수치해석을 수행하였다. 본 모형은 波浪 에너지 평형 및 波浪운동 보존식에 기초하여, 시간과 수심에 대해 평균한 질량 및 수평방향 운동 보존방정식을 반복적으로 계산하여 해를 구하였다. 계산된 결과를 이용하여, 淺海域에서 波列이 交叉할 때 波高와 平均水位變動에 영향을 주는 入射 波向角 및 深海波高와 같은 媒介變數 변화에 따른 波浪 變形에 대해 고찰하였다.

**Abstract** : A numerical analysis on the wave deformation in the shallow water region is performed for the case of two intersecting wave trains of the same frequency on uniformly sloping beaches. This model is based on the consideration of wave energy balance and wave action conservation, and iteratively solved the set of conservation equations of both mass and horizontal momentum. Using the computed results, the wave deformations in accordance with the variation of the parameters such as incident wave angle and wave height in deep water which influences the variation of wave height and mean water level under the intersecting wave trains in the shallow water region, are considered.

### 1. 序 論

碎波한 波는 水深이 더욱 감소함에 따라서 碎波의 상태를 유지하며 汀線(shoreline)에 이르게 되는데, 이 영역에서는 深海로부터 수송되어 온 波動에너지가 消失되어 주로 亂流에너지로 변환된다. 이들 일련의 과정은 海濱流(nearshore current)의 발생, 底質移動, 擴散現象에 대하여 아주 중요한 役割을 하고 있다. 波가 부서지고 난 후의 波動 및 流體運動의 特性은 流體의 급격한 운동으로 인해 발생하는 亂流로 인해서 波浪의 變形을 가져 온다는 점이다. 즉 亂流의 발생은 波動에너지의 損失로 나타나며, 주로 이것에 起因해서 波高 및 라디에이션 應力의 공간적 분포변화, 平均水位變動 및 波의 遡上(run-up) 등 淺海域에서 波浪 變形의 결과를 초래한다. 碎波帶内の 波高分布나 平均水位變動은 越波量(overtopping)의 산정 및 海岸構造物의 안전하고 경제적인 설계에 있어서 중요한 요소이며, 또한 海岸侵蝕, 波 또는 흐름에 의한 漂砂移動

(littoral drift)(Komar, 1975), 波와 構造物의 相互作用, 河口와 沿岸地域內 海底管路 放流口의 設計와 관련된 海水內에서 放流水 擴散 등의 문제를 다루기 위해서는 波의 變形問題에 대한 究明이 선행되어야 한다.

碎波帶를 포함하는 淺海域에 있어서 波浪變形에 관한 연구들은 單一波列을 갖는 波浪에 대한 연구가 대부분 이었고, 두 방향을 갖는 波列에 대한 연구는 매우 적었다. Dalrymple(1975)은 2방향 波浪을 이용하여 沿岸流의 발생기구(mechanism)를 설명하였고, Ebersole과 Dalrymple(1979) 및 Kirby와 Dalrymple(1982)은 두 방향 波浪에 대한 라디에이션 應力 및 波高式을 유도하고, 이를 이용하여 海濱流에 대한 수치실험을 행하였다. 또 두방향의 波에 대한 연구로는 습田(1981)의 연구를 들 수 있는데, 이것은 교차하는 波浪 자체를 논한것이 아니고 交叉波가 존재할 경우의 방향스펙트럼에 의한 代表波向을 산정하는 문제에 주안을 두었다. 한편, Berkhoff 등(1982)은 波向線 交叉域의 波의 해석예를 제시하고 실험결과

\*忠北大學校 土木工學科 (Department of Civil Engineering, Chung-Buk National University, Cheongju, Korea)

와의 비교에 의해, 환경사 방정식이 波의 交叉域에서도 충분히 사용 가능함을 보였다. 또, Watanabe 등 (1983)은 單一方向으로만의 적용에 대한 한계성을 극복하기 위해 복수의 波가 중첩되는 경우를 다루고, 水平流速과 波速과의 비를 이용하여 畠田(1970)의 碎波限界를 재정리하였다. 본 연구에서는 Ebersole과 Dalrymple(1979)의 방법을 이용하여 두 방향 波浪이 交叉하여 入射하는 경우 波高分布와 平均水位 變動을 고찰하였다.

### 2. 基本 方程式

淺海域의 水理現象을 支配하는 基本式으로서 水深 方向으로 積分하고, 時間平均한 保存式은 다음과 같이 表現된다.

質量保存式:

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (UD) + \frac{\partial}{\partial y} (VD) = 0 \tag{1}$$

水平方向 運動量 保存式:

x方向:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (UD) + \frac{\partial}{\partial x} (U^2D) + \frac{\partial}{\partial y} (UVD) \\ & = -gD \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} - \frac{D}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_x}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} \\ & \quad - \frac{1}{\rho} \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \bar{\tau}_{xx} - \frac{1}{\rho} \bar{\tau}_{bx} \end{aligned} \tag{2}$$

y方向:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (VD) + \frac{\partial}{\partial x} (UVD) + \frac{\partial}{\partial y} (V^2D) \\ & = -gD \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial y} - \frac{D}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_y}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial S_{xy}}{\partial x} \\ & \quad - \frac{1}{\rho} \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \bar{\tau}_{yy} - \frac{1}{\rho} \bar{\tau}_{by} \end{aligned} \tag{3}$$

에너지 保存式:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [E(U + C_g \cos \theta)] + \frac{\partial}{\partial y} [E(V + C_g \sin \theta)] \\ & + S_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} + S_{xy} \frac{\partial U}{\partial y} + S_{yx} \frac{\partial V}{\partial x} + S_{yy} \frac{\partial V}{\partial y} = -E_L \end{aligned} \tag{4}$$

波數保存式:

$$\sqrt{gk \tanh(kh)} + Uk \cos \theta + Vk \sin \theta = \frac{2\pi}{T} \tag{5}$$

$$\cos \theta \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \sin \theta \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) = 0 \tag{6}$$

여기서, ρ: 海水의 密度

g: 重力 加速度

D =  $\bar{\eta} + h$ 로 平均水位變動量을 고려한 水深

$\bar{\eta}$ : 平均水位變動量

h: 靜水深(still water depth)

U, V: x, y方向의 平均 流速

E = ρgH<sup>2</sup>/8: 單位 面積當 平均 波動에너지

k = 2π/L: 波數(wave number)

L: 波長(wave length)

S<sub>xx</sub>, S<sub>xy</sub>, S<sub>yy</sub>: 各 方向의 라디에이션 應力

θ: 波向角

$\bar{\tau}_x$ : 레이놀즈 應力の 時間 平均値

$\bar{\tau}_{xx}$ ,  $\bar{\tau}_{yy}$ : 自由表面에서 摩擦應力の 時間 平均値

$\bar{\tau}_{bx}$ ,  $\bar{\tau}_{by}$ : 底部剪斷應力の 時間 平均値

C<sub>g</sub>: 群速度

E<sub>L</sub>: 에너지 損失率

식 (5)는 平均流 U, V가 存在하는 경우 固定座標系와 移動座標系에 있어서 각각의 角周波數와의 關係를 나타내는 식이고, 식 (6)은 波數벡터 k가 非回轉性임을 나타내는 식이다.

### 3. 兩 方向 波浪이 交叉하는 境遇에 變化하는 因子들

波와 흐름이 共存하고, 2개 波列이 交叉하는 境遇의 波動場을 Fig.1과 같이 設定한다.

#### 3.1 波形과 速度포텐셜

Fig.1에 나타낸 바와 같이 振幅이 각각 a, b이고, x축으로부터 반시계방향으로 α, β의 波向角을 갖고 入射하는 두 개의 波列 A, B를 생각한다. 2개의 波列(wave trains)에 의한 全體 自由水面 變位(free surface displacement)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

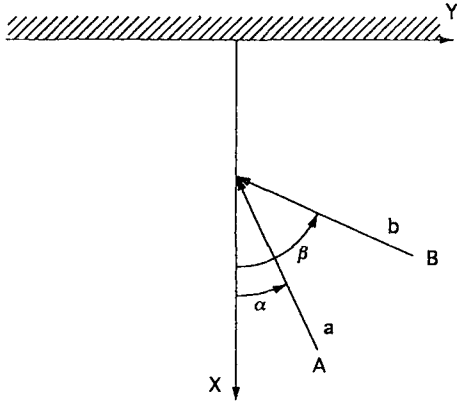


Fig. 1. Definition sketch for the intersecting wave trains.

$$\eta_T = 2a \cos \left\{ \frac{k}{2} (\cos \alpha + \cos \beta)x + \frac{k}{2} (\sin \alpha + \sin \beta)y + \sigma t \right\} \times \cos \left\{ \frac{k}{2} (\cos \alpha - \cos \beta)x + \frac{k}{2} (\sin \alpha - \sin \beta)y \right\} + (b-a) \cos \{ k \cos \beta x + k \sin \beta y + \sigma t \} \quad (7)$$

위와 같은 波形에 대한 이론을 기본으로 하면, 라플라스 방정식과 線形化한 動的 自由水面 境界條件 그리고 바닥 境界條件을 만족시키는 速度포텐셜  $\phi_T$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_T = \frac{2ag}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin \left\{ \frac{k}{2} (\cos \alpha + \cos \beta)x + \frac{k}{2} (\sin \alpha + \sin \beta)y + \sigma t \right\} \cdot \cos \left\{ \frac{k}{2} (\cos \alpha - \cos \beta)x + \frac{k}{2} (\sin \alpha - \sin \beta)y \right\} + \frac{(b-a)g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin \{ k \cos \beta x + k \sin \beta y + \sigma t \} \quad (8)$$

여기서, 波數  $k$ 는 角 周波數  $\sigma$ 와의 사이에 다음과 같은 分散關係式(dispersion relationship)이 성립한다.

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (9)$$

### 3.2 라디에이션 應力

앞서 波形과 速度포텐셜에서 알 수 있는 바와 같이, 2개의 波浪이 交叉하면 라디에이션 應力도 그 표현이

달라진다.

Longuet-Higgins와 Stewart(1964)가 제안한 라디에이션 應력에 速度포텐셜로부터 구한 水粒子 유속과 波形 식 (7)을 대입하고 정리하면 라디에이션 應력의 각 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$S_{xx} = \frac{\rho g}{4 \sinh 2kh} [a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + 2ab \cos \alpha \cos \beta \cos \{2arg\}] \{2kh + \sinh 2kh\} - \frac{\rho g ab}{8 \sinh 2kh} (\cos \beta - \cos \alpha)^2 \cos \{2arg\} \{2kh \cosh 2kh - \sinh 2kh\} - \frac{\rho g ab}{8 \sinh 2kh} (\sin \alpha - \sin \beta)^2 \cos \{2arg\} \{2kh \cosh 2kh - \sinh 2kh\} - \frac{\rho g}{4 \sinh 2kh} [a^2 + b^2 + 2ab \cos \{2arg\}] \{ \sinh 2kh - 2kh \} + \rho g ab \cos^2(arg) + \frac{1}{4} \rho g (b-a)^2 \quad (10)$$

$$S_{yy} = \frac{\rho g}{4 \sinh 2kh} [a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \sin^2 \beta + 2ab \sin \alpha \sin \beta \cos \{2arg\}] \{2kh + \sinh 2kh\} - \frac{\rho g ab}{8 \sinh 2kh} (\cos \beta - \cos \alpha)^2 \cos \{2arg\} \{2kh \cosh 2kh - \sinh 2kh\} - \frac{\rho g ab}{8 \sinh 2kh} (\sin \alpha - \sin \beta)^2 \cos \{2arg\} \{2kh \cosh 2kh - \sinh 2kh\} - \frac{\rho g}{4 \sinh 2kh} [a^2 + b^2 + 2ab \cos \{2arg\}] \{ \sinh 2kh - 2kh \} + \rho g ab \cos^2(arg) + \frac{1}{4} \rho g (b-a)^2 \quad (11)$$

$$S_{xy} = \frac{\rho g}{4 \sinh 2kh} [a^2 \sin \alpha \cos \alpha + b^2 \cos \beta \sin \beta + ab \cos \{2arg\} \sin(\alpha + \beta)] \cdot \{2kh + \sinh 2kh\} \quad (12)$$

여기서, 식 중의 表現 因子  $arg$ 는 다음과 같은 식을 나타낸다.

$$\arg \equiv \frac{k}{2}(\cos\alpha - \cos\beta)x + \frac{k}{2}(\sin\alpha - \sin\beta)y \quad (13)$$

### 3.3 平均水位變動

單一方向 波浪에 대해서 Longuet-Higgins와 Stewart(1962)에 의해 공식화된 平均水位 變動은 라디에이션 應력의 경사에 비례하는 평균적인 外力이 해수에 작용하여, 이것이 平均水位의 傾斜와 海濱流을 유발시키는 요인이 된다. 平均水位變動을 구하기 위해 시간평균한 베르누이 方程式(Bernoulli equation)을 이용한다.

波動運動을 非回轉으로 가정하고, 速度포텐셜( $\phi_T$ )을 이용하면 波形의 시간평균치 즉, 平均水位變動量  $\bar{\eta}$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\eta} = & -\frac{k}{2\sinh 2kh} [a^2 + b^2 + 2ab\cos\{k(\cos\alpha - \cos\beta)x \\ & + k(\sin\alpha - \sin\beta)y\} \cdot \cos(\alpha - \beta)(\cosh^2 kh \\ & - \sinh^2 kh)] \end{aligned} \quad (14)$$

### 3.4 波高

自由水面 變位는 식 (7)과 같이 표현할 수도 있지만 다음과 같이 位相函數를 이용하여 나타낼 수도 있다.

$$\eta_T = a\cos(\varepsilon + \sigma t) + b\cos(\delta + \sigma t) \quad (15)$$

여기서,  $\varepsilon$ 과  $\delta$ 는 좌표에 따라 변화하는 位相函數(phase function)이다.

식 (15)를 삼각함수를 이용하여 변환하고 位相函數  $\varepsilon$ 과  $\delta$ 에 대해서 정리하면 두 방향 波浪에 의한 合成波高는 다음과 같이 최종적으로 나타낼 수 있다.

$$H_T = 2.0\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\{k(\cos\alpha - \cos\beta)x + k(\sin\alpha - \sin\beta)y\}} \quad (16)$$

위 식에서 각 波列의 振幅  $a$ 와  $b$ 는 다음식으로 계산된다.

$$a = \frac{1}{2}H_A K_r K_s A \quad (17)$$

$$b = \frac{1}{2}H_B K_r K_s B \quad (18)$$

여기서,  $K_r$ 과  $K_s$ 는 屈折係數(refraction coefficient)와

淺水係數(shoaling coefficient)이고 첨자  $A, B$ 는 각각 波列  $A$  및  $B$ 를 나타낸다.

碎波로 인한 에너지 損失은 고려하지 않았으며, 碎波 限界波高는 계산의 편의를 위해 다음식을 이용하였다.

$$H_b = 0.78h_b \quad (19)$$

## 4. 計算 및 考察

두 방향 波浪이 交叉해서 入射하는 경우의 계산 방법은, 連續 方程式과 運動量 保存式은 leapfrog 기법과 leapfrog-backward correction 기법을 이용하여 계산 하였다. 또, 두 방향 波浪이 交叉하는 경우에는 波의 屈折과 淺水 變形은 Noda(1974)의 방법을 적용할 수 없으므로, Snell의 법칙을 이용하여 식 (16)~(18)에 의해 파-흐름 相互作用을 무시하고 계산하였다.

碎波에 대한 판단은 식 (16)과 식 (19)의 비교를 통하여 행하였으며, 碎波 後 碎波帶內의 波高 분포는 식 (17), (18)로부터  $b = \gamma a$ 의 형태로 표시하여 식 (16)에 대입하여 碎波帶內에서의 각 波列의 振幅을 재 계산하였다. 碎波帶內에서의 振幅比  $\gamma$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\gamma = \frac{b}{a} = \frac{H_B K_r B K_s B}{H_A K_r A K_s A} \quad (20)$$

식 (14)로 주어진 平均水位 變動은 初期 條件으로서 부여 하였으며, 平均 底部 剪斷應力은 平均流가 작다고 하는 가정하에 유도한 다음식을 이용하였다.

$$\bar{\tau}_{bx} = \frac{4\rho C_f}{\pi} u_{max} U \quad (21)$$

$$\bar{\tau}_{by} = \frac{4\rho C_f}{\pi} u_{max} V \quad (22)$$

여기서,  $C_f$ 는 底面의 形式에 의존하는 摩擦係數이고,  $u_{max}$ 는 水粒子의 最大 軌跡速度이다. 라디에이션 應力은 식 (10)~(12)에 의해 계산하였으며, 2개 波列이 重疊하였을 경우 波數  $k$ 의  $x, y$ 방향 성분은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$k_x = k\cos\alpha + k\cos\beta \quad (23)$$

Table 1. Incident wave conditions

Run	T (sec)	Wave train A		Wave train B		Bottom slope
		$H_0$ (m)	$\theta_0$ (°)	$H_0$ (m)	$\theta_0$ (°)	
Case 1	7.159	0.25	30	0.25	30	$m=0.025$
Case 2	7.159	0.1	30	0.4	-30	
Case 3	7.159	0.25	60	0.25	0	

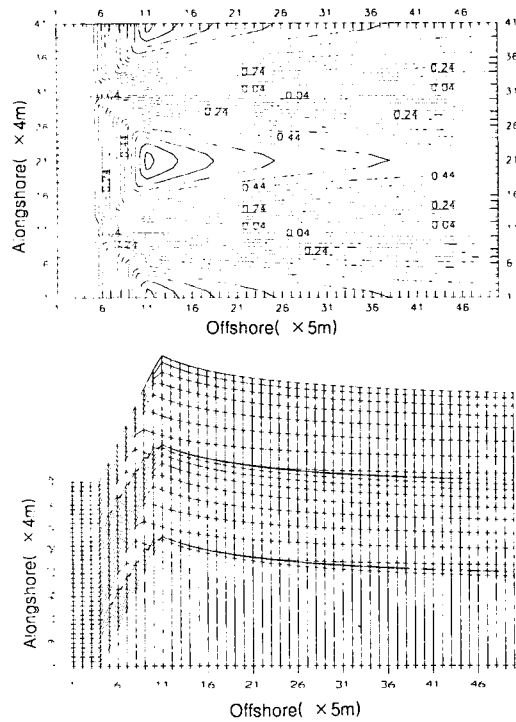


Fig. 2. Distributions of wave heights (Case 1).

$$k_x = k \sin \alpha + k \sin \beta \tag{24}$$

본 연구에서는 一定傾斜 海岸에 대하여 계산 영역을  $\Delta x = 5m$ 로,  $\Delta y = 4m$ 로 하여 外海方向 250m, 沿岸方向 160m의 波動場을 설정하고 두 방향 波浪에 의한 波高分布 및 平均水位 變動에 대해 고찰하였다.

계산을 위한 入射波의 條件 및 海底傾斜은 Table 1에 나타난 바와 같다.

Fig. 2와 Fig. 3은 2개의 波浪이 x축에 대하여 대칭으로  $\pm 30^\circ$ 의 角을 갖고 同 一한 크기의 波高로 入射하는 경우(Case 1)의 波高 分布 및 平均水位 變動에 대한 계산 결과이다.

Fig. 2에서 알 수 있는 바와 같이 두 개의 波浪이

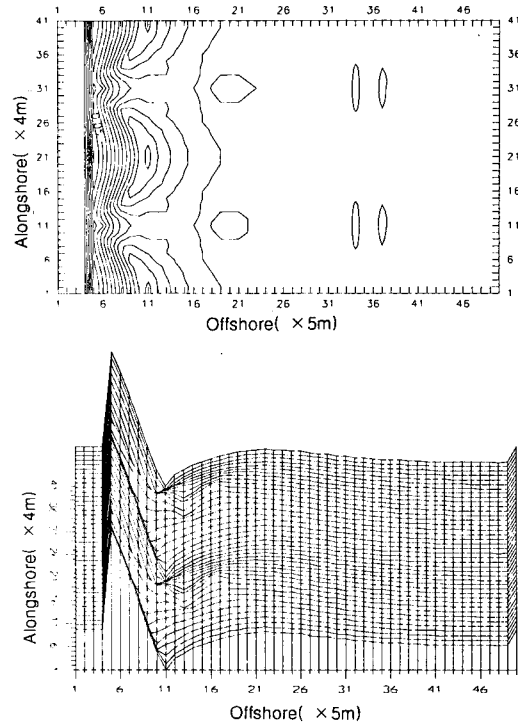


Fig. 3. Variations of mean water levels (Case 1).

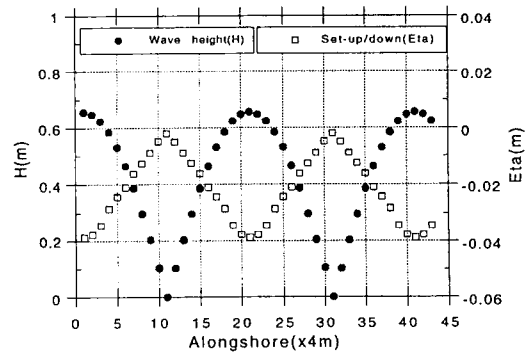


Fig. 4. Variations of wave heights and mean water levels (Case 1).

대칭해서 入射하는 경우는 波高 分布가 汀線을 향해 일정하게 증가하다가 어느 한계에 이르면 碎波하고, 汀線 方向으로 週期的으로 變調되고 있는 것을 뚜렷이 볼 수 있다.

平均水位는 碎波帶 밖에서는 거의 변화가 없으나 碎波帶 内에서는 급격히 上昇하고 있으며, 波高 分布와 마찬가지로 汀線 方向으로 週期성을 띠고 있다.

Fig. 4는 汀線 方向의 波高 分布와 平均水位 變動을

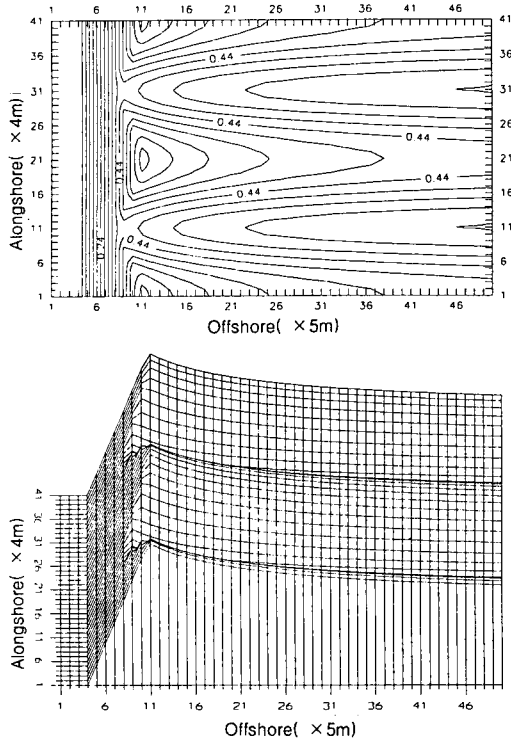


Fig. 5. Distributions of wave heights (Case 2).

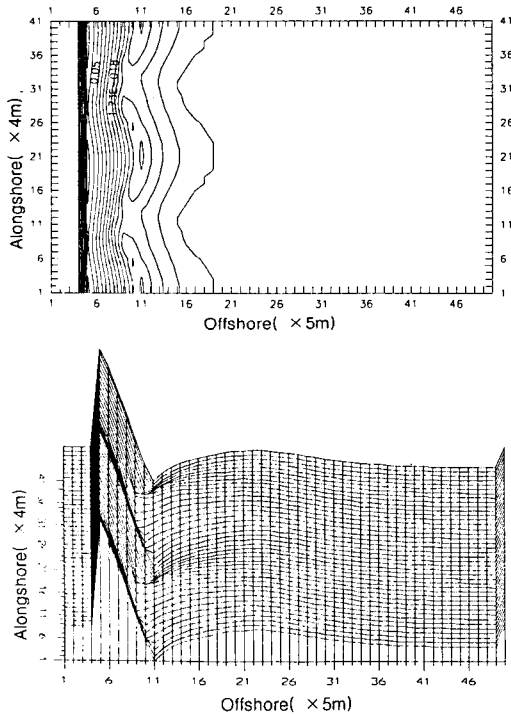


Fig. 6. Variations of mean water levels (Case 2).

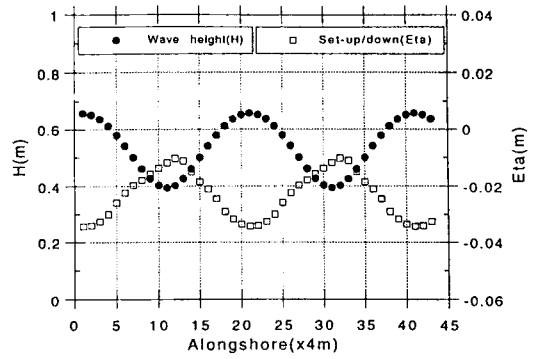


Fig. 7. Variations of wave heights and mean water levels (Case 2).

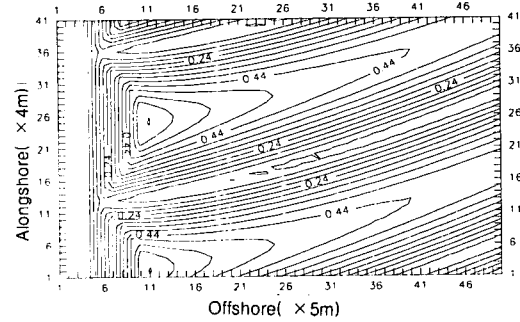


Fig. 8. Distributions of wave height (Case 3).

비교한 것이다. 波高 分布와 平均水位 變動은 汀線 방향으로 週期的으로 變調하고 있으며, 波高가 큰 곳에서 平均水位 下降이 크게 나타나고 있다. 또, 다른 경우보다 波高 및 平均水位의 增減이 매우 크고 汀線방향 변화가 매우 급하게 나타나고 있다.

Fig. 5~Fig. 7은 2개의 波浪이 x축에 대해서 대칭으로  $\pm 30^\circ$ 의 角을 갖고 波高를 달리하여 入射하는 경우(Case 2)에 대한 계산 결과로서, Case 1의 경우와 비슷한 양상을 보이고 있다. 그러나, Fig. 7로부터 알

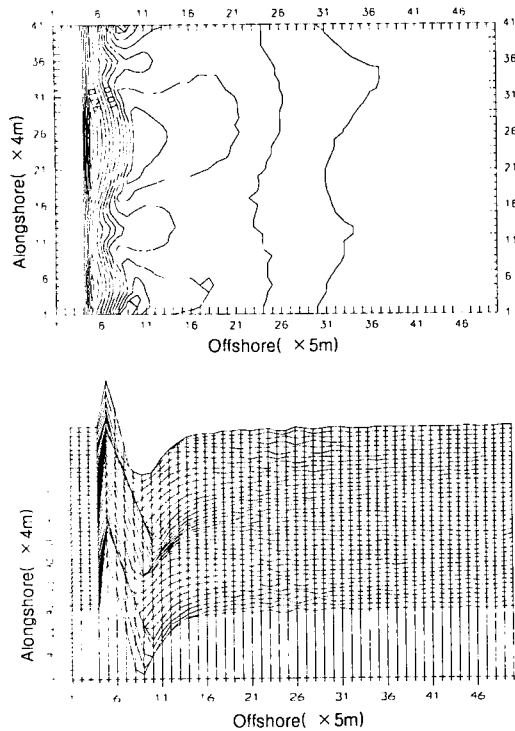


Fig. 9. Variations of mean water levels (Case 3).

수 있는 바와 같이 平均水位의 汀線방향 변화는 Case 1의 대칭적인 것과는 달리 약간 왜곡되어 나타나고 있다. 또한, 波高 및 平均水位의 增減이 다른 경우보다 가장 작게 나타나고 있으며, 완만한 변화를 보이고 있다.

Fig. 8~Fig. 10은 2개의 波浪이 동일한 波高를 갖고 x축에 대하여 0°와 60°의 角度로 入射하는 경우(Case 3)에 대한 계산 결과로서 앞의 경우와 비슷한 결과를 보이고 있다. 다만, 平均水位 變動의 汀線 方向 變化가 Case 2 보다도 더욱 비대칭을 띄고 있으며, 波高의 최대값이 다른 경우보다 약간 작게 나타나고 있다.

### 5. 結 論

2방향 波浪이 交叉해서 入射하는 경우, 交叉入射角 및 深海波高 등의 변화에 따른 淺海域에서의 波浪變形에 대해서 수치실험을 행하고 그 특성을 고찰하였다.

汀線에 수직한 방향으로의 波高分布 및 平均水位의 變化 특성은 單一方向 波의 특성과 定性的으로는 동

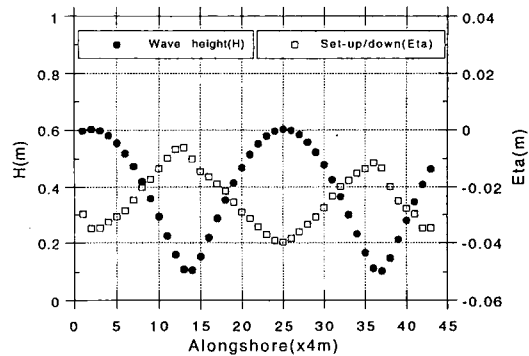


Fig. 10. Variations of wave heights and mean water levels (Case 3).

일하나, 沿岸方向으로 주기적으로 변화하는 것을 알 수 있다. 定線方向으로 주기적으로 變調하고 있는 波高分布와 平均水位 變動은 두 波가 상쇄되어 波高가 최소로 되는 곳에서 平均水位 上昇이 가장 크게 나타나는 것을 확인하였다. 그러나, 두 波浪의 入射角의 크기나 入射角의 비대칭성에 의해 波高 및 平均水位의 極值 발생 위치가 약간씩 변화하였다.

### 參考文獻

Berkhoff, J.C.W., Booy, N. and Radder, A.C., 1982. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves, *Coastal Eng.*, **6**, 255-279.

Dalrymple, R.A., 1975. A mechanism for rip current generation on an open coast, *J. Geophys. Res.*, **80**, 3485-3487.

Ebersole, B.A. and Dalrymple, R.A., 1979. A numerical model for nearshore circulation including convective accelerations and lateral mixing, *ONR Tech. Rept. 4, Ocean Engineering Rept. 21*, Dept. of Civil Engineering, University of Delaware, Newark, DE.

Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1982. Numerical modeling of the nearshore region, *ONR Tech. Rept. 11*, Dept. of Civil Engineering, University of Delaware, Newark, DE.

Komar, P.D., 1975. Nearshore currents: Generation by obliquely incident waves and longshore variations in breaker height, in *Nearshore Sediment Dynamics and Sedimentation* (Hails and Carr, Editors), Wiley, New York, 17-45.

Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W., 1962. Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'Surf Beat', *J. Fluid Mech.*, **13**, 481-504.

Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W., 1964. Radiation stresses in water waves: A physical discussion, with applications, *Deep-Sea Res.*, **11**(4), 529-562.

- Noda, E.K., 1974. Wave-induced nearshore circulation, *Proc. 29th Japanese Conf. on Coastal Eng.*, JSCE, 333-337.
- Watanabe, A., Hara, T. and Horikawa, K., 1983. Study on breaking conditions of compound wave trains, *Coastal Eng. in Japan.*, **27**, 71-82.
- 合田良實, 1970. 碎波指標の整理について, 土木學會論文報告集, **180**, 39-49.
- 合田良實, 1981. 二方向波浪係における代表波向の算定について, 第28回海岸工学講演會論文集, 163-167.