

서비스수준을 고려한 재분배 재고시스템 - Redistribution Inventory Systems with Service Level -

Kwon, Hee Chul
權 熙 哲

Abstract

This paper presents the parallel-type inventory structure using an order-up-to level inventory control system for analyzing the approximation of the expected units backordered and the measure of service. The rate of total expected backorders which is the measure of disservice, is given by dividing the improved units of total expected backorder into the total demand during an order cycle. the average annual total cost in system is obtained by considering the results. Total backorder model for the system without redistribution and the system with redistribution is described.

1. 서론

본 논문은 시스템 비용 또는 수행목적을 만족하기 위하여 현존 재고상태를 고려한 재분배모형을 결정하는 것이다. 이런 재분배문제는 재고점들이 수요의 랜덤성으로 인해 재고수준의 불균형으로 발생하는 현상이다. Allen[1]은 두가지 비용만을 최소화하는 재분배단위를 구하는 단순모형을 개발하였다. Gross[6]는 주문량을 정책변수로 고려한 연구를 발표하였으며 해석적인 해법은 두지역 문제로 한정하였고, n지역 문제는 반복법으로 설정하였으나 계산량이 비현실적이다. Karmarkar와 Patel[8]은 Gross 모형과 일치하나 해법이 훨씬 쉽게 되도록 분해법 모형을 개발하였다. Das[2]는 재분배의 동기를 단지 품질비용을 줄이는 효과를 척도로 단일기간 분석을 하고 있고, 재분배와 주문은 동시에 발생하지 않는다는 가정을 하였으며, 재분배시기를 미리 결정한 점이 특이하다. 또 김[9,10]은 직렬 3단계시스템을 구성하여 각 단계에서의 주문량, 재고량의 과도해를 구하여 각 단계에서 설정한 리드타임 및 평활화계수가 시스템의 동적거동에 미치는 영향을 분석하였고, 물류과정에서 물류비용절감을 위한 모의실험고찰의 상세한 검토가 수행되었다.

그리고 80년대를 전후로 한 대표적인 연구들은 지금까지의 연구들을 근거로 수요과정의 중첩문제, 서비스수준과 품질의 구체적인 관계를 설정하는 문제로 전개하고 있다. 재분배의 목적이 품질에 대처하고 재고보유량도 감축시키려는 것이나, 실제적으로는 서비스수준을 정하여 놓고 문제를 분석하는 것이 현실적인 것이다. 이것은 조직적인 재고관리의 목표가 바람직한 고객서비스수준과 재고투자한계의 설정 [5,12]이기 때문이다. 한편 여러가지 경우에 필요악이라 할 수 있는 안전재고문제도 재고수준의 불균형을 최소화[7]시켜줄 수 있는 계획하에서 서비스수준을 고려해야만 합리적인 것이다. 그러나 Allen[1], Gross[6], Das[2], Karmakar와 Patel[8], 권과 김[11,16]의 재분배를 고려한 모형들은 이러한 문제들을 다루지 않고 있다. 또 서비스수준과 리드타임 등을 고려한 실제적인 문제에 대한 대표적인 연구들이 발표되어 왔다. Eppen와 Scragel[3]는 2수준 병렬형모형을 상위수준에서는 재고를 유지하지 않고, 주기적인 재고조사를 통하여 적정재고를 유지하는 운용정책으로 하위수준에서 요구할 주문량을 근사해법으로 유도하고 있으며, 리드타임은 고려하나 재분배는 허용하지 않는 모형을 다루었다. Federgrun과 Zipkin[4]은 고정된 리드타임, 품질비용과 재고유지비용을 모든 지역에 대해 일정하다고 두는 경우와 다른 경우에 대해 두가지 접근방식을 근사모형으로 전개하였는데 비용요소의 제한에 대하여서는 효율적인 결과를 보이고 있다.

2. 재분배를 허용하지 않는 시스템

외부에서 UW로, UW에서 LR로 이동시 외부 공급이 UW에 도착한 것은 즉시 LR로 할당되고, 이때 소요리드타임은 R_L 이며, 외부에서 UW까지의 리드타임은 S_L 이다. 이러한 (I_0, T) 관리시스템은 T 주기마다 재고상태를 검토하고, I_0 수준까지 주문하는 시스템으로 수요는 확률적이다. t_0 시점에서 주문을 하면 시간 $t_0 + L$ 에 도착하여 다음 주문은 $t_0 + T$ 까지는 발생하지 않는다. $t_0 + T + L$ 시간 직전까지 t_0 에서 총시스템의 재고위치인 I_0 의 모든 양이 도착해야 한다. 특히 보충주기동안 품질이 불규칙하게 발생하는 경우는 실제로 수요변동의 기복이 매우 극심할 때인데, 이러한 수요양상은 일반적으로는 존재하지 않으며 대개의 경우 확률적으로 일정한 분포를 하게 되고, 계획기간의 말기에서 발생한다.

평균 \hat{x} , 표준편차 σ_x 를 갖는 정규변수(normal variable) x 의 확률밀도 함수는

$$f_x(x_0) = 1/\sigma_x \sqrt{2\pi} \exp [-(x_0 - \hat{x})^2 / 2\sigma_x^2] \quad -\infty < X_0 < \infty$$

이다. 이때 개별적인 (I_0, T) 관리시스템에서 보충주기당 기대품질(ESPR)은 다음과 같다[14].

$$\begin{aligned} ESPR &= \int_{\hat{x} + k\sigma_x}^{\infty} (x_0 - \hat{x} - k\sigma_x) f(x_0) dx_0 \\ &= \int_{\hat{x} + k\sigma_x}^{\infty} (x_0 - \hat{x} - k\sigma_x) \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp [-(x_0 - \hat{x}) / 2\sigma_x^2] dx_0 \end{aligned}$$

여기서 $u = (x_0 - \hat{x}) / \sigma_x$ 라 놓으면

$$\begin{aligned} ESPR &= \sigma_x \int_k^{\infty} (u - k) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2 / 2) du \\ &= \sigma_x G(k) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\text{단, } G(k) = \int_k^{\infty} (u - k) f(u) du$$

한편 전기간동안의 총수요를 만족시키기 위하여 LR에 할당된 총시스템재고를 I_0 , 각 할당량을 S_j 라 하면 T 기간말에서의 기대 총사후주문량은 식(1)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$EB = \sum_{j=1}^{n-1} \sqrt{T} \sigma_j \cdot G \left[\frac{S_j - T \cdot \mu_j}{\sqrt{T} \sigma_j} \right] + \sqrt{T} \sigma_n G \left[\frac{I_0 - \sum_{j=1}^{n-1} S_j - T \cdot \mu_n}{\sqrt{T} \sigma_n} \right] \tag{2}$$

이때 최적할당량 S_j 는 계획기간동안의 평균수요와 편차의 합으로 되며 다음과 같다.

$$S_j^* = T \cdot \mu_j + \frac{\sigma_j}{\sigma_s} [I_0 - T \cdot \mu_T] \tag{3}$$

또 T 의 모든 계획기간은 다수의 t 단위기간으로 구성되며, 이 t 기간말에서 LR의 기대사후주문은 식(2)에 의하여 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$EB_j(t) = \sqrt{t} \sigma_j G [(S_j^* - t \cdot \mu_T) / (\sqrt{t} \cdot \sigma_j)]$$

식(3)을 이용하여 상기 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} EB_j(t) &= \sqrt{t} \sigma_j G \left[\frac{(I_0 - T \mu_T)}{\sqrt{t} \sigma_s} + \frac{(T - t) \mu_j}{\sqrt{t} \sigma_j} \right] \\ &= \sqrt{t} \sigma_j G \left[\frac{(I_0 - T \mu_T)}{\sigma_s \sqrt{T}} \cdot \sqrt{\frac{T}{t}} + \frac{(T - t)}{\sqrt{t} \sigma_j \mu_j} \right] \end{aligned} \tag{4}$$

식(4)에서 $\sqrt{T}\sigma_j$ 로 나누어 표준화시킨 것을 $NEB_j(t)$ 라 하면

$$NEB_j(t) = \sqrt{\frac{t}{T}} G \left[\frac{(I_0 - T\mu_j)}{\sigma_j \sqrt{T}} \cdot \sqrt{\frac{T}{t}} + \frac{(T-t)}{\sqrt{t} \sigma_j / \mu_j} \right] \tag{5}$$

식(5)를 풀기 위하여서는 식(1)에서 $G(k)$ 를 다음과 같은 방법으로 구하면된다. 즉

$$\begin{aligned} G(k) &= \int_k^\infty (u-k) f(u) du \\ &= \int_k^\infty u f(u) du - k \int_k^\infty f(u) du \\ &= fu(k) - kPu \geq (k) \end{aligned} \tag{6}$$

이 되고, $k' = (I_0 - T\mu_j) / \sigma_j \sqrt{T}$ 로 치환하여 구하면 된다. 계산자료로 품질확률, 즉 안전계수는 1.28(10%), 1.64(5%), 2.05(2%), 2.33(1%)이고, 계획기간 $T = 3, 6, 12$ 의 3가지 값, σ_j/μ_j 비율은 0.1과 0.3에 대해 수치분석을 하였다. 이러한 계산의 결과가 Table 1에 나타나 있다.

Table 1의 결과를 보면 기간과 기간들 사이의 값들이 매우 급격하게 감소함을 알 수 있으며, $T=6$ 일 경우에는 $T-1$ 기 이하 값을 무시해도 단지 그 오차가 1.06%뿐이며, $T = 12$ 일 경우에는 $T-2$ 기 이하 값들을 제외하여도 그 오차는 0.11%에 불과하다. 이 결과는 재고부족으로 인한 LR에서 사후주문량의 산정은 전기간에 대하여 구할 필요가 없음을 나타내고 있다. 다시말해 모든 기간동안 시스템 총기대사후주문량 $\sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^M EB_j(t)$ 는 말기의 2개 기간 정도의 시스템 총기대사후주문량 $\sum_{j=1}^n \sum_{t=M-1}^M EB_j(t)$ 만

구하면 충분함을 알 수 있다. 물론 주문주기의 크기가 커지게 되면 오차도 증가하지만 현실적인 계획기간주기를 감안하면 타당성이 있음을 알 수 있다. 한편 k' 값이 작아짐에 따라 오차가 커지지만 재고시스템 운용상 고객서비스수준을 고려하면 그러한 경우는 배제시킬 수 있다.

Table 1. NEB for the t Periods of Cycle T.

k'		2.33(1%)		2.05(2%)		k'		1.64(5%)		1.28(10%)		
		c.v		c.v				c.v		c.v		
T	t	0.1	0.3	0.1	0.3	T	t	0.1	0.3	0.1	0.3	
3	3	.003343279	.003343279	.007398914	.007398914	3	3	.021092782	.021092782	.047438432	.047438432	
	2		.000000014		.000000088		2	2		.000001085		.000008117
6	6	.003343279	.003343279	.007398914	.007398914	6	6	.021092782	.021092782	.047438432	.047438432	
	5		.000005379		.000020305		5	5		.000121730	.000000003	.000505605
	4						4	4		.000000007		.000000074
12	12	.003343279	.003343279	.007398914	.007398914	12	12	.021092782	.021092782	.047438432	.047438432	
	11	.000000004	.000071239	.000215846	.000000212		11	11	.000000212	.000954600	.000001357	.03089703
	10		.000000285		.000001282		10	10		.000009899	.000000001	.000051155
	9				.000000001		9	9		.000000013		.000000125

한편 본 모형에서 사용되는 비서비스수준의 척도(measure of disservice level)는 총사후주문과 총기대수요량의 비율인 총사후주문률로 한다. 즉

$$SM = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{t=m-1}^m EB_j(t)}{T \cdot \sum_{j=1}^n \mu_j} \tag{7}$$

여기서 SM은 결국 전 기대수요량 중에서 얼마만큼을 사후주문으로 만족시키는가에 대한 비율을 의미한다. SP를 서비스수준의 확률이라고 하면 서비스수준의 척도(measure of service level)는 다음과 같다.

$$SP = 1 - SM \tag{8}$$

이상과 같은 결과를 근거로 재분배를 허용하지 않았을 때의 보충주기동안 총시스템 사후주문량을 분석한다. 2번째 주기에 대한 시스템의 보충주문은 시점 -L에서 발생한다. SL기간 후 -RL에서 도착하고, 즉시 시스템 전반에 걸친 할당이 수행될 것이다. 이때 -RL에서 시스템 재고수준은

$$I(-RL) = I_0 - D(SL) \tag{9}$$

다음 보충이 LR에 도착할 시점이 $M(t_0 + T + L)$ 이므로 고려기간의 범위는 $M + RL$ 이 된다. 이 기간동안 총기대사후주문량을 최소화하기 위하여 식(3)을 이용하여 각 LR의 할당량을 구하면

$$S_j = (M + RL)\mu_j + \frac{\sigma_j}{\sum_{j=1}^n \sigma_j} [I(-RL) - (M + RL)\sum_{j=1}^m \mu_j] \tag{10}$$

이 된다. 기대 순재고수준 $I_j(t)$ 는 $M-1$, M 기간의 사후주문만 계산하면 되므로 식(10)의 S_j 에서 $D_j(M + RL - 1)$ 과 $D_j(M + RL)$ 의 수요를 빼면 구할 수 있다. 이때 순재고수준을 $I_j(M-1)$, $I_j(M)$ 이라 하면 그 기대치와 분산은 다음과 같다.

$$E[I_j(M-1)] = \mu_j + \frac{\sigma_j}{\sum_{j=1}^n \sigma_j} [I_0 - (M+L)\sum_{j=1}^n \mu_j] \tag{11}$$

$$E[I_j(M)] = \mu_j + \frac{\sigma_j}{\sum_{j=1}^n \sigma_j} [I_0 - (M+L)\sum_{j=1}^n \mu_j] \tag{12}$$

$$V[I_j(M-1)] = \sigma_j^2 [\left(\frac{\sigma T}{\sum_{j=1}^n \sigma_j} \right)^2 S_L + M + R_L - 1] \tag{13}$$

$$V[I_j(M)] = \sigma_j^2 [\left(\frac{\sigma T}{\sum_{j=1}^n \sigma_j} \right)^2 S_L + M + R_L] \tag{14}$$

이때 보충주기당 시스템 총기대사후주문량(EBLR)은 식(1) 및 (2)을 고려하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} EBLR &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^m \sigma_j \cdot G(k) \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^m Z_j \cdot G [E[I_j(t)] / Z_j] \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=m-1}^m Z_j \cdot G [E[I_j(t)] / Z_j] \end{aligned} \tag{15}$$

단, $Z_j = \sqrt{V[I_j(t)]}$

3. 재분배를 허용하는 시스템

이제 각 LR은 보충주기말에서 재분배를 실시하므로 시스템 보충할당의 고려범위는 $M + R_L - 1$ 기간이 되며, 이 기간동안의 수요에 대처하기 위한 보충할당은 있는 $-R_L$ 시점이 된다. 재분배로 인해 달라진 고려 범위와 식(10)을 이용하여 보충할당량 \hat{S}_j 를 구한다.

$$\hat{S}_j = (M + R_L - 1)\mu_j + \frac{\sigma_j}{\sigma_s} [I(-R_L) - (M + R_L - 1)\mu_T] \quad (16)$$

재분배개시점은 $M - 1 - R_L$, 완료점은 $M - 1$ 이 되어야 하는데 M 에서는 시스템할당이 이루어지므로 재분배의 의미가 없게 됨을 알 수 있다. 재분배개시점에서의 시스템 재고수준은

$$I(M - 1 - R_L) = I_0 - D(S_L + M - 1) \quad (17)$$

이고, 나머지 보충할당시점 $R_L + 1$ 기간동안의 수요에 대처하는 LR에서 요구될 할당량은 식(10)에서 고려기간 $R_L + 1$ 만 치환하면 되며 다음과 같다.

$$S_j^0 = (R_L + 1)\mu_j + \frac{\sigma_j}{\sigma_s} [I(M - 1 - R_L) - (R_L + 1)\mu_T] \quad (18)$$

이때 재분배의 결정은 개시점에서 남아있는 양 식(17)과 개시점 이후의 수요에 대처할 요구량인 식(18)과의 차이에 따라 2가지로 구분된다. 즉 각 LRj에서

만약 $[I_j(M - 1 - R_L) - S_j^0] > 0$ 이면 시점 $M - 1 - R_L$ 에서 재분배를 실시한다.

만약 $[I_j(M - 1 - R_L) - S_j^0] < 0$ 이면 시점 $M - 1$ 에서 재분배를 받는다.

다시 말해 재분배개시점 $M - 1 - R_L$ 에서 각 LRj의 재고수준은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_j(M - 1 - R_L) &= \text{Min} [I_j(M - 1 - R_L), S_j^0] \\ &= \text{Min} [\hat{S}_j - D_j(M - 1), S_j^0] \end{aligned} \quad (19)$$

이것은 재분배가 보충주기까지 수요에 충당되기도 재고여유가 있는 LR로부터 이루어진다는 것이며, 이러한 LR은 $M - 1$ 기말에서 품절이 발생되지 않으므로 식(19)로부터 $M - 1$ 기에서의 재고수준을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} I_j(M - 1) &= \hat{S}_j - D_j(M - 1) - D_j(R_L) \\ &= \hat{S}_j - D_j(M + R_L - 1) \end{aligned} \quad (20)$$

식(9) 및 (16)으로 순재고수준의 기대치와 분산을 식(11) 및 (12)와 같은 방법으로 구하면 다음과 같다.

$$e[I_j(M - 1)] = \frac{\sigma_j}{\sigma_s} [I_0 - (L + M - 1)\mu_T] \quad (21)$$

$$v[I_j(M - 1)] = \sigma_j^2 [(\sigma_T / \sigma_s)^2 S_L + M + R_L - 1] \quad (22)$$

또 M 기에서의 재고수준은

$$I_j(M) = S_j^0 - D_j(R_L + 1) \quad (23)$$

이고, $I(M-1-R_L) - (R_L+1)\mu_T = I_0 - (L+M)\mu_T$ 이므로 식(18) 및 (23)으로부터 순재고수준의 기대치와 분산을 구할 수 있다.

$$e[I_j(M)] = \frac{\sigma_j}{\sigma_s} [I_0 - (L+M)\mu_T] \tag{24}$$

$$v[I_j(M)] = \sigma_j^2 [(\sigma_T/\sigma_s)^2 (S_L+M-1) + R_L+1] \tag{25}$$

이때 보충주기당 시스템 총기대사후주문량(REBLR)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} REBLR &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^M \sigma_j \cdot G(k) \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^M Z'_j \cdot G[e[I_j(t)] / Z'_j] \end{aligned} \tag{26}$$

$$= \sum_{j=1}^n \sum_{t=M-1}^M Z'_j \cdot G[e[I_j(t)] / Z'_j]$$

$$\text{단, } Z'_j = \sqrt{v[I_j(t)]}$$

4. 결론

서비스수준과 재분배를 고려한 2 수준 재고분배시스템으로 다재고점시스템에 관한 연구이다. 고객서비스수준을 고려하여 재분배를 통한 효과분석을 하였다. 동일한 서비스수준에서 재분배를 허용하지 않은 경우와 재분배를 허용하는 경우를 설정하고 있다. 재고부족으로 인한 하위수준에서 사후주문량의 생산은 전체기간을 통하여 구할 필요는 없음을 보여주고 있다. 주문주기의 크기가 커지게 되면 오차도 증가하지만 현실적인 계획기간주기를 감안하면 타당성이 있음을 알 수 있다. 재분배를 허용하지 않은 경우의 총기대 사후주문량과 재분배를 허용한 총기대 사후주문량을 제시하였다. 재고수준의 불균형을 줄여줄 수 있는 재고투자 한계를 설정하는 문제를 남겨두었다.

參 考 文 獻

1. Allen, A.O., *Probability, Statistics, and Queueing Theory with Computer Science Applications*, Academic Press, Inc., New York, 1978.
2. Das, C., "Supply and Redistribution Rules for Two-Location Inventory System: One-Period Analysis," *Management Science*, Vol. 21, No. 7, pp. 765-776, 1975.
3. Eppen, G. and Schrage, L., "Centralized Ordering Policies in a Multi-Warehouse System with Times and Random Demand," in Schwarz, pp. 51-68, 1981.
4. Federgruen, A. and Zipkin, P., "Allocation Policies and Cost Approximations for Multilocation Inventory System," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 31, No. 1, pp. 97-129, 1984.

5. Fogarty, D.W. and Hoffman, T.R., "Customer Service," *Production and Inventory Management*, First Quarter, pp. 71-80, 1980.
6. Gross, D., "Centralized Inventory Control in Multilocation Supply System," in Scarf et al., pp. 47-84, 1963.
7. Krupp, J.A.G., "Effective Safety Stock Planning," *Production and Inventory Management*, Third Quarter, pp. 35-47, 1982.
8. Karmarkar, U.S. and Patel, N.R., "The One-Period, N-Location Distribution Problem," *Naval Logistics Quarterly*, Vol. 24, No. 4, pp. 559-575, 1977.
9. Miller, D.M., Mellichamp, J.M. and Henry, T.A., "Analysis of Excess Stock in Multiproduct Inventory System," *IIE Transactions*, Vol. 18, No. 4, pp. 350-355, 1986.
10. Kim, M.S. and Kasugai, H., "Study on a Multi-stage Inventory System," *Japen Industrial Management and Science Association*, No. 55, pp. 30-35, 1973.
11. Kim, M.S. and MASUI, T., "Multi-stage Inventory Model," *Japen Industrial Management and Association*, Vol. 26, No. 3, pp. 231-237, 1975.
12. Kwon, H.C. and Kim, M.S., "Designing an Inventory Model of Parallel-Type Distribution Systems," *Journal of the KSQC*, Vol. 17, No. 1, pp. 11-18, 1989.
13. Parzen, E., *Modern Probability Theory and Its Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1960.
14. Silver, E.A. and Peterson, R., *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*, Second Ed., John Wiley & Sons, New York, 1985.
15. 김만식, *재고시스템*, 회중당, 서울, 1985.
16. 권희철, 김만식, "재분배를 고려한 병렬형 재고시스템." *품질관리학회지*, 제 17 권, 제 2 호, pp.149-157, 1989.