
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 32 卷 第 3 號 1995 年 8 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 32, No. 3, August 1995

Receptance 방법에 의한 부가물을 갖는 Mindlin판유추 구조계의 진동해석

한성용*, 정중현*

Vibration Analysis of Mindlin-Plate Structures having Attachments by the Receptance Method

by

S. Y. Han* and J. H. Chung*

요 약

대형구조물의 국부구조계에는 후판, 선체이중저와 같은 복판패널 또는 FRP판과 같은 복합적층판에 집중질량, 질량-스프링계 또는 지시스프링 등으로 간주되는 부가계가 추가된 복합계의 진동해석을 수행하여야 되는 경우가 많다. 본 연구에서는 패널의 receptance와 부가계의 receptance를 합성하여 복합계의 고유진동특성 및 강제진동응답을 효과적으로 얻을 수 있는 receptance 방법의 적용을 제시한다. 상기 패널들은 전단변형 및 회전관성효과가 매우 크고 대부분 직교이방성 강성을 갖기 때문에 직교이방성 Mindlin판유추 구조계로 간주하였으며, Mindlin판유추 구조계의 receptance를 구하기 위해 assumed mode-Lagrange 운동방정식 원용에 의해 구하는 방법을 정식화하였다. 이때 진동파형은 Timoshenko 보합수 또는 이의 성질을 갖는 다항식을 사용하였다. 등방성 후판 및 실선 이중저의 1/8축적 모델을 대상으로 일련의 수치계산을 수행하여 본연구에서 제시한 방법의 타당성을 보였다.

Abstract

In ship and offshore structures, there exist many local structural systems which may be regarded as a combined structural systems composed of thick plates or double wall panels and attachments reducible to damped spring-mass systems. For vibration analysis of such a combined system, an analytical method based on the receptance method is presented in this paper. The free vibrational characteristics and forced vibration responses of the combined system can be calculated by synthesis of receptances of the panel and attachments. To calculate receptances of the panel, it may be regarded as a

발 표 : 1994년도 대한조선학회 추계연구발표회('94. 11. 12)

접수일자 : 1994년 2월 15일, 재접수일자: 1995년 7월 18일

*정회원, 삼성중공업(주) 선박해양연구소

Mindlin plate for consideration of effects of shear deformation and rotary inertia and the assumed mode-Lagrange's equation method is applied using Timoshenko beam function or polynomials having properties of Timoshenko beam function as trial functions. Through some numerical calculations, accuracy and efficiency of the presented method are shown.

1. 서론

대형구조물의 국부구조계를 구성하는 후판, 선체 이중저와 같은 복합판넬 또는 FRP판과 같은 복합적층판에 집중질량, 질량-스프링계 또는 지지스프링 등이 부가된 복합계의 진동해석을 수행해야 되는 경우가 많다. 상기 판넬들은 전단변형 및 회전관성효과가 매우 크고 대부분 직교이방성 강성을 갖기 때문에 판구조물로 유추하여 진동해석을 하는 경우 직교이방성 Mindlin판유추 구조계로 간주하여야 한다. 따라서 직교이방성 Mindlin판유추 구조계에 각종 부가물이 놓인 복합계의 진동해석을 효율적으로 수행할 수 있는 방법이 요구된다.

Mindlin판유추 구조계의 진동해석 시 경계조건이 4변 모두 단순지지인 경우를 제외하고는 엄밀해를 구하기 어렵기 때문에 근사적 방법의 사용이 불가피하다. 근사 방법으로는 유한요소법과 Rayleigh-Ritz 방법이 가장 많이 사용되고 있다. 전자의 방법은 Mindlin판유추 구조계의 형상이 매우 복잡한 경우에 효과적으로 사용될 수 있으나 입력작업이 후자의 방법에 비해 매우 번거로우며, 주로 범용유한요소 프로그램을 사용해야 하기 때문에 EWS (Engineering Work Station) 이상의 중대형 컴퓨터에서 작업을 해야한다. 후자의 방법은 형상이 매우 복잡한 경우에는 적용하기 어려우나 입력작업이 간단하고 P/C (Personal Computer) 급의 컴퓨터에서도 충분히 작업이 가능하다. 그러나 대부분 형상이 직사각형 모양을 갖고 있기 때문에 후자의 방법을 적용하는 것이 훨씬 효율적인 경우가 많다. Rayleigh-Ritz 방법을 적용한 연구로서 Dawe 등[1]은 고전적 경계조건을 갖는 등방성 Mindlin판의 진동해석을 위해 진동과형함수로서 Huang[2]이 제시한 Timoshenko 보합수를 이용하여 근사해를 얻었다. 정 등[3]은 단순지지와 고정 중간상태로서 회전에 대해 탄성지지인 경계조건을 갖는 Mindlin판유추구조계의 진동해석을 위해 Timoshenko 보합수 대신 이의 성질을 갖는 다항식을 도출하여 근사해를 구하였으며, Timoshenko 보합수를 사용하는 것보다 계산시간 측면

에서 효율적임을 보여주었다. 또한 한 등[4]은 직교이방성 박판 유추 구조계에 집중질량, 질량-스프링계 또는 지지스프링 등이 부가되는 복합계의 진동해석을 위해 receptance방법을 적용함으로써 판구조계의 진동특성과 부가계의 진동특성을 합성하여 복합계의 진동특성 및 강제진동응답을 구하였다. 민[5]은 receptance방법을 적용하여 직교이방성후판에 질량-스프링계가 부가된 복합계의 고유진동해석을 위한 기초연구를 수행 바 있으나 각종 Mindlin판유추 구조계에 부가물이 놓인 복합계의 고유 및 강제 진동해석에 대한 연구는 찾아보기 어렵다.

따라서 본 연구에서는 Mindlin판유추 구조계에 집중질량, 질량-스프링계 또는 지지스프링 등이 부가된 복합계의 진동해석을 위해 Mindlin판유추 구조계의 receptance를 assumed mode-Lagrange 운동방정식 원용에 의해 구하는 방법을 정식화하고 이를 부가계의 receptance와 합성하여 복합계의 고유진동특성 및 강제진동응답을 효과적으로 얻을 수 있는 receptance 방법을 제시한다. 등방성 후판 및 실선 이중저의 1/8축적 모델을 대상으로 일련의 수치계산을 수행하여 본연구에서 제시한 방법의 타당성을 보인다.

2. Mindlin판의 Receptance

Mindlin판의 receptance의 정식화를 위해 좌표계를 Fig.1과 같이 정의할 때, Mindlin판의 진동거동에서는 전단변형 및 회전관성효과를 고려하여야 하므로 이러한 거동을 나타내기 위해 Fig.1에 보인 바와 같이 3개의 변위성분 즉 횡방향 변위, x 및 y 축 방향의 회전변위 성분의 정의가 필요하다.

본 정식화에서 Mindlin판의 강성특성은 직교이방성으로 취급한다. 이는 등방성후판, 선체의 이중저구조계, FRP판과 같은 복합적층판 등을 포괄할 수 있다. 4변의 경계조건은 정 등[3]의 연구에서와 같이 단순지지와 고정의 중간상태를 고려할 수 있도록 횡방향으로는 고정되고 회전방향으로 탄성지지된 것으로 취급한다. 이러한 직교이방성 Mindlin판의 re-

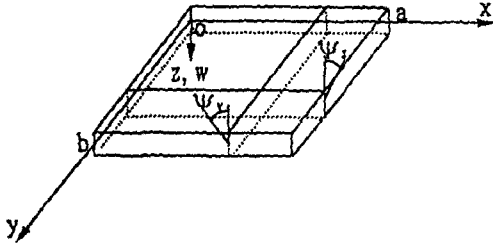


Fig. 1 A Coordinated system of a thick rectangular plate

ceptance를 assumed mode - Lagrange운동방정식 원리에 의해 구하기 위해 탄성에너지 $V(t)$ 및 운동에너지 $T(t)$ 를 나타내면 다음과 같다[3].

$$\begin{aligned}
 V(t) = & \frac{1}{2} \left[\int_0^a \int_0^b \left\{ D_x \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right)^2 + D_y \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right)^2 \right. \right. \\
 & + (v_x D_x + v_y D_y) \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + D_{xy} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right)^2 \\
 & + K_x h G_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \right)^2 + K_y h G_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_y \right)^2 \Big] dx dy \\
 & + \frac{D_x}{a} \int_0^b (K_{Rx1} \varphi_x^2|_{x=0} + K_{Rx2} \varphi_x^2|_{x=a}) dy \\
 & + \frac{D_y}{b} \int_0^a (K_{Ry1} \varphi_y^2|_{y=0} + K_{Ry2} \varphi_y^2|_{y=b}) dx \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T(t) = & \frac{\rho}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\frac{h^3}{12} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial t} \right)^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial t} \right)^2 \right\} + h \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy
 \end{aligned}$$

여기서, $w(x,y,t) = W(x,y) \exp(i\omega t)$ 는 판의 횡방향 변위, $\varphi_x(x,y,t) = \Psi_x(x,y) \exp(i\omega t)$ 및 $\varphi_y(x,y,t) = \Psi_y(x,y) \exp(i\omega t)$ 는 x축 및 y축 방향의 회전변위, K_x 와 K_y 는 x, y 방향의 전단계수이며, h 는 판의 두께, $K_{Rx1} = k_{Rx1} a / D_x$, $K_{Rx2} = k_{Rx2} a / D_x$, $K_{Ry1} = k_{Ry1} b / D_y$, $K_{Ry2} = k_{Ry2} b / D_y$ 이고, k_{Rx} , k_{Ry} 는 각각 Fig. 2에서 보인 바와 같은 x 및 y 방향 변에서의 단위 길이당 회전스프링 상수이다. D_x , D_y , D_{xy} 는 x 및 y 방향 굽힘 강성계수 및 비틀림강성계수로서

$$\begin{aligned}
 D_x &= \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \\
 D_y &= \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_y \nu_x)}
 \end{aligned}$$

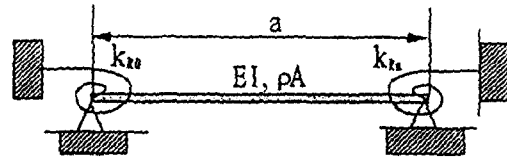


Fig. 2 Boundary condition elastically restrained against rotation

$$D_{xy} = \frac{G_{xy} h^3}{12}$$

이며, $E_x, E_y, \nu_x, \nu_y, G_{xy}, G_{yz}, G_{xz}$ 는 각각 직교이방성 Mindlin판의 x 및 y방향의 인장탄성계수, Poisson 비 및 전단탄성계수이다. 등방성후판의 경우는 상기 식에서 $D_x = D_y = D$, $D_{xy} = Gh^3/12$, $G_{xy} = G_{yz} = G_{xz} = G$ 로 취하여 얻을 수 있다.

상기 탄성 및 운동에너지식을 Lagrange운동방정식에 적용하기 위해 시간 t의 함수인 일반좌표계 $A_{mn}(t), B_{mn}(t), C_{mn}(t)$ ($m=1, 2, \dots, r, n=1, 2, \dots, s$)를 계수로 하여 서로 마주보는 경계변과 동일한 경계조건을 갖는 Timoshenko 보합수[2] 또는 이의 성질을 갖는 다항식[3]의 선형조합으로 진동파형을 다음과 같이 가정하여 연속계를 $N(=3rs)$ 자유도의 이산계로 치환한다.

$$\begin{aligned}
 w(x,y,t) &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^s A_{mn}(t) X_m(x) Y_n(y) \\
 \varphi_x(x,y,t) &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^s B_{mn}(t) \Phi_m(x) Y_n(y) \quad (2) \\
 \varphi_y(x,y,t) &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^s C_{mn}(t) X_m(x) \Theta_n(y)
 \end{aligned}$$

여기서, $X_m(x)$, $\Phi_m(x)$ 및 $Y_n(y)$, $\Theta_n(y)$ 는 각각 x 및 y 방향에 대한 m차 및 n차 Timoshenko 보합수 또는 이의 성질을 갖는 다항식 이다.

(2)를 매트릭스 형식으로 나타내면

$$\{z(x,y,t)\} = [D(x,y)] \{q(t)\} \quad (3)$$

와 같다. 여기서,

$$\begin{aligned}
 \{z(x,y,t)\} &= [w(x,y,t), \varphi_x(x,y,t), \varphi_y(x,y,t)]^T \\
 [D(x,y)] &= \begin{bmatrix} X_1 Y_1 \dots X_r Y_s & 0 \dots 0 & 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & \Psi_1 Y_1 \dots \Psi_r Y_s & 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & X_1 \Theta_1 \dots X_r \Theta_s \end{bmatrix} \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$\{q(t)\} = [A_{11} \cdots A_{pq} B_{11} \cdots B_{pq} C_{11} \cdots C_{pq}]^T$$

(3)을 (1)에 대입하면 일반좌표계 $\{q(t)\}$ 에서 N 자유도의 이산계에 대한 탄성 및 운동에너지를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij} q_i(t) q_j(t) \quad (5)$$

$$T(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t)$$

감쇠에너지도

$$D(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} \dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \quad (6)$$

와 같은 형태가 되나 이는 Mindlin판의 감쇠특성을 (1)과 같이 나타내기 어렵기 때문에 실험 또는 경험 등에 의해 얻어지는 모우드 감쇠비를 사용하여 강제진동응답시 고려하기로 한다.

한편 receptance는 임의의 점 l 에 작용하는 조화기진력에 대한 점 k 에서의 정상상태응답의 비로 정의되는 동적영향계수로서 Mindlin판의 경우는 한점에서 각각 3개의 기진 및 변위 성분이 정의되므로 Mindlin판의 receptance 매트릭스 $[\alpha]_{kl}$ 를 다음 관계식으로 정의 한다.

$$\{Z\}_k = [\alpha]_{kl} \{P\}_l \quad (7)$$

여기서

$$\{Z\}_k = [W(x_k, y_k), \Psi_x(x_k, y_k), \Psi_y(x_k, y_k)]^T$$

$$\{P\}_l = [F, M_x, M_y]^T$$

점 l 에 작용하는 조화기진력 $\{P\}_l e^{i\omega t}$ 에 대한 일반좌표계 $\{q(t)\}$ 에서의 일반력 $\{Q\}_l e^{i\omega t}$ 는 가상일의 원리에 의해 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\{Q\}_l = [D]_l^T \{P\}_l \quad (8)$$

(5), (6) 및 (8)을 Lagrange운동방정식[6]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j(t) \quad (9)$$

$(j = 1, 2, \dots, N)$

에 대입하면 점 l 에 조화기진력 $\{P\}_l e^{i\omega t}$ 이 작용하는 Mindlin 판에 대한 N자유도 이산계의 운동방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = [D]_l^T \{P\}_l e^{i\omega t} \quad (10)$$

여기서 $[M]$, $[K]$ 및 $[C]$ 는 (5) 및 (6)에서 M_{ij} , k_{ij} 및 c_{ij} 를 요소로하는 관성, 강성 및 감쇠 매트릭스이다.

Mindlin판의 receptance 매트릭스를 구하기 위해 (10)의 정상상태응답을 구하면 다음과 같다.

$$\{q\} = \left(\sum_{r=1}^N \frac{\{\phi\}_r \{\phi\}_r^T}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r \omega_r \omega)} \right) [D]_l^T \{P\}_l e^{i\omega t} \quad (11)$$

여기서, ω_r , $\{\phi\}_r$ 및 ζ_r 는 각각 이산계 (10)의 r 차 고유진동형에 대한 고유원진동수, 고유벡터 및 모우드 감쇠비이다.

따라서 (11)을 (3)에 대입하여 점 l 에 작용하는 조화기진력에 대한 임의의 점 k 에서의 정상상태응답을 얻으면 (7)의 관계로 부터 Mindlin판의 receptance 매트릭스 $[\alpha]_{kl}$ 를

$$[\alpha]_{kl} = [D]_k \left(\sum_{r=1}^N \frac{\{\phi\}_r \{\phi\}_r^T}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r \omega_r \omega)} \right) [D]_l^T \quad (12)$$

와 같이 얻을 수 있다.

3. 부가계의 Receptance

Mindlin판유추 구조계에 부가되는 계로서 집중질량, 지지스프링 또는 질량-스프링 계 등을 생각할 수 있다. 이들 부가계들은 대표적으로 감쇠가 있는 질량-스프링 계로 나타낼 수 있으며, Fig.3에서와 같이 횡방향, x, y축방향의 회전방향의 3가지 거동을 하는 계로 취급한다. 이때 각 방향 거동 사이의 연성은 없는 것으로 가정한다.

이와같은 부가계에 대하여 Mindlin판에 연결되는 점에서의 receptance 매트릭스 $[\beta]$ 를 다음과 같이 정의 한다.

$$\begin{pmatrix} W \\ \Theta_x \\ \Theta_y \end{pmatrix} = [\beta] \begin{pmatrix} F'_i \\ M'_x \\ M'_y \end{pmatrix} \quad (13)$$

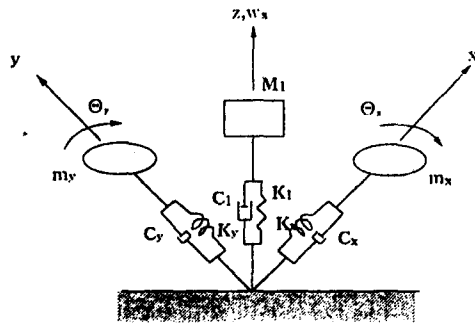


Fig. 3 A damped spring-mass system having 3 D.O.F.

횡방향 거동에 대한 질량-스프링 계의 연결점에서의 receptance β_{11} 는 다음과 같다[6].

$$\beta_{11} = -\frac{k_1 + i\omega c_1 - m_1\omega^2}{m_1\omega^2(k_1 + i\omega c_1)}$$

마찬가지로, x, y 축 방향 거동에 대한 질량-스프링 계의 연결점에서의 receptance는 각각

$$\beta_{22} = -\frac{k_x + i\omega c_x - m_x\omega^2}{m_x\omega^2(k_x + i\omega c_x)}$$

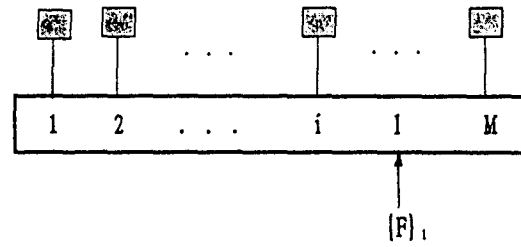
$$\beta_{33} = -\frac{k_y + i\omega c_y - m_y\omega^2}{m_y\omega^2(k_y + i\omega c_y)}$$

와 같이 얻어진다. 또한 각 방향 거동 사이의 연성은 없기 때문에 $\beta_{ij} = 0 (i \neq j)$ 이다. 따라서 부가계의 receptance 매트릭스는 다음과 같다.

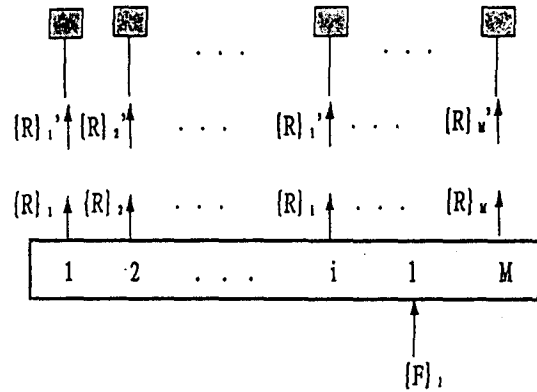
$$[\beta] = \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{33} \end{bmatrix} \quad (14)$$

4. 복합계의 진동특성

Mindlin판유추 구조계에 M개의 부가계가 추가된 복합계의 진동특성을 Mindlin판과 각 부가계의 receptance를 합성하여 얻는 receptance 방법을 적용하기 위해 Mindlin판과 각 부가계를 Fig. 4에서와 같이 분리하여 연결부에서의 변위와 반력을 정의하였다. 이때 편위상 시간에 대한 조화함수 $e^{i\omega t}$ 는 생략하여 나타내었다. 또한 복합계의 receptance 매트릭스를 구하기 위해 Mindlin판 상의 임의의 점 l에 조화진력 $\{P\}e^{i\omega t}$ 을 작용시킨다.



(a) a combined



(b) a free body diagram for combined system

Fig. 4 A combined system consisting of a Mindlin plate and damped spring-mass systems

분리된 Mindlin판 상의 임의의 점 k 및 각 연결점 i에서 정상상태응답의 크기는

$$\{Z\}_k = [\alpha]_{ki}\{P\}_i + \sum_{j=1}^M [\alpha]_{kj}\{R\}_j \quad (15)$$

$$\{Z\}_i = [\alpha]_{ii}\{P\}_i + \sum_{j=1}^M [\alpha]_{ij}\{R\}_j \quad (i = 1, 2, \dots, M)$$

이고, 임의의 i번째 부가계의 연결점에서 정상상태 응답의 크기는

$$\{Z\}'_i = [\beta]_i\{R\}'_i \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (16)$$

와 같다. 이들 변위와 힘은 다음의 연속조건과 평형조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \{Z\}_i &= \{Z\}'_i \\ \{R\}_i + \{R\}'_i &= 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (17)$$

(15), (16) 및 (17)로부터 연결점에서의 반력을 미지수로 하는 연립방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^M [\alpha]_{ij} \{R\}_j + [\beta]_i \{R\}_i = -[\alpha]_{ij} \{P\}_i \quad (18)$$

(i = 1, 2, \dots, M)

또는

$$[S]\{U\} = [V]_i \{P\}_i$$

여기서

$$[S] = \begin{bmatrix} [\alpha]_{11} + [\beta]_1 & [\alpha]_{12} & \dots & [\alpha]_{1M} \\ [\alpha]_{21} & [\alpha]_{22} + [\beta]_2 & \dots & [\alpha]_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\alpha]_{M1} & [\alpha]_{M2} & \dots & [\alpha]_{MM} + [\beta]_M \end{bmatrix}$$

$$\{U\} = \{[R]_1^T \dots [R]_M^T\}^T$$

$$[V]_i = [-[\alpha]_{i1} \dots -[\alpha]_{iM}]^T$$

자유진동해석의 경우 (18)에서 조화기진력을 0으로 취하면 다음과 같은 latent root problem을 얻을 수 있다.

$$[S]\{U\} = \{0\} \quad (19)$$

(19)에서 유용한 해를 갖기 위한 조건으로 부터 복합계에 대한 진동수방정식은

$$\det([S]) = 0 \quad (20)$$

와 같이 얻을 수 있다.

Mindlin판 또는 부가물의 감쇠를 고려하는 경우 (20)의 해는 복소수로 얻어진다. 즉 (20)에서 변수를 $\lambda = i\omega (i = \sqrt{-1})$ 로 사용하면 이의 근은

$$\lambda_r = -\sigma_r + i\omega_d^{(r)}, \quad (r = 1, 2, \dots, N) \quad (21)$$

와 같은 형태로 얻어진다. 여기서 $\sigma_r, \omega_d^{(r)}$ 는 양의 실수이다

복합계에서 감쇠의 cross mode효과를 무시하면 복합계의 모드 감쇠비를 근사적으로 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\zeta_r = \frac{\sigma_r}{\sqrt{\sigma_r^2 + \omega_d^{(r)2}} \quad (22)$$

복합계의 고유진동형은 (19)에서 감쇠를 무시한 식으로 부터 얻어지는 latent vectot $\{U\}_r$ 을 감쇠가 없는 경우에 대한 (15)에 대입하여 얻는다.

한편 부가계가 있는 Mindlin판의 receptance 매

트릭스 $[\bar{\alpha}]_{kl}$ 는 임의의 점 l 에 조화기진력 $\{P\}_k e^{i\omega t}$ 이 작용할 때 점 k 에서의 정상상태응답 $\{Z\}_k e^{i\omega t}$ 로부터

$$\{Z\}_k = [\bar{\alpha}]_{kl} \{P\}_l \quad (23)$$

와 같이 정의할 때

$$[\bar{\alpha}]_{kl} = [\alpha]_{kl} - [V]_k^T [S]^{-1} [V]_l \quad (24)$$

와 같이 얻을 수 있다. 이를 이용하면 복합계의 조화기진력에 대한 정상상태응답을 쉽게 계산할 수 있으며, Fourier 변환을 이용하면 과도응답도 구할 수 있다[4].

5. 수치계산 및 고찰

직교이방성 Mindlin판에 부가계가 놓인 복합계의 진동해석을 위해 본 연구에서 제시한 receptance 방법의 타당성 및 유용성을 보이기 위해 [3]에서와 동일한 대상예인 등방성후판 및 실선 이중저구조의 1/8 축척 모델에 각종 부가물이 놓인 복합계에 대하여 일련의 수치계산을 하였다. 이때 진동파형가정은 (2)에서 항수를 [3]에서와 같이 $r=s=5$ 로 택하고 Timoshenko보 고유함수와 이의성질을 갖는 다항식을 각각 적용한 결과 및 효율성을 비교하며, 그 결과들의 타당성을 보이기위해 구조해석용 범용유한요소 해석 프로그램 NASTRAN에 의한 결과와 비교 검토한다.

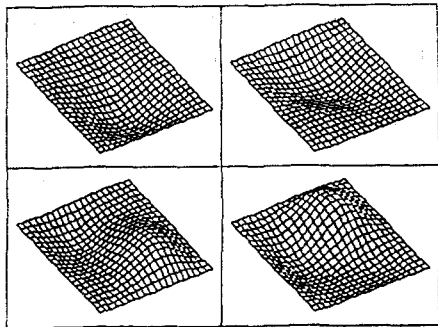
5.1 질량-스프링 계가 부가된 정사각형 등방성후판

변의 길이가 a 이고 판 두께/길이 $h/a=0.1$ 인 정사각형 등방성후판에 질량-스프링계가 부가된 경우를 대상으로 수치계산을 수행했다. 사변 경계조건은 회전에 대한 탄성지지 조건의 특별한 경우로서 모두 단순지지인 경우, S-S-S-S ($K_{Rx1}=K_{Rx2}=K_{Ry1}=K_{Ry2}=0$), 서로 마주보는 두변이 각각 단순지지 및 고정인 경우, S-C-S-C ($K_{Rx1}=K_{Rx2}=0, K_{Ry1}=K_{Ry2}=\infty$) 및 4변 경계조건이 모두 고정인 경우, C-C-C-C ($K_{Rx1}=K_{Rx2}=K_{Ry1}=K_{Ry2}=\infty$)를 고려한다. [3]에서 주변고착도를 나타내는 무차원파라미터 K_R 이 10^4 이상이면 고정으로 간주할 수 있음이 보고된 바 있으므로 본 수치계산에서 고정에 대한은 K_R 값은 10^9 으로 충분히 취하였다. 전단계수 및 Poisson 비는 $K=\pi^2/12$ (S-S-S-S, S-C-S-C) 또는 0.8601(C-C-C-C) 및 $\nu=0.3$ 을 취하였다. 부가된 질량-스프링 계에 대해서는 부가위치를 점(0.4a, 0.3a)로 하고,

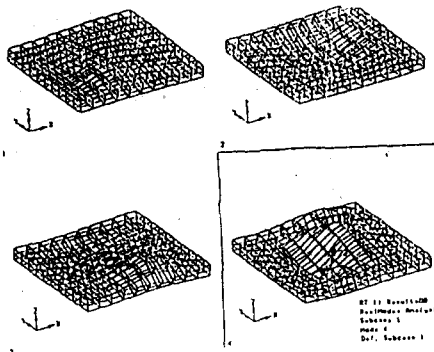
판 자체 질량에 대한 질량비를 $M_s/M_p=0.5$ 로, 스프링 상수는 판자체의 기본 고유진동수에 대한 질량-스프링 자체의 고유진동수 비가 $f_s/f_p=1.0$ 이 되도록 취하여 수치계산을 수행했다. 비교목적으로 NAS-TRAN을 사용하여 유한요소법에 의한 계산도 함께 수행하였다. 이때 계산모델은 solid element를 사용하여 모델링하였다.

질량-스프링계가 부가된 정사각형 등방성후판의 고유진동수에 대한 계산결과로서 진동수 파라미터 $\Omega = \omega \sqrt{2(1+\nu)\rho a^2/E}$ 의 형태로 본 연구와 NAS-TRAN에 의한 결과를 Table 1에 비교하여 나타내었다. 또한 고유진동형에 대한 결과로서 경계조건이 S-C-S-C인 경우에 대하여 Fig.5에 보였다.

Table 1로 부터 receptance 방법의 적용시 진동파형 가정을 Timoshenko보 고유함수와 이의성질을 갖는 다항식을 각각 적용한 결과의 차이는 1% 이내



(a) by the presented method



(b) by the finite element method

Fig. 5 Mode shapes of a square thick plate with a spring-mass system(b.c.:S-C-S-C)

이므로 사용하기에 간편한Timoshenko보함수의성질을 갖는 다항식의 유용함을 알 수 있다. 또한 이들 결과들은 유한요소법에 의한 결과와 양호한 부합성을 보여주고 있다. Fig. 5에서 receptance방법과 유한요소법에 의한 고유진동형에 대한 계산결과를 비교한 결과 상호 부합성이 양호함을 확인할 수 있다.

Table 1. Frequency parameter $\Omega = \omega \sqrt{2(1+\nu)\rho a^2/E}$ for an isotropic thick square plate ($h/a=0.1$) having a spring-mass system ($M_s/M_p=0.5, f_s/f_p=1.0$) at a point (0.4a, 0.3a)

Boundary Condition	Mode	with a spring-mass system			without a spring-mass system		
		receptance method		F.E.M.	Rayleigh-Ritz method		F.E.M.
		T*	P**	(NASTRAN)	T	P	(NASTRAN)
S-S-S-S	(1,1)	0.514 (0.553)***	0.519 (0.558)	0.500 (0.541)	0.930	0.930	0.925
	(1,1)	1.300 (1.398)	1.310 (1.409)	1.250 (1.351)			
	(2,1)	2.218 (1.000)	2.220 (1.000)	2.214 (1.000)	2.218	2.220	2.214
	(1,2)	2.583 (1.165)	2.602 (1.172)	2.504 (1.131)	2.218	2.220	2.214
	(2,2)	3.488 (1.025)	3.496 (1.026)	3.384 (1.020)	3.403	3.406	3.317
S-C-S-C	(1,1)	0.665 (0.511)	0.672 (0.517)	0.644 (0.486)	1.302	1.301	1.325
	(1,1)	1.682 (1.292)	1.695 (1.303)	1.653 (1.248)			
	(2,1)	2.708 (1.158)	2.715 (1.132)	2.699 (1.126)	2.399	2.398	2.398
	(1,2)	3.202 (1.108)	3.234 (1.120)	3.174 (1.060)	2.889	2.888	2.995
	(2,2)	4.039 (1.046)	4.063 (1.056)	3.963 (1.037)	3.853	3.848	3.820
C-C-C-C	(1,1)	0.800 (0.502)	0.808 (0.507)	0.761 (0.468)	1.594	1.593	1.627
	(1,1)	1.996 (1.252)	2.008 (1.261)	1.958 (1.203)			
	(2,1)	3.047 (1.000)	3.044 (1.000)	3.129 (1.000)	3.047	3.044	3.130
	(1,2)	3.695 (1.213)	3.724 (1.223)	3.606 (1.152)	3.047	3.044	3.130
	(2,2)	4.552 (1.062)	4.574 (1.070)	4.454 (1.046)	4.286	4.275	4.260

* Using Timoshenko beam functions

** Using polynomials

*** Frequency ratio between with/without an attached spring-mass system

따라서 본 연구에서 제시한 receptance 방법의 유용함을 알 수 있으며, 후판의 receptance를 산정할 때 진동과형 가정함수로서 Timoshenko보 고유함수의 성질을 갖는 다항식을 사용함이 효율적이다.

5.2 질량-스프링 계가 부가된 이중저구조

이중저구조에 대한 계산대상은 실선 이중저의 1/8 축적모델로서 정 등[3]의 연구에서 사용된 것과 동일하다. 부가계로서는 중앙에 질량-스프링계 1개가 추가된 경우에 대해 수치계산을 수행한다. 부가된 질량-스프링 계에 대해서 질량크기는 이중저모델 자체 질량의 1/2로 취하고, 스프링 상수는 질량-스프링 자체의 고유진동수가 이중저모델 자체의 기본 고유진동수와 동일하도록 취한다. 이중저구조의 receptance를 구하기 위해 이중저 구조를 직교이방성 후판으로 치환함에 있어서 강성평가는 정[7]의 방법을 사용하고, 경계조건은 사변 단순지지로 한다. 비교목적으로 NASTRAN을 사용하여 유한요소법에 의한 계산도 함께 수행하였다. 이때 계산모델은 판요소를 사용하여 모델링하였다. 계산결과로서 고유진동수는 Table 2에, 고유진동형은 Fig.6에 각각 보였다.

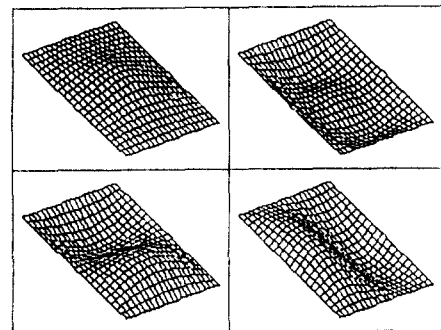
Table 2의 계산결과로부터 본 연구에서 제시한 receptance방법과 NASTRAN에 의 결과의 차이는 최저 4차 진동형까지는 약 3% 정도로서 비교적 부합성이 양호하다. 5차 진동형의 경우는 10% 정도의 오차를 보이고 있는데, 이는 이중저구조를 직교이방성후판으로 모델링함에 따른 결과로 판단되며 거어 더 등 보강재들의 집중효과를 고려하여 모델링하면

그 오차는 크게 줄어들 것으로 기대된다. 그러나 공학적 관점에서는 충분히 본 연구에서 제시한 방법이 효과적으로 사용될 수 있다고 볼 수 있다. 또한 고유진동형에 대한 결과는 Fig.6으로 부터 부합성이 매우 양호함을 알 수 있다. 한편 강제진동해석의 정도를 검증하기 위해 패널의 중앙점에 힘의 크기가 100 lb이고 기진진동수가 0 - 500Hz 범위인 조화기진력을 작용시켜 동일 위치에서의 정상상태응답을 구하여 Fig.7에 보였다. 이때 상기 질량-스프링 계에 감쇠비가 0.1이 되도록 감쇠를 고려하였으며 비교목적으로 NASTRAN에 의한 결과도 함께 Fig.7에 나타내었다. 이로부터 양자의 일치성이 양호함을 알 수 있다.

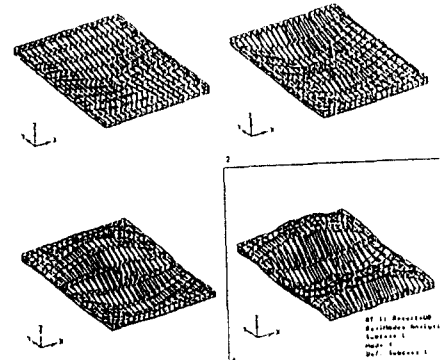
Table 2. Natural frequency of 1/8 scale model of the double bottom structure having a spring-mass system at a center point(b.c.: S-S-S-S) (Unit : Hz)

Mode	with a spring-mass system		without a spring-mass system		
	receptance method		Rayleigh-Ritz method		F.E.M.
	T*	P** (NASTRAN)	T	P	(NASTRAN)
(1,1)	56.4	57.3	120.3	120.3	121.9
(1,1)	184.1	189.1			
(1,2)	205.3	205.4	205.3	205.4	198.7
(2,1)	317.3	317.6	317.3	317.6	320.4
(1,3)	353.0	357.7	318.1	318.4	290.1

* Using Timoshenko beam functions
 ** Using polynomials



(a) by the presented method



(b) by the finite element method

Fig.6 Mode shapes of a double wall panel with a spring-mass system(b.c.:S-S-S-S)

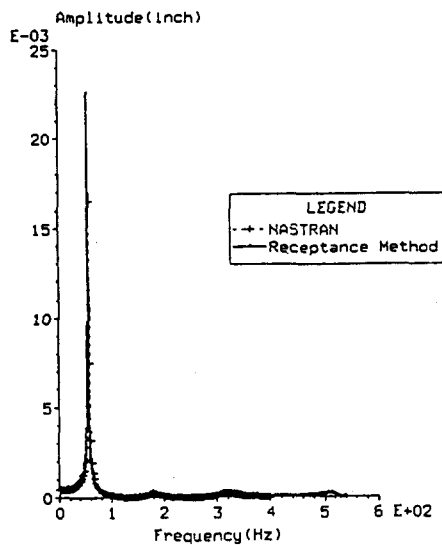


Fig.7 Steady-state response at center point of a double wall panel to harmonic excitation force(magnitude:100lb) applied at the same point

6. 결론

Mindlin판유추 구조계에 집중질량, 질량-스프링계 또는 지지스프링 등이 부가된 복합계의 진동해석을 위해 고유진동특성 및 강제진동응답을 효과적으로 얻기 위해 receptance 방법의 적용을 정식화하고, 이의 타당성을 보이기 위해 일련의 수치계산을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 직교이방성후판, 이중저구조와 같은 복판판넬, 복합적층판 등 Mindlin판유추 구조계에 각종 부가물이 놓인 복합계의 고유진동특성 및 강제진동응답을 정도 높게 구하기 위해 본연구에서 제시한 방법은 유용하게 사용될 수 있다.

(2) Mindlin판 유추 구조계의 receptance를 assumed mode- Lagrange equation 방법을 적용하고 진동파형 가정함수는 Timoshenko보합수 또는 이의 성질을 갖는 다항식을 사용하여 매우 정도 높게 효율적으로 구할 수 있다. 이때 Timoshenko보합수와 이의 성질을 갖는 다항식을 적용한 결과의 부합성

은 매우 양호하며, 사용하기에는 후자가 매우 편리하다.

(3) 이중저 구조계의 진동해석에 본 방법을 적용하는 경우 저차 진동형에 대해서는 양호한 결과를 얻을 수 있으나, 고차 진동형 까지 양호한 결과를 얻기 위해서는 강성평가를 위한 모델링시 거어더 등에 대해서 보강재의 집중효과를 고려하는 방법의 사용이 요구된다.

참고 문헌

- [1] Dawe, D.J. and Rougaeil, O.L., "Rayleigh-Ritz Vibration Analysis of Mindlin Plates", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.69, 1980.
- [2] Huang, T.C., "The Effect of Rotary Inertia and Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams with Simple End Conditions", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.28, ASME, 1961.
- [3] Chung, J.H. and Chung, T.Y., "Vibration Analysis of Orthotropic Mindlin Plates with Edges Elastically Restrained Against Rotation", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 163(1), 1993.
- [4] Han, S.Y. and Kim, K.C., "Vibration Analysis of a Stiffened Plate with Attached Subsystems by the Receptance Method", *Proc. of PRADS'89, Vol.2, Varna Bulgaria*, 1989.
- [5] 민일홍, 부가물이 있는 직사각형 직교이방성 후판의 진동해석, 서울대학교 공학석사 학위논문, 1993.
- [6] Meirovitch, L., *Analytical Methods in Vibrations*, The Macmillan Company, 1967.
- [7] 정태석, 정정훈, 김극진, "복판판넬의 진동해석," 대한조선학회 추계연구발표회 논문집, pp.303-308, 1990.