韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
1995. 12. 제 34권, 제 2호, 257-264.

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Series A: Dec. 1995, Vol. 34, No. 2, 257-264.

# 아동의 계산기능 수준과 사용 전략

조 영 희 (서울 미양국민학교)
김 원 경 (한국교원대학교)

## Ⅰ. 서론

수학 학습에서 계산 기능은 가장 기본적이라 할 수 있다. 계산기능의 중요성은 수학교육의 변천 과정에서도 잘 나타난다. 1950년대 말 새 수학 운동이 일어나기 전까지, 그리고 1970년대에 다시 기초로 돌아가기 운동이 일어나면서 국민학교의 수학은 계산기능의 강화에 초점을 두어 왔다. 아동들에게 수학은 수 세기와 덧셈, 뺄셈으로부터 시작되고 이러한 기능이 떨어지면 결국 그 이상의 수학 학습의 저하를 초래하므로 계산기능의 지도는 학교 수학에서 매우 중요하다고 할 수 있다.

아동들은 수학적 지식이 전혀 없는 상태에서 학교 교육을 받지는 않는다. 아동들은 일상 생활에서 얻은 직관적 지식과 비형식적인 지식을 가지고 있다. 학교 교육을 받기 이전에 아동들의 수학적 지식이 어느정도 인가에 대하여 많은 학자들은 큰 관심을 보여 왔다.

Baroody · White(1983)와 Youngr · Loveridge (1987)는 많은 아동들이 학교 교육을 받기 이전에 이미 의미있는 셈을 할 수 있다고 하였으며 Baroody(1987a)와 Starkey · Gelman(1982)는 기호를 사용한 작은 수의 덧셈과 뺄셈을 아동들이 어느정도 이해하고 있다고 하였다. 또한 Hughes(1986)와 Leder(1989)는 비록 학교에서 배우는 상징적인 수학적 기호에 대한 형식적 지식은 부족하다 할지라도 실제의 덧셈, 뺄셈 상황을 명백히 이해하고 있으며 덧셈과 뺄셈의 결과를 이끌어 내기 위하여 나름대로의 셈법을 고안하고 있다고 보고 하였다.

Ginsburg(1977)는 학교 교육을 받기전의 아동들도 헤아리기를 하고, 수에 대한 기초개념을 형성하며 헤아리기와 기호개념을 결합하여 실제적인 문제를 해결할 수 있다고 하고, 또한 학교 교육을 받기 시작하여 2~3학년 까지도 아동들은 계속해서 자신의 비형식적 셈법을 발달시킨다고 보고하였다.

덧셈과 뺄셈을 할 때 아동들은 단 한가지 방법만을 사용하지는 않는다. Rathmell(1978)은 아동들의 덧셈 전략으로 계속세기, 중복수 이용하기, 십의 자리수 이용하기, 교환 법칙 이용하기 등을 사용한다고 하면서 높은 수준의 전략을 사용한 아동들이 높은 점수를 얻는다고 하였다. Carpenter(1980)는 아동들이 덧셈과 뺄셈을 할 때 합성 전략과 분해 전략을 사용한다고 하였다. 여기서 합성 전략이란 이를테면 4 + 7 = □을 구할 때 7에 3을 더해 10을 만들고 여기에 1을 더하여 11의 결과를 얻는 것이고 분해 전략이란 6 + 8 = □을 구할 때 6에 1을 더하여 7을 만들고 8에서 1을 빼서 7을 만든 다음 7 + 7 = 14 와 같이 계산하는 것이다.

우리나라의 대부분의 아동들도 학교 교육을 받기 이전에 이미 수 세기, 수의 계산을 여러가지 전략을 사용하여 능숙하게 하고 있다. 그러나 우리나라의 국민학교 1, 2학년 교육과정에서는 아동들이 수와 수 세기, 수의 계산에 대하여 아무런 지식이 없는 것으로 간주하여 <표 1>에서와 같은 내용을 많은 시간을 할애하여 지도하고 있다.

따라서 학교에서의 수업은 반복이 되고 교사의 설명은 지루하고 무의미하게 되어 아동들은 학교 수업에 흥미를 잃고 있다. 그러므로 학교

<표 1> 국민학교 산수과 1, 2 학년 교육과정

| 1 학년 | | 2 학년 | |
|---|---|---|---|
| 수 | 계 산 | 수 | 계 산 |
| · 0~99의 자연수 | · 기본수(0~9)의 덧셈과 뺄셈 | · 0~999의 자연수 | · 받아올림이 한번 있는 덧셈 |
| · 수 세기 | · 받아올림이 없는 덧셈 | · 수의 읽기, 쓰기 | · 받아 내림이 한번 있는 뺄셈 |
| · 수의 읽기, 쓰기 | · 받아내림이 없는 뺄셈 | · 대소 비교 | · 혼합 계산 |
| · 대소비교 | · 덧셈과 뺄셈의 관계 | · 분수의 읽기 쓰기 | · 덧셈과 뺄셈의 관계 |

수업이 보다 능동적이고 효율적으로 이루어지기 위해서는 우리나라의 아동들의 수 세기와 수의 계산 수준이 어느 정도이고 이들이 사용하는 전략은 어떠한 것이 있는가를 알아보고, 이에 따라 아동들의 흥미와 호기심을 자극시킬 수 있는 교수, 학습 자료를 확충, 개발하고 다양한 전략을 사용하여 아동들의 사고력과 추론을 신장시킬 수 있는 학습 방법을 개발할 필요가 있다.

본 연구는 국민학교 1학년 아동들을 대상으로 덧셈과 뺄셈의 계산 수준을 지역별 (대도시, 중소도시, 군)로 어느 정도인가를 알아보고자 한다. 또한 아동들이 사용하고 있는 전략을 Baroody(1984)의 분류로 나누어 각 전략의 사용 비율을 알아보고 계산기능의 수준에 따라 사용전략의 차이가 있는가를 살펴보고자 한다.

## II. 덧셈 · 뺄셈의 전략

덧셈, 뺄셈을 할 때 아동들은 여러가지 전략을 사용할 뿐만 아니라 계산기능의 숙련정도에 따라 그 사용전략도 다르다.

아동들이 사용하는 덧셈 전략으로는 계속세기, 항목세기, 합성 및 분해 등이 있고, 뺄셈전략으로는 덜어내기, 세어 올라가기, 세어 내려가기 등의 여러가지가 있으나 학자들마다 그 정의와 분류를 달리 하고 있다.

본 연구에서는 많은 연구에서 표준적 전략으로 인용되는 Baroody(1984)의 정의와 분류를 사용하여 덧셈, 뺄셈의 전략을 분석하기로 하겠다. <표 2>과 <표 3>은 Baroody의 덧셈과 뺄셈 전략을 보여준다.

덧셈과 뺄셈 전략의 발달과정에 대하여 Fason · Mierkiewicz(1980)은 4살정도의 유아들은 한자리 수의 덧셈을 할 때 처음에는 CC로 세다가 CAF로 옮겨 한다고 하였다. 또한 Groen · Resnick(1977)은 12~20주 정도의 연습으로 아동들은 COL로 수 세기를 할 수 있다고 하는 반면에, Carpenter · Moser(1982)는 2, 3학년 아동들 조차 계속 CC에 의존한다고 하였다. Fuson(1982)은 구체적 세기와 사고적 세기 사이에 또 다른 과도기적 단계로 '짝을지어 세기', '따라가며 세기'가 있다고 하였고, Bariars · Larkin(1984)는 COF가 CC 와 COL의 과도기라고 하였다. Baroody · Gannon (1984)는 아동들이 수 세기를 할 때 CC→CAF→CAL→COL의 발달 과정을 거친다고 하였다.

이와같은 연구 결과들을 요약하면 아동들은 구체적세기로부터 사고적세기로 옮겨가고 사고적세기에서도 합성, 분해전략은 많이 사용하지 않음을 알 수 있다. 그러나 이 연구들은 외국의 아동들을 대상으로 한 것으로, 아직까지 우리나라 아동들이 실제로 어떤전략을 얼마나 사용하며 계산기능이 뛰어난 아동들은 어떤 전략을 주로 사용하는지에 대하여는 밝혀진 것이 없다.

<표 2> Baroody의 덧셈전략

| 전 략 | | 보 기 |
|---|---|---|
| 구체적 세기 | 모두 세기: CC (Counting all) | 2 + 4 = □을 구할 때 한 손으로 2를 세고 다른 손으로 4를 세어 1, 2, 3, 4, 5, 6이라고 셈한다. |
| | 항목 세기: CE (Counting entities) | 2 + 4 = □을 구할 때 한 손으로 2를 세고 다른 손으로 4를 세어 3, 4, 5, 6이라고 셈한다. |
| 사고적 세기 | 첫번째 가수로 모두 세기: CAF (Counting all starting with the first addend) | 2 + 4 = □을 구할 때 1, 2를 먼저 세고 잠시 멈춘 다음 3, 4, 5, 6이라고 셈한다. |
| | 첫번째 가수부터 세기: COF (Counting on from the first addend) | 2 + 4 = □을 구할 때 2를 세고 잠시 멈춘 다음 3, 4, 5, 6이라고 셈한다. |
| | 큰 가수로 모두 세기: CAL (Counting all starting with large term) | 2 + 4 = □을 구할 때 1, 2, 3, 4를 세고 잠시 멈춘 다음 5, 6이라고 셈한다. |
| | 큰 가수부터 세기: COL (Counting from the large term) | 2 + 4 = □을 구할 때 4를 세고 잠시 멈춘 다음 5, 6이라고 셈한다. |
| | 합성 및 분해: CD (Composition and decomposition) | 3 + 4 = □를 구할 때 3+2는 5이고 5에 2를 더하여 7을 얻는 것이 합성이고 3에 3을 더하여 6을 구한 다음 1을 더하여 7을 계산하는 것이 분해이다. |
| | 인출: DE (Deduction) | 뚜렷한 수 세기 활동 없이 기억하고 있는 수 값을 즉시 답한다. |

<표 3> Baroody의 뺄셈 전략

| 전 략 | | 보 기 |
|---|---|---|
| 구체적 세기 | 덜어내기: SF (separating from) | 6 - 4 = □을 구할 때, 손가락으로 6을 만든 다음 4를 덜어내고 남은 손가락을 1, 2라고 셈한다. |
| 사고적 세기 | 세어 내려가기: CD (counting down) | 6 - 4 = □을 구할 때, 6에서 잠시 멈춘 다음 5, 4, 3, 2라고 셈한다. |
| | 세어 올라가기: CU (counting up) | 6 - 4 = □을 구할 때, 4에서 시작하여 5, 6을 센다음 센 숫자의 개수 2를 답한다. |
| | 합성 · 분해: CD (composition and decomposition) | 6 - 4 = □을 구할 때, 6에서 1을 빼고 그 결과인 5에서 3을 빼서 셈한다. |
| | 인출: DE (deduction) | 뚜렷한 수세기 활동이 없이 기억하고 있는 수 값을 즉시 답한다. |

## Ⅲ. 덧셈 · 뺄셈 전략의 유형별, 성취 수준별 사용분포

덧셈 · 뺄셈 전략의 발달 과정과 성취수준에 따른 사용전략에 대하여 많은 연구가 이루어져 왔음에도 아직까지 우리나라 아동들에 대하여는 그 연구가 미진한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 우리나라 국민 학교 1학년 아동들이 주로 사용하는 덧셈, 뺄셈 전략의 유형은 어떤 것이 있으며, 또 성취 수준별로 그 전략의 유형에는 차이가 있는가를 밝히고자 <표 4>에서의 아동들을 대상으로 국민학교 1

<표 4> 연구 대상

| | 지역별 덧셈·뺄셈 수준 차이 연구 대상 | 성취 수준별 사용 전략 연구 대상 |
|---|---|---|
| 서울 C국교 | 40 | 40 |
| 수원 S국교 | 47 | |
| 경기 N국교 | 49 | |
| 계 | 136 | 40 |

학년, 2학년 산수과 교육과정의 덧셈 · 뺄셈의 학습 내용에 근거한 검사 문항을 만들어서 평가하였다.

위의 대상 아동들은 학교에서 덧셈, 뺄셈을 배우기 이전의 아동들로 이들의 계산기능의 수준을 지역별로 알아본 결과는 <표 5>과 같다.

<표 5>를 보면 1학년 1학기 수준의 계산은 비록 학교에서 덧셈, 뺄셈을 배우지 않았더라도 대부분 아동이 거의 해결하였고, 1학년 2학 기 수준의 계산은 80%정도의 아동들이 절반이상 성취하였다. 2학년 1학기 수준의 계산은 20%정도의 아동들이 절반정도의 성취율을 보였다. 2학년 2학기 수준의 계산은 거의 대부분의 아동들이 해결하지 못하였다.

지역별로 학년 및 학기별 평균치의 차를 일원분산분석한 결과 덧셈 · 뺄셈의 수준의 차는 유의수준 0.05 에서 차이가 없는 것으로 나타났다.

1학년 1학기 과정인 받아 올림이 없는 (한자리의 수) + (한자리의 수)의 10문제, 받아 내림이 없는 (한자리의 수) - (한자리의 수)의 10문제의 계산전략을 다음의 두가지로 나누어 분석한 결과는 다음과 같다.

<표 5> 지역별 계산기능 수준의 분석 결과 (단위: %)

| 수준 \ 지역 / 성취도 | 대도시 | | | 중소도시 | | | 군 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 상 | 중 | 하 | 상 | 중 | 하 | 상 | 중 | 하 |
| 1학년 1학기 | 100 | 0 | 0 | 87.2 | 10.7 | 2.1 | 95.7 | 4.1 | 0 |
| 1학년 2학기 | 40 | 37.5 | 22.5 | 38.3 | 42.6 | 19.1 | 36.7 | 42.9 | 20.4 |
| 2학년 1학기 | 0 | 20.0 | 80.0 | 6.4 | 8.5 | 85.1 | 0 | 8.2 | 91.8 |
| 2학기 2학기 | 0 | 7.5 | 92.5 | 4.3 | 0 | 95.7 | 0 | 0 | 100 |

* 상: 성취율 80-100 % 중: 성취율 50-80 % 하: 성취율 0-50 %

<표 6> 피가수가 가수보다 크거나 같은 경우

| 덧셈전략 | 3 + 2 | 5 + 4 | 5 + 3 | 6 + 2 | 4 + 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| CC | 30.0 | 32.5 | 30.0 | 30.0 | 32.5 |
| CE | 5.0 | 7.5 | 10.0 | 10.0 | 7.5 |
| CAF | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| COF | 42.5 | 32.5 | 35.0 | 35.0 | 22.5 |
| CD | 12.5 | 17.5 | 12.5 | 17.5 | 25.0 |
| DE | 10.0 | 10.0 | 12.5 | 7.5 | 12.5 |

<표 7> 가수가 피가수보다 큰 경우

| 덧셈전략 | 4 + 5 | 2 + 7 | 3 + 6 | 2 + 5 | 7 + 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| CC | 32.5 | 30.0 | 30.0 | 30.0 | |
| CF | 7.5 | 7.5 | 10.0 | 7.5 | |
| CAF | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | |
| COF | 0.0 | 5.0 | 7.5 | 7.5 | |
| CAL | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | |
| COL | 32.5 | 32.5 | 20.0 | 30.0 | |
| CD | 17.5 | 17.0 | 25.0 | 5.0 | |
| DE | 10.0 | 7.5 | 7.5 | 20.0 | 100.0 |

<표 6>에 의하면 피가수가 가수보다 크거나 같은 경우 COF를 가장 많이 사용하였으며 CC, 합성·분해, 인출, CE의 순으로 나타났다.

<표 7>에 의하면 "7 + 1"의 경우 1을 더하는 것과 이미 알고 있는 연속수 (뒤의 수)에 대한 지식사이의 관계식을 이용하여 아동은 즉시 합을 구하였다.

구체적인 전략인 손가락을 사용하여 세는 전략(CC, CE), 사고적 세기 전략(COF, COL), 형식적 전략인 합성·분해, 안출전략(CD, DE)을 사용하는 아동의 비율이 피가수와 가수의 크기와 관계없이 거의 비슷하게 나타났다. 이는 여러가지 전략을 사용할 수 있는 아동이 가장 익숙한 한가지 전략만을 전적으로 사용하여 문제를 해결하는 경향 때문인 것으로 풀이된다.

가수가 피가수보다 큰 경우 COF보다는 가장 경제적인 덧셈 전략이라 할 수 있는 COL을 많이 사용한 아동의 비율이 높은 것은 덧셈의 교환성을 이해하고 있는 아동이 많음을 알 수 있고 CAF나 CAL을 사용하는 아동이 전혀 없는 것으로 보아, 가수명에 대한 이해가 정확함을 알 수 있다.

합성·분해 전략을 사용한 아동은 흔히 합이 5나 10이 되는 수에 근거하여 덧셈을 해결하였다.

아동들이 사용한 뺄셈 전략은 <표 8>과 같다. <표 8>에 의하면 8 - 0, 6 - 1, 9 - 9의 경우 0을 빼도 그 수에는 변화가 없으며, 1을 빼는 것과 이미 알고 있는 연속수(앞의 수)에 대한 지식사이의 관계성을 이용하고 피감수와 감수가 같은 경우는 아무 것도 남지 않는다는 것을 알고 즉시 차를 구하였다.

<표 8> 뺄셈 전략

| 뺄셈전략 | 7 - 2 | 9 - 3 | 5 - 2 | 6 - 4 | 5 - 3 | 8 - 5 | 9 - 7 | 8 - 0<br>6 - 7<br>9 - 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SF | 45.0 | 50.0 | 50.0 | 50.0 | 45.0 | 52.5 | 50.0 | |
| CD | 12.5 | 10.0 | 12.5 | 7.5 | 12.5 | 7.5 | 10.0 | |
| CU | 2.5 | 0.0 | 0.0 | 5.0 | 2.5 | 5.0 | 10.0 | |
| CD | 35.0 | 35.0 | 30.0 | 32.5 | 32.5 | 30.0 | 25.0 | |
| DE | 5.0 | 5.0 | 7.5 | 5.0 | 7.5 | 5.0 | 5.0 | 100.0 |

<표 9> 형식적전략과 비형식적전략의 비교

| 전 략 | | 덧 셈 | 뺄 셈 |
|---|---|---|---|
| 비형식적 전략 | 구체적세기 | 38.9 | 48.9 |
| | 사고적세기 | 33.6 | 13.9 |
| 형식적 전략 | 합성및분해 | 16.7 | 31.4 |
| | 인출 | 10.8 | 5.8 |

* * 머리속으로세기 전략은 사고적세기전략에서 합성 및 분해 와 인출이 제외된 것이다.

비형식적인 전략인 손가락으로 덜어내기 전략(CF)을 사용하는 아동들과 사고적전략(CD, CU)을 사용하는 아동들이 비율이 거의 비슷하게 나타났고, 또 형식적 전략인 합성·분해, 인출로 문제를 해결하는 아동의 비율이 피감수와 감수의 크기에 상관없이 거의 비슷하게 나타났다. 이러한 결과도 덧셈과 마찬가지로 여러가지 전략을 사용할 수 있는 아동들이 가장 익숙한 한 가지 전략만을 사용하기 때문인 것으로 풀이된다.

CD를 사용하는 아동의 비율이 CU를 사용하는 아동의 비율보다 높게 나타난 것은 Carpenter와 Moser(1984)의 연구 결과 CU가 CD에 비해 더 쉽고 자주 사용된다는 것과는 상반된 결과이다. 이는 많은 아동들이 뺄셈을 "뺀다"라는 유일한 의미로만 알고 있기 때문인 것으로 보여진다.

덧셈과 뺄셈에 사용된 전략을 형식적전략과 비형식적전략으로 구분하여 비교해 보면 <표 9>과 같다.

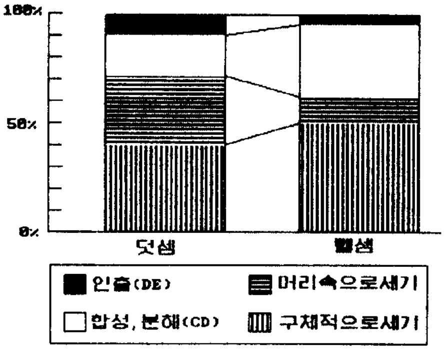
<표 9>에 의하면 아동들이 덧셈문제를 해결할 때 구체적으로 세기 전략, 머리속으로 세기 전략, 합성·분해 전략, 인출 전략의 순으로 사용하고 있다.

뺄셈의 경우 구체적으로 세기 전략, 합성 및 분해, 머리속으로 세기 전략, 인출 전략의 순으로 사용하고 있다. 이를 그림으로 나타내면 <그림 1>과 같다.

<그림 1>에 의하면 덧셈문제를 해결할 때와 뺄셈문제를 해결할 때의 전략의 차이가 있음을 알 수 있다. 뺄셈문제를 해결할 때는 구체적으로 세는 전략(손가락 사용)과 피감수를 감수와 어떤수의 합으로 생각하여 해결하는 합성·분해 전략을 사용한 비율이 덧셈을 해결할 때보다 훨씬 높았으며, 반면에 머리 속으로 세는 전략과 인출에 의해 해결하는 비율이 덧셈에 비

해 뺄셈에서 매우 낮은 것으로 나타났다. 이로부터 아동들이 덧셈보다는 뺄셈을 더 어려워하고 있다는 것을 알 수 있다

<그림 1> 덧셈과 뺄셈 전략의 사용 분포




계산기능의 수준과 사용전략간의 차이를 알아보기 위하여 $\chi^2$검정을 한 결과 유의수준 0.05에서 의미있는 차이를 보였다. 따라서 계산기능 수준이 높은 아동들이 사용하는 전략과 낮은 아동들이 사용하는 전략이 다르다고 할 수있다.

## Ⅳ. 결 론

본 연구는 국민학교 1학년 아동들의 계산기능 수준과 아동들이 사용하는 덧셈 · 뺄셈의 전략의 분포를 조사하고, 계산기능의 수준과 전략 사이에 차이가 있는지를 분석해 보고자 하였다. 연구의 대상으로 대도시, 중소도시의 국민학교 1학년 1학급과 군 단위의 국민학교 1학년 전체 아동(총136명)을 대상으로 1학년 1학기부터 2학년 2학기까지의 계산 기능검사를 실시한 후 계산기능의 수준과 지역간의 차이를 알아 보았다. 또한 계산 기능 검사를 실시한 대도시의 1학년 한 학급 40명 전체를 대상으로 덧셈·뺄셈 전략의 분포를 조사하여 계산 기능의 수준과 전략과의 차이를 분석해 보았다.

본 연구에 사용된 계산 기능 검사지는 연구자가 국민학교 1, 2학년 산수과 교육과정 중 계산 영역에서 학습해야 할 덧셈과 뺄셈 문제를 유형에 따라서 수식형 검사문항을 만들어서 사용하였다.

본 연구의 결과와 그에 따르는 시사점은 다음과 같다.

첫째, 1학년 1학기를 마친 아동들의 80 % 정도가 1학년 2학기 수준의 계산기능을 습득하고 있고, 20% 정도가 2학년 1학기 수준의 계산기능을 습득하고 있다. 그러므로 교육과정에 따른 학습과 병행하여 아동들의 흥미와 호기심을 자극시킬 수 있는 별도의 교수·학습 자료의 확충 및 개발, 그리고 계산기능 수준에 따른 학습방법의 개선이 필요하다 하겠다. 그러나 계산기능의 수준은 대도시, 중소도시, 군지역에 따라 차이가 나지 않으므로 지역별로는 고려할 필요가 없다.

둘째, 덧셈과 뺄셈 단원을 학습하지 않은 국민학교 1학년 아동들이 수식형 덧셈·뺄셈 문제를 해결할 때, 두 수의 크기와 상관없이 전략사용의 다양성이 부족하고 한 가지 전략을 단순 반복적으로 사용하여 문제를 해결하는 경향이 있다. 그러므로 학교에서 수학교육을 할 때 이미 알고 있는 셈법의 단순한 적용을 강조하기 보다는 덧셈·뺄셈 문제의 유형에 따라 좀 더 다양하고 경제적인 전략을 스스로 발견하여 사용할 수 있도록 지도되어야 기본적인 연산 개념을 보다 넓게 확장시킬 수 있을 것이다.

셋째, 아동들의 연산 기능 수준에 따라 그들이 사용하는 전략이 다르므로 교사들은 아동들의 능력에 따른 개별화 교수법을 모색해야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

교육부 (1994). 산수. 1-1. 국정교과서주식회사.
______ (1994). 산수. 1-2. 국정교과서주식회사.
______ (1994). 산수. 2-1. 국정교과서주식회사.
______ (1994). 산수. 2-2. 국정교과서주식회사.

Baroody, A.J. (1984). The case of Felicia: A young child's strategies for reducing memory demands during mental addition. Cognition and Instruction, 1. 109-116.

______ (1987a). The development of counting sttategies for single-digit addition, Journal for Research in Methematicts Education, 18, 141-157

Baroody, A.J. & White, M.S. (1983). The development of counting skills and number conservation. Child Study Journal, 13. 95-105.

Baroody, A.J & Gannon, K. (1984). The development of The commutativity principle and economical addition strategies. Cognition and Instrution, 1. 321-339.

Briars, D.J. & Larkin, J.G. (1984). An integrated model of skills in solving elementary word problems, Cognition and Instruction, 1. 245-296.

Carpenter, T. P. (1980). Heuristic strategies used to solve addition and subtraction problems. In R. Karplus (Ed), Proceeding of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education (pp.317-321). Berkeley, University of Califonia, Lawrence Hall of Science.

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In T. P. Carpenter, J. M. Moser & T.A. Romberg (Eds.), Addition and subtraction: A cognitive perspective Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 9-24.

Fuson, K.C. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. In T.P. Carpenter, J.M. Moser, & T.A. Romberg (Eds.), Addition and subtraction: A cognitive perspective(pp.67-82). Hillsdale, NY: Lawrence Erlbaum Associates. 67-82.

Fuson, K.C. & Mierkiewicz, D.B. (1980). A detailed analysis of the act of counting. Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association, Boston.

Groen, G.J. & Resnick, L.B. (1977). Can preschool children invent addition algorithms? Journal of Educational Psychology, 69. 645-652.

Hughes, M. (1986). Children and Number: Difficulties in Learneng Mathematics. Basil Blackwell, Oxford, England.

Leder, G.C. (1989). Number concepts of preschool children, Perceptual and Motor Skills, 69. 1048-1050.

Young-Loveridge, J.M. (1987). Learning mathematics, British Journal of Devdlopmental Psychology, 5. 155-167.

Starkey, P.A. & Gelman, R. (1982). The development of addition and subtrction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In T.P. Carpenter, J.M. Moser, & T.A. Romberg (Eds.), addition and subtraction: A Cognitive Perspective. Hilladale, NJ: Lawrencs Erlbaum Associates. 28-41.