

한국과 러시아의 고등학교 수학교과서 비교분석 연구 IV

- 고등학교 기하영역을 중심으로 -

최정화 (광주 봉선중학교)

신현용 (한국교원대학교)

II(상)' 교과서 8종, 러시아 중등학교의 7~11학년용 '기하' 교과서를 말한다.

I. 서론

A. 연구의 필요성 및 목적

최근에 러시아의 수학교과서와 우리나라 수학교과서를 비교분석한 결과가 발표되고 있다 (이숙경 외. 1995, 이용곤 외. 1995, 한인기 외. 1995).

본 연구는 우리 나라와 러시아의 고등학교 수학교과서를 기하 영역에서 교과서의 체제와 내용에 대해 비교·분석하여 기하 영역에서의 우리 나라와 러시아 수학교과서 사이에 어떤 유사점과 상이점이 있는가를 살펴봄으로써 우리 나라 수학교과서 개발의 기초 자료를 마련하는 데 그 목적이 있다.

또한 그러한 유사점과 상이점이 우리 나라의 수학교육에 어떤 시사점을 주는지에 대해 살펴봄으로써 우리 나라의 수학교육과정 및 수학교수-학습 방법의 개선에 기여하고자 하는 데도 그 목적이 있다.

B. 용어의 정의

(1) 러시아의 고등학교: 본 연구에서 러시아의 고등학교라 함은 일반 상급 중등학교 10~11학년을 말하고, 한국의 고등학교라 함은 일반계 고등학교 1~3학년을 말한다.

(2) 수학교과서: 본 연구에서 수학교과서라 함은 본 연구에서 연구 대상으로 선정한 한국 고등학교의 '일반 수학' 교과서 8종과 '수학

C. 연구의 제한점

(1) 러시아 중등학교 기하교과서의 학년별 학습 내용이 우리 나라 고등학교 수학교과서 기하 영역의 학습 내용과 완전히 일치하지는 않는다. 따라서, 우리 나라 고등학교 수학교과서의 기하 영역을 기준으로 하여 러시아 중등학교 기하교과서의 내용을 학년에 개의치 않고 비교하였다.

(2) 본 연구에서는 러시아의 중등학교 기하교과서를 번역하는 과정에서 대체로 원문에 충실하게 번역하려고 노력하였으나, 몇 가지 용어에 대해서는 한국 수학교과서에서 사용되는 용어로 번역되기도 하였다.

(3) 본 연구에서는 한국과 러시아 고등학교 학생용 수학교과서의 본문만을 비교·분석하였으며, 연습 문제, 종합 문제, 복습을 위한 문제 등은 제외하였다.

II. 연구 방법 및 절차

A. 연구 대상

한국 교과서는 제 5차 교육과정에 따른 '일반 수학'과 '수학 II(상)'으로 현재 발행되어 있는 8종의 수학교과서 모두를 연구 대상으로 선정하였다.

러시아 교과서는 중등학교의 수학교과서 '대

수' (7~11학년), '대수와 기초 해석'(10~11학년), '기하'(7~11학년) 3종류 5권인데, 이 중 기하 영역이 다루어진 7~11학년용 기하교과서인 *Погорельов А. В.*(보고레로브)가 집필하고, 러시아 교육부가 1993년 발행한 7~11학년용 '기하' 한 종류만을 연구 대상으로 선정하였다.

B. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 다음과 같은 절차에 따라 비교·분석 연구를 수행하였으며, 균형비교와 예시 비교를 병행하였고, 균형비교에서는 특히 순차적 비교와 혼합적 비교를 모두 사용하였다.

- ① 비교 대상 선정
- ② 연구 문제 설정
- ③ 용어 또는 개념의 정의
- ④ 연구 자료의 선정 및 수집
- ⑤ 자료의 병치(併置)와 비교(比較)
- ⑥ 시사점 도출

III. 한국과 러시아의 고등학교 교육 과정

A. 한국의 제 5차 고등학교 교육과정 상에서의 수학

문교부 고시 제88-7호(1988년 3월 1일)에 따른 제 5차 교육과정에서의 일반계 고등학교의 교과와 각 교과의 단위 배당 기준을 자세히 살펴보면 <표 1>과 같다(문교부, 1988).

한국 일반계 고등학교의 이수 단위 총계는 인문·사회 과정과 자연 과정 모두 208 단위이다. 인문·사회 과정은 이 중 '일반 수학'을 8단위 이수하고, '수학 I'을 10단위 이수하므로 고등학교 3년간 수학 교과에 해당되는 과목을 총 18단위 이수하게 된다. 또한, 자연 과정은 '일반 수학'을 8단위 이수하고, '수학 II'를 18단위 이수하므로 고등학교 3년간 수학 교과에 해당되는 과목을 총 18단위 이수하게 된다. 또

<표 1> 한국 일반계 고등학교의 교과별 단위 배당 기준

교과	과목	보통교과		
		공통필수	과정별선택	
			인문사회과정	자연과정
국민윤리	국민윤리	6		
국어	국문작문법	10	8 6 4	8 4
국사	국사	6		
사회	정치·경제 한국 지리	6 4		
	세계사 사회·문화		4 4	4
	세계 지리		4	
수학	일반수학	8	10	
	수학 I 수학 II			18
과학	과학 I	10	8	8 8 6 6 } 택 1
	과학 II			
	물리학 화학 생물			
	지구과학			
체육	체육	6	8	8
교련	교련	12		
음악	음악	4		
미술	미술	4		
한문	한문		8	4
	영어 I 영어 II	8	12	12
외국어	독일어] 택 1 10] 택 1 10
	프랑스어			
	에스파냐어			
	중국어 일본어			
실업·가정	기술가정] 택 1 8] 택 1 8
	농업 공업 상업 수산업 가정 정보산업] 택 1 8] 택 1 8
교양선택			2	2
이수단위		84	112	112
특별활동		12		
이수단위총계			208	

한, 자연 과정은 '일반 수학'을 8단위 이수하고, '수학 II'를 18단위 이수하므로 고등학교 3년간 수학 교과에 해당되는 과목을 총 26단위 이수하게 된다. 따라서, 한국의 일반계 고등학교의 총 이수 단위에서 수학 교과가 차지하는 비율은 인문·사회 과정이 약 8.75%이며, 자연 과정은 약 12.5%이다.

B. 러시아의 교육과정 상에서의 수학

러시아의 연방교육법은 1992년에 러시아 연방 최고회의에 의해 채택되었다. 러시아 연방 교육부의 1993년 6월 7일자 훈령 No. 237에 의하면 각 과목의 수업에 할당되는 시간은 교육부 장관에 의해서 확정된 러시아의 일반 교육 기관들을 위한 '기본 교수안'의 기준에 의거하여 학교가 수립한다. 러시아 교육부의 훈령 No. 237에 따른 러시아의 보통 교육기관에서 실시되는 일반적인 교육과정을 살펴보면 <표 2>와 같다 (Леонтьева С. М. Р.(레온티예바), 1993) <표 2>에서 '필수 과목'이라 함은 이런 저런 지식 영역을 연구하기 위한 최소한의 시간 수를 규정한 것이다. 학교에서 구체적인 교육 계획을 수립할 때는 각 수업 과목을 그에 상응하는 교육 대상 및 통합 과정으로 선택하면 된다. 예를 들어 '자연 교육'에서는 '주위 세계 알기', '자연 공부', '지리', '생물', '물리', '천문학', '화학', '생태학' 등이 선택될 수 있다.

그리고 '필수 선택 과목'의 시간 수는 지역의 특수성, 학교별 가능성을 고려한 다양한 교육 계획을 실천하기 위한 것으로, 시간 수를 바탕으로 하여 교육 대상을 첨가하거나 새로운 대상을 부가할 수 있다. 예를 들면, 필수 과목의 시간 수를 늘린다든지, '수사학', '발전론', '윤리학', '사회학', '생태학', '경제학 입문', '제 2의 언어' 등과 같은 교육 대상을 보충할 수도 있다.

그리고 <표 2>의 굵은 선 왼쪽의 1, 2, 3학년은 3년제 초등학교의 경우에 수업시간표를

<표 2> 러시아 연방 보통 교육기관의 일반적인 교육과정 상에서의 각 과목별 주당 수업 시간

학년 과목	학년													
	I	II	III	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
모국어	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-	-
러시아문학	4	4	4	4	4	4	4	8	8	6	5	5	4	4
예술	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
필수 과목														
사회교육	-	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	4	4	4
자연교육	-	1	2	2	2	2	2	2	3	6	8	8	4	4
수학	5	5	5	4	4	4	4	5	5	5	4	5	3	3
체육	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
기술	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	2	2
합계	19	20	21	19	19	19	19	26	27	28	30	30	20	20
필수 선택 과목	5	4	3	1	3	5	5	3	3	4	2	3	12	12
필수 이수 시간	24	24	24	20	22	24	24	29	30	32	32	33	32	32
특활 수업	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	6	6
총계	26	27	27	23	25	27	27	32	33	35	35	36	38	38

나타낸 것이다.

또한, 필수 이수 시간은 필수 과목과 필수 선택 과목의 시간 수를 합한 것이고, 특활 수업 시간은 교사와 학생의 상호 이해를 고려해 정할 수 있는 임의의 개별적인 선택 교과이다(한국교육개발원, 1992).

러시아의 중등학교에 해당하는 7~11학년에서의 주당 총 수업 시간 수에서 수학 과목에 할당된 시간수가 차지하는 비율을 살펴보면, 기

초 중등학교인 7~9학년에서는 3년간 일주일에 평균 약 35시간의 수업을 하는데, 그 중 수학은 일주일에 평균 약 5시간으로 약 14%를 차지하고 있다. 또한, 상급 중등학교인 10~11학년은 2년간 일주일에 평균 38시간의 수업을 하는데, 그 중 수학은 일주일에 평균 3시간으로 약 8%를 차지하고 있다. 그러나 러시아는 필수 선택 과목의 시간 수에 의해 융통성을 발휘하여 학교에 따라 이보다 약간 더 많은 시간을 수학에 배당할 수도 있다.

C. 수학 교과서의 편제

1. 한국 고등학교의 수학 교과 편제

한국 고등학교의 수학 교과에 대한 과목은 '일반 수학', '수학 I', '수학 II'로 나누어져 있다. '일반 수학'은 고등학교 1학년에서 공통 필수로 이수해야 할 과목이고, '수학 I'은 고등학교 2~3학년 인문·사회 과정 학생들이 이수해야 할 과목이며, '수학 II(上, 下)'는 고등학교 2~3학년 자연 과정 학생들이 이수해야 할 과목이다. 또한, 수학과 교과의 내용은 대수, 기하, 함수, 확률과 통계의 4가지 영역으로 나누어져 있다(박한식, 1991).

2. 러시아 중등학교의 수학 교과 편제

러시아 중등학교에서의 학년별 수학 교과서의 편제를 살펴보면 <표 3>과 같다.

<표 3> 러시아 중등학교의 수학 교과 편제

학년	7학년	8학년	9학년	10학년	11학년
수학 교과서의 과목 편제	←대→	←기→	←수→	←대수와 기초 해석→	←기하→

IV. 교과서 비교·분석

A. 교과서의 체제면

1. 외적 체제

1) 판형과 크기

한국의 수학교과서는 국판으로 크기가 가로 148mm, 세로 210mm이다. 이에 비해, 러시아의 기하교과서의 판형은 가로 142mm, 세로 213mm이나 표지가 가로 148mm, 세로 222mm인 하드 커버로 되어 있어 실제로는 좀 더 크게 느껴진다. 따라서, 외형적인 크기는 러시아의 기하교과서가 한국의 수학교과서에 비해 가로는 약간 좁고 세로는 조금 더 길다.

2) 글자 크기

한국의 수학교과서에서는 주로 10.5point 크기의 글자를 사용하고 있으나, 본문 내의 문제, 연습 문제, 기본 확인 문제, 종합 문제 등의 문제를 제시할 때는 좀 더 작은 크기의 글자를 사용하고 있고, 표지, 목차, 단원의 첫머리 등에서는 장식적 의도로 좀 더 크고 진한 글자를 사용하고 있다. 반면에 러시아 기하교과서에서는 주로 6point 크기의 글자를 사용하고 있고, 단원의 첫머리와 학습 내용은 한국의 수학교과서와 마찬가지로 좀 더 크고 진한 글자를 사용해 장식하고 있다.

3) 한 페이지의 행의 수와 글자 사이의 띄기

한국의 수학교과서는 한 페이지가 약 22행~26행이나 러시아의 기하교과서는 약 38행~48행으로 한국의 수학교과서에 비해 한 페이지의 행의 수가 훨씬 많다. 한편, 글자 사이의 띄기는 한국의 수학교과서가 3mm인 반면에 러시아 기하교과서는 2mm로 더 좁다.

4) 여백 처리

한국의 수학교과서는 위 여백 28mm, 아래 여백 22mm, 바깥쪽 여백 20mm, 안쪽 여백 18mm로 전체 판면에 대한 학습 내용이 제시된 판면의 비율이 56.6%인 반면에, 러시아의 기하교과서는 위, 아래, 안쪽, 바깥쪽 모두 14mm로 전체 판면에 대한 학습 내용이 제시된 판면의 비율이

69.7%이다.

2. 내적 체제

1) 중등 수학교과서에서의 기하의 비율

교과서에서의 기하 비율이 실제 학습량에서의 기하의 비율을 함의하고 있다고 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 한국과 러시아 중등 수학교과서 본문의 전체 페이지 수에 대해 기하 영역이 차지하고 있는 페이지 수의 비율을 조사하였다. 그 내용을 요약하여 표로 정리해 보면 <표 4>과 <표 5>와 같다.

<표 4> 한국 중등 수학교과서에서의 기하의 비율

교과서	평균 페이지 수		백분율 (%)	
	전체	기하		
중학교	수학 1	297	105	35.4
	수학 2	263	93	35.4
	수학 3	279	110	39.4
	전체			36.8
고등학교	일반 수학	279	59	21.1
	수학 I	274	0	0
	수학 II(상)	247	101	40.9
	수학 II(하)	273	0	0
	인문·사회 과정	277	30	10.8
	자연 과정	266	53	19.9
중등	인문·사회 과정	232	61	26.3
	자연 과정	273	78	28.6

<표 5> 러시아 중등 수학교과서별 페이지 수와 학년별 기하 비율

학년	각 교과서별 페이지			기하 비율 (%)
	대수	대수와 기초 해석	기하	
7학년	227		78	24.8
8학년	228		92	
9학년	235		58	
10학년		294	62	31.1
11학년			71	
전체	690	294	361	26.8

한국은 수학교과서의 본문 페이지 수에 대한 기하 영역의 페이지 수의 비율이 중학교는 약 36.8%이고, 고등학교는 '일반 수학'과 '수학 I'을 이수하는 인문·사회 과정이 약 10.8%, '일반 수학'과 '수학 II'를 이수하는 자연 과정이 약 19.9%이다. 따라서 중등학교 전 과정에 대해 살펴보면, 인문·사회 과정을 거치는 학생의 경우에는 약 26.3%이고, 자연 과정을 거치는 학생의 경우에는 약 28.6%이다.

러시아는 전체 수학교과서의 본문 페이지 수에 대한 기하 영역의 페이지 수의 비율이 7~9학년은 약 24.8%이고, 10~11학년은 약 31.1%이다. 따라서 러시아의 중등학교 전 과정에서 전체 수학교과서의 본문 페이지 수에 대한 기하 영역의 페이지 수의 비율은 약 26.8%이다.

이와 같은 사실을 종합하여 한국의 중학교를 러시아의 7~9학년과 비교하고, 한국의 고등학교를 러시아의 10~11학년과 비교해 볼 때, 한국은 중학교에서의 기하가 차지하는 비율이 고등학교에 비해 현저히 높은 반면에, 러시아는 7~9학년에서보다 10~11학년에서 기하가 차지하는 비율이 훨씬 더 높게 나타났다. 따라서, 한국은 러시아에 비해 고등학교보다 중학교에 기하가 현저히 편중되어 있음을 알 수 있다.

2) 단원 조직

(1) 한국 수학교과서의 단원 조직

'일반 수학'은 6~8개, '수학 I'과 '수학 II(상)'은 6~7개, '수학 II(하)'는 3~5개의 단원으로 나누어져 있다. 각 단원은 다시 몇 개의 중단원으로 나누어지며, 중단원은 다시 몇 개의 소단원으로 나누어진다. 소단원은 몇 개의 작은 학습 주제들로 구성되어 있는데, 먼저 학습동기 유발을 위한 도입 단계로 가벼운 물음이 주어지고, 이 물음으로부터 자연스럽게 학습 주제를 유도하여 설명한 후 본문의 정의나 해설을 돕기 위한 구체적인 보기나 예가 제시된다. 그 다음에는 학습한 내용을 대표할 수 있는 문제가

풀이와 함께 예제 형식으로 주어지고, 본문의 내용과 예제의 이해와 확인을 위한 문제가 여러 개 다시 주어지면서 하나의 학습 주제가 마무리된다. 이런 식으로 전개되는 몇 개의 소단원이 반복되는 중단원의 말미에는 중단원의 학습 내용을 종합적으로 정리하고 복습할 수 있는 연습 문제가 제시되어 있다. 이런 중단원 2~4개가 모여 한 단원이 형성되며, 단원의 마지막에 학습한 내용에 대한 종합적인 응용력을 기르기 위한 종합 문제가 제시되어 있다. 또한, 책에 따라 개성 있게 선수 학습 내용을 확인하는 '준비 학습', 그 단원에서 학습한 중요한 기본 사항을 확인하는 '기본 확인 문제', 그 단원에서 학습한 내용에 대한 종합적인 응용력을 기르기 위한 '심화 학습 문제', 단원의 주요 내용을 요약한 '단원 요약', 교육과정 이외의 시간과 학습 수준에 따라 참고적으로 학습할 수 있는 내용의 '연구'나 '발전 학습' 등이 명칭만 약간 다를 뿐 유사한 기능과 목적으로 제시되어 있다.

(2) 러시아 기하교과서의 단원 조직

러시아의 기하교과서는 학습 영역이 크게 7~9학년의 "평면 기하학", 10~11학년의 "공간 기하학"으로 나누어져 있고, 7학년에서 11학년까지 총 22개 단원, 210개의 학습 주제가 제시되어 있다. 단원명과 학습 주제는 7학년에서 11학년까지 일련 번호를 매겨 직렬로 나열하고 있다. 각 단원명이 제시된 후 학습 주제가 바로 제시되며, 그 뒤에 학습 주제에 관한 설명이나 정리의 증명이 전개된다. 한 학습 주제 말미에 한국 교과서의 예제와 같은 문제 1~2개가 풀이와 함께 제시된 후 바로 다음 학습 주제로 넘어간다. 단원의 마지막에는 본문의 모든 학습 내용을 반복하여 복습하는 '확인 문제'가 제시된 후, 종합적으로 정리·응용할 수 있는 문제를 모아 다시 '문제'로 제시하고 있다.

예를 들어보면, '§8. 평면에서의 데카르트 좌표' 단원에서는 단원명 '§8. 평면에서의 데카르트

트 좌표'가 제시되고, 바로 그 단원의 첫 번째 학습 주제명 '71. 데카르트 좌표의 정의'가 제시된다. 약 두 페이지에 걸쳐 좌표 평면의 기본 개념이 설명되고, 이에 대한 문제 하나가 풀이와 함께 제시된다. 그 다음 바로 새로운 학습 주제명 '72. 선분의 중점의 좌표'가 제시되고, 이것에 대한 약 반 페이지에 걸친 설명, 이와 관련된 문제 하나가 풀이와 함께 또한 제시된다. 이런 식으로 11개의 학습 주제가 다루어진 다음, 15개의 문제로 이루어진 '확인 문제'와 62개의 문제로 이루어진 '문제'가 제시된다.

(3) 한국의 수학교과서와 러시아 기하교과서의 단원 조직 비교

앞에서 '가. 한국 수학교과서의 단원 조직'과 '나. 러시아 기하교과서의 단원 조직'에서 각각 살펴 본 내용을 종합해 보면 한국의 수학교과서와 러시아의 기하교과서의 단원 조직은 크게 다음과 같은 점에서 차이가 있다.

① 한국의 수학교과서는 학습동기 유발을 위해 단원의 앞 부분에서 그 단원의 학습 내용의 응용 분야나 역사적 배경, 수학자 소개 등을 하고 있는 반면에, 러시아 기하교과서에서는 단지 본문 내용과 관련하여 수학자에 대한 소개를 학습 주제에 대한 설명에 포함시켜 직접적으로 언급하고 있을 뿐이다.

② 학습 주제를 설명하기 위해 한국 수학교과서는 '물음', '보거나 예' 등을 통해 학습 주제로의 자연스러운 탐구를 유도하고 있는 반면에, 러시아 기하교과서는 바로 학습 주제를 설명하거나 학습 주제와 관련된 정리를 증명해 나가는 식으로 단도직입적으로 학습 주제에 돌입한다.

③ 한국의 수학교과서에서는 단원의 말미에 그 단원에서 학습한 내용에 대한 중요한 기본 사항을 반복·확인하기 위한 기본 확인 문제가 '일반 수학' 교과서 1종, '수학 II' 교과서 2종에만 제시되어 있고, 제시되어 있는 문제 수도 그리 많지 않으나, 러시아 기하교과서는 단원의

말미에 그 단원에서 학습한 거의 모든 학습 내용에 대해 반복·확인하는 문제를 제시하고 있다.

④ 한국의 수학교과서는 그 단원에서 학습한 내용을 종합적으로 정리하기 위한 '종합 문제'와 이보다 약간 더 높은 수준으로 그 단원에서 학습한 내용을 좀 더 심도 있게 학습하기 위한 '심화 학습 문제'가 형식만 약간 달리하여 거의 모든 수학교과서에 제시되어 있다. 그러나 러시아 기하교과서는 아주 많은 문제가 '문제'에 한꺼번에 제시되어 있고, 이 문제들 중 더 높은 수준의 응용 문제에는 '*' 표시를 하여 분류해 놓았다.

⑤ 한국의 일부 수학교과서에서는 교육과정 이외에 시간과 학습 수준에 따라 참고적으로 학습할 수 있는 내용을 '연구'나 '발전 학습' 등의 형태로 제시하고 있으나 러시아 기하교과서에는 이런 형식의 내용은 전혀 제시되어 있지 않다.

B. 교과서의 내용면

1. 영역별 비교

본 연구에서는 교과 내용을 비교하기 위하여 한국의 제 5차 교육과정에서 기하 영역의 지도 내용 체계와 내용 개요를 분류하고 있는 방법에 따라 한국 고등학교 수학교과서와 러시아 기하교과서에서 공통으로 다루어진 내용에 한해서만 비교하였다.

(1) 평면도형

한국에서는 중학교 1학년에서 좌표 평면의 개념을 함수와 관련하여 간단히 학습한 후, 고등학교 1학년에서 '일반 수학'의 "IV. 도형의 방정식" 단원에서 평면좌표 기하에 대한 내용을 학습하게 된다. 이에 비해, 러시아의 기하교과서에서는 8학년에서 '§8. 평면에서의 데카르트 좌표' 단원에서 중등학교에서 처음으로, 그

리고 마지막으로 평면좌표 기하에 대한 내용을 완전히 학습하게 된다.

한국과 러시아 모두 좌표 평면에서의 도형의 성질을 해석 기하의 측면에서 취급하고 있으며, 함수 또는 방정식, 부등식과 관련된 응용, 적용 문제들을 다루고 있다.

한국은 중학교에서 학습한 좌표 개념을 전제로 하여 피타고라스의 정리를 이용해 두 점 사이의 거리를 구한 후, 직선의 방정식, 원의 방정식, 원과 직선의 위치 관계, 원에 대한 접선의 방정식, 포물선, 포물선과 직선의 위치 관계, 포물선에 대한 접선의 방정식 순서로 학습한다.

반면에 러시아는 좌표 평면에 대한 개념을 학습하고, 피타고라스의 정리를 이용해 두 점 사이의 거리를 학습한 후, 바로 거리 개념을 이용해 원의 방정식을 구한다. 그 다음 직선의 방정식에 대한 내용을 직선의 방정식의 일반형을 중심으로 학습한 후 원과 직선의 관계를 학습하나 원에 대한 접선이나 접선의 방정식에 대해서는 언급하고 있지 않다.

또한, 한국은 도형의 이동에서 '변환'이라는 용어를 사용하지 않고 간단한 이동으로서 평행이동, 대칭이동만을 취급하고 있으나, 러시아는 변환에 대해 폭넓고 깊이 있는 내용을 논증 기하의 측면에서 다루고 있다.

한국은 부등식의 영역과 최적화 이론의 일종인 선형 계획법과 관련된 최대·최소 문제를 실생활에의 응용이라는 측면에서 강조하여 다루고 있으나 러시아는 전혀 다루고 있지 않다.

(2) 공간도형

한국은 공리계를 이용하여 엄밀성을 추구하기보다는 직관에 의해 쉽게 이해할 수 있도록 내용을 전개해 나가고 있다. 그러나 러시아는 평면에서의 10개의 공리에 공간에서 또 다시 3개의 공리를 추가하여 총 13개의 공리를 기초로 하여 엄밀한 논리에 의해서 내용을 전개해 나가고 있다. 한국은 주로 예제 형식을 취하고, 단 3종의 '수학 II(상)' 교과서만이 정리 형식을

취하고 있으며, 명제의 진술을 기호나 문자를 사용하여 진술하고 있다. 반면에 러시아는 정리 형식을 취하고 있으며, 명제의 진술은 기호나 문자를 거의 사용하지 않은 문장으로 진술하고 증명 과정에서만 제한적으로 정의하여 사용하고 있다. 특히, 러시아는 평면 기하에서의 공리 I에 대해 공간에서의 의미를 엄밀히 재해석해 보는 '134. 공리 I에 대한 주' 절이나, '135. 평면에 의한 공간의 분할', 평행 투영을 이용해 공간도형을 평면에 나타낼 수 있음을 설명한 '142. 평면 위에서의 공간도형의 표현', 투영이 기계의 도면을 그리는 데 응용됨을 설명한 '151. 투영의 제도 기술에의 응용' 등과 같은 특색 있는 절들도 포함되어 있다.

(3) 공간좌표와 공간에서의 도형의 변환

한국과 러시아 모두 공간에서 점 또는 도형의 위치를 나타내는 방법으로 공간좌표를 도입하고 있다. 한국은 좌표 평면에서 도형의 변환에 별 비중을 두지 않았던 것처럼 공간에서도 도형의 변환을 전혀 언급하고 있지 않다. 이에 비해서, 러시아는 좌표평면에서와 마찬가지로 선분의 분점에 대해서는 언급하고 있지 않으며, 구의 방정식에 대해서도 전혀 언급하고 있지 않다.

(4) 벡터

한국은 벡터를 크기와 방향을 갖는 양으로 정의하고, 평면과 공간에서 임의의 점을 시점으로 하는 유향선분으로 벡터를 나타낸다. 또한 평면과 공간에서 벡터의 연산(합, 차, 스칼라배, 내적)과 벡터의 성분, 위치벡터를 이용한 평면과 공간에서의 도형의 성질 증명, 벡터 방정식(직선의 방정식, 평면의 방정식)을 취급하고 있다.

러시아는 8학년에서 평면에서의 벡터의 개념, 벡터의 성질, 벡터의 연산들과 연산 법칙들, 공선벡터, 단위벡터, 기본벡터 등 벡터에 대한 전반적인 것을 학습한 다음, 10학년에서 공간도

형과 공간좌표를 학습한 후 다시 공간에서의 벡터의 기본 개념, 연산들과 연산 법칙들에 대해 평면의 개념을 확장하는 수준으로 두 절에 걸쳐 두 페이지를 할애하여 설명하고 있다.

한국은 벡터를 정의한 후 기하학적인 벡터의 화살표 도식을 이용해 합, 차, 스칼라배 등을 학습하고, 나중에 벡터의 성분을 도입하여 해석적으로 벡터의 합, 차, 스칼라배를 다시 설명하나, 러시아는 벡터를 정의한 후 바로 벡터의 성분을 좌표 개념으로 도입하고 벡터의 합, 차, 스칼라배 등을 벡터의 성분을 이용해 해석적으로 전개시켜 나간다는 점에서 차이가 있다.

2. 용어 비교

한국은 제 5차 교육과정에 명시된 용어를 중심으로 하여 고등학교 8종 교과서 대부분이 본문 내에서 정의하고 있는 용어들을 조사하였다. 한편, 러시아는 기하교과서의 본문 내에서 이탤릭체로 진하게 써 놓은 용어를 조사하였다. 학생들의 학습을 돕기 위해 한국은 용어를 진하게 써서 구별하여 놓았고, 러시아는 이탤릭체로 진하게 써서 구별하고 있다. 특히, 한국은 러시아에 비해 학습 주제를 용어 중심으로 설명하거나, 설명한 내용을 용어화 하려는 경향을 보이고 있다. 한국 수학교과서와 러시아의 기하교과서에서 사용하고 있는 용어들을 영역별로 나누어 살펴보면 다음과 같다.

(1) 평면도형에서 사용되는 용어

한국에서는 좌표평면의 개념을 중학교 때 학습한 후 고등학교에서 재언급하고 있는 반면에, 러시아는 8학년에서 처음으로 좌표평면에 대한 개념을 도입하므로 '점의 좌표'에서 한국에 비해 러시아가 더 많은 용어를 새로 정의하고 있다. 또한, '도형의 이동'에서는 한국은 좌표평면과 관련하여 간단히 평행이동과 대칭이동에 대해서만 언급하고 있으나, 러시아는 한 단원을 할애하여 도형의 변환에 대해 자세히 다루므로

한국에 비해 더 많은 용어를 정의하고 있다.

(2) 공간도형

한국은 일부 교과서의 문제에서 '두 평면 사이의 거리', '한 점에서 평면까지의 거리', '꼬인 위치에 있는 두 직선 사이의 거리'라는 용어가 언급되어 있지만 교과서 본문 내용에서는 언급하고 있지 않다.

(3) 좌표공간과 공간에서의 도형의 변환에서 사용된 용어

공간좌표에서 정의되는 용어는 한국이나 러시아 모두 평면좌표에서 정의되는 용어와 거의 중복된다. 그러나 한국이 러시아에 비해 공간좌표를 평면좌표와 중복되게 더 많이 언급하고 있고, 러시아는 평면좌표의 개념을 공간좌표로 확장시키는 정도로 한국에 비해 더 간단히 언급하고 있다. 한편, 러시아는 한국에서는 언급하고 있지 않은 공간에서의 도형의 변환에 대해 평면에서의 도형의 변환을 공간으로 확장시키는 정도로 언급하고 있다. 용어의 수 측면에서는 한국과 러시아가 큰 차이를 보이고 있으나, 여기서는 용어의 수보다 한국과 러시아가 강조하여 다루고 있는 학습 주제에 대해 시사하는 바가 더 크다.

(4) 벡터

한국은 러시아에 비해 벡터 영역에서 훨씬 더 많은 학습 주제를 다루고 있기 때문에 용어의 수도 러시아에 비해 아주 많다. 또한, 한국의 수학교과서는 벡터에 대해 용어를 중심으로 설명을 전개해 나가므로, 한국 수학교과서의 다른 영역에 비해서도 훨씬 많은 용어가 도입되어 있다.

3. 기호 비교

한국은 러시아에 비해 학습 내용을 진술하는데 있어 기호를 많이 사용하는, 반면에 러시아는 학습 내용을 주로 문장으로 진술하고 문제

의 풀이나 증명 과정에서만 필요한 기호를 한국에 비해 더 제한적으로 사용하고 있다. 비교 영역 내의 교과서 본문의 진술 과정에서 사용되고 있는 기호들을 비교해 보면, 대부분이 비슷하나, <표 6>에 제시된 것처럼 일부분만이 약간 다르다.

<표 6> 한국 수학교과서와 러시아 기하교과서에서의 기호의 비교

용어	한국	러시아
평면 위의 점의 좌표	A(x, y), (x, y)	A(x; y), (x; y)
벡터	\vec{a} , \overline{AB}	\vec{a} , \overline{AB} 또는 \vec{a} , \overline{AB}
벡터의 크기	$ \vec{a} $	$ \vec{a} $ 또는 $ \vec{a} $
벡터의 내적	$\vec{a} \cdot \vec{a}$	$\vec{a} \cdot \vec{a}$ 또는 $\vec{a} \cdot \vec{a}$
벡터의 성분	$\vec{a} = (a_1, a_2)$	$\vec{a}(a_1; a_2)$ 또는 $(a_1; a_2)$
공간에서의 점의 좌표	A(x, y, z), (x, y, z)	A(x; y; z), (x; y; z)
공간에서의 점	A, B, C, ...	A, B, C, ...
공간에서의 직선	a, b, c, ...	a, b, c, ...
공간에서의 평면	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$
두 직선 a, b는 평행하다.	$a \parallel b$	$a \parallel b$
두 직선 a와 b는 수직이다.	$a \perp b$	$a \perp b$
선분의 길이	$\overline{AB} = \overline{CI}$	$AB = CI$
탄젠트	$\tan \theta$	$\operatorname{tg} \theta$
소수점	1.23	1,23
변분수식	$\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{a}{\frac{1}{2}}$	$\frac{a}{\sin 30^\circ} = a : \frac{1}{2}$

V. 제언

한국과 러시아의 고등학교 수학교과서를 기하 영역에서 비교·분석한 본 연구가 우리나라의 수학 교육 발전에 작은 도움이라도 될 수 있길 기대해 보면서 마지막으로 다음과 같은 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구의 비교·분석 결과에 의하면 한국과 러시아의 고등학교 수학교과서는 기하 영역에서 학습 내용이나 그 내용의 지도 방법면에서 여러 가지 차이가 있었다. 이러한 차이점들에 대한 교육 현장에서의 실험 연구를 통해 더 바람직한 학습 내용과 지도 방법을 모색하고자 하는 노력이 계속되길 기대해 본다.

둘째, 러시아 기하교과서에서의 기하 교육의 특징은 공리에 기초한 연역적 추론에 의한 5년간의 지속적이고 체계적인 기하 학습이다. 기초 중등학교 학생들에게는 다소 어렵게 느껴지는 면도 없지는 않겠지만, 상급 중등학교 학생들은 기초 중등학교에서의 기하 학습과 연속선 상에서 수학에서의 고등 정신 기능의 하나인 논리적 추론 능력을 기를 수 있을 것이다. 한국의 수학교과서에서의 조작적 활동과 직관적인 활동을 중심으로 한 기하 교육에 러시아의 이러한 기하 교육의 장점을 접목시킴으로써 조화로운 기하 교육이 이루어질 수 있는 방법에 대한 연구가 이루어지길 기대해 본다.

셋째, 학습량에 따른 절대량의 비교는 아닐지라도 교과서에서의 페이지 수의 비율에 의해 살펴 본 중등 수학 교과서에서의 기하의 비율이 러시아는 상급 중등학교가 기초 중등학교에 비해 약간 더 높은 반면에, 한국은 고등학교에 비해 중학교에서의 기하의 비율이 현저히 높았다. 한국의 중등학교에서의 균형 잡힌 기하 교육이 이루어질 수 있는 중등 수학교육과정에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

네째, 한국 수학교과서는 러시아 수학 교과서보다 수학적인 용어나 기호를 더 많이 사용하여 학습 내용을 용어화, 기호화하려는 경향이

강했다. 용어나 기호를 사용하는 데 있어 긍정적인 측면이 물론 많지만, 학습자가 느끼게 되는 부담감과 같은 부정적인 면도 있을 수 있을 것이다. 따라서 수학을 교수하는 데 있어 용어나 기호의 역할과 효과 등에 대한 연구도 역시 필요하다고 생각된다.

다섯째, 러시아의 수학교과서는 각 단원의 말미에 그 단원의 학습 내용 전체를 반복·확인할 수 있는 많은 수의 '확인 문제'를 제시하고 있는 반면에, 한국의 수학 교과서는 일부만이 그것도 아주 작은 수의 문제만을 '기본 확인 문제'로 제시하고 있다. 그 단원에서 학습한 기본적인 내용을 충분히 복습할 수 있도록 하는 수학 교과서의 단원 조직에 대한 관심이 필요하다고 생각된다.

여섯째, 한국 수학교과서가 대수, 해석, 기하 영역을 한 권의 수학 교과서에 통합시켜 놓고 있는 반면에, 러시아의 수학 교과서는 '대수', '대수 및 기초 해석', '기하'와 같이 영역별로 나누어져 있다. 한국의 수학교과서는 학년이 올라감에 따라 단원이 반복되면서 점차적으로 심화 학습이 이루어지는 나선형 학습 체계로 그 나름대로 장점이 있다. 그러나 러시아의 수학 교과서는 학년별 연계성과 기하 교육의 체계성이라는 측면에서 또한 장점이 있다. 따라서, 고등학교의 수학교과서 구성 방식에 따른 학습 효과에 대해 학교 현장에서의 실험 연구에 기초한 이론적인 검토가 필요하다고 생각된다.

일곱째, 한국 수학교과서의 학습 주제가 주로 수학적인 소재만을 사용하여 학습자가 수학을 일상 생활과 분리된 딱딱한 교과로 느끼게 하는 면도 있는 반면에 러시아의 수학교과서는 실용적인 학습 소재와 일상 생활에서 일어나는 문제나 현상들을 다룸으로써 수학에 대해 학생들이 관심과 흥미, 자신감을 가질 수 있도록 배려하고 있는 점은 우리나라의 수학 교육에 대한 좋은 시사점이 될 수 있으리라고 생각한다.

여덟째, 본 연구를 포함한 이제까지의 구조 연과 러시아의 수학 교과서에 대한 4편의 비교

연구뿐만 아니라 러시아의 수학교육 전반에 걸친 더 다양한 비교 연구가 필요하다고 생각된다.

참 고 문 헌

- 고등학교 일반수학 (1991). 검인정 8종류.
 고등학교 수학 II(상) (1991). 검인정 8종류.
 김도상, 신현성, 이준열, 석용징(1990). 수학교재론. 서울: 경문사.
 문교부 (1988). 제 5차 고등학교 교육과정. 서울: 대한교과서주식회사.
 문교부 (1989). 고등학교 교육과정 해설. 서울: 삼진인쇄주식회사.
 박한식 (1991). 한국 수학교육사. 서울: 교학사.
 박한식, 구광조 (1983). 수학과 교수법. 서울: 교학연구사.
 이규환 (1992). 선진국의 교육제도. 서울: 배영사.
 이용곤, 신현용, 서보억(1995). 한국과 러시아의 수학교과서 비교분석 연구 I. 대한수학교육학회 논문집. 제 34권 제 1호.
 이숙경, 신현용(1995). 한국과 러시아의 수학교과서 비교분석 연구 III. 대한수학교육학회 논문집. 제 34권 제 2호.
 정찬섭 외 3인 (1992). 교과용 도서 체제 개선을 위한 인간 공학적 연구. '91 교육부 정책 과제. 연세대학교.
 한국교육개발원 (1984). 교과서 체제 개선 연구. 서울: KEDI.
 _____ (1992). 한국-러시아 이해 증진을 위한 역사 교과서 개선 방안 탐색. 서울: KEDI.
 _____(1993). 러시아 교육자료 수집 및 조사 활동 보고서. 서울: KEDI.
 한인기, 신현용, 서보억 (1995). 한국과 러시아의 수학교과서 비교분석 연구 II. 대한수학교육학회 논문집. 제 34권 제 1호.
 Погорелов, А. В.(뽀고레로브) (1993). Геометри(기하), Москва(모스크바): Просвещение(교육부).
 Леонтьева, С. М. Р.(레온티예바) (1993). Общее среднееобразова Росси(Сборник нормативных документов 1992 - 1993 гг.) (러시아 중등교육 (1992-1993년의 기본 문건들의 모음집)), Москва(모스크바) : Просвещение(교육부).
 Chernsheva, L.Y., Firsov, V.V., Teljakovskii, S.A. (1986). Teaching geometry in the USSR. Paris: UNESCO.
 David, H. J. (1982). The technology of text. New Jersey: Educational Technology Publications, Inc.
 Mandl, H., Levin. J. R. (1989). Knowledge acquisition from text and pictures. New York : Elsevier science publishers B. V.
 NCTM (1987). Learning and teaching geometry, K-12. Reston: NCTM.
 Kolyagin, Y.M., Lukankin, G.L., Oganesyanyan, V.A. (1980). Ways of improving mathematics teaching in Soviet general secondary schools. Paris: UNESCO.
 Riordan, J.(1990). Soviet education: the gifted and handicapped, London: Routledge.