

論文95-32B-6-6

잡음이 이동벡터 추정에 미치는 영향

(Effect of Noise on The Estimation of Motion vector)

金二漢*, 金聖大*

(Yi-Han Kim, and Seong-Dae Kim)

요 약

연속 영상으로부터 움직임을 추정하는 대부분의 방법들에서 영상의 밝기는 시간에 무관하게 일정하다고 가정한다. 그러나 다양한 원인에 의하여 첨가되는 잡음과 물체의 부화소 움직임에 따른 표본화의 영향으로 이러한 가정은 타당하지 않을 수 있으며, 따라서 움직임 추정에 있어 오차가 발생할 수 있다. 본 논문에서는 잡음으로 인한 밝기의 변화가 움직임 추정에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였다. 분석을 위하여 잡음은 백색 가우션 분포를 갖는다고 가정하였으며, 분석한 결과 잡음의 영향을 줄이기 위해서는 신호의 밝기 변화가 많아야 하며, 이를 위해서는 표본화율을 낮추어야 함을 알았다. 또한, 잡음과 표본화율과의 관계를 조사하기 위하여 모의 실험을 하였으며, 그 결과 이론적인 사실과 일치함을 확인하였다.

Abstract

The techniques for the estimation of motion vector from the image sequence assume implicitly that the intensity of image is constant through the time. But this assumption can be distorted by such causes as the added noises and the sub-pel motion following the sampling, and the errors can be generated on the motion estimation by the change of intensity. In this paper, we analyzed theoretically the effect of the change of intensity by the noise on the motion estimation with the white Gaussian noise. We know a fact that the signal may be fluctuated to reduce the effect of the noise and so the sampling rate have to make down. Also we confirmed the theoretically analysis through the experiments which investigated the relation between the noises and the sampling rates.

I. 서 론

잡음은 근본영상으로부터 사진기 및 스캐너(scanner)등을 이용하여 실험실에서 사용하는 관측영상을 얻기까지 여러 원인에 의하여 첨가된다. 잡음으로는 대기 중의 먼지나 기타 환경 변화에 의해 일정한 양의

빛이 검출기(photo detector)로 들어오지 않을 때 발생하는 잡음, 비록 일정한 빛이 들어오더라도 빛의 특성에 따라 동일한 전기적인 신호가 발생하지 않는 경우, 그리고 전기적인 신호를 전압으로 바꾸기 위해서는 저항이 필요한데 이때 부정확한 저항 값으로 발생하는 잡음등이 있다. 이 외에 필름에 유착된 은화염의 밀도가 균일하지 못하여 발생하는 은화염 잡음(silver grain noise)이 있으며, 물체의 표면이 균일하지 못하여 발생하는 얼룩(speckle) 잡음 등이 있다. 그림 1은 근본영상을 저장하는 과정에서 포함되는 잡음을 나타

* 正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., KAIST)

接受日字: 1994年10月8日, 수정완료일: 1995年5月25日

낸 것으로 관측영상에는 다양한 잡음이 포함될 수 있다. 그러나 다행스러운 것은 잡음의 대부분이 백색 가우션(white Gaussian) 분포를 갖는다는 것이다. 따라서 본 논문에서는 잡음의 특성에 대하여 시간과 영상의 공간 위치에 따라서 독립(independent)인 평균이 '0'이고 분산이 σ_n^2 인 가우션으로 가정할 것이다^[1]

[2]

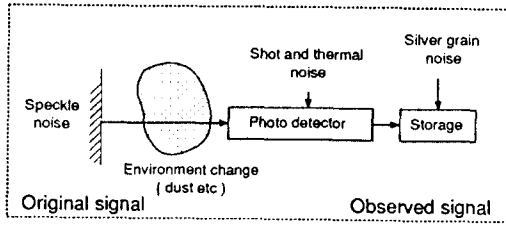


그림 1. 관측영상을 얻는 과정에서 첨가되는 잡음
Fig. 1. Noises added to the observed image.

잡음으로 인하여 이동벡터에 미치는 영향은 신호의 변화가 적은 곳, 즉 영상의 위치에 따른 밝기의 변화가 거의 없는 곳에서는 부정합의 원인이 되는 반면, 변화가 큰 곳에서는 거의 영향을 주지않는다는 것을 직관적으로 알 수 있다. 한편, 연구실에서 사용하는 영상은 표본화된 것이기 때문에 화소에 따른 변화가 크다는 것은 상대적으로 표본화율이 낮다는 것을 의미하며, 따라서 잡음에 따른 이동벡터의 추정 오차를 줄이기 위해서는 가능한 표본화율을 낮추어야 함을 알 수 있다. 물론 물체의 움직임은 화소 단위로 발생한다는 전제 조건이 있어야 한다. 본 논문에서는 이와 같은 잡음과 밝기의 변화 및 표본화율과의 관계에 대하여 정량적으로 분석한다.

관측신호를 $I(x, t)$, 잡음이 없는 근본신호를 $s(x, t)$, 첨가된 잡음을 $n(x, t)$ 라 할 때, 이들은 아래 식과 같은 관계가 있다.

$$I(x, t) = s(x, t) + n(x, t).$$

시간에 따른 신호의 움직임이 $v\delta t$ 라 하면, 잡음이 포함되지 않은 근본신호의 경우 현재신호는 과거신호로 표시될 수 있으며,

$$s(x, t) = s(x - v\delta t, t - \delta t),$$

여기서 δt 는 연속 영상 사이의 시간 간격이다. 그러므로 연속하는 관측신호 사이의 관계는 아래와 같이 표현된다.

$$I(x, t) - I(x - v\delta t, t - \delta t) = n_o(x, t), \quad (1)$$

여기서 $n_o(x, t)$ 는 $n(x, t) - n(x - v\delta t, t - \delta t)$ 로 분산이 $2\sigma_n^2$ 인 백색 가우션이다. 지금까지 제안된 대부분의 움직임 추정 방법들은 식(1)을 이용한 것으로 크게 상관성을 이용한 방법과 밝기 분포의 경사를 이용한 것으로 분류할 수 있다. 상관성을 이용한 대표적인 방법으로는 블럭 정합법(Block Matching Algorithm, BMA)이 있으며, 경사를 이용한 방법(Gradient-Based Method, GBM)은 부호화를 위한 움직임 추정 방법에서는 일반적으로 화소 순환법(Pel-Recursive Algorithm, PRA)로도 불리어 진다. 본 논문에서는 BMA와 GBM에 대하여 잡음이 움직임 추정에 미치는 영향을 분석할 것이다.

II장에서는 물체가 화소 단위로 움직였다는 가정하에서 식(1)을 선형화했을 경우, 즉 GBM의 경우에 잡음과 공간 경사와의 관계를 기존의 분석을 토대로 조사하고 문제점을 지적할 것이다. III장에서는 BMA에서 사용되는 여러 오차함수를 가지고 잡음과 신호의 특성과의 관계를 분석하며, IV장에서는 잡음과 신호의 특성과의 관계를 실험을 통하여 확인할 것이며, 마지막으로 V장에서 결론은 맺는다.

II. GBM에서의 잡음의 영향

기존의 연구자들은 이동벡터 추정에 있어 잡음의 영향을 분석하기 위하여 식(1)을 선형화하여 공간 경사와 잡음과의 관계를 조사하였다^{[3][4]}. 그러므로 본 논문에서는 이에 대하여 자세히 기술한 뒤, 기존의 연구에서 고려한 잡음에 대한 가정의 문제점을 지적하고자 한다. 표기의 편리를 위하여 아래와 같은 새로운 함수를 도입하였다.

$$\begin{aligned} I_2(x) &= I(x, t), \\ I_1(x) &= I(x, t - \delta t), \\ n_o(x) &= n_o(x, t). \end{aligned} \quad (2)$$

식(1)의 왼쪽 두번째 항에 대하여 Taylor 급수를 적용하면,

$$I_1(x - v\delta t) = I_1(x) - v\delta t \cdot I_x(x) + h.o.t.,$$

식(2)에서 $h.o.t.$ 는 2차 이상의 고차항을 의미하는데 이를 무시하면 식(1)과 (2)로부터 잡음이 첨가된, 즉 잡음으로 인하여 오차를 포함한 운동제한식(Motion Constraint Equation, MCE)을 얻을 수 있다.

$$I_1(x) + vI_x(x) = n_o(x). \quad (3)$$

여기서 $I_x(x)$ 는 신호 $I_1(x)$ 의 공간 방향의 변화율이고, $I_1(x)$ 는 시간 방향의 변화율이다.

1. 기존의 분석 방법

경사를 이용하여, 즉 운동제한식을 이용하여 이동벡터를 추정하는 방법에는 일정한 영역 내의 이동벡터는 균일하다고 가정하는 방법과 신호 전체에 걸쳐 이동벡터는 원활(smooth)하게 변한다고 가정하는 방법으로 크게 분류할 수 있다. 그러나 후자의 경우는 그 분석이 매우 어렵고 난해하므로 대부분 전자의 경우에만 그 영향을 분석하였다^[5]. 따라서 본 논문에서는 전자의 경우에 대하여 살펴볼 것이다.

영역의 크기를 N 이라 할 경우, 영역 내의 모든 화소가 동일한 이동벡터를 가진다고 가정했으므로 각 화소마다 식(3)을 적용할 수 있다.

$$n_s(k) = l_s(k) + v_l(k), \quad k=0, \dots, N-1.$$

여기서 기존의 분석에서는 식(3)에서의 MCE 오차와 식(1)에서의 잡음을 동일한 것으로 가정하여 $n_s(k)$ 는 평균이 '0'이고 분산이 $2\sigma_n^2$ 인 백색 가우션이라 하였다. 그러므로 $n_s(k)$ 는 백색 가우션이기 때문에 상호 독립이므로 v 에 대한 조건부 결합(conditional joint) 확률밀도함수(probability density function, pdf)는 각각의 조건부 pdf의 곱으로 표현 가능하다.

$$p(n_s(0), \dots, n_s(N-1)|v) = \prod_{k=0}^{N-1} p(n_s(k)|v),$$

여기서

$$p(n_s(k)|v) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(l_s(k) + v_l(k))^2}{4\sigma_n^2}\right].$$

그러므로 $\vec{n} = \{n_s(0), \dots, n_s(N-1)\}$ 이라 하면, Bayes의 이론으로부터 아래와 같은 관계를 알 수 있다^[6].

$$p(v|\vec{n}) = \frac{\prod_{k=0}^{N-1} p(n_s(k)|v)p(v)}{\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{k=0}^{N-1} p(n_s(k)|v)p(v)dv}.$$

이동벡터의 pdf, $p(v)$ 를 일반적으로 균일 분포로 가정할 수 있으므로, $p(n_s(k)|v)$ 를 위 식에 대입하면 아래와 같은 가우션 분포를 얻을 수 있다^{[3][4]}

$$\begin{aligned} p(v|\vec{n}) &= \frac{\exp\left[-1/(4\sigma_n^2) \sum_{k=0}^{N-1} (l_s(k) + v_l(k))^2\right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-1/(4\sigma_n^2) \sum_{k=0}^{N-1} (l_s(k) + v_l(k))^2\right] dv} \\ &= \frac{\exp\left[-1/(4\sigma_n^2) \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} l_s(k)^2 + \left(v + \frac{\sum_{k=0}^{N-1} l_s(k) l_x(k)}{\sum_{k=0}^{N-1} l_s(k)^2}\right)^2\right\} \right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-1/(4\sigma_n^2) \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} l_s(k)^2 + \left(v + \frac{\sum_{k=0}^{N-1} l_s(k) l_x(k)}{\sum_{k=0}^{N-1} l_s(k)^2}\right)^2\right\} \right] dv} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp\left[-\frac{(v-\hat{v})^2}{2\sigma_v^2}\right], \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{v} &= -\frac{\sum_{k=0}^{N-1} l_s(k) l_x(k)}{\sum_{k=0}^{N-1} l_s(k)^2}, \\ \sigma_v^2 &= \frac{2\sigma_n^2/N}{1/N \sum_{k=0}^{N-1} l_s(k)^2}. \end{aligned}$$

즉, \vec{n} 에 대한 조건부 v 의 pdf는 평균이 \hat{v} 이고 분산이 σ_v^2 인 가우션 분포가 된다. 추정된 이동벡터, \hat{v} 를 가중치 함수를 두어 다시 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \hat{v} &= \sum_{k=0}^{N-1} u(k)v(k), \\ u(k) &= \frac{l_s(k)^2}{\sum_{k=0}^{N-1} l_s(k)^2}, \quad v(k) = -\frac{l_x(k)}{l_s(k)}. \end{aligned}$$

즉, 추정된 이동벡터는 영역 내의 각 화소에서 식(3)의 MCE 오차, $n_s(x)$ 를 무시하고 구한 이동벡터들의 가중치 평균이며, 이 가중치는 공간 경사의 제공에 비례한다. 이것으로 경사를 이용하여 이동벡터를 추정하는 방법은 경사가 큰 부분의 영향을 더 많이 받을 수 있다. 한편, 이동벡터에 대한 분산은 다음의 두 가지 특성을 보여주고 있다. 신호의 경사 값이 클 때 불확실성(uncertainty)이 작아지는데, 이는 밝기 분포의 변화(fluctuation)가 클 경우 잡음의 영향을 적게 받을 수 있다. 또한 영역의 크기를 키울 경우 잡음의 효과를 평균화하기 때문에 불확실성을 감소시킬 수 있다.

이상으로부터 잡음의 영향을 줄이기 위해서는 공간 방향의 변화율이 커야하고, 큰 영역을 사용해야 함을 알 수 있는데, 이는 앞서 기술한 직관적인 생각과 일치하는 결과이다. 그러므로 이동벡터의 추정에 있어 공간 경사가 작은 화소는 사용하지 않는 것도 오차를 줄이기 위한 방법이 될 수 있다.

2. 2차원인 경우의 영향

기존의 분석에서는 2차원인 경우는 고려하지 않았으나, 본 논문에서는 이동벡터와 잡음과의 좀더 명확한 관계를 알아보기 위하여 1차원의 결과를 2차원으로 확장하였다. 2차원 운동제한식은 아래와 같으며,

$$l_x(\vec{x}) + v_x l_x(\vec{x}) + v_y l_y(\vec{x}) = n_o(\vec{x}),$$

여기서 (v_x, v_y) 는 각 방향으로의 이동벡터이고 \vec{x} 는 공간 영역의 좌표이다. 1차원에서와 마찬가지로 잡음이 가우션이라는 가정과 함께 (v_x, v_y) 에 대한 조건부 $n_o(\vec{k})$ 의 pdf는 아래와 같으며,

$$p(n_o(\vec{k})|v_x, v_y) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(l_x(\vec{k}) + v_x l_x(\vec{k}) + v_y l_y(\vec{k}))^2}{4\sigma_n^2}\right].$$

\vec{n} 에 대한 조건부 (v_x, v_y)의 pdf는 1차원으로부터 쉽게 유도할 수 있다.

$$p(v_x, v_y | \vec{n}) = \frac{\exp\{-1/(4\sigma_n^2) \sum_{k \in \mathcal{A}} (l_k(\vec{n}) + v_x l_x(\vec{n}) + v_y l_y(\vec{n}))^2\}}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-1/(4\sigma_n^2) \sum_{k \in \mathcal{A}} (l_k(\vec{n}) + v_x l_x(\vec{n}) + v_y l_y(\vec{n}))^2\} dv_x dv_y}$$

여기서 \mathcal{A} 는 고려한 영역의 화소들의 집합이다. 위 식으로부터 이동벡터, (v_x, v_y)의 각각의 조건부(conditional marginal) pdf를 얻기위하여 아래 식을 이용하였다.

$$p(v_x | \vec{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} p(v_x, v_y | \vec{n}) dv_y,$$

$$p(v_y | \vec{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} p(v_x, v_y | \vec{n}) dv_x.$$

이상의 식들을 이용하여 1차원에서와 비슷한 과정을 거치면, (v_x, v_y) 각각에 대한 평균과 분산을 얻을 수 있다.

$$\hat{v}_x = -\frac{\sum_k l_k^2 \sum_l l_x l_l - \sum_l l_x l_l \sum_k l_k l_l}{\sum_k l_k^2 \sum_l l_l^2 - (\sum_l l_x l_l)^2},$$

$$\hat{v}_y = -\frac{\sum_k l_k^2 \sum_l l_y l_l - \sum_l l_y l_l \sum_k l_k l_l}{\sum_k l_k^2 \sum_l l_l^2 - (\sum_l l_x l_l)^2},$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = -\frac{2\sigma_n^2}{\sum_k l_k^2 - (\sum_l l_x l_l)^2 / \sum_l l_l^2},$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = -\frac{2\sigma_n^2}{\sum_k l_k^2 - (\sum_l l_y l_l)^2 / \sum_l l_l^2}.$$

그림2는 두 공간 경사와 이동벡터의 분산과의 관계를 나타낸 것이다.

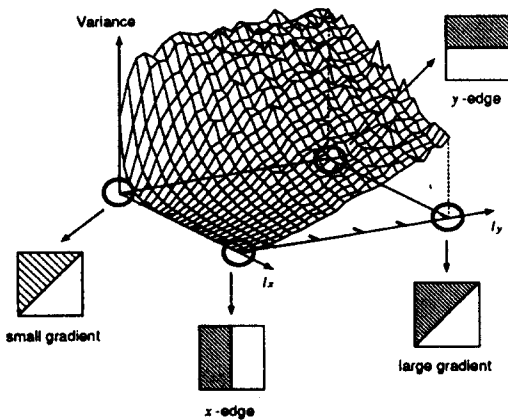


그림 2. (l_x, l_y)와 $\delta \hat{v}_x^2$ 의 관계
Fig. 2. Relation between (l_x, l_y) and $\delta \hat{v}_x^2$.

즉, x 방향의 경사가 클 수록 x 방향에 대한 이동벡터의 불확실성은 작아지는데, 이는 1차원에서와 같은 결과이다. 그러나 1차원과는 달리 2차원의 경우 두 방향 중 한 방향의 경사 값이 극히 작다면, 그 방향으로의 이동벡터는 심한 오차가 발생한다. 더우기 (v_x, v_y)

방향의 공간 경사가 모두 크더라도 각 방향으로 오차가 발생할 수 있는데, 이는 2차원의 경우 경사에 수평한 방향으로의 이동벡터는 찾을 수 없기 때문이다. 이와 같은 현상을 틈새문제 (aperture problem)이라 하며 이를 해결하기 위한 다양한 알고리즘이 제안되어 있다^{9, 10}.

3. 잡음 가정의 문제점

GBM의 경우 기존의 분석에서는 MCE 오차에 대하여 단순히 분산이 $2\sigma_n^2$ 인 가우션으로 가정하였다. 이러한 가정은 추정된 이동벡터가 기존의 여러 방법에서 추정한 것(MLE나 선형회기법에 의하여 추정된 이동벡터 [11])과 일치하므로 일견 타당해 보이지만, 선형화하는 과정에서 식(3)처럼 잡음이 간단히 처리될 수 없다.

1) MCE 오차

잡음이 첨가된 신호로부터 운동제한식을 얻는 과정에서 신호의 고차항을 무시하면 근본신호로 인한 항은 제거되어 식(1)은 아래와 같이 된다.

$$l(x) + v l_x(x) = n_t + v n_x(x) = n_n(x).$$

잡음의 미분항이 MCE에 포함되며, 따라서 선형화로 인한 MCE 오차의 분산은 움직임에 영향을 받는다.

$$var(n_n(x)) = 2(1 + v^2)\sigma_n^2.$$

MCE 오차의 분산이 이동벡터의 함수이므로 선형화했을 경우 잡음의 영향은 이전과 같이 간단한 형태로 유도될 수 없다. 그러나 이를 수식적으로 명확하게 증명하기란 매우 어려운 문제이다. 그러므로 본 논문에서는 선형화했을 경우 MCE 오차의 분산이 이동벡터에 영향을 받는다는 것을 실험적으로 확인하려 한다.

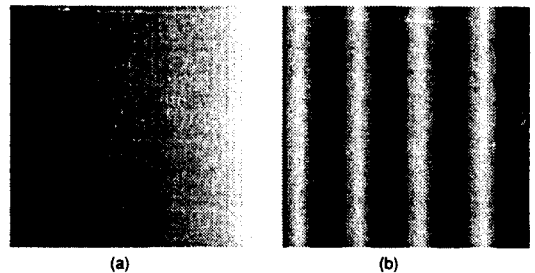


그림 3. 실험에 사용한 영상
(a) 선형영상, (b) 정현파 영상
Fig. 3. Images for experiment.
(a) ramp image (b) sinusoidal image

실험에 사용된 영상은 그림3.(a)와 같이 선형으로 변하는 영상(ramp image)이며, 실험을 위하여 주어

진 영상을 x방향으로만 병진운동한 뒤, 표준편차가 '4' 인 백색 가우션 잡음을 첨가하였다.

그림4.(a)는 선형 영상에서 이동벡터의 크기에 따라 MCE 오차에 대한 pdf를 나타낸 것으로 운동제한식의 잡음이 가우션이라는 가정은 이동벡터가 커짐에 따라 조금씩 왜곡됨을 알 수 있다. 즉, 첨가된 잡음이 비록 가우션이라해도 이동벡터의 크기에 따라 운동제한식의 잡음은 다른 특성을 가질 수 있다. 그림4.(b)는 움직임과 잡음과의 관계를 나타낸 것으로 MCE 오차의 표준편차가 이동벡터에 선형적으로 비례함을 보여준다. 이는 이론적인 결과와 일치하는 것으로 기존의 가정이 잘못된 것임을 알 수 있다.

결론적으로 이동벡터가 큰 경우에는 잡음의 영향을 줄이기 위하여 이동벡터가 작은 경우보다 좀더 넓은 영역을 사용하거나 필터링을 많이 해야 한다. 즉, 이동벡터의 크기에 적응적으로 영역의 크기를 조절하거나 필터링을 하는 것이 바람직하다.

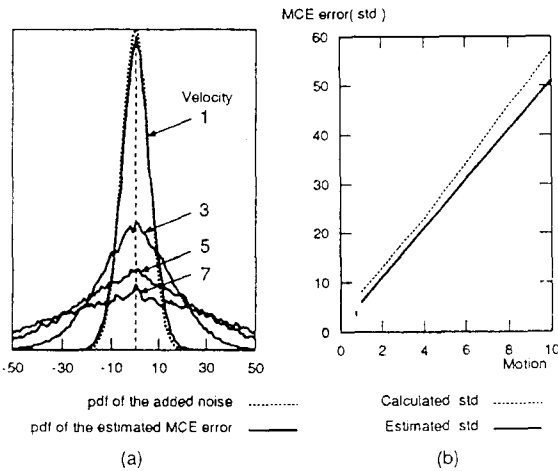


그림 4. MCE오차의 pdf

- (a) 여러 움직임에 대한 MCE 오차의 pdf
- (b) 움직임과 MCE 오차의 분산과의 관계

Fig. 4. pdf of MCE error.

- (a) pdf of MCE error for various motion
- (b) Relation between motion and the variance of MCE error

2) 고차항의 영향

한편, MCE를 구하는 과정에서 고차항의 영향은 무시했는데, 실제 영상에서는 이를 쉽게 무시할 수 없다. 이를 실험적으로 보여주기 위하여 그림3.(b)와 같은 정현파 영상(sinusoidal image)을 사용하였다.

그림5.(a)는 선형 영상과 정현파 영상의 MCE 오차

에 대한 표준편차를 보여준 것으로 정현파 영상의 경우 이동벡터가 커짐에 따라 표준편차가 급격하게 증가하는데, 이는 정현파 영상의 경우 MCE를 구하는 과정에서 무시한 고차항의 영향이 심각하기 때문이다. 그림 5.(b)는 공간 경사를 구함에 있어 이전 및 현재 영상을 모두 사용한 것으로,

$$I_x = \left(\frac{\partial I_1(x)}{\partial x} + \frac{\partial I_2(x)}{\partial x} \right) / 2.$$

이 경우에는 잡음의 영향을 반감함을 보여준다. 그리고 정현파 영상의 경우에도 선형 영상과 비슷한 성능을 보이는데 이는 공간 경사의 평균으로 2차항의 영향이 제거되었기 때문이다¹⁷.

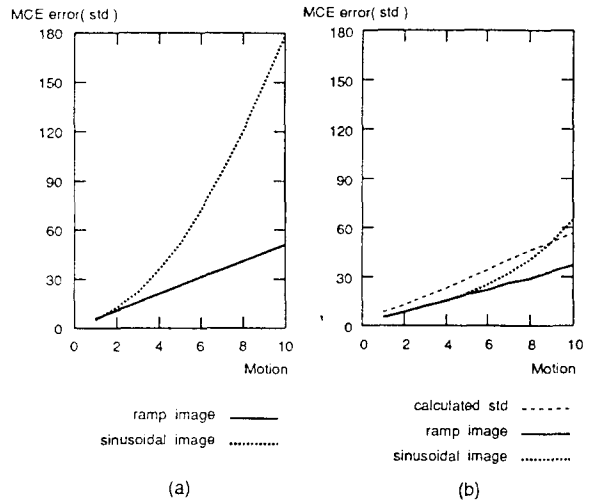


그림 5. MCE 오차의 std

- (a) 단일공간 경사만을 사용했을 경우
- (b) 공간경사의 평균을 사용했을 경우

Fig. 5. std of MCE error.

- (a) Using only a gradient
- (b) Using the average gradients

실험 결과로써 선형화하여 구하는 방법, 즉 GBM은 움직임이 작은 경우에만, 그리고 밝기 분포가 선형적으로 변하는 경우에만 그 결과가 타당함을 알 수 있다. 그러므로 좀더 정확한 결과를 얻기 위해서는 움직임에 적응적으로 영역의 크기를 조절하거나 필터링을 해야 한다. 한편, 잡음의 분산에 이동벡터가 포함되었다 하더라도 추정된 이동벡터의 분산에서 공간 경사의 영향에는 별다른 변화가 없을 것이다. 그러므로 잡음의 영향을 줄이기 위해서는 신호의 변화율이 커야한다는 결과에는 변함이 없다.

III. BMA에서의 잡음의 영향

우리는 2장에서 잡음이 이동벡터 추정에 미치는 영향을 줄이기 위해서는 밝기 분포의 일정한 변화가 있어야 한다는 사실을 확인하였다. 그러나 이러한 결과는 밝기 함수를 1차로 선형화시켜 얻은 결과이고, 더우기 MCE 오차에 대한 가정에 문제가 있으므로 정확한 결과라고는 확신할 수 없다. 따라서 본 장에서는 BMA에서 일반적으로 사용하고 있는 오차함수를 가지고 잡음으로 인한 이동벡터의 추정 오차를 줄이기 위한 신호의 특성을 분석할 것이다. 여기서 신호의 특성이라함은 공간상에서 위치에 따른 밝기의 변화율을 의미한다.

1. CCF의 경우

BMA는 상관성에 근거한 이동벡터 추정 방법으로 잡음의 영향을 조사하기 위하여 먼저 신호의 CCF(cross correlation function)와 잡음과의 관계를 조사하는 것이 타당하다. 그러므로 관측신호의 CCF를 구하면 아래와 같다.

$$C_{ii}(r) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s_1(k-r)s_2(k) + \eta(r), \quad (4)$$

여기서 오른쪽의 첫 번째 항은 근본신호의 CCF, $C_{s_1s_2}(r)$ 이고 $\eta(r)$ 는 잡음으로 인한 항으로 아래와 같다.

$$\eta(r) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [s_1(k-r)n_2(k) + s_2(k)n_1(k-r) + n_1(k-r)n_2(k)].$$

즉, 관측신호에 대하여 CCF를 적용하면 평균과 분산이 아래와 같은 잡음을 포함하게 된다.

$$\begin{aligned} E\{\eta(r)\} &= 0, \\ E\{\eta(r)^2\} &= \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} [2R(l-k) + \sigma_n^2] \sigma_n^2 \delta(l-k) \\ &= \frac{\sigma_n^4}{N} \left[1 + 2 \frac{R(0)}{\sigma_n^2} \right] \\ &= \frac{\sigma_n^4}{N} (1 + 2SNR), \end{aligned}$$

여기서 $\alpha(\cdot)$ 는 Dirac 델타(delta) 함수이고 $R(\cdot)$ 신호의 자기상관함수(auto-correlation function)이며, SNR, 는 입력 SNR이다. 잡음의 영향을 측정하기 위하여 최적점과 주변 점들과의 관계를 조사하여 그 영향을 살펴보고자 한다. 잡음이 포함되지 않은 근본신호의 경우 최적점에서 CCF의 최대 값을 가진다.

$$C_{s_1s_2}(v\delta t) \geq C_{s_1s_2}(r).$$

그러나 잡음의 첨가로 이러한 기본 관계는 확신할 수 없으므로, 최적점과 주변 점들과의 CCF의 편차와 잡음의 분산을 가지고 잡음으로 인한 영향을 확인하려 한다. 신호와 잡음에 대한 전력(power)을 아래와 같

이 정의하였다.

$$\begin{aligned} S_o &= |E\{C_{s_1s_2}(v\delta t) - C_{s_1s_2}(r)\}|, \\ N_o &= \sqrt{\text{var}\{C_{s_1s_2}(v\delta t) - C_{s_1s_2}(r)\}}. \end{aligned}$$

한편, 잡음의 분산을 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} N_o^2 &= \frac{\sigma_n^2}{N} \sum_{m=-N+1}^{N-1} \frac{(1-m)}{N} \cdot R(m) (2\delta m - \delta(m+v\delta t-r) - \delta(m-v\delta t+r)) \\ &\quad + \frac{2\sigma_n^2}{N} \{ (R(0) - R(v\delta t-r)) + \sigma_n^2(1 - \delta(v\delta t-r)) \}. \end{aligned}$$

위 식에서 $|v\delta t-r|$ 는 항상 '0' 보다 큰 경우만을 고려하므로 위 식은 아래와 같이 된다.

$$N_o^2 = 2\sigma_n^2 \left\{ 2R(0) - \left(2 - \frac{|v\delta t-r|}{N} \right) R(v\delta t-r) + \sigma_n^2 \right\}.$$

마지막으로 N_o 이 $|v\delta t-r|$ 보다 충분히 큰 값이라 가정한다면 분산은 좀더 간소화될 수 있다.

$$N_o^2 \approx \frac{2\sigma_n^4}{N} [1 + 2SNR \{ 1 - \rho(v\delta t-r) \}]. \quad (5)$$

위 식에서 $\rho(\cdot)$ 는 정규화된 신호의 자기상관함수(auto-correlation function)이다. 잡음의 영향을 알아보기 위하여 출력 SNR(SNR_o)을 아래와 같이 정의하면,

$$SNR_o = \frac{S_o}{N_o}. \quad (6)$$

앞의 식들을 이용하여 신호와 잡음과의 관계를 구할 수 있다.

$$SNR_o \approx \frac{\sqrt{N} SNR (1 - \rho(v\delta t-r))}{\sqrt{1 + 2SNR (1 - \rho(v\delta t-r))}}. \quad (7)$$

여기서 $R_{s_1s_2}(r) = R(r - v\delta t)$ 이라는 사실을 이용하였다.

2. MSE의 경우

앞 절에서 CCF에 대한 잡음의 영향을 조사하였으나, 실제의 경우 CCF보다는 MSE가 BMA에서 가장 일반적으로 사용되고 있으므로 MSE에 대한 잡음의 영향을 조사하는 것이 바람직하다. 관측신호에 대하여 MSE를 적용하면 아래와 같다.

$$E_{MSE}(r) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (s_2(k) - s_1(k-r))^2 + \eta(r). \quad (8)$$

여기서

$$\eta(r) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [2\{s_2(k) - s_1(k-r)\} \{n_2(k) - n_1(k-r)\} + \{n_2(k) - n_1(k-r)\}^2].$$

따라서 잡음 성분에 대한 평균과 분산을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E\{\eta(r)\} &= 2\sigma_n^2, \\ \text{var}\{\eta(r)\} &= \frac{8\sigma_n^4}{N} \{1 + 2SNR [1 - \rho(v\delta t-r)]\}. \end{aligned}$$

CCF의 경우와 마찬가지로 최적점과 주변 점들과의 크기를 비교하면, N_0 는 아래와 같다.

$$N_0 = \frac{8\sigma_s^4}{N} \{ (1 - \rho(v\delta t - \tau)) + 2SNR_r(1 - \rho(v\delta t - \tau)) \} + \frac{4|v\delta t - \tau|\sigma_s^4}{N^2}$$

$|v\delta t - \tau| > 0$ 일 때, N 이 $|v\delta t - \tau|$ 보다 충분히 큰 값이라 가정하면 분산은 다음과 같이 된다.

$$N_0 \approx \frac{8\sigma_s^4}{N} (1 + 2SNR_r(1 - \rho(v\delta t - \tau))) \quad (9)$$

한편, 순수한 신호에 대한 MSE의 평균을 정리하면,

$$S_e = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E\{ |s_2(k) - s_1(k-\tau)|^2 \} = 2\{R(0) - R(v\delta t - \tau)\}$$

따라서 MSE의 경우 출력 SNR은 아래와 같다.

$$SNR_o \approx \frac{\sqrt{N}SNR_r(1 - \rho(v\delta t - \tau))}{\sqrt{1 + 2SNR_r(1 - \rho(v\delta t - \tau))}} \quad (10)$$

그러므로 식(10)은 식(8)과 일치하며, 따라서 CCF와 MSE의 경우는 같은 출력 SNR을 갖는다. 한편, 위 식에서 보듯이 출력 SNR은 영역의 크기, N , 입력 SNR 및 신호의 특성, $\rho(\cdot)$,에 영향을 받는다.

3. 잡음의 영향

잡음 및 신호 특성과 이동벡터와의 관계를 알아보기 위하여 식(10)에 대하여 컴퓨터 모의 실험을 하였다. 실험에서 영역의 크기는 BMA에서 일반적으로 사용하는 '16'을 택하였으며, 최적점과의 편차는 '1'로 하였다. 앞서 기술했듯이 표본화된 신호에서 신호의 상관성은 표본화율과 관계가 있으므로 실험을 통하여 분석하려는 것은 표본화율과 잡음과의 관계이다. 즉, 주어진 신호의 상관함수의 특성에 따라 잡음의 영향을 줄이기 위한 표본화율을 조사하려는 것이다.

일반적으로 영상의 상관함수는 지수함수라 가정한다¹⁸⁾. 즉, 상관함수의 값은 거리에 따라 지수함수적으로 감소한다.

$$\rho(\tau) = e^{-d|\tau|}$$

그러므로 이 상관함수에 대한 전력 스펙트럼(power spectrum), $S(f)$,은 아래와 같다.

$$S(f) = \frac{2\sigma}{\sigma^2 + (2\pi f)^2}$$

신호의 대역폭(bandwidth), W ,을 전력 스펙트럼이 '1/2'로 감소하는 곳이라 한다면, W 와 σ 와의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma = 2\pi W$$

그리고 지수함수 이외의 상관함수에 대해서도 비슷한 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Sinc function: } \rho(\tau) &= \frac{\sin(\sigma\tau)}{\sigma\tau} \rightarrow S(f) = \begin{cases} \pi/2\sigma, & f \leq |\sigma/2\pi| \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{Gaussian function: } \rho(\tau) &= e^{-\tau^2/2\sigma^2} \rightarrow S(f) = \sqrt{2\pi}\sigma e^{-2\sigma^2\pi^2 f^2} \end{aligned}$$

그림6은 신호의 대역폭이 '0.0625'라 가정했을 때의 상관함수와 전력 스펙트럼이다.

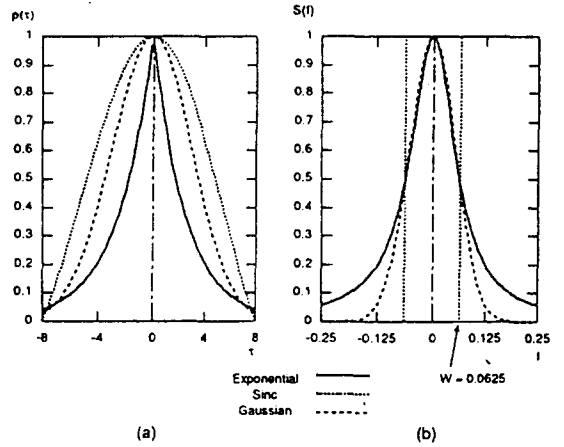


그림 6. (a) 자기상관함수 $p(T)$
(b) 전력스펙트럼 $S(f)$

Fig. 6. (a) Auto-correlation function $p(T)$
(b) Power spectrum $S(f)$

실험에서 입력 SNR은 '30dB'로 하였으며, 이는 일반적인 영상에서 부담없이 받아들일 수 있는 값이다.

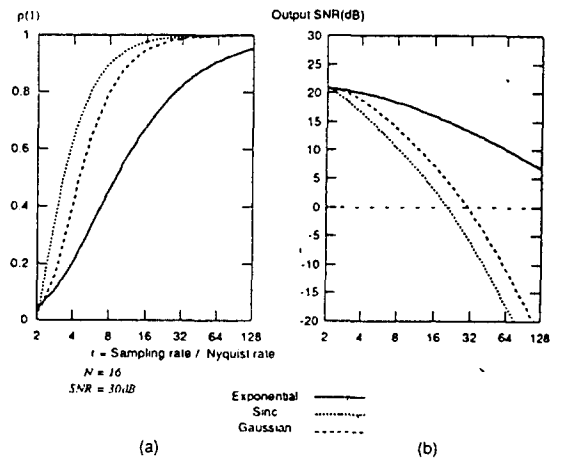


그림 7. 표본화율에 따른 분포
(a) $\rho(1)$ 의 값 (b) $\rho(1)$ 의 값

Fig. 7. Distribution according to sampling rate.
(a) The value of rho(1)
(b) Out-put SNR

그림7.(a)는 표본화율과 $r=1$ 일 때 상관함수의 값과의 관계를 보인 것이고, (b)는 표본화율과 출력 SNR과의 관계이다. 그림에서 x -축은 표본화율과 Nyquist율의 비를 나타낸다. 그림에서 보듯이 잡음으로 인한 영향을 줄이기 위해서는 가능한 표본화율을 낮추어야 함을 알 수 있다. 즉, 표본화율을 낮춤으로써 화소에 따른 신호의 변화를 증가시킬 수 있으며, 그에 따라 잡음의 영향을 줄일 수 있다.

IV. 모의 실험 및 고찰

이상의 이론적인 사실에 대하여 실제 밝기 분포의 변화에 따른 잡음의 영향을 살펴보기 위하여 두 가지 경우에 대하여 실험을 하였다. 먼저, 영역 내에 포함된 주파수 성분에 대하여 잡음의 영향을 알아보기 위하여 정현파 분포를 갖는 1차원 신호를 가지고 실험을 하였으며, 신호의 변화율과 잡음과의 관계를 분석하기 위하여 2차원 영상을 가지고 다양한 잡음의 크기에 대하여 실험을 하였다. 첨가된 잡음의 분산은 백색 가우션 분포를 갖는다.

1. 정현파 신호에 대한 실험

실험은 정현파 신호에 대하여 하였는데, 이는 영역 내에서 신호의 변화율을 명확하게 보여주기 때문이다.

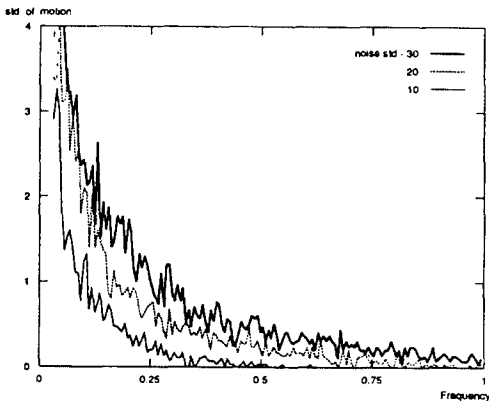


그림 8. 주파수에 따른 잡음의 영향
Fig. 8. The Effect of noise ver. vrequencies of intensity distribution

실험 방법은 '512'개의 표본을 가지는 1차원 신호를 일정한 속도로 움직인 뒤, '16' 크기를 가지는 영역을 가지고 전영역 탐색(full search) BMA를 하였다. 그림8에서 x -축은 영역 내의 파장의 수이고, y -축은 실제 이동벡터와 추정된 이동벡터와의 표준편차이다. 그림은 영역 내의 주파수 성분이 증가할 수록 잡음의 영향은 감소함을 보여주고 있으며, 잡음의 크기에 따라

그 영향은 다름을 알 수 있다. 이러한 결과는 이론적인 사실과 일치하며, 이는 좀더 정확한 이동벡터 추정을 위해서는 영역 내의 밝기 분포의 일정한 변화가 있어야 함을 보여주는 것이다.

2. 실제 영상에 대한 실험

이동벡터 추정에 있어 잡음이 어떠한 영향을 주는가를 알아보기 위하여 그림9.(a)와 같은 프레넬 락판 영상(zone plate image)을 사용하였다.

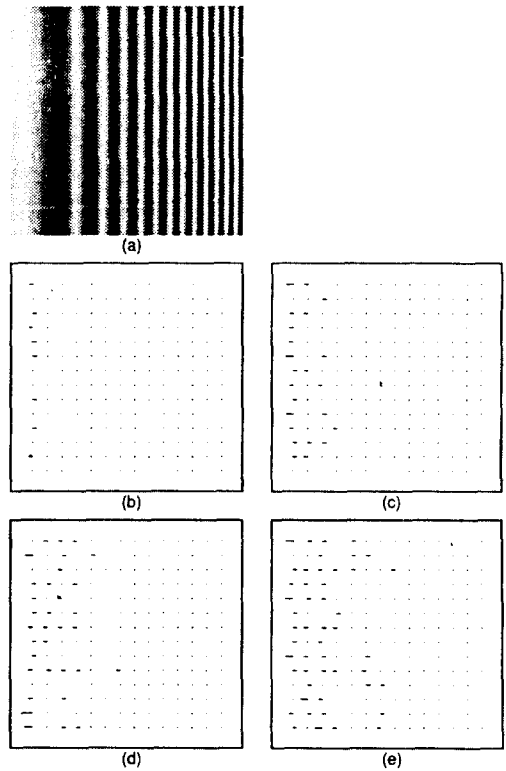


그림 9. 표본화율과 잡음과의 관계
(a) 실험에 사용한 영상
(b) 잡음의 표준편차가 10인 경우에 추정된 이동벡터.
(c) 20, (d) 30, (e) 40

Fig. 9. Relation between noise and sampling rate
(a) Used image
(b) Estimated motion vector in the case of std=10
(c) 20, (d) 30, (e) 40

이 영상은 공간 영역에서 주파수 영역의 특성을 명확하게 보여주기 때문에 잡음과 표본화율과의 관계를 알 수 있다. 실험은 다양한 크기의 잡음에 대하여 하였

으며, 신호와 잡음과의 관계를 알아보기 위하여 x 방향으로만 병진운동하였다. 이동벡터 추정 방법은 전영역 탐색 BMA를 사용하였고, 탐색 방향은 단지 x 방향만을 고려했는데, y 방향으로는 2장에서 언급한 틈새문제로 인하여 이동벡터를 추정하더라도 오차가 심각하기 때문이다. 도시한 이동벡터는 실제 이동벡터와의 차이이며, 신호의 변화율이 클 수록 잡음에 강한 특성을 보이고 있다.

V. 결 론

GBM과 BMA에서 잡음이 이동벡터 추정에 미치는 영향을 분석한 결과 잡음의 영향을 효과적으로 줄이기 위해서는 화소에 따른 신호의 변화가 가능한 커야 한다는 사실을 확인하였다. 이는 신호의 공간 경사가 커야 함을 의미하며, 신호가 고주파 성분을 포함하고 있어야 함을 의미한다. 즉, 급격한 신호의 변화는 그 신호에 대한 특성을 명확히 표현하고 있기 때문에 잡음에 대한 영향을 줄일 수 있다. 이를 위해서는 표본화율을 낮추어야 함을 모의 실험을 통하여 확인하였다. 결론적으로 영역 내에 명확한 특성이 존재하기 위해서는 신호의 특성에 따른 영역의 크기 조절이 필요하다. 즉, 신호의 변화가 거의 없는 곳에서는 영역의 크기를 키워야 하고, 변화가 큰 곳에서는 영역의 크기를 줄이더라도 비교적 정확한 이동벡터를 추정할 수 있다.

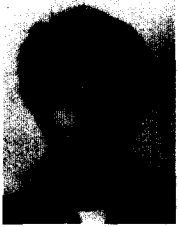
참 고 문 헌

[1] A. K. Jain, "Fundamentals of Digital Image Processing," Prentics-Hall, Inc. 1989
 [2] W. K. Pratt, "Digital Image Processing," Jhon Wiley & Sons, Inc. 1991
 [3] J. H. Lee, "The Effect of Image Filtering on Optical Flow Estimation

and An Efficient Filtering Technique." Ph. D thesis, KAIST, 1993

- [4] R. M. Haralick and L. G. Shapiro, "Computer and Robot Vision," Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1993
 [5] J. K. Kearney, W. B. Thompson, and D. L. Boley, "Optical Flow Estimation : An Error Analysis of Gradient-Based Methods with Local Optimization," IEEE Trans. on PAMI, 9, 2 pp.229-244, Feb. 1987
 [6] A. Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Process," McGraw-Hill Inc. Press, 1984
 [7] Y. H. Kim and S. D. Kim, "Motion Boundary Detection and Motion Vector Estimation by Spatio-Temporal Gradient Method using A New Spatial Gradient," KITE, 30, B2, pp.59-68, Feb. 1993
 [8] N. C. Kim, "A Study on Image Data Compression based on a Generalized Covariance Model," Ph. D thesis, KAIST, 1984
 [9] M. Hotter, "Differential Estimation of The Global Motion Parameters Zoom and Pan," Signal Processing, 16, pp.249-265, 1989
 [10] B. K. G. Horn and B. G. Schunck, "Determining Optical Flow," Artificial Intelligence, 17, pp.185-203, 1981
 [11] A. N. Netravali and J. D. Robbins, "Motion Compensated Television Coding : Part I," Bell System Tech. J., 58, 33, pp.631-669, Mar. 1979

저 자 소 개



金 二 漢(正會員)
1966年 1月 29日生. 1988년
忠南大學校 電子工學科(工學士).
1990年 韓國科學技術院 電氣 및
電子工學科(工學碩士). 1995年
韓國科學技術院 電氣 및 電子工學
科(工學博士). 1995年 ~ 現在

韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科 研修 研究員. 주
관심 분야는 영상처리, 영상통신, 멀티미디어 등임



金 聖 大(正會員)
1953年 12月 26日生. 1977年
서울大學校 電子工學科(工學士).
1979年 韓國科學技術院 電氣 및
電子工學科(工學碩士). 1983年
프랑스 INPT ENSEEIHT(工學博
士). 1984年 ~ 現在 韓國科學技術

院 電氣 및 電子工學科 教授. 주관심분야는 영상처리,
영상통신, 컴퓨터 비전, VLSI 구현 등임