

본 학회지를 발간하는 데 도움을 주신 한국과학기술단체총연합회에 감사드립니다.

자동조타로써 항행하는 선박에 작용하는 불규칙 외란 추정법에 관한 고찰

손 경 호* · 이 경 우** · 김 진 형**

Evaluation of Irregular Disturbances to Ships in Autopilot Navigation

Kyoung-Ho Sohn · Gyoung-Woo Lee** · Jin-Hyoung Kim****

<목 차>

Abstract	2.3 회두각속도 외란
1. 서 언	3. 수치 계산 예
2. 불규칙 외란의 추정법	3.1 공시선과 계산조건
2.1 불규칙 파도에 기인하는 외란 스펙트럼	3.2 계산 결과
2.2 바람의 변동 성분에 기인하는 외란 스펙트럼	4. 결 론
	참고문헌

Abstract

The final aim of our research project is a study on assessment of automatic steering system of ships in open seas. In order to achieve this aim, we need to know the characteristics of each component of the system, and also to know the characteristics of disturbance to ship dynamics.

In this paper, we provide calculation method of irregular disturbance to ships in autopilot navigation in open seas, and also show calculation examples about two kinds of ship, ore carrier and fishing boat. The disturbance consists of irregular wave and random wind. The disturbance is calculated as equivalent yaw angular velocity. Each spectrum and time history of disturbance are reasonably evaluated.

Further investigation concerning to performance index of autopilot system and energy loss related to automatic course keeping, will be dealt with in another paper.

* 정회원, 한국해양대학교 조선공학과

** 한국해양대학교 대학원.

1. 서 언

선박이 대양에서 자동조타로써 항행할 때에는 끊임없이 주위 환경으로부터 외란을 받게 된다. 선박 자동조타 시스템을 보다 정확하게 평가, 해석하기 위해서는 시스템의 각 구성요소의 특성 뿐만 아니라, 시스템에 작용하는 외란 특성을 알아야 한다. 선박 자동조타 시스템은 구성요소로서 오토파일럿(autopilot), 파워유닛(power unit), 조타기(steering gear), 선체운동(ship dynamics) 그리고 컴퍼스(compass)로 이루어져 있는데, 이들 요소중 선체운동은 조타기에 의한 타의 작동에 기인해서도 유발되지만, 바람, 파도 등의 끊임없는 외란에 기인해서도 선체운동이 동시에 유발된다. 이 두가지 성분을 합성한 선체운동 즉, 회두각속도가 컴퍼스를 경유해서 다시 오토파일럿으로 피드백되어 새로운 타각을 명령하게 된다. 이러한 과정에서 외란 특성은 선박 자동조타 시스템의 유일한 외부 입력으로서도 그 역할이 중요하다.

한편, 일반적으로 외란에 기인하는 선체운동은 조타에 기인하는 선체운동에 비해서 고주파수 영역의 운동이라고 할 수 있으며, 주파수 영역이 서로 다른 두 종류의 회두각속도 성분이 동시에 작용하는 자동조타 시스템은 외란 특성에 따라서 시스템의 거동이 크게 좌우된다. 예를 들면, 오토파일럿의 특성은 그대로 두고 외란의 크기만을 여러 형태로 변경시켜 선박의 회두각속도를 관찰해 보면 선수동요 진폭이 감소하기도 하고 때로는 증가하기도 한다는 것이 확인된 바 있다[1].

본 연구에서는 자동조타 시스템의 구성요소의 하나인 선체운동 응답중, 외란에 기인하는 회두각속도 성분을 추정하는 방법에 관해서 검토하였다. 즉, 불규칙 파도와 바람의 변동 성분에 기인하는 외란 스펙트럼의 계산법에 관해서 논하였으며, 계산된 스펙트럼으로부터 외란의 시계열을 구하는 방법을 제시하였다. 그리고 특정한 해상 상태에서의 광석운반선과 어선에 대한 시계산 결과에 대해서 고찰하였다.

2. 불규칙 외란의 추정법

자동조타 항행시에 선체에 작용하는 외란으로서, 불규칙 파도에 의해서 유기되는 외란과 바람의 변동 성분에 의해서 유기되는 외란을 생각한다. 균일한 유속의 조류나 정상풍(定常風)은 이에 상당하는 만큼의 침로 수정이 필요할 따름이므로 자동조타 시스템의 평가에서 제외하기로 한다. 본 연구에서는 상기 외란을 회두각속도로 환산하여 자동조타 시스템에 작용하는 것으로 간주한다. 계산에 필요한 좌표계를 Fig. 1과 같이 정의한다. Fig. 1에서 $\bar{O}-X_0Y_0$ 는 공간고정좌표계, $G-xy$ 는 선체고정좌표계이다. 선박의 조종운동은 $G-xy$ 좌표계에서 정의되며, 운동의 주요 파라미터로서 선박의 회두각속도를 r , 사향각을 β , 타각을 δ 라 한다. 그리고 선체와 파도의 만남각을 χ , 선체와 바람의 만남각(진풍향)을 γ 라 한다.

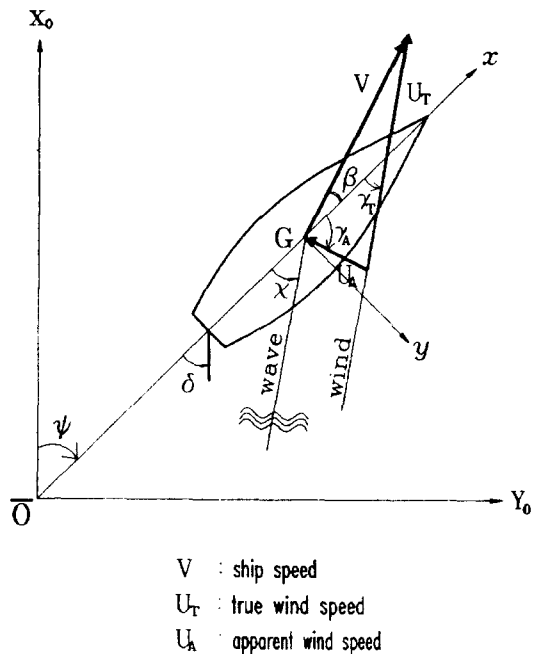


Fig. 1 Coordinate system

2.1 불규칙 파도에 기인하는 외란 스펙트럼

파도가 선체에 유기하는 회두각속도 스펙트럼은 파도의 스펙트럼과 규칙파에 대한 선수동요 응답 함수로부터 다음과 같이 계산할 수 있다. 한편, 선수동요 응답함수는 스트립 이론(NSM)을 이용하여 계산한다[2]. NSM에 의한 응답함수 계산법은 문헌 [2]에 상세히 설명되어 있다.

$$S_{rw}(\omega) = \omega^2 \cdot S_w(\omega) \cdot \left[\frac{\psi_a}{\xi_a}(\omega) \right]^2 \quad (2.1)$$

여기서

- $S_{rw}(\omega)$: 불규칙 파도에 기인하는 선체의 회두각속도 스펙트럼 [deg²/sec]
- $S_w(\omega)$: 파도의 스펙트럼 [m²·sec]
- ω : 파도와 선체의 만남 주파수

$$\left[\frac{\psi_a}{\xi_a}(\omega) \right] : \text{규칙파에 대한 선수동요 응답함수}$$

파도의 스펙트럼은 다음 식으로 표시되는 ISSC 스펙트럼을 이용한다[3].

$$S_w(\omega_0) = 0.11 H_w^2 \omega_1^{-1} \left(\frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^{-5} \times \exp \left[-0.44 \left(\frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^{-4} \right] \quad (2.2)$$

여기서

- ω_0 : 파도의 원주파수, $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$
- T_1 : 평균 파주기, H_w : 유의 파고

만남파 스펙트럼 $S_w(\omega)$ 와 ISSC 스펙트럼 $S_w(\omega_0)$ 사이에는 다음 관계가 성립된다.

$$S_w(\omega) = S_w(\omega_0) / \left(1 - \frac{2\omega_0 V}{g} \cos \chi \right) \quad (2.3)$$

- 여기서 V : 선속, g : 중력가속도
- χ : 파도와 선체의 만남각 ($\chi = 0^\circ$: 선미파, $\chi = 180^\circ$: 선수파)

그리고 만남 주파수와 파도의 원주파수 사이에는 다음 관계가 성립된다.

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{\omega_0}{g} V \cos \chi \right) \quad (2.4)$$

2.2 바람의 변동 성분에 기인하는 외란 스펙트럼

바람이 선체에 유기하는 회두각속도 스펙트럼은 타각으로 환산한 변동풍의 외란 스펙트럼과 선박의 전달 함수를 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다[4].

$$S_{ru}(\omega) = S_\delta(\omega) \cdot |G(j\omega)|^2 \quad (2.5)$$

여기서

- $S_{ru}(\omega)$: 바람의 변동 성분에 기인하는 선체의 회두각속도 스펙트럼 [deg²/sec]
- $S_\delta(\omega)$: 타각으로 환산한 변동풍 외란 스펙트럼 [deg²·sec]

$$G(j\omega) = \frac{K(1+T_3j\omega)}{(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)} : \text{선박의 전달 함수(타각에 대한 회두각속도의 전달함수), } j = \sqrt{-1}$$

K, T_1, T_2, T_3 : 조종성 지수(부록 참조)

식(2.5)에서 정의한, 타각으로 환산한 변동풍의 외란 스펙트럼 계산법은 다음과 같다. 타각 0° 이고, 외력으로서 정상 풍압력을 생각할 때 정상 상태에서의 선형 조종운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -Y_\beta \dot{\beta} - (Y_r' - m' - m_x') r' &= Y_w' \left(\frac{U_A}{V} \right)^2 \\ -N_\beta \dot{\beta} - N_r' r' &= N_w' \left(\frac{U_A}{V} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기서 m', m_x' 는 각각 선체질량과 x 방향 부가 질량의 무차원치, $Y_\beta, Y_r', N_\beta, N_r'$ 은 유체력 미계수, U_A 는 상대풍속이다. 그리고 Y_w', N_w' 는 바람에 기인하는 횡방향 힘과 회두 모멘트의 무차원치로서 다음과 같이 표시된다.

$$Y_w = \frac{\rho_a}{\rho} \cdot \frac{A_S}{Ld} \cdot C_Y \quad (2.7)$$

$$N_w = \frac{\rho_a}{\rho} \cdot \frac{A_S L_{OA}}{L^2 d} \cdot C_N$$

여기서

ρ_a : 공기의 밀도, ρ : 해수의 밀도,
 L : 선체 수선간장, L_{OA} : 선체 전장
 A_S : 수면상부의 선체 길이방향의 투영면적
 C_Y : 풍압력 계수 $C_Y = Y_w / \frac{1}{2} \rho_a U_A^2 A_S$
 C_N : 풍압 모멘트 계수 $C_N = N_w / \frac{1}{2} \rho_a U_A^2 L_{OA} A_S$
 Y_w, N_w : 풍압에 기인하는 횡방향 힘과 회두 모
 멘트

풍압력 계수 C_Y, C_N 는 풍동 실험의 결과로부터
 구할 수 있는데, 본 연구에서는 Isherwood의 회귀식
 [5]을 이용하여 추정한다.

식(2.6)에서 β 를 소거하면

$$r' = \frac{N_w Y_\beta - Y_w N_\beta}{N_\beta(Y_r - m - m_x) - Y_\beta N_r} \cdot \left(\frac{U_A}{V}\right)^2 \quad (2.8)$$

한편, 정상 풍압력에 의한 회두각속도를 등가 타
 각 δ_w 로써 표시하면

$$r' = K \delta_w = \left[\frac{N_\delta Y_\beta - Y_\beta N_\delta}{N_\beta(Y_r - m - m_x) - Y_\beta N_r} \right] \times \left[f(\gamma_A) \cdot \left(\frac{U_A}{V}\right)^2 \right] \quad (2.9)$$

여기서 K 는 선회력 지수, γ_A 는 상대풍향이다.
 그리고 $f(\gamma_A)$ 는 등가 타각계수라 정의하고 식
 (2.8), (2.9)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$f(\gamma_A) = \frac{N_w Y_\beta - Y_w N_\beta}{N_\delta Y_\beta - Y_\beta N_\delta} \quad (2.10)$$

$$\delta_w = f(\gamma_A) \cdot \left(\frac{U_A}{V}\right)^2 \quad (2.11)$$

그리고 선박이 보침중이므로 평균 사향각을 0° 라
 간주하면 코사인 제 2법칙을 이용하여 γ_A 와 U_A
 는 다음과 같이 표시된다.

$$\gamma_A = \cos^{-1} \left[\frac{V^2 + U_A^2 - U_T^2}{2VU_A} \right] \quad (2.12)$$

$$U_A = \sqrt{V^2 + U_T^2 - 2VU_T \cos \gamma_T} \quad (2.13)$$

식(2.10), (2.11)은 정상 풍압력에 대해서 유도된
 결과이지만, 바람과 같이 저주파수 영역의 변동 성
 분을 갖는 경우에는 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$U_A = \bar{U}_A + \tilde{U}_A \quad (2.14)$$

$$\delta_w = \bar{\delta}_w + \tilde{\delta}_w \quad (2.15)$$

여기서 “—” 표시는 정상 성분, “~” 표시는 변
 동 성분을 나타낸다.

식(2.11), (2.14), (2.15)로부터

$$\begin{aligned} \delta_w = \bar{\delta}_w + \tilde{\delta}_w &= f(\gamma_A) \cdot (\bar{U}_A + \tilde{U}_A)^2 / V^2 \\ &= f(\gamma_A) \cdot (\bar{U}_A^2 + 2\bar{U}_A \tilde{U}_A + \tilde{U}_A^2) / V^2 \\ &\approx f(\gamma_A) \cdot (\bar{U}_A^2 + 2\bar{U}_A \tilde{U}_A) / V^2 \end{aligned}$$

상기 식에서 변동 성분만을 양변 등치시키면

$$\tilde{\delta}_w = 2f(\gamma_A) \bar{U}_A \tilde{U}_A / V^2 \quad (2.16)$$

그리고 식(2.13), (2.14)로부터

$$\begin{aligned} (\bar{U}_A + \tilde{U}_A)^2 &= V^2 + (\bar{U}_T + \tilde{U}_T)^2 \\ &\quad - 2V(\bar{U}_T + \tilde{U}_T) \cos \gamma_T \end{aligned}$$

상기 양변에서 고차의 미소항을 생략하고 변동 성
 분만을 양변 등치시키면

$$\tilde{U}_A = \left(\frac{\bar{U}_T}{U_A} - \frac{V}{U_A} \cos \gamma_T\right) \tilde{U}_T \quad (2.17)$$

식(2.17)을 식(2.16)에 대입하면

$$\tilde{\delta}_w = \{2f(\gamma_A) \cdot (\bar{U}_T - V \cos \gamma_T) / V^2\} \tilde{U}_T \quad (2.18)$$

식(2.18)의 $\tilde{\delta}_w$ 와 \tilde{U}_T 를 각각 타각으로 환산한

변동풍 외란 스펙트럼 $S_\delta(\omega)$ 와 풍속의 변동 성분 스펙트럼 $S_u(\omega)$ 로써 표시하면 다음과 같다.

$$S_\delta(\omega) = \{ 2 f(\gamma_A) \cdot \{ \bar{U}_T - V \cos \gamma_T \} / V^2 \}^2 \cdot S_u(\omega) \quad (2.19)$$

한편, 풍속의 변동 성분 스펙트럼으로서는 다음 식으로 표시되는 Davenport 스펙트럼[6]을 이용한다.

$$S_u(\omega) = 4.0 a \cdot \frac{(\bar{U}_T)^2}{\omega} \cdot \frac{b^2}{(1 + b^2)^{4/3}} \quad (2.20)$$

여기서 a : 표면의 마찰 계수(해면의 경우 0.003)
 $b = 600 \omega / (\pi \bar{U}_T)$
 $S_u(\omega)$: 평균 풍속 \bar{U}_T 의 변동 성분 스펙트럼 [m^2/sec]

2.3 횡두각속도 외란

식(2.1)과 (2.5)와 같이 횡두각속도로 환산한 외란 스펙트럼이 구해지면 횡두각속도 외란의 시계열은 다음과 같다.

$$r_d(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{2 S_r(\omega_i) \delta \omega} \cdot \sin(\omega_i t + \epsilon_i) \quad (2.21)$$

여기서 $S_r(\omega)$ 는 외란 스펙트럼 밀도함수로서, $S_{rw}(\omega)$ 또는 $S_{ru}(\omega)$ 이다. 그리고 ϵ_i 는 랜덤 위상각이다.

3. 수치 계산 예

3.1 공시선과 계산조건

시계산에 사용한 선박은 광석운반선과 어선으로서, 주요목 및 정면도와 선수미 형상을 각각 Table 1과 Fig. 2, 3에 나타낸다. 그리고, 계산조건으로서 가장 대표적인 해상상태인 평균 풍속 10 m/sec를 상정한다. 해상에서의 평균 풍속에 대한 평균 파주기와 유의파고의 관계를 규정해 주는 추정식이 많이 제안되어 있는데, 본 연구에서는 WMO(World

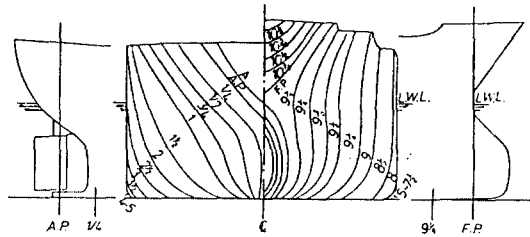


Fig. 2 Body plan and bow and stern profile (ore carrier)

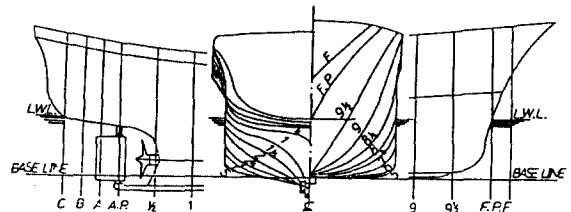


Fig. 3 Body plan and bow and stern profile (fishing boat)

Meteorological Organization) code 1100[7]을 이용하여 평균 파주기와 유의파고를 추정한다.

Table 1 Principal particulars of ships

items		ore carrier	fishing boat
HULL			
Length B.P.	L (m)	247.0	27.90
Breadth	B (m)	40.6	6.30
Mean draft	d (m)	16.0	2.25
Trim	τ (m)	0.0	0.0
Block coefficient	C_B	0.8243	0.6368
Midship section coefficient	C_M	0.9975	0.9335
Rudder			
Height	H (m)	9.94	2.0
Area ratio	A_R/Ld	1/60	1/26.5
Aspect ratio	λ	1.5	1.7
Propeller			
Diameter	D (m)	6.5	1.9
Pitch ratio	P/D	0.65	1.0

WMO code 1100을 Table 2에 나타낸다. Table 2

에 의하면 평균 풍속 (\bar{U}_T) 10 m/sec일 때의 평균 파주기 (T_1)는 5.74초, 유의 파고 (H_w)는 2.2 m이다. 그리고 파도와 선체의 만남각과 진동향은 다 같이 135°를 택하였다($\chi = \gamma_T = 135^\circ$). 그리고 광석운반선과 어선의 항행속도는 각각 Froude 수 0.15, 0.25이다. 양 선박의 유체력 미계수 및 조종성 지수의 추정은 <부록>에 따른다.

Table 2 WMO code 1100

Beaufort (wind scale)	\bar{U}_T (m/sec)	H_w (m)	T_1 (sec)
1	0.95	0.1	1.2
2	2.50	0.2	1.7
3	4.45	0.6	3.0
4	6.75	1.0	3.9
5	9.40	2.0	5.5
6	12.35	3.0	6.7
7	15.55	4.0	7.7
8	19.00	5.5	9.1
9	22.65	7.0	10.2
10	26.50	9.0	11.6
11	30.60	11.5	13.1
12	34.85	14.0	14.1

3.2 계산 결과

상기 두 공시 선박에 대해서 수치 계산한 결과는 다음과 같다. 규칙파에 대한 선수동요 응답함수의 계산 결과는 Fig. 4, 5와 같다.

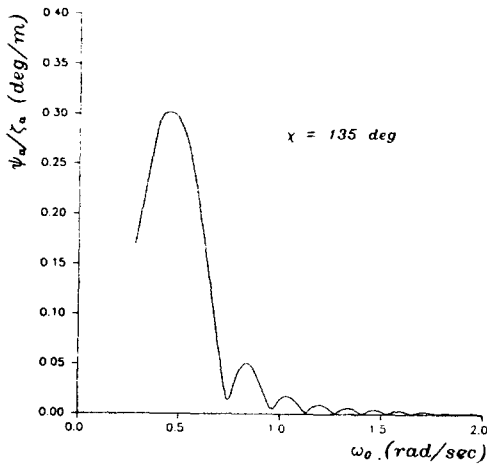


Fig. 4 Response amplitude operator of yaw (ore carrier)

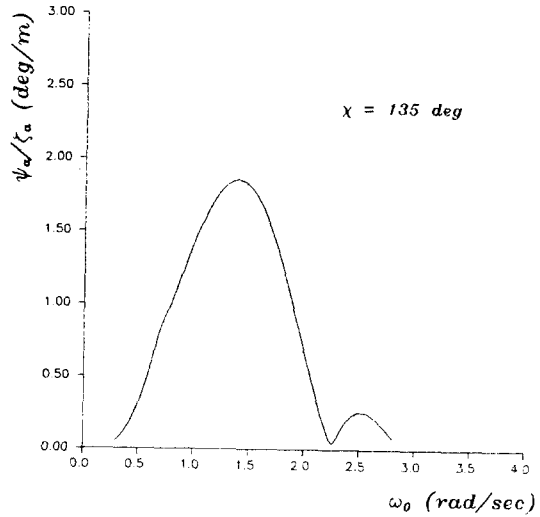
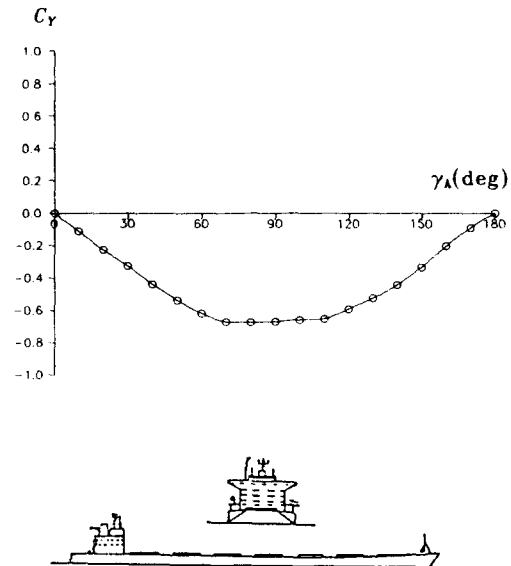


Fig. 5 Response amplitude operator of yaw (fishing boat)

여기서 횡축은 파도의 원주파수, 종축은 단위 파진폭 당 회두각을 나타낸다. Fig. 6, 7은 Isherwood 회귀식 [5]을 이용한 풍압력 및 풍압 모멘트 계산 결과를 나타낸다. 그리고 계산에 필요한 선체 상부구조물의 형상도 동시에 나타낸다.



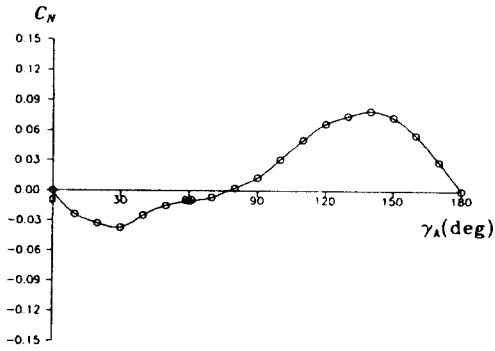


Fig. 6 wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations(ore carrier)

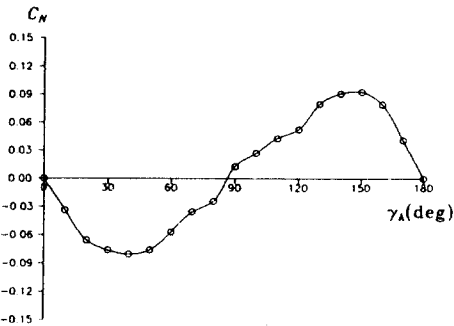
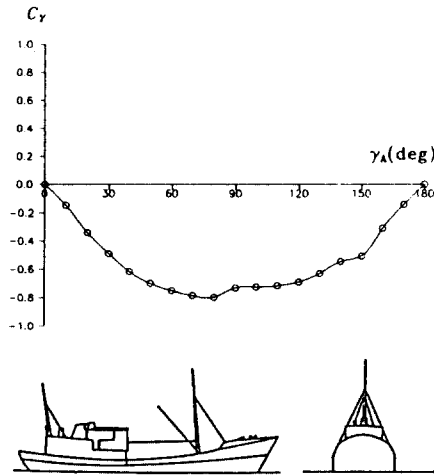


Fig. 7 wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations(fishing boat)

Fig. 8, 9는 등가 타각계수 $f(\gamma_A)$ 의 계산 결과를 나타내고, Fig. 10, 11은 외란 스펙트럼 계산에 사용한 ISSC 파도 스펙트럼과 Davenport 변동풍 스펙트럼을 나타낸다.

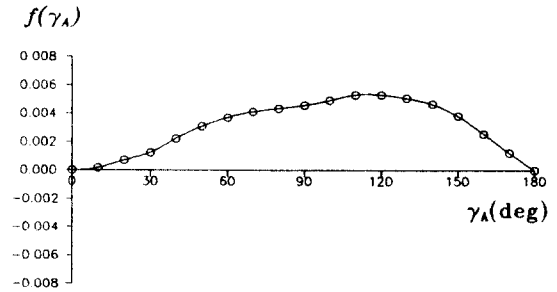


Fig. 8 Equivalent rudder coefficient by wind(ore carrier)

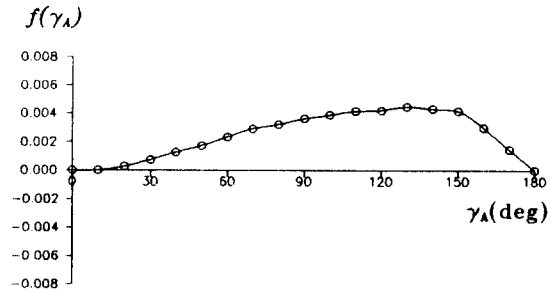


Fig. 9 Equivalent rudder coefficient by wind(fishing boat)

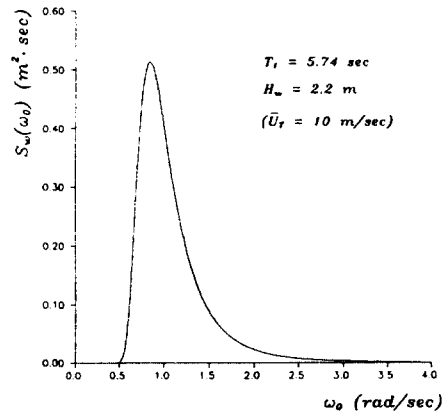


Fig. 10 ISSC wave spectrum

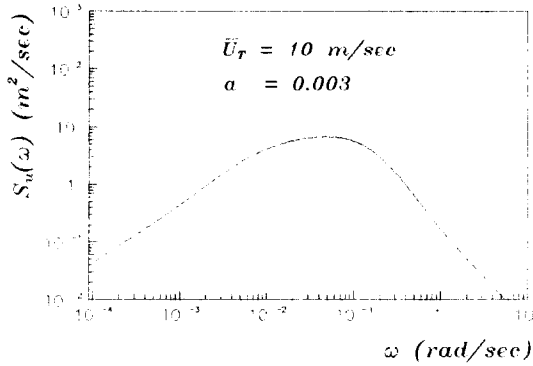
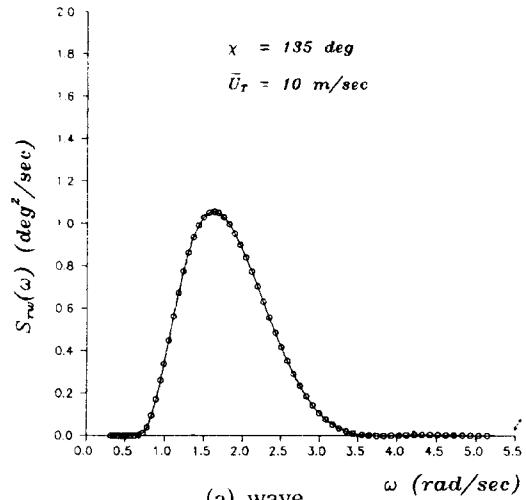
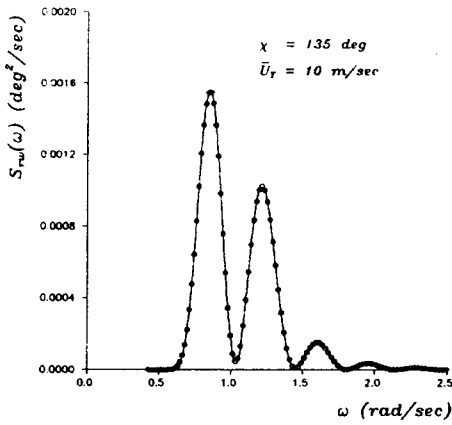


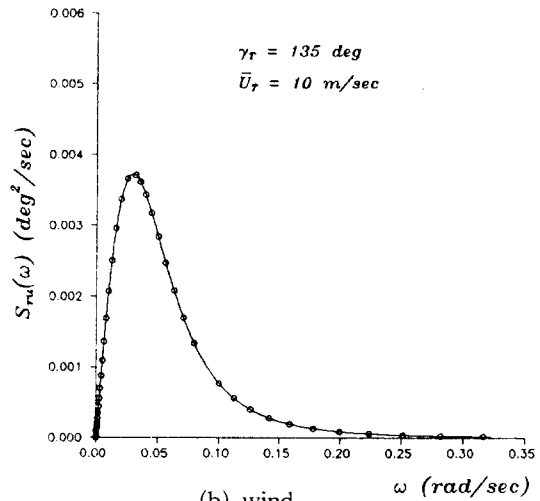
Fig. 11 Davenport wind spectrum



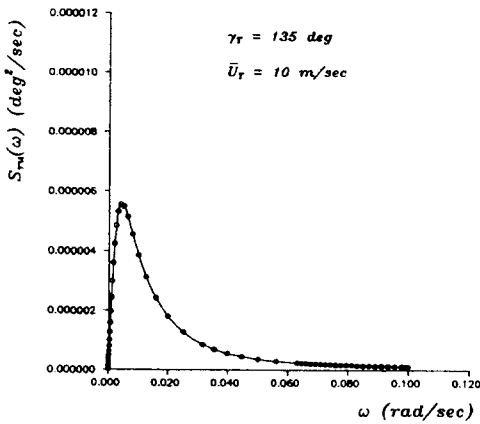
(a) wave



(a) wave



(b) wind

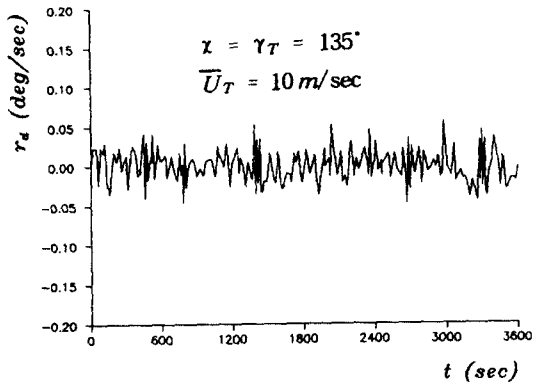


(b) wind

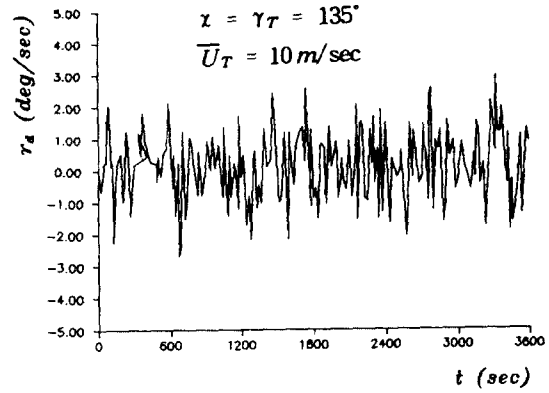
Fig. 13 Disturbance spectrum due to wave & wind(fishing boat)

Fig. 12 Disturbance spectrum due to wave & wind(ore carrier)

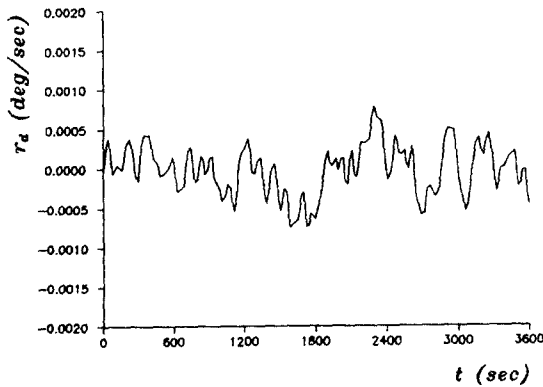
그리고 Fig. 12, 13은 회두각속도로 환산한 외란 스펙트럼의 계산 결과이다. Fig. 12 (a)에서와 같이 광석운반선의 경우 파도에 기인하는 스펙트럼 밀도 함수의 값이 상당히 작게 추정된 이유는 다음과 같다. 광석운반선의 응답함수가 최대가 되는 ω_0 와 ISSC 파스펙트럼의 최대가 되는 ω_0 의 값이 약간 차이가 나기 때문이다. Fig. 14, 15는 회두각속도 외란의 시계열 해석 결과를 나타낸다.



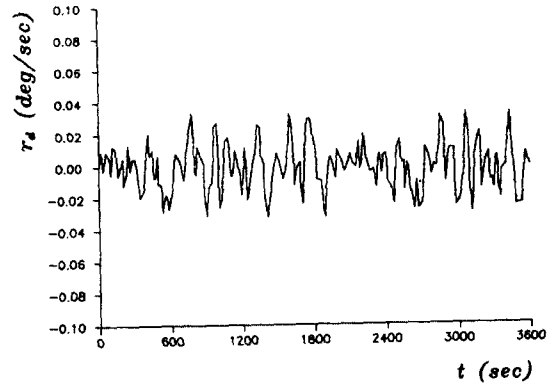
(a) wave



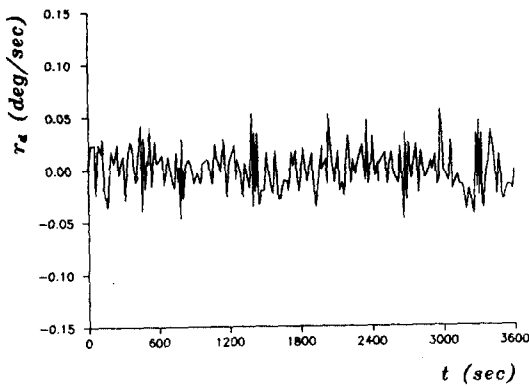
(a) wave



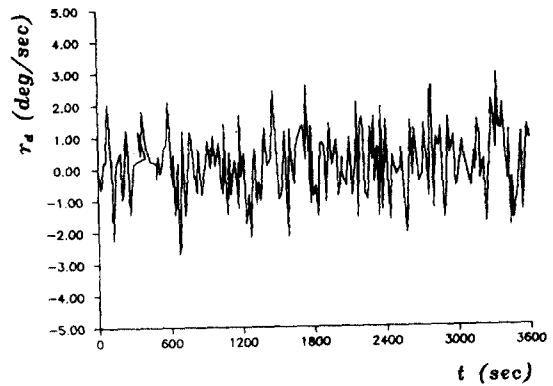
(b) wind



(b) wind



(c) wave and wind



(c) wave and wind

Fig. 14 Time history of disturbance in terms of yaw velocity due to wave & wind(ore carrier)

Fig. 15 Time history of disturbance in terms of yaw velocity due to wave & wind(fishing boat)

4. 결 론

본 연구에서는 선박 자동조타 시스템의 유일한 외부 입력항인 불규칙 외란 추정법에 관해서 검토하였다. 본 연구에서 제안한 계산법에 따르면 임의 해역에서 자동조타로써 항행하는 선박에 작용하는 외란을 구할 수 있으며, 특히 불규칙 외란을 회두 각속도로 환산하여 스펙트럼 또는 시계열의 형태로서 구할 수 있으므로 자동조타 시스템의 평가, 해석에 용이하게 이용될 수 있을 것이다. 상기 계산 결과를 이용한 자동조타 시스템의 평가, 해석에 관해서 앞으로 계속 연구를 수행할 예정이다.

후 기

본 논문은 산학협동재단과 삼양무선공업주식회사가 지원한 1994년도 matching fund 연구과제 “자동조타로써 항행하는 선박의 추진마력 손실량 평가법에 관한 연구”의 일부 결과임을 밝히며, 상기 기관에 심심한 사의를 표합니다.

참 고 문 헌

- [1] 坪川毅彦, 植村卓司, 野本謙作, “自動操舵に伴う推進馬力の損失について”, 日本造船學會論文集, 第151號, 1982.
- [2] 손 경호, 이 경우, 김 진형, “규칙파에 대한 조종운동의 응답함수에 관한 고찰”, 한국항해학회지, 제 18권, 제 4호, 1994.
- [3] 元良誠三, “船舶と海洋構造物の運動學”, 成山堂書店, 1982.
- [4] 長谷川和彦, “オートパイロットによる針路不安定船の許容限界に関する考察(第1報) - 周波數應答法による線形計算と基本的考察-”, 日本造船學會論文集, 第148號, 1980.
- [5] Isherwood, R. M., “Wind Resistance of Merchant Ships”, Transaction of The Royal Institution of Naval Architects, Vol.115, 1973.
- [6] Davenport, A. G., “The Spectrum of

Horizontal Gustiness Near the Ground in High Winds”, Quarterly Journal of Royal Meteorological Society, Vol.87, 1957.

- [7] 日本造船學會, “波浪中推進性能と波浪荷重”, 運動性能研究委員會 第1回 symposium text, 1984.
- [8] Inoue, S. et al., “Hydrodynamic Derivatives on Ship Manoeuvring”, International Shipbuilding Progress, Vol.28, No.320, 1981.
- [9] 小瀬邦治, “操縱性能推定に用いる數學モデルと模型試験”, 日本造船學會誌, 第668號, 1983.
- [10] 芳村康男, “増減速を伴う操縱運動の取扱について”, 日本造船學會論文集, 第144號, 1978.
- [11] 日本關西造船協會, “造船設計便覽”, 第4版, 海文堂, 1983.
- [12] 손 경호, “선박의 조종성능 평가를 위한 수학 모델에 관한 연구, CSDP(I) 사업”, 한국해양대학 부설 선박연구소 연구보고서, 1989.

<부록> 유체력 미계수 및 조종성 지수 추정법

선박의 전달 함수 $G(j\omega)$ 와 등가 타각계수 $f(\gamma_A)$ 를 결정하는 데 필요한 유체력 미계수와 조종성 지수를 다음과 같은 방법으로 구한다. 먼저, 선박의 조종운동을 r', β 에 관한 선형 조종운동 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -(m' + m_y)\dot{\beta}' - Y_\beta\beta - (Y_r - m' - m_x)r' &= Y_\delta\delta \\ (I_z + J_z)\dot{r}' - N_r r' - N_\beta\beta &= N_\delta\delta \end{aligned} \tag{A1}$$

여기서 $m', m_y = m, m_y / \frac{1}{2} \rho L^2 d$
 $I_z, J_z = I_z, J_z / \frac{1}{2} \rho L^4 d$
 $Y_\beta, Y_\delta = Y_\beta, Y_\delta / \frac{1}{2} \rho L d V^2$
 $N_\beta, N_\delta = N_\beta, N_\delta / \frac{1}{2} \rho L^2 d V^2$
 $Y_r = Y_r / \frac{1}{2} \rho L^2 d V$
 $N_r = N_r / \frac{1}{2} \rho L^3 d V$

$$r' = \left(\frac{L}{V}\right)r$$

식(A1)에서 β 를 소거하고 r' 에 관해서 정리하면 다음과 같다.

$$T_1 T_2 \ddot{r}' + (T_1 + T_2) \dot{r}' + r' = K \delta + K T_3 \dot{\delta}' \quad (A2)$$

$$\text{여기서, } T_1 T_2 = \frac{-(m' + m_y')(I_z + J_z)}{N_r Y_\beta - N_\beta(Y_r - m - m_x)}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{N_r(m' + m_y) - Y_\beta(I_z + J_z)}{N_r Y_\beta - N_\beta(Y_r - m - m_x)}$$

$$K = \frac{Y_\delta N_\beta - N_\delta Y_\beta}{N_r Y_\beta - N_\beta(Y_r - m - m_x)}$$

$$T_3 = \frac{-(m' + m_y)N_\delta}{Y_\delta N_\beta - N_\delta Y_\beta}$$

먼저 식(A1) 또는 식(A2)의 부가질량 및 부가관성 모우먼트는 다음과 같이 구한다.

$$m' = 2 C_B (B/L)$$

$$m_x = (0.03 \sim 0.05) m'$$

$$m_y = \pi \left(\frac{d}{L}\right) \left\{ 1.0 + 0.16 C_B \left(\frac{B}{d}\right) - \frac{5.1}{(L/B)^2} \right\}$$

$$I_z = (0.24)^2 m'$$

$$J_z = \frac{\pi}{12} \left(\frac{d}{L}\right) \left\{ 1.0 + 0.20 C_B \left(\frac{B}{d}\right) - 4.0 \left(\frac{B}{L}\right) \right\}$$

여기서 C_B 는 방형계수이다. 그리고 식(A1) 또는 식(A2)의 유체력 미계수는 구축 모형 시험에 의해서 구할 수 있지만, 본 연구에서는 실용적인 방법으로 Inoue 회귀식[8]을 이용한다. 한편, Inoue 회귀식은 나각(hull only)상태에서의 유체력 미계수를 나타내는 식이므로, 식(A2)의 유체력 미계수는 타가 설치된 상태의 유체력 미계수 형태로서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Y_\beta = \left(\frac{1}{2} \pi \Lambda + 1.4 C_B \frac{B}{L}\right) \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\tau}{d}\right) + \left(\frac{A_R}{Ld}\right) \left(\frac{V_R}{V}\right) f_a \cdot (1 + a_H) \cdot \gamma_R$$

$$Y_r = \frac{1}{4} \pi \Lambda \left(1 + 0.8 \frac{\tau}{d}\right) - \left(\frac{A_R}{Ld}\right) \left(\frac{V_R}{V}\right) f_a \cdot (1 + a_H) \cdot \gamma_R \cdot i_R$$

$$N_\beta = \Lambda \left(1 - \frac{0.27}{l_\beta} \frac{\tau}{d}\right) + \left(\frac{A_R}{Ld}\right) \left(\frac{V_R}{V}\right) f_a \cdot (x_R + a_H x_H) \cdot \gamma_R$$

$$N_r = -(0.54 \Lambda - \Lambda^2) \left(1 + 0.3 \frac{\tau}{d}\right) - \left(\frac{A_R}{Ld}\right) \left(\frac{V_R}{V}\right) f_a \cdot (x_R + a_H x_H) \cdot \gamma_R \cdot i_R$$

$$Y_\delta = -\left(\frac{A_R}{Ld}\right) \left(\frac{V_R}{V}\right)^2 f_a \cdot (1 + a_H)$$

$$N_\delta = -\left(\frac{A_R}{Ld}\right) \left(\frac{V_R}{V}\right)^2 f_a \cdot (x_R + a_H x_H)$$

(A3)

여기서 τ 는 트림량(선미트림 "+")을 의미하며, Λ , l_β , f_a 는 다음과 같다.

$$\Lambda = \frac{2d}{L}$$

$$l_\beta = \Lambda / \left(\frac{1}{2} \pi \Lambda + 1.4 C_B \frac{B}{L}\right)$$

$$f_a = \frac{6.13 \lambda}{\lambda + 2.25}$$

($\lambda = H/C$, H : 타의 높이, C : 타의 폭)

(A4)

x_R , x_H , γ_R , a_H , i_R 의 값은 모형 실험 결과[9]를 참고하여 대략 다음과 같이 추정한다.

$$x_R = -0.5, \quad x_H = -0.45, \quad \gamma_R = 0.4$$

$$a_H = 0.63 C_B - 0.15, \quad i_R = -0.9$$

(A5)

타에의 유효유입속도 V_R 은 다음과 같이 구한다 [10].

$$V_R = \sqrt{u_R^2 + v_R^2} \approx u_R \quad (A6)$$

$$u_R = \varepsilon n P \sqrt{1 - 2(1 - \eta k)s + \{1 - \eta k(2 - k)\}s^2} \quad (A7)$$

여기서 $\varepsilon = \frac{1 - w_R}{1 - w_P}$, $\eta = \frac{D}{H}$, $k = \frac{k_x}{\varepsilon}$

$$s = 1 - \frac{V(1 - w_P)}{nP}$$

P : 프로펠러 핏치

n : 프로펠러 회전수

타 위치에서의 유효 반류계수 w_R 은 실선의 경우 대략 0.25, 타에 유입하는 유체흐름의 프로펠러에 의한 증속을 k_x 는 대략 0.6으로 추정한다. 프로펠러 위치에서의 유효 반류계수 w_P 는 Taylor series 선형에 대한 실선 추정값[11]을 다음과 같이 근사 표시하여서 사용한다.

$$w_P = 0.551 - 1.333 C_B + 1.357 C_B^2 \quad (A8)$$

그리고 프로펠러의 매초당 회전수 n 의 추정은 다음 근사식을 이용한다[12].

$$n = 1.744 \left(\frac{V}{D} \right) \left\{ C_T \left(\frac{S_A}{Ld} \right) \cdot \left(\frac{L}{D} \right) \cdot \left(\frac{d}{D} \right) \right\}^{\frac{1}{3}} \text{ [rps]} \quad (A9)$$

여기서 $S_A = LB(1.22 \frac{d}{B} + 0.46)(C_B + 0.765)$
(Olsen 식)

$$C_T = C_F(1 + K) + C_W + \Delta C_F \quad (3차원 해석법)$$

$C_F = 0.463(\log_{10} Rn)^{-2.6}$ 단, Rn : Reynolds 수
(Schoenherr 식)

$$C_W = \frac{R_W}{0.5 \rho S_A V^2}, \quad \gamma_W = \frac{R_W}{\rho L^2 V^2}$$

단, R_W : 조파저항

$$C_W = 2 \gamma_W \left(\frac{L^2}{S_A} \right) \quad (\gamma_W : \text{문헌[11]의 도표로부터 구함})$$

$$\Delta C_F = \begin{cases} 0.0004 & (L \leq 125m) \\ 0.00015 & (L \geq 250m) \\ -0.000002 \times L + 0.00065 & (125m < L < 250m) \end{cases}$$

$$K = 0.017 + 20.0 \frac{C_B}{(L/B)^2 \sqrt{B/d}}$$

(Gross-Watanabe 식)