

N개의 원형 실린더 주위에서의 해저면 토사이동

조 일 형* · 홍 사 영*

Bottom Mass Transport Considering the Interaction of Waves with an Array of N Circular Cylinders

I. H. Cho* · S. Y. Hong*

Key Words : 경계층(boundary layer), 원형 실린더(circular cylinder), 회절(diffraction), 토사 이동 속도(mass transport velocity), 점성(viscosity), 해저면(sea bottom)

Abstract

In this paper we examine the mass transport within the boundary layer near the sea bottom. The fluid domain is separated into inner and outer region of boundary layers. In outer region, the wave field is assumed to be inviscid and irrotational. When the incident waves enter the arrays of circular cylinders, the scattering of water waves by an array of N bottom mounted vertical circular cylinders is solved using the method proposed by Linton & Evans under the potential theory. In inner region, the Navier-Stokes equation must be satisfied with boundary conditions at the boundary layer and bottom. The velocity components at the boundary layer are given by the tangential components of inviscid velocity field. The mass transport velocity near the sea bottom is to be represented by the sum of the Eulerian mean drift and the Stokes' drift.

1. 서 론

일정한 주파수를 갖는 파도는 주기적인 운동이다. 동 뿐만 아니라 오랜 시간동안 방향이 일정한 조류를 유발한다. 이러한 조류는 비록 크기 자체는 작지만 지속적인 작용으로 인하여 해저면 바닥을 변하게 하는 주요한 성분이다. 파도에 의하여 발생하는 조류중 대표적인 예로 해저면 경계층내에서 점성에 의하여 형성되는 토사이동(Mass Transport) 속도를 들 수 있다.

Rayleigh(1883)는 이론적으로 점성에 의한 조류의 발생을 밝혀내었고 이를 Eulerian 속도라 하였다. Longuet-Higgins(1953)는 이 결과를 1차원 파에 적용하였으며, Eulerian 속도에 2차 차수항인 Stokes 표류를 포함하여, 이를 Lagrangian 속도 또는 토사 이동 속도라 하였다. Hunt & Johns(1963)와 Carter, Liu & Mei (1973)는 2차원 파에 적용하여 경계층 내부에서의 토사 이동 속도를 구하였다. Lamoure & Mei(1977)와 Takao등(1992)은 원형실린더 주위에서의

* 정회원, 한국 기계연구원 선박해양공학연구원

토사이동 속도를 계산하였고 실험결과와 비교하였다. 경사진 방파제 주위에서의 토사이동 속도는 趙 (1991)에 의하여 계산되었다.

본 연구에서는 N개의 수직 원형실린더가 놓여 있을 때 입사파에 의한 산란문제를 살펴보았다(Linton, 1990). 파와 실린더간의 상호작용 문제를 풀어 해저면에서의 수평방향의 속도분포를 구하고 이 값을 이용하여 해저면 경계층내에서의 토사 이동 속도를 계산하였다. 또한 한개의 원형 실린더가 놓인 경우 수치계산결과를 Takao등의 모형시험결과와 비교하였다. 두 결과가 정성적으로 잘 일치함을 알 수 있었다.

2. N개의 원형실린더에 의한 산란문제

N개의 원형실린더가 수심이 일정한 해저면 ($z=-h$)에 고정되어 있을 때 입사파에 의한 회절 문제를 살펴보았다. 좌표계는 우수좌표계를 사용하였으며 윗 방향을 z축의 양의 방향으로 잡았다. 포텐셜이론의 가정하에서 속도포텐셜을 도입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi(x, y, z, t) = \text{Re}\{\phi(x, y)f(z)e^{-i\omega t}\} \dots\dots\dots (1)$$

여기서 $f(z) = -\frac{igA}{\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$ 이다.

유한 수심인 경우 파수 k 와 주파수 ω 는 선형분산식을 만족한다.

$$\omega^2/g = k \tanh kh \dots\dots\dots (2)$$

좌표축은 1개의 공간 고정좌표계(oxyz)와 N의 실린더(k-th)의 원점 (x_k, y_k)에 고정된 회전 좌표계(r_k, θ_k)를 사용하였다(Fig.1 참조). Fig. 1에 정의된 변수들을 가지고 N개의 원형실린더의 상호작용을 고려한 회절문제에 대한 해를 얻기 위하여는 아래와 같은 대수방정식을 풀어야 한다. 자세한 유도과정은 Linton & Evans (1990)의 논문에 소개되어 있다.

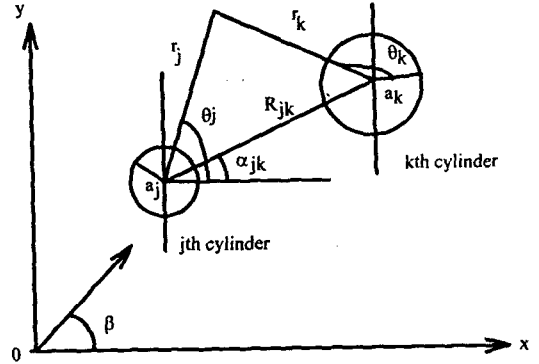


Fig. 1 Definition Sketch of an Array of Vertical Cylinders

$$A_m^k + \sum_{j=1, j \neq k}^N \sum_{n=-M}^M A_n^j Z_n^j e^{i(n-m)\alpha_{jk}} H_{n-m}(kR_{jk}),$$

$$= -I_k e^{im(\pi/2 - \beta)} \dots\dots\dots (3)$$

$k = 1 \dots\dots N, m = -M \dots\dots M$

where

$$Z_n^j = \frac{J_n(ka_j)}{H_n(ka_j)}, I_k = e^{ik(x_k \cos \beta + y_k \sin \beta)},$$

$$R_{jk} = \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2},$$

$$\alpha_{jk} = \tan^{-1} \frac{y_k - y_j}{x_k - x_j},$$

여기서 β 는 입사파의 진행방향과 x축과 이루는 각도이며 a_j 는 j번째 실린더의 반경이다.

식(3)에 주어진 대수방정식을 풀어 A_n^j 을 구하면 j번째 실린더에 주위에서의 속도포텐셜은 다음과 같다.

$$\phi(r_k, \theta_j) = - \sum_{n=-M}^M A_n^k (Z_n^k H_n(kr_k) - J_n(kr_k)) e^{in\theta} \dots\dots\dots (4)$$

윗식에서 실린더가 한개 놓여 있을 때(N=1) A_m^1 는 $-I_1^m (\pi/2 - \beta)$ 이며 이 경우 입사각도 $\beta=0$ 일 때 $A_m^1 = -i^m$ 로 바뀐다. 이 결과는 Mac-Camy & Fuchs(1954)의 결과와 일치한다.

해저면에서의 접선속도(U_o, V_o)는 위에 주어진 속도포텐셜을 미분하여 구한다.

$$\begin{aligned}
 U_o(r_k, \theta_k) &= \left[\frac{\partial \phi}{\partial r_k} \cos \theta_k - \frac{\partial \phi}{\partial \theta_k} \left(\frac{\sin \theta_k}{r_k} \right) \right] f(-k) \\
 V_o(r_k, \theta_k) &= \left[\frac{\partial \phi}{\partial r_k} \sin \theta_k + \frac{\partial \phi}{\partial \theta_k} \left(\frac{\cos \theta_k}{r_k} \right) \right] f(-k)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

3. 해저면 토사 이동

해저면 가까이에서 점성에 의한 토사 이동 현상을 파악하기 위하여 Fig. 2와 같이 경계층 내에 국부좌표계를 채택하였다. 입사파의 주파수가 ω 일 때, 해저면에서의 비점성 속도장을 아래와 같다.

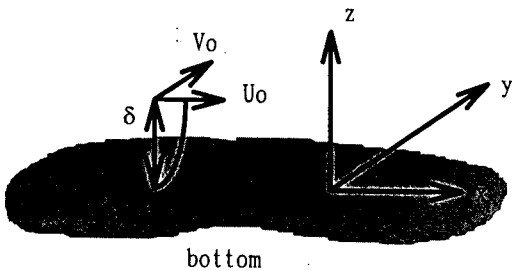


Fig. 2 Local Coordinates near the Bottom

$$\vec{U} = \text{Re} (U_o e^{-i\omega t}, V_o e^{-i\omega t}) \tag{6}$$

여기서 U_o, V_o 는 앞 절에서와 같이 구조물에 의한 회절문제를 풀어 구한다.

이때 시간에 따라 일정한 토사 이동 속도는 Mei(1983)에 의해 아래식과 같이 주어진다.

$$\overline{u_2} = \frac{1}{4\omega} \text{Re} \left[F_5 U_o \frac{\partial U_o^*}{\partial x} + F_6 V_o \frac{\partial U_o^*}{\partial y} + F_7 U_o \frac{\partial V_o^*}{\partial y} \right]$$

$$\overline{v_2} = \frac{1}{4\omega} \text{Re} \left[F_5 V_o \frac{\partial V_o^*}{\partial y} + F_6 U_o \frac{\partial V_o^*}{\partial x} + F_7 V_o \frac{\partial U_o^*}{\partial x} \right] \tag{7}$$

where

$$\begin{aligned}
 F_5 &= -8ie^{-(1-\beta)\xi} + 3(1+i)e^{-2\xi} - 3 + 5i, \\
 F_6 &= -4ie^{-(1-\beta)\xi} + (1+2i)e^{-2\xi} - 1 + 2i, \\
 F_7 &= -4ie^{-(1-\beta)\xi} + (2+i)e^{-2\xi} - 2 + 3i,
 \end{aligned}$$

여기서 $\xi = z/\delta$ 이고 이때 δ 는 경계층 두께이다. 또한 윗첨자 *는 공액복소수를 뜻한다.

경계층밖에서의 비점성 속도장(U_o, V_o)을 알면 경계층내에서의 점성에 의한 토사 이동속도를 구할 수 있다.

4. 계산결과 및 고찰

먼저 한개의 원형실린더가 놓여있는 경우 실린더 주위의 파랑분포와 바닥에서의 토사이동 속도분포를 계산하였다. Takao(1992)가 수행한 모형실험과 비교할 목적으로 동일한 모델을 계산모델로 선택하였다. 즉, 실린더의 지름은 1.17m이며 입사파의 주기는 1.0초이다. Takao는 모형시험에서 토사이동 경로를 살펴보기 위하여 0.075 mm모래를 사용하였다. Fig.3은 Takao가

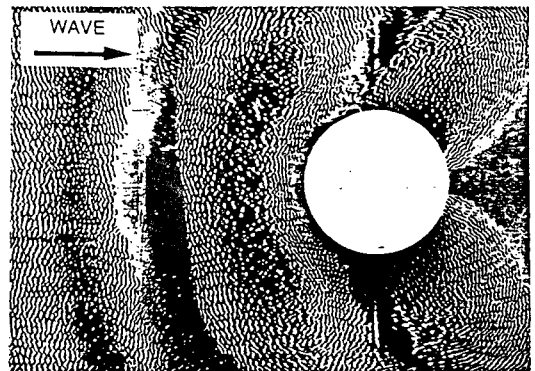


Fig. 3 Movement of Sands on Smooth Bed (Photo-T=1.0sec, D=1, 1.17m, h=0.3m)

수행한 모형시험 결과를 보여 주고 있다. 여기서 검은 색은 모래가 없어진 부분을 나타내며 하얀색은 모래의 이동이 없거나 쌓인 부분을 나타내고 있다. $\xi=0.01$ 일 때 동일한 모델에 대하여 수치계산 결과를 Fig 4에 그렸다.

Fig. 4에 도시된 속도분포로부터 모래의 이동경로를 유추한다면 Fig.3과 동일한 결과를 예상할 수 있다.

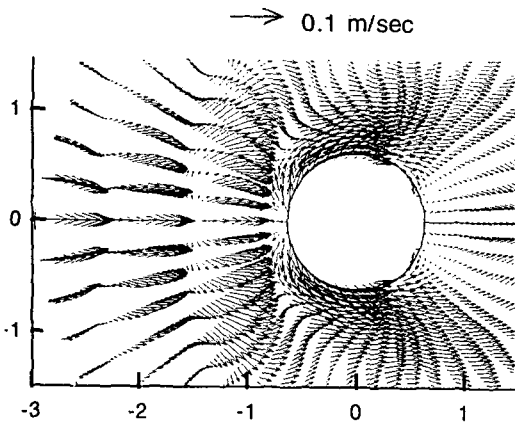


Fig. 4 Mass Transport Velocities around a Circular Cylinder($T=10$.sec, $D=1.17$ m, $h=0.3$ m)

Fig.5는 주기가 2.0초일 때의 토사이동 속도 분포를 보여주고 있다. 앞 그림과는 다른 양상을 보여주고 있다. 즉, 실린더 양 측면에서 뒷쪽으로 이동한 지점에 토사가 주로 모이는 것을 알 수 있다. 이러한 사실로부터 입사파의 주파수는 실린더 주위의 토사경로를 바꾸는 주된 기구임을 알 수 있다.

Fig.6은 원형실린더 주위의 파랑분포를 계산하였다. 그림에서 zeta는 입사파의 진폭으로 무차원 시킨 파의 진폭을 나타낸다. 실린더에 의한 반사 효과로 앞쪽 가까운 부근에서 파의 진폭이 가장 크며 실린더 후면에서는 실린더에 의한 차단효과로 파가 크게 감소하고 있음을 알 수 있다.

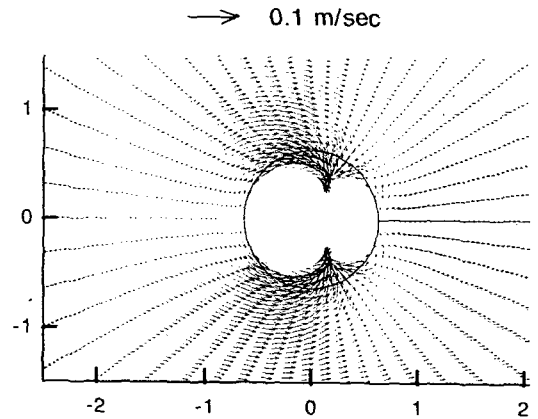


Fig. 5 Mass Transport Velocities around a Circular Cylinder($T=2.0$ sec, $D=1.17$ m, $h=0.3$ m)

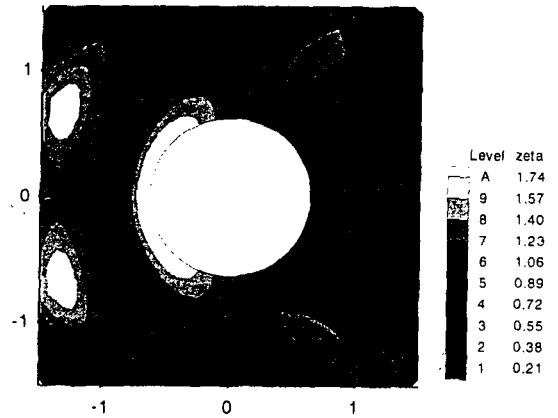


Fig. 6 Free Surface Amplitude around a Circular Cylinder

Fig.7은 반지름(a)이 같은 4개의 실린더가 놓여 있을 때 각 실린더 주위에서의 토사이동 속도를 계산하였다. 파의 진행방향은 x축과 일치한다. 따라서 1번과 4번, 2번과 3번 실린더 주위에서의 토사이동 속도분포는 x축에 대칭이다. 입사파의 파장과 실린더의 반경의 비($=ka$)는 0.5로 비교적 장파의 경우이다. 예상한 바와 같

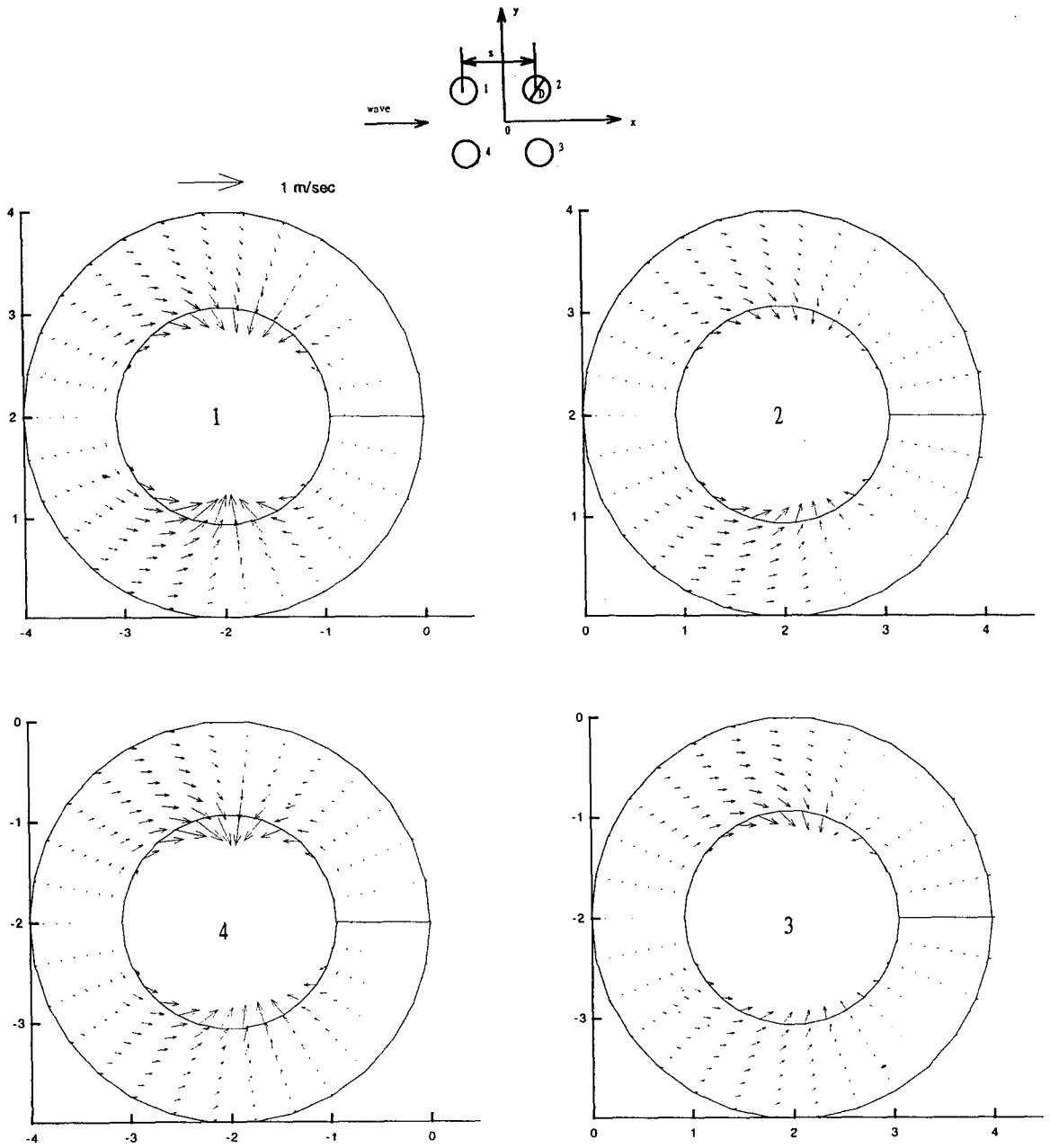


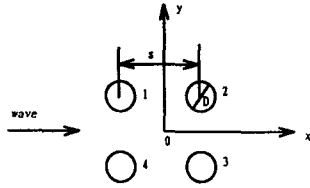
Fig.7 Mass Transport Velocities for an array of Four Circular Cylinders Located at $(-h, h)$, (h, h) , $(h, -h)$, $(-h, -h)$: $(ka=0.5, \xi=0.1, \beta=0, s/D=s/h=2.)$

이 전면에 놓인 실린더 주위에서의 속도 값이
후면에 놓인 실린더 주위에서의 속도 값보다 크

다는 것을 알 수 있으며, 파도에 의해 유기되어
이동하는 토사는 실린더의 양 측면에 모이는 것

을 보여주고 있다. 이러한 결과는 Lamoure & Mei(1977)의 실험 및 계산결과와 동일하다.

Fig.8은 $ka=1.0$ 일 때, 좀 더 파장이 짧은 경우에 대하여 각 실린더 주위에서 토사이동 속도



→ 0.1 m/sec

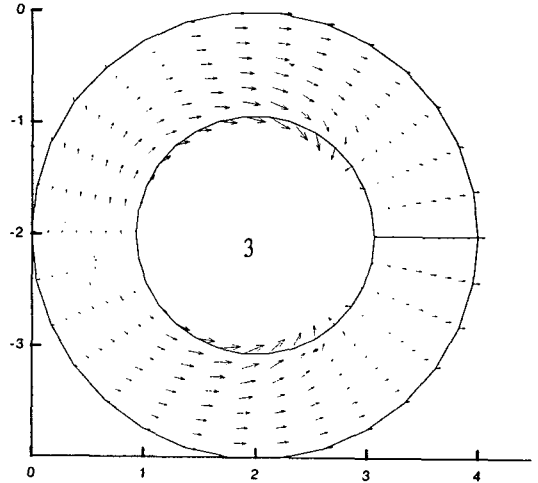
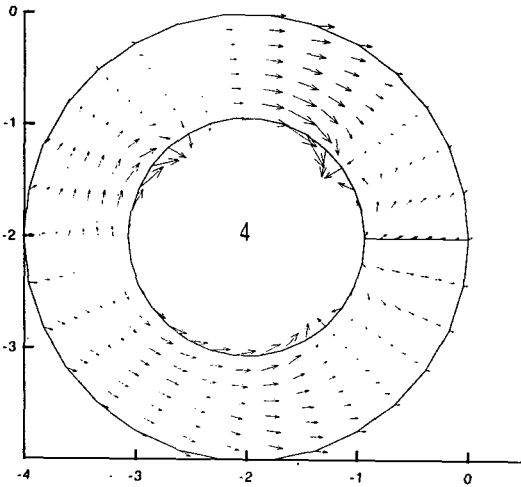
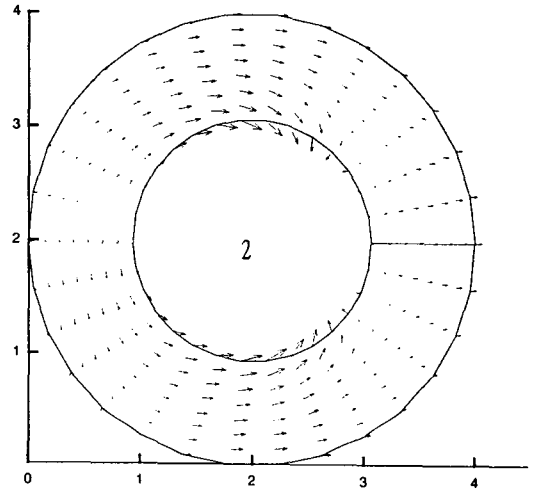
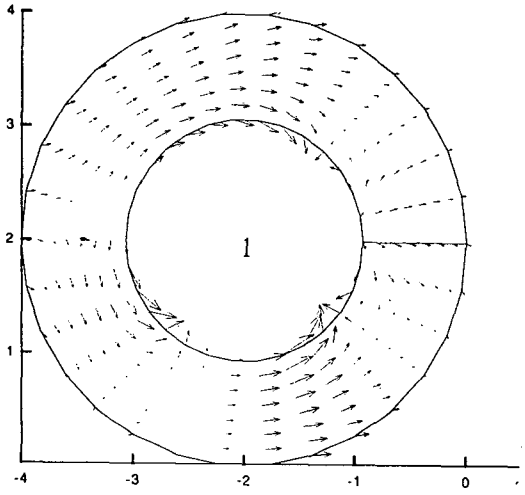


Fig.8 Mass Transport Velocities for an array of Four Circular Cylinders Located at $(-h, h)$, (h, h) , $(h, -h)$, $(-h, -h)$: $(ka=0.5, \xi=0.1, \beta=0, s/D=s/h=2.)$

분포를 계산하였다. 입사파의 후면에 놓인 실린더(2번, 3번)에서 토사는 양 측면에서 뒷쪽으로 이동한 한 지점에 모인다. 반면에 전면에 놓인 실린더에서는 1번 실린더의 아래와 4번 실린더의 윗부분에서는 2개의 지점으로 토사가 이동하는 것을 볼 수 있으며 1번 실린더 윗부분과 4번 실린더 아랫 부분에서는 한 지점에 토사가 모이는 것을 알 수 있다. 이러한 경향은 실린더 사이의 상호작용에 의하여 발생되며 실린더의 간격이 가까워 질수록 더욱 뚜렷이 나타난다.

5. 결 론

이상의 계산결과로부터 아래와 같은 결론을 도출할 수 있다.

1) 모형시험결과 수치계산결과를 비교한 결과 계산결과는 모형시험결과를 정성적으로 잘 따라가고 있음을 알 수 있었다.

2) 입사파의 주파수는 토사이동 경로를 바꾸는 주된 기구이다. 따라서 토사이동 경로를 파악하기 위해서는 구조물의 놓인 해역의 입사파의 주파수 특징을 정확히 파악하는 것이 필요하다.

3) 4개의 실린더가 놓여 있을 때 실린더 사이의 상호작용을 고려하여 실린더 주위에서의 토사이동 속도를 계산하였다. 저주파수일 때 상호작용의 효과가 비교적 적으므로 4개의 실린더 모두 토사는 양 측면에서 가까운 한 지점에 모이는 것을 알 수 있었다. 그러나 파 차단효과로 후면에 놓인 실린더 주위의 토사이동 양은 전면에 비하여 적다.

4) 주파수가 커짐에 따라 상호작용의 효과가 크게 나타나며 토사가 모이는 지점의 위치와 갯수가 주파수에 따라 변하는 것을 알 수 있었다. 특히 파도의 영향을 크게 받는 전면에 놓인 실린더에서 이러한 경향은 뚜렷하다.

참 고 문 헌

- [1] Carter, T.G., Liu, P.L.F. & Mei C.C., 1973. Mass Transport by Waves and Offshore Sand Bedforms, J. Waterways, Harbours Coastal Eng. Div. ASCE 99 : 165-184
- [2] Lamoure, J. & Mei, C. C., 1977. Effects of Horizontally Two-Dimensional Bodies on the Mass Transport near the Sea Bottom, J. Fluid Mech. Vol.83 415-431
- [3] Linton, C.M. & Evans, D.V., 1990. The Interaction of Waves with Arrays of Vertical Circular Cylinders, J. Fluid Mech. Vol.215 549-569
- [4] Longuet-Higgins, M.S., 1953. Mass Transport in Water Waves, Philos. Trans. R. Soc. 345 : 535-581
- [5] MacCamy, R.C. & Fuchs, R.A., 1954. Wave Force on Piles : A diffraction theory. US Army Coastal Engineering Research Center, Tech. Mem. 69
- [6] Mei, C. C., 1983. The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, John Wiley & Sons
- [7] Rayleigh, L., 1883. On the Circulation of Air Observed in Kundt's Tube, and Some Allied Acoustical Problems, Philos. Trans. R. Soc. London 175 : 1-21
- [8] Takao Toue, Hidehiro Katsui & Kazuo Nadaoka, 1992. Mechanism of Sediment Transport around a Large Circular Cylinder, Coastal Engineering, 2867-2878
- [9] 조일형, 공도식 1991. 점성효과에 의한 경사진 방파제 입구에서의 토사 이동에 관한 연구, 한국항만학회 제 6권 제2호 25-31