

다분적 암반분류를 위한 정성적 자료의 지구통계학적 연구

- I. 이론 -

A Geostatistical Study Using Qualitative Information
for Multiple Rock Classification

- I. Theory -

유 광 호*
You, Kwang - Ho

Abstract

In this paper, a study was performed on classifying a rock mass into multiple classes as in rock mass classification systems, such as RMR system and Q system etc. In a situation with only limited quantitative data available, it was sought to employ a way of incorporating qualitative data in a systematical and reasonable manner. It is based on the realm of Geostatistics. In particular, indicator kriging technique, which is one of non-parametric approaches, was used.

As a selection criterion for an optimal classification, the cost of errors was adopted. As a result, the binary rock classification method developed before was extended and generalized for multiple rock classification with its total number of classes unlimited.

요 지

본 논문에서는 RMR법이나 Q시스템 등의 암반분류법에서와 같이 암반을 여러 등급으로 분류하는 연구가 수행되었다. 특히, 정량적 자료가 제한된 상황에서의 정성적 자료의 체계적이고 합리적인 이용 방법이 모색되었다. 이를 위해서, 지구통계학(geostatistics)기법이 사용되었는데, 특히, 비모수적 방법 중의 하나인 지시크리깅(indicator kriging) 기법이 사용되었으며, 최적 분류를 위한 선택기준으로는 오차에 대응하는 비용(the cost of error)가 사용되었다. 결과적으로, 기존에 개발된 이분적 암반분류에서 다분적 암반분류로의 일반화가 가능하게 되었으며, 분류등급의 총수에는 제한이 없다.

1. 서론

지반조사에 있어서 직접 측정된 정량적 데이터는 극히 적으며, 이는 시추나 샘플링에 드는

*1 정희원, 삼성건설(주) 기술연구소 선임연구원

비용이 비싸기 때문이다. 반면에 상당히 많은 양의 정성적 데이터, 예를 들면 전문가의 견해. 비슷한 지반에서의 경험 등이 존재한다. 따라서 보다 지반상태를 잘 이해하기 위해서는 정량적 데이터 뿐만 아니라 정성적 데이터의 이용도 고려되어야 한다.

토목 시공 또는 설계 회사는, 모든 가능한 데이터로부터 특정 시공지역을 역학적 거동이 비교적 비슷한 세부지역들로 분류하고, 그 지역 내의 물성치, 예를 들면, RQD값, N값, 탄성계수 및 RMR 값 등을 알고 싶어한다. Solow (1986)와 Knudsen과 Fritz(1989)는 한지역을 두 개의 세부지역으로 분류하는 문제를 지시크리깅(indicator kriging)을 사용하여 접근하였다. 각 점에서 특정 경계값을 초과할 확률을 계산하고, 그 값들을 이용하여 경계면을 구하였다. 하지만 이들 방법에서는 정성적 데이터의 이용은 고려되지 않았다. 또한 본 저자(1994)에 의해 이분적 암반분류방법이 제안된 바 있으나, 보다 일반적인 분류를 위해서는 한계가 있다.

한편, 많은 사람들^(4, 6, 7)(유광호, 1994 등)이 정량적 데이터(하드데이터)가 부족한 경우에 대처하기 위해 정성적 데이터(소프트 데이터)의 이용을 적극 제안했다. 물리탐사로부터 유추된 물성치들의 추정값, 전문가의 추정값 등이 이 소프트 데이터에 속한다. 소프트데이터를 이용하기 위해서는, 무엇보다도 소프트데이터의 신뢰도가 정량화 되어야 한다.

한 지역을 분할하는 일반적 방법은 그 지역을 격자형(grid)으로 세분하고, 모든 자료를 이용하여 각 점을 평가하고, 평가된 각 점을 근거로 그 지역을 분류하는 것이다. 하지만, 피할 수 없는 평가오차(estimation error)로 말미암아 몇몇 점들은 잘못 분류하게 된다. 따라서 분류는 실제상태에 가장 가까운 최적의 예측이어야 하는데, 최적의 예측은 선택기준(selection criterion)이나 경제적 근거에 바탕을 두어 정의된다. 특히 한 특정 지역을 균일한 특성의 세부 영역으로 나눌 때, 선택기준으

로 오차에 대응하는 비용(the cost of errors)을 최소화 하는 것이 가장 효과적인 것으로 알려져 있다.⁽³⁾

따라서, 본 논문에서는 정량적 데이터는 물론 정성적 데이터도 이용 가능한 보다 일반적인 최적의 다분적(multiple)암반 분류법을 지시크리깅 기법과 오차에 대응하는 비용의 선택 기준을 이용하여 제시하고자 한다.

2. 비모수적(Non-parametric)방법

한 점 x 에서의 미지값 $Z(x)$ 를 x 와 위치가 다른 주변의 n 개의 알고 있는 값 $z(x_i)$, $i=1, 2, \dots, n$ 으로부터 평가할 때, 이 평가에 관한 불확실성을 생각해보자. 가장 단순한 방법 중의 하나는 이미 알고 있는 n 개 데이터의 분포(distribution)를 이용하는 것이다. 즉, 미지값 $Z(x)$ 가 한개의 주어진 경계값 z 보다 작거나 같을 확률은 주어진 n 개의 데이터가 그 경계값 보다 작거나 같을 비율로 정해진다.

$$\text{Prob}[Z(x) | n\text{개의 기지 데이터}] \approx z(x_i) \leq z \text{를 만족하는 데이터의 퍼센트} \quad (1)$$

한점 x_i 와 한 경계값 z 에 대해서 다음과 같은 지시데이터(indicator data)를 정의하면,

$$i(z; x_i) = \begin{cases} 1 \text{ 만약 } z(x_i) \leq z \\ 0 \text{ 만약 } z(x_i) > z \end{cases} \quad (2)$$

식 (1)은 다음과 같이 된다.

$$\text{Prob}[Z(x) \leq z | n\text{개의 기지 데이터}] \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n i(z; x_i) \quad (3)$$

식(3)의 왼쪽 항은 조건 누적밀도함수 $F(z; x | n \text{ 기지 데이터})$ 이며, 이는 지시데이터들의 동일 경중 평균값(equally weighted average)으로 구해진다. 이와 같은 계산은 $Z(x)$ 와 $z(x_i)$ 들이 각각 서로 상관관계가 없을 때는 통계적

으로 정당화될 수 있다.

하지만, Journel(1988)에 의하면, 장소에 따라 값들의 상관관계가 변할 때는, 다음과 같은 비균등 경중 평균값이 보다 타당하다.

$$F[z; x|n개의 기지 데이터] = \text{Prob}[Z(x) \leq z|n개의 기지 데이터] \\ \approx \sum_{j=1}^n w(x_j) i(z; x_j) \quad (4)$$

$$\text{여기서 } \sum_{j=1}^n w(x_j) = 1.$$

모든점에서 특정 물성치가 취할 수 있는 범위가 a에서 b사이에 있다고 하자. 예를 들면 RQD값의 경우는 0에서 100사이의 값을 취하기 때문에 이 때 a는 0, b는 100이 된다. 이제 이 범위가 다음과 같이 NT 개의 증가되는 경계값들로 나누어졌다고 하자.

$$z_k, k=1, 2, \dots, NT \text{ 단, } a < z_1 \leq z_2 \leq \dots \\ \leq z_k \leq z_{k+1} \leq \dots \leq z_{NT} < b \quad (5)$$

각 경계값에서 $F(z; x|n개의 기지 데이터)$ 가 계산되어야 하는데, 각 경계값에서 다음과 같은 지시데이터를 정의하면,

$$i(z_k; x_j) = \begin{cases} 1 & \text{만약 } z(x_j) \leq z_k \\ 0 & \text{만약 } z(x_j) > z_k \end{cases} \quad (6)$$

식(4)는 다음과 같이 쓰여진다.

$$F[z_k; x|n개의 기지 데이터] = \text{Prob}[Z(x) \leq z_k|n개의 기지 데이터] \\ \approx \sum_{j=1}^n w(x_k; x_j) i(z_k; x_j) \quad (7)$$

여기서 $w(x_k; x_j)$ 는 경계값 z_k 에서 구해야 할 미지의 가중치값들이다.

결과적으로, 데이터에 내재된 불확실성이 평가오차의 형태⁽⁸⁾가 아닌 확률분포의 형태로 표현되었는데, 통계에서는 이것을 사후확률분포 (posterior probability distribution)라고 한다.

따라서, 각 경계값들에 있어서 일반적인 내삽기법(예를 들면, 보통 크리깅법 등)에 의해 식(4)의 미지 가중치들이 구해질 수 있다. 즉 각 격자점에서 각각의 지시크리깅 방정식의 해를 구함으로써, 사후누적밀도함수 (posterior cumulative density function) 값이 계산되어 확률분포가 구해질 수 있다.

3. 데이터의 분류 및 지시데이터로의 정량화(변환)

지반공학에 있어서 사용되는 데이터는 신뢰도(degree of certainty)에 따라 크게 하드(hard)데이터와 소프트(soft)데이터로 나눌 수 있는데, 하드데이터는 직접 측정된 RQD값, 일축압축강도값 등으로, 한 특정점 x에서 정확히 측정된 데이터 z이다.

약간의 측정오차가 포함될 수는 있지만, 이 데이터에 내재된 불확실성은 보통 무시될 수 있기 때문에, 한 점 x_j 에서 값 $z(x_j)$ 를 갖는 하드데이터의 지시함수(indicator function)는 값 $z(x_j)$ 와 분산값 0을 갖는 계단형 누적함수(a step cumulative density function)로 볼 수 있다(그림 1a 참조). 따라서, 하드데이터의 변환된 지시데이터 $i(z_k; x_j)$ ($k=1, 2, \dots, NT$)는 1 아니면 0을 갖는다.

한편 정확한 값은 모르지만, 특정지역에 있어서 경계범위를 정확히 아는 경우가 있다. 예를 들면, 중도에 중단된 시추공의 경우 암층두께에 대한 하한값을 제공해 준다. 또한, 층두께는 항상 음의 값을 갖을 수 없다는 조건이 존재한다. 이와 같은 종류의 데이터를 하드간격 데이터(hard interval data)라고 한다. 한점 x_j 의 하드간격 데이터의 경우, 그 지시데이터 $z(x_j)$ 는 그 구간 밖에 존재하는 경계값들(thresholds)에서만 알 수 있고, 변환된 지시데이터들은 역시 0 아니면 1이다(그림 1b 참조). 만약 한 경계값이 하한값(z_{min})보다 적거나 같을 때에는 지시데이터는 0이고, 상한값(z_{max})보다 크거나 작을 때에는 그 지시데이터는 1이다.

하지만 구간 안에 있는 경계값들에서의 지시데이터는 알 수 없음을 주의해야 한다.

소프트데이터는 공학적 물성치에 대한 전문가들의 추정값과 같은 부정확한 값으로 $\hat{z}(x)$ 라고 쓰기로 한다. 이와 같은 부정확한 데이터를 이용하기 위해서는 데이터에 내포된 불확실성을 정량화할 필요가 있다. 일반적으로 이러한 정량화는 신뢰구간(confidence interval)을 사용하여 표시된다. 또한 보다 유리한 경우로서 소프트 데이터 $\hat{z}(x)$ 의 주관적 확률분포함수가 직접 주어질 수도 있는데⁽¹⁰⁾, 이 확률분포함수에 의해 $\hat{z}(x)$ 에 관한 불확실성이 정량화된다(Alabert, 1987, p.8). 이와 같은 데이터들은 소프트 확률밀도함수(soft probability density function, pdf)데이터로 분류되며, 이런 데이터들의 지시함수 $i(z; \hat{z})$ 는 그림 1c에서 보는 바와 같이 각각의 누적밀도함수로 나타내진다. 이 때, 지시데이터들은 0과 1사이의 모든 값을 갖을 수 있다.

하지만 경우에 따라서는 전문가들이 어떤 공학적 물성치에 대한 그들의 견해를 신뢰간격

(constraint interval)을 사용하여 표현하는 것이 보다 쉬울 수도 있다. 이 때, 데이터들은 다음의 세가지 경우중의 하나로 표현되는데, 이와 같은 종류의 데이터를 소프트간격데이터라고 한다. i) $z(x) \leq$ 특정 상한값($\hat{z}_{max}(x)$) 경우, ii) $z(x) \geq$ 특정 하한값($\hat{z}_{min}(x)$) 경우 및 iii) 특정 하한값 $\leq z(x) \leq$ 특정 상한값 경우. 간격이 넓을수록 $z(x)$ 에 대한 평가값의 신뢰도가 떨어진다. 하지만 소프트데이터들도 정보나 경험의 많아질수록 점점 하드데이터에 가까와져서 신뢰도가 높아지게 된다. 즉, 하드데이터는 소프트데이터의 극한상태라고 생각할 수 있다.

한 점 x_i 의 소프트간격데이터 ($\hat{z}(x_i)$)의 경우, 구간 밖에 있는 모든 경계값들에서의 지시데이터들은 0 아니면 1이 된다(그림 1d). 하한값(\hat{z}_{min})보다 작거나 같은 경계값들에서의 지시데이터는 0이 되고, 상한값(\hat{z}_{max})보다 크거나 같은 경계값들에서의 지시데이터는 1이 된다. 구간내에서는 선행정보(prior information)에 의해 임의의 값을 갖도록 채워질 수 있다. 예를 들면, 균일분포(uniform distri-

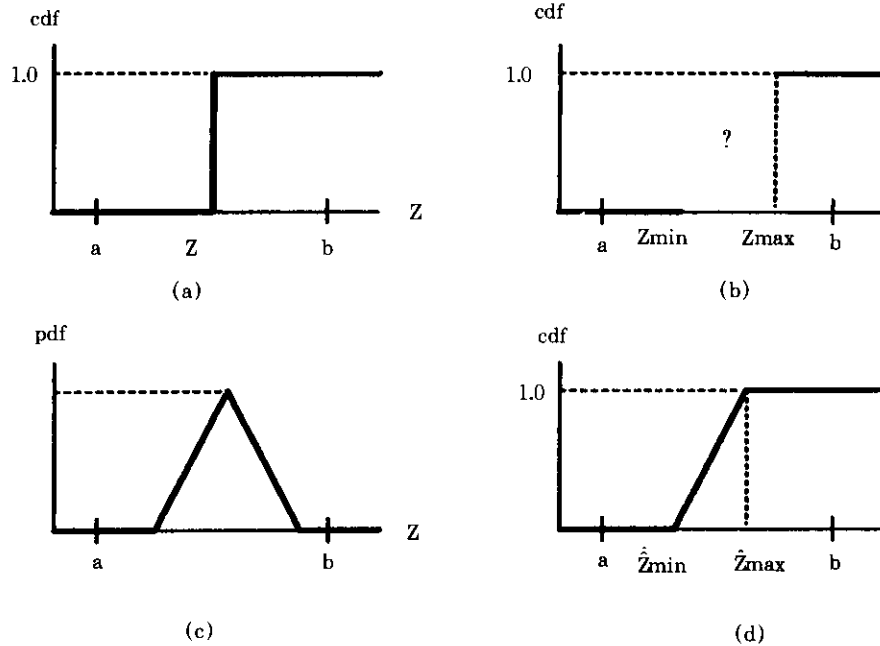


그림 1. 지시데이터로의 변환

bution)를 가정하게 되면, 구간내에 있는 경계 값에서의 지시데이터들은 다음 식에 의해 구해질 수 있다.

$$i(z_k; x_j) = \frac{z_k - \hat{z}_{\min j}}{\hat{z}_{\max j} - \hat{z}_{\min j}} \quad (8)$$

하지만 이들 변환된 지시데이터들은 다음의 조건들을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} i(z_k; x_j) &\in [0, 1], \\ i(z_k; x_j) &\leq i(z_{k+1}; x_j), \\ i(z_k; x_j) &= 0 \text{ 만약 } z_k \leq \hat{z}_{\min j}, \text{ and} \\ i(z_k; x_j) &= 1 \text{ 만약 } z_k \geq \hat{z}_{\max j}, \text{ and} \end{aligned} \quad (9)$$

4. 다분적 분류를 위한 오차에 대응하는 비용

4.1 다분적 분류를 위한 손실함수

한 대상지역이 있고 그 지역을 특정한 암반 분류법에 의해서 분류하려고 한다. 이 때 대상 지역내의 모든 점은 그 점의 평가값과 특정한 경계값에 의해 분류될 것이다. 예를 들어, Bieniawski(1989)가 제안한 RMR시스템을 사용할 경우는 다음의 5가지 등급 중에 하나로 분류될 것이다. 매우 약한 암(등급 1), 약한 암(등급 2), 보통 암(등급 3), 좋은 암(등급 4), 매우 좋은 암(등급 5).

만약 한점이 등급 5로 분류되었는데, 실제로는 등급 1이었다면, 암의 상태를 과대평가하였고, 이에 따르는 손실이 발생할 것이다. 즉, 암의 상태가 과대평가되었기 때문에 필요한 보강이 과소 설계되고, 극단적으로는 보강이 충분하지 못해 대형사고도 일어날 수 있다. 따라서 이러한 손실은 암의 상태를 과대평가함으로써 생기는 추가적인 비용으로 간주될 수 있다. 반면에 한점이 등급 1이라고 분류되었는데 실제로는 등급 4이었다면 이것 역시 암의 상태를 과소평가하였기 때문에 손실이 생길 것이다. 다시말해

암의 상태가 과소평가되면, 보강이 과대설계될 것이고 따라서 추가의 비용이 낭비될 것이다. 편의상 본 논문에서는 이와 같이 추가적으로 발생하거나 낭비되는 비용을 다음과 같이 정의한다.

S_{ij} 는 한점이 등급 i 라고 분류되었으나 실제의 등급은 j 일 때 생기는 비용.

예를 들면 S_{23} 는 한점이 등급 2로 분류되었으나 사실은 등급이 3인 경우 발생하는 비용을 의미한다. 일반적으로 과대평가했을 때 요구되는 비용과 과소평가했을 때 생기는 비용과는 같지 않다. 즉, S_{ij} 와 S_{ji} 는 같지 않다. 또한, 이 손실함수는 등급을 잘못 분류했을 때 생기는 추가비용을 의미하기 때문에 $S_{11}, \dots, S_{(NC)(NC)}$ 들은 모두 0이다.

종합적으로 이 손실함수를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1(NC)} \\ S_{21} & 0 & S_{23} & \dots & S_{2(NC)} \\ S_{31} & S_{32} & 0 & \dots & S_{3(NC)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{(NC)1} & S_{(NC)2} & S_{(NC)3} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

이 행렬에서 하부 삼각형 요소들(lower triangular elements)은 암반이 과대평가된 경우 생기는 손실함수이며, 상부 삼각형 요소들(upper triangular elements)은 과소평가된 경우에 생기는 손실함수이다.

4.2 오차에 대응하는 비용의 계산

분류오차에 대응하는 비용은 한 특정점이 평가된 후에만 발생하게 된다. 한점에서 가능한 분류등급이 NC 개라면 NC 개의 서로 다른 비용이 존재하게 된다. 본 절에서는 특정점이 어떻게 분류되고, 그 때의 비용은 어떻게 계산되는지에 대해 살펴보기로 한다.

먼저 $t(x)$ 를 한 점에서의 실제값이라고 하

고, $\hat{t}(x)$ 를 그점에서의 평가값이라고 하고, 다음과 같이 NC개의 실제 등급($C_j, j=1, 2, \dots, NC$)에 대한 한점에서의 지시함수들을 정의하자.

$$I(t(x) \in C_j) = \begin{cases} 1 & \text{만약 실제값이 등급 } C_j \text{에 속할 경우} \\ 0 & \text{그렇지 않을 경우} \end{cases} \quad (11)$$

이때 한점이 등급 i 라고 평가되었을 때 발생하는 오차에 대응하는 비용은 다음식으로 주어진다.

$$\$_i | \hat{t}(x) \in C_i = \sum_j \$_{ij} \times I(t(x) \in C_j), \quad i=1, \dots, NC \quad (12)$$

결과적으로 오차에 대응하는 비용은 무작위 변수(random variable)의 함수인데, 이는 실제값을 모르는 변수 $t(x)$ 가 포함되어 있기 때문이다. 이를 해결하기 위한 하나의 방법은 실제값 대신에 그 값에 해당하는 기대값(expected value)을 구하는 것이다.

4.3 오차에 대응하는 비용의 기대값 계산

식(12)로부터 한점에 있어서 등급이 평가되었을 때 오차에 대응하는 비용의 기대값은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E[\$_i | \hat{t}(x) \in C_i] = E[\sum_{j=1}^{NC} \$_{ij} \times I(t(x) \in C_j)], \quad i=1, \dots, NC \quad (13)$$

한점에 있어서 NC개의 가능한 등급중에 가장 최적의 등급은 오차에 대응하는 비용의 기대값이 가장 작게되는 그러한 등급이며, 이 등급이 그 점에 있어 최적의 등급으로 선택된다. 따라서, "min" 연산자를 사용하면, 오차에 대응하는 비용의 최적 기대값은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\$^*_i = \min_i \{E[\$_i | \hat{t}(x) \in C_i]\}$$

$$\min_i \{E[\sum_{j=1}^{NC} \$_{ij} \times I(t(x) \in C_j)]\}, \quad i=1, 2, \dots, NC \quad (14)$$

합(合)에 대한 기대값은 단순히 각각에 대한 기대값들의 합이므로⁽¹¹⁾, 식(14)는 다음과 같이 된다.

$$\$^*_i = \min_i \{ \sum_{j=1}^{NC} E[\$_{ij} \times I(t(x) \in C_j)] \} \quad (15)$$

여기서 $i=1, 2, \dots, NC$. 한편 $\$_{ij}$ 는 무작위 변수가 아니므로,

$$\$^*_i = \min_i \{ \sum_{j=1}^{NC} \$_{ij} \times E[I(t(x) \in C_j)] \}, \quad i=1, 2, \dots, NC \quad (16)$$

식(16)에서 실제값이 등급 j 에 속할 지시함수의 기대값 $E[I(t(x) \in C_j)]$ 은 $\Pr[t(x) \in C_j | \text{기지의 샘플데이터}]$ 이기 때문에, 한점에서 오차에 대응하는 비용의 기대값은 다음과 같이 된다.

$$\$^*_i = \min_i \{ \sum_{j=1}^{NC} \$_{ij} \times \Pr[(t(x) \in C_j | \text{기지의 샘플데이터})] \}, \quad i=1, 2, \dots, NC \quad (17)$$

식(17)에서 $\Pr[t(x) \in C_j | \text{기지의 샘플데이터}]$ 는 모든 가능한 정보가 주어졌을 때 실제값이 등급 j 에 속할 조건부확률을 의미한다. 따라서 식(17)로부터 오차에 대응하는 비용을 구하기 위해서는 단지 이 조건부확률만 구하면 된다는 것을 알 수 있다. 한편 식(17)은 모든 확률분포에 있어서 적용가능하다. 한편 한점에서의 최적등급은 오차에 대응하는 비용의 기대값을 구할 때 동시에 정해짐에 유의하기 바란다.

식(17)은 한점에서의 기대값만을 주는 것이 지 대상지역 전체의 기대값을 주는 것은 아니다. 그러나, 대상지역 전체(Ω)의 오차에 대응하는 비용의 기대값은 단순히 각점($x \in \Omega$)에서 구한 각각의 기대값을 모두 더함으로써 얻어질 수 있다.

$$E\left[\int_{x \in \Omega} S^*(x) dx\right] = \int_{x \in \Omega} E[S^*(x)] dx \quad (18)$$

대상지역을 N개의 점에 의해 잘게 나누어 근사화 함으로써, 식(18)의 적분은 다음과 같이 근사적으로 계산이 된다.

$$E\left[\sum_{k=1}^N S^*_{x_k}\right] = \sum_{k=1}^N E[S^*_{x_k}] \quad (19)$$

여기서 $S^*_{x_k}$ 는 총 N개중 k번째 점에서의 오차에 대응하는 비용의 기대값이다.

5. 결론 및 맺음말

본 논문에서는 정량적 데이터는 물론 정성적 데이터도 이용 가능한 최적의 다분적 암반분류 방법을 제시하였다. 이는 정성적 데이터가 극히 한정되어 있는 터널공사 등에 도움이 될 것으로 생각되며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 정량적인 데이터가 부족한 터널시공 등에 있어서 정성적 데이터가 체계적으로 사용될 수 있고, 보다 일반적인 다분적 암반분류방법이 가능하게 되었다.
- (2) 선택기준의 하나로써 오차에 대응하는 비용(the cost of errors)에 관한 이론이 다분적 암반분류를 위해 확대 및 정립되었고, 효과적으로 사용될 수 있는 방안이 모색되었다.

앞으로의 연구과제의 하나로서, 추가 조사가 필요할 경우, 어떻게 효율적으로 조사가 행해질 수 있는가에 대한 연구가 가능할 것으로 생각된다.

참고 문헌

1. 유광호,(1993), "이분적 터널 암반분류를 위한 정성적 자료의 지구통계학적 연구 - I.이론", 한국지반공학회, 제9권, 제3호, pp.61~66.
2. Alabert, F.G.,(1987), *Stochastic Imaging of Spatial Distributions using Hard and Soft Information*, M.S. Thesis, Stanford University, 185p.
3. Aspie, D. & Barnes, R.J., (1990), "Infill-Sampling Design and the Cost of Classification Errors", *Mathematical Geology*, Vol. 22, No. 8, pp.915~932.
4. Bardossy, A., Bogardi, I. & Kelly, W.E., (1988), "Imprecise (fuzzy) Information in Geostatistics", *Mathematical Geology*, Vol. 20, No. 4, pp.287~311.
5. Bieniawski, Z. T.,(1989), *Engineering Rock Mass Classifications*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., New York, 251p.
6. Dubrule, O. & Kostov C.,(1986), "An Interpolation Method Taking Into Account Inequality Constraints: I. Methodology", *Mathematical Geology*, Vol. 18, No. 1, pp. 33~51.
7. Journel A.G.(1986), "Constrained Interpolation and Qualitative Information-The Soft Kriging Approach", *Mathematical Geology*, Vol. 18, No. 3, pp. 269~286.
8. Journel, A.G.(1988), "Non-parametric Geostatitics for Risk and Additional Sampling Assessment", *Principles of Environmental Sampling*, Larry Keith(ed.), American Chemistry Society, pp. 27~45.
9. Knudsen, H.P. & Fritz, C.B.,(1989), "Using IK to Determine Pod Boundaries in a Karst Hosted Lignite Deposit", *Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, Alfred Weiss(ed.), 21st. International Symposium, pp.227~236.
10. Kulkarni, R.B.(1984), "Bayesian Kriging in Geotechnical Problems", *Geostatistics for Natural Resources Characterization*, Part 2, G. Verly et al.(eds.), D. Reidel Publishing Company, pp. 775~786.
11. Lindgren, B.W.(1976), *Statistical Theory*, 3rd edition, Macmillan Publishing, New York, 614p.
12. Solow, A.R.(1986), "Mapping by Simple Indicator Kriging", *Mathematical Geology*, Vol. 18, No.3, pp.335~352.

(접수일자 1994. 12. 23)