

# 직접해석법에 의한 반복하중을 받는 평면골조의 비탄성해석에 관한 연구

## A Study on the Inelastic Analysis of Planar Frames Subjected to Cyclic Loads Using Direct Method

정 일 영\*  
Chung, Il-Young  
이 상 호\*\*  
Lee, Sang-Ho  
윤 태 호\*\*\*  
Yun, Tae-Ho

.....

### 요 약

단조증가하중을 받는 평면골조의 비탄성해석을 위하여 개발된 기존의 직접해석법을 확장하여 반복하중에 적용하였다. 직접해석법을 위한 골조요소로서 비탄성 트러스와 비탄성 보요소의 두 가지 요소가 개발되었다. 제안된 방법의 정확성과 신뢰성을 기존의 Step-by-step 해석과 비교하여 검증하였다. 기존의 Step-by-step 해석은 하중증분의 크기에 따른 해의 불안정성, 단계별 오차의 누적, 하중증분의 세분에 따른 과도한 계산 등의 문제를 가지는데 비하여 직접해석법은 하중증분의 크기에 무관하게 해의 신뢰성이 보장되고 증분평형식을 사용하지 않으므로 단계별 오차의 누적이 없고 하중증분을 세분하지 않아도 되므로 해석비용이 적게 드는 이점이 있다.

### Abstract

Direct method developed for the inelastic analysis of planar frames subjected to monotonic loads is extended to cyclic loads. Two frame elements for Direct Method(inelastic truss and inelastic beam) are developed. The accuracy and reliability of the proposed method is verified by comparing the analysis results of example with step-by-step analysis. Direct Method is superior to Step-by-step analysis in view of reliability of solution and analysis cost.

.....

### 1. 서 론

구조물의 비탄성거동을 해석하기 위한 기존의 방법(Step-by-Step Analysis 이하 단계별 해석법)은 구조물의 평형방정식을 하중과 변위의 증분

에 관하여 구성하고 하중을 여러 단계로 나누어 가하여 각 단계의 응답을 누적함으로써 최종의 응답을 구하는 것이 일반적이다. 이들은 각 하중단계마다 평형조건을 만족시키기 위한 반복계산을 하는데 이러한 반복계산은 전체 해석 시간을 크게 증대시키게 된다.

\* 서울대학교 건축학과 교수  
\*\* 수도권 신공항공건설공단 설계심의실장  
\*\*\* 서울대학교 건축학과 대학원 박사과정

이 논문에 대한 토론을 1996년 6월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1996년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

비탄성해석을 위한 또다른 접근법으로 단계별 해석을 통하지 않고 직접 구하기 위하여 Zarka 등에 의하여 개발된 Direct Method<sup>1)</sup>(이하 직접해석법)가 있으며 단계별해석법에 비하여 해의 안정성, 오차의 누적, 해석비용 등에 있어서 장점을 가지고 있으나, 이방법은 미시적모델(microscopic model)에만 적용되어 왔다.

이러한 직접해석법을 거시적모델(macroscopic model)을 사용한 골조의 비탄성해석에 적용하기 위한 시도로서 저자의 기존연구<sup>3)</sup>가 있었으나 단조 증가하중에 한정되어 있었다.

본 논문에서는 기존연구에서 개발한 트러스와 보요소를 임의의 반복하중에 대하여 해석이 가능하도록 확장시켜 적용하고 해석프로그램을 작성하고 해석의 신뢰성과 효율성을 검증하기 위하여 예제의 해석결과를 미국 버클리대학에서 개발한 거시적모델을 사용한 단계별해석 프로그램인 Drain-2D<sup>2)</sup>의 해석결과와 비교한다.

## 2. 직접해석법에 의한 거시적모델의 비탄성해석

### 2.1 하중

구조물의 기하학적 형상은 경계 S를 가지는 부피 V로 정의할 수 있고 작용하는 하중은 다음과 같다(그림 1).

- 물체력  $X^d(t)$  in V,
- 표면력  $f_i^d(t)$  on  $S_f$ ,
- 초기 변위  $u_j^d$  on  $S_u$ ,
- 초기 변형  $\epsilon_j^d$  in V

여기에서 위첨자 d는 주어진 값임을 나타낸다.

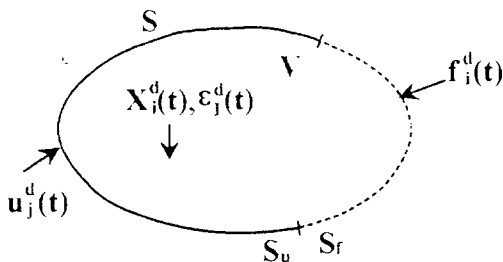


그림 1. 구조물에 작용하는 하중

### 2.2 순수탄성응답

구조물이 순수 탄성재료로 구성되었다고 가정하면, 일반적인 구조물의 정적 탄성 해석프로그램을 상징하는 연산자 ELAS를 사용하여 변위  $u^{\text{el}}(t)$ , 변형  $e^{\text{el}}(t)$ , 부재력  $f^{\text{el}}(t)$ 을 구할 수 있다.

$$\text{ELAS}(\text{Geo}, X^d, f_i^d, u_j^d, \epsilon_j^d, k) \quad (1)$$

위식에서 처음 인자는 구조물의 기하학적 형상을 나타내고, 다음 네개 인자는 하중이며, 마지막 인자는 강성을 나타낸다. 순수탄성응답은 다음 조건을 만족하여야 한다.

1)  $u^{\text{el}}(t)$ ,  $e^{\text{el}}(t)$ 은 주어진 변위  $u_j^d$  on  $S_u$ 와 운동학적으로 적합(kinematically Admissible; 이하 K.A.)하여야 하고

$$2) f^{\text{el}}(t) = k(e^{\text{el}}(t) - e_i^d(t))$$

$$\Leftrightarrow e^{\text{el}}(t) = k^{-1}f^{\text{el}}(t) + e_i^d(t) \quad (2)$$

(2)은 주어진 하중  $X^d(t)$  in V,  $f_i^d(t)$  on  $S_f$ 와 정역학적으로 적합(Statically Admissible; 이하 S.A.)하여야 한다.

$k$ 은 강성행렬(positive definite이어야 함)이고,  $k^{-1}$ 은 그 역행렬이다.

### 2.3 실제응답

실제의 구조물은 다음과 같은 실제응답을 가진다.

$u(t)$ ,  $e(t)$  K.A. with  $u_j^d$  on  $S_u$ ,  $f(t)$  S.A. with  $X^d(t)$  in V,  $f_i^d(t)$  on  $S_f$

이때, 실제의 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= u^{\text{el}}(t) + u^{\text{ine}}(t) \\ e(t) &= e^{\text{el}}(t) + e^{\text{ine}}(t) \\ f(t) &= f^{\text{el}}(t) + f^r(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 위첨자 ine는 비탄성응답임을 나타낸다.

$$e^{\text{ine}}(t) = k^{-1}f^r(t) + e^p(t) \quad (4)$$

2.4 스프링모델의 정식화

2.4.1 운동경화스프링모델

골조구조물의 거시적 모델로는 운동경화스프링 모델을 사용한다. 운동경화스프링모델은 그림 2 (b)와 같이 항복이후 항복력의 증가가 발생하는 것이다. 이러한 힘-변형관계를 그림 2(a)와 같이 두개의 스프링과 한 개의 소성슬라이드로 모델링 한다. 하중  $f$ 가 소성슬라이드의 임계값  $f_y$ 보다 작을 때는 탄성강성  $k$ 를 가지고  $e_p=0$ 이며,  $f$ 가  $f_y$ 보다 커지면 두개의 스프링(탄성강성  $k$ 와 경화강성  $h$ )이 직렬로 연결된 상태가 되어 접선강성  $k_t$ 가 되고  $e_p=(f-f_y)/h$ 가 된다(그림 2(b)(c) 참조).

접선강성  $k_t$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$k_t = \frac{kh}{k+h} \quad (5)$$



(a) 탄소성 스프링 (b) 힘-변형 관계 (c) 힘-소성변형 관계

그림 2. 운동경화 탄소성스프링 모델

경화강성의 변화에 따른 접선강성의 값은 다음과 같다.

- 1) if  $h=\infty \Rightarrow k_t=k$
- 2) if  $h=k \Rightarrow k_t=0.5k$
- 3) if  $h=0 \Rightarrow k_t=0$

따라서 이러한 스프링모델은 접선강성이 탄성강성과 0의 값사이에 있는 경우만을 모델링할 수 있다.

운동경화스프링의 항복조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(f - he^p)(f - he^p) \leq f_y \quad (6)$$

이식을 다음과 같이 표현하기로 한다.

$$F[f - he^p] \leq 0 \quad (7)$$

이식에서  $he^p$ 를 내부파라메타  $y$ 라 놓으면

$$F[f - y] \leq 0 \quad (8)$$

이 되고, 식 (3)으로부터

$$F[f^{el} + f^r - he^p] \leq 0 \quad (9)$$

$$F[f^{el} - (he^p - f^r)] \leq 0 \quad (10)$$

여기에서  $(he^p - f)$ 를 변환파라메타  $Y$ 라 놓으면 항복조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F[f^{el} - Y] \leq 0 \quad (11)$$

스프링이 항복할 경우 소성변형의 방향은 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \text{if } f - he^p = f^{el} - Y = f_y > 0 &\Rightarrow \dot{e}^p > 0 \\ \text{if } f - he^p = f^{el} - Y = -f_y < 0 &\Rightarrow \dot{e}^p < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 소성변형의 방향  $\dot{e}^p$ 을  $f^{el}$ ,  $Y$ 의 식으로 표시할 수 있다.

$$\dot{e}^p = \lambda (f - he^p)' = \lambda (f^{el} - Y) \quad (13)$$

단,  $\lambda$ 는 양의 비례상수이다.

스프링이 항복하였을 경우 변환파라메타  $Y$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(f^{el} - Y)(f^{el} - Y) = f_y^2 \quad (14)$$

(13)식을 (14)식에 대입하면 다음을 얻는다.

$$\lambda = \frac{|\dot{e}^p|}{f_y} \geq 0 \quad (15)$$

(13)식으로부터

$$Y = f^{el} - \frac{1}{\lambda} \dot{e}^p \quad (16)$$

이므로 (15)식을 (16)식에 대입하면

$$Y = f^{el} - \frac{\dot{e}^p}{|\dot{e}^p|} f_y \quad (17)$$

이 된다. 여기에서  $\frac{\dot{e}^p}{|\dot{e}^p|}$ 는 소성변형도의 부호를 나타내는데 이것은  $f^{el}$ 의 부호와 같으므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Y = f^{el} - \frac{f^{el}}{|f^{el}|} f_y \quad (18)$$

### 2.4.2 구성방정식

운동경화스프링의 힘-변형관계를 정리하면 다음과 같다.

#### (1) 탄성상태

$$f^{el} = k(e^{el} - e^l) \quad (19)$$

$$\Rightarrow e^{el} = k^{-1}f^{el} + e^l \quad (20)$$

#### (2) 소성상태

$$f^r = k(e^{ine} - e^p) \quad (21)$$

$$\Rightarrow e^{ine} = k^{-1}f^r + e^p \quad (22)$$

위식에서 소성변형  $e^p$ 는 다음과 같이 내부파라메타와 변환파라메타의 식으로 표현할 수 있다.

#### a) 내부파라메타공간

$y = he^p$  이므로 (22)식은

$$e^{ine} = k^{-1}f^r + h^{-1}y \quad (23)$$

#### b) 변환파라메타공간

$$\begin{aligned} e^{ine} &= k^{-1}f^r + e^p \\ &= k^{-1}f^r + h^{-1}(Y + f^r) \\ &= (k^{-1} + h^{-1})f^r + h^{-1}Y \end{aligned} \quad (24)$$

즉, 다시쓰면

$$e^{ine} = k_t^{-1}f^r + h^{-1}Y \quad (25)$$

#### (3) 구성방정식의 비교

결국, 소성영역에서의 구성방정식 (23)식과 (25)식은 모두 (20)식과 같은 형태를 가지며, 단지 강성과 초기변형이 다른 것으로 생각할 수 있다. 이러한 대응관계를 정리하면 다음과 같다.

표 1. 구성방정식의 비교

	강성	초기변형
탄성영역	$k$	$e^l$
$y$ 공간	$k$	$h^{-1}y$
$Y$ 공간	$k_t$	$h^{-1}Y$

그러므로, 탄성응답을 구할 때는 (20)식을, 비탄성응답을 구할때는 (23)과 (25)식을 각각 적용하는 것을 의미한다.

### 2.4.3 내부파라메타영역

내부파라메타  $y=he^p$ 가 알려져있다고 가정한다면 구조물에 작용하는 하중으로 초기변형  $e^p=y/h$ 만을 주고 탄성강성을 사용하여 비탄성응답을 구할 수 있다.

즉, ELAS에 다음과 같은 인자를 사용하여

$$ELAS(Geo, 0^d, 0_i^d, 0_j^d, y/h, k) \quad (26)$$

아래와 같은 비탄성 응답을 구할 수 있다.

$$u^{ine} \Rightarrow e^{ine} \Rightarrow f^r = k(e^{ine} - e^p) \quad (27)$$

### 2.4.4 변환파라메타영역

변환파라메타  $Y$ 가 알려져 있다고 가정한다면 구조물에 작용하는 하중으로 초기변형  $Y/h$ 만을 주고 접선강성을 사용하여 비탄성응답을 구할 수 있다. 즉, ELAS에 다음과 같은 인자를 사용하여

$$ELAS(Geo, 0^d, 0_i^d, 0_j^d, Y/h, k_t) \quad (28)$$

아래와 같은 비탄성응답을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u^{ine} \Rightarrow e^{ine} \Rightarrow f^r &= k_t(e^{ine} - h^{-1}Y) \\ \Rightarrow y &= Y + f^r \Rightarrow e^p = h^{-1}y \end{aligned} \quad (29)$$

### 2.4.5 혼합영역

비탄성응답을 구할 때 구조물은 일반적으로 탄성영역과 소성영역이 복합되어 있는 상태가 되는데, 이중 탄성으로 남아있는 영역에서는 소성변형이 0가 되므로 내부파라메타의 값도 0가 되며, 소성으로 변환된 영역에서는 (18)식과 같이 변환파라메타의 값을 결정할 수 있으므로 ELAS에 다음과 같은 인자를 사용하여 비탄성응답을 구할 수 있게 된다.

$$ELAS(Geo, 0^d, 0_i^d, 0_j^d, 0 \text{ in } V_e, h^{-1}Y \text{ in } V_p, k \text{ in } V_e, k_t \text{ in } V_p) \quad (30)$$

비탄성변위  $u^{inc}$ 를 구하고 다른 응답들은  $V_e$ 에서 (27)식으로,  $V_p$ 에서는 (29)식으로 구할 수 있다.

3. 평면골조요소

3.1 트러스 요소

트러스요소는 운동경화스프링이 부재의 내부에 1개 있는 것으로 생각하여 인장력과 압축력에 항복을 하는 것으로 모델링할 수 있다.<sup>3,4)</sup>

3.1.1 탄성강성행렬

트러스요소의 탄성강성행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$K_p = B_p^T k B_p$$

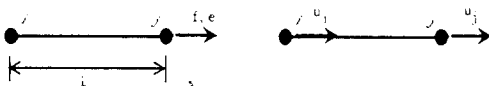
여기에서,

$$k = \frac{EA}{L} \quad (E : \text{탄성계수}, A : \text{단면적}, L : \text{부재의 길이})$$

$$e = B_p U$$

$$U = \{u_i \ u_j\}^T : \text{절점변위벡터}$$

$$B_p = \{-1 \ 1\}^T : \text{축변형-절점변위변환벡터}$$



(a) 트러스 요소의 변형 (b) 트러스 요소의 절점변위

그림 3. 트러스요소의 변형과 변위

3.1.2 소성강성행렬

트러스요소의 접선강성행렬은 다음과 같이 구해진다.

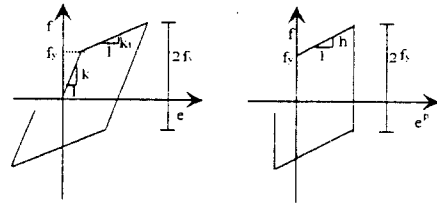
$$K_{pt} = B_p^T k_t B_p$$

여기에서,

$$k_t = \frac{E_t A}{L} \quad (E_t = \frac{Eh'}{E+h'} : \text{접선계수}, h' : \text{경화계수})$$

그림 4는 힘-변형 관계를 보여준다. 경화강성  $h$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$h = \frac{h'A}{L}$$



(a) 힘-변형관계 (b) 힘-소성변형관계

그림 4. 트러스의 힘-변형 관계

3.1.3 비탄성 영역의 결정

내부파라메타  $y$ 는 다음과 같다.

$$y = he^p$$

구조변환파라메타  $Y$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$Y = f^{el} - f_y \quad \text{if } f_{el} > f_y$$

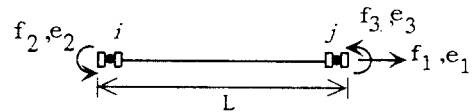
$$Y = f^{el} + f_y \quad \text{if } f_{el} < f_y$$

잔류부재력  $f$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{cases} f^r = k ( e^{inc} - e^p ) \text{ in } V_e \\ f^r = k_t ( e^{inc} - \frac{Y}{h} ) \text{ in } V_p \end{cases}$$

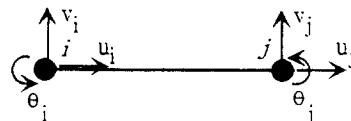
3.2 보 요소

비탄성 보요소로 유한요소메쉬를 사용하거나 가우스적분을 사용한 것<sup>5)</sup>이 있으나, 골조의 소성 해석에서 보 요소의 소성변형은 휨에 의해서만 발생하고 양단부에 집중되는 것으로 가정하는 것이 일반적이다.<sup>6)</sup> 본 논문에서는 보의 양단부에 운동경화회전스프링을 가진 탄성보<sup>2,3,4,7)</sup>(그림 5)로서 모델링하였다. 따라서, 축방향으로는 항상 탄성상태를 유지한다.



• 탄소성스프링

(a) 보요소의 변형



(b) 보요소의 절점변위

그림 5. 탄소성 회전스프링을 가진 탄성보

### 3.2.1 탄성강성행렬

보요소의 강성은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} K_b & 0 \\ 0 & K_b \end{bmatrix}$$

$K_p$ 는 보의 축강성으로 트러스에서와 똑같이 구해지며,  $K_b$ 는 보의 휨강성으로 탄성보의 유연도행렬  $F_{eb}$ 와 탄소성스프링의 유연도행렬  $F_{sp}$ 를 더하여 보요소의 유연도행렬을 구한 후 그 역행렬을 취하여 구한다.

$$K_b = B_b^T F_b^{-1} B_b$$

$$F_b = F_{eb} + F_{sp}$$

$$F_{eb} = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} & \frac{-L}{6EI} \\ \frac{-L}{6EI} & \frac{L}{3EI} \end{bmatrix} \quad F_{sp} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_i} & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_j} \end{bmatrix}$$

변형과 절점변위의 관계는 다음과 같다.

$$e = B U$$

$$e = \{e_1 \ e_2 \ e_3\}^T : \text{요소변형벡터}$$

$$U = \{u_i \ u_j \ v_i \ \theta_i \ v_j \ \theta_j\}^T : \text{절점변위벡터}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_p & 0 \\ 0 & B_b \end{bmatrix} : \text{변형-절점변위변환행렬}$$

$$B_p = \{-1 \ 1\} : \text{축변형-변위변환벡터}$$

$$B_b = \begin{bmatrix} \frac{-1}{L} & 1 & \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{-1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & 1 \end{bmatrix} : \begin{array}{l} \text{휨변형-절점} \\ \text{변위변환행렬} \end{array}$$

$I$ 는 단면2차모멘트이고 위 식에서 회전스프링의 탄성강성은 상당히 큰 값(예를 들어,  $10^6 \times EI$ )을 주어 항복하기 전에는 변형을 하지 않도록 하여야 한다.

### 3.2.2 탄소성강성행렬

보요소의 축강성은 항상 탄성으로 가정하므로 탄성강성과 동일하며 휨강성만이 변화한다.

스프링의 경화강성  $h$ 는  $k$ ,  $k_t$ 와 다음과 같은 관계를 가진다.

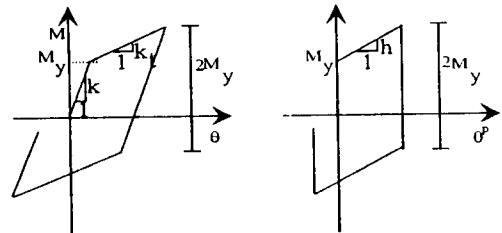
$$K_b = B_b^T F_b^{-1} B_b$$

$$F_{b_t} = F_{eb} + F_{sp_t}$$

$$F_{sp_t} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{i_t}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_{j_t}} \end{bmatrix} \begin{cases} k_{i,j_t} = k \\ \text{if elastic} \\ k_{i,j_t} = k_t \\ \text{if plastic} \end{cases}$$

$$k_t = \frac{k \cdot h}{k + h}$$

그림 6는 보 요소의 탄소성 회전스프링의 모멘트-회전각 관계를 보여준다.



(a) 모멘트-회전각 관계 (b) 모멘트-소성회전각 관계

그림 6. 회전스프링의 모멘트-회전각 관계

### 3.2.3 비탄성 영역의 결정

내부과라메타  $y$ 는 다음과 같다.

$$y = h e^p$$

변환과라메타  $Y$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{cases} Y = M^{el} - M_y & \text{if } M^{el} > Y \\ Y = M^{el} + M_y & \text{if } M^{el} < Y \end{cases}$$

잔류모멘트(Residual Moment)  $M^r$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{cases} M^r = k (\theta^{inc} - \theta^p) \text{ in } V_e \\ M^r = k_t (\theta^{inc} - \frac{Y}{h}) \text{ in } V_p \end{cases}$$

\* 정적반복하중에 대한 해석의 자세한 해석절차는 부록 A에 수록하였음.

4. 해석예제

제안된 해석법의 효율성과 신뢰성을 검증하기 위하여 트러스구조물과 골조구조물에 대하여 예제를 해석하고 그 결과를 DRAIN-2D와 비교하기로 한다.

4.1 트러스 구조물의 비탄성해석

그림 7과 같은 10개의 트러스요소로 구성된 트러스 구조물을 직접해석법과 DRAIN-2D로 각각 해석하였다. 해석에 사용된 자료는 소성변형이 충분히 나타나도록 다음과 같이 하였다.

$$\begin{aligned}
 E &= 2.1 \times 10^9 \text{ t/m}^2 \\
 \sigma_y &= 2.5 \times 10^5 \text{ t/m}^2 \\
 h &= EA/L, 0.1EA/L, 0.01EA/L \\
 L &= 10.0 \text{ m} \\
 A &= 0.000001 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

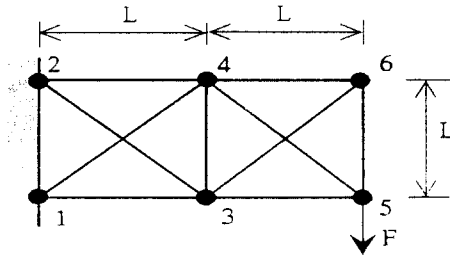


그림 7. 트러스 구조물

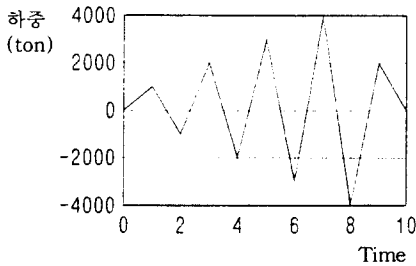
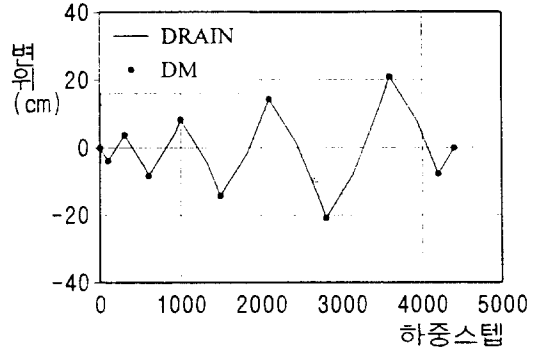


그림 8. 트러스 구조물의 하중이력

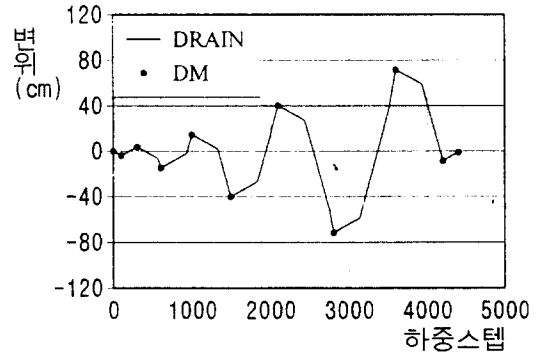
그림 8과 같은 반복하중을 절점 5에 수직방향으로 가하였다.  $h=EA/L, 0.1EA/L, 0.01EA/L$ 에 대하여 직접 해석법과 DRAIN-2D로 각각 해석을 수행하였다. DRAIN-2D에서는 하중의 증분을 10t

표 2. 절점 5에서의 최대수직변위 비교(단위 : m)

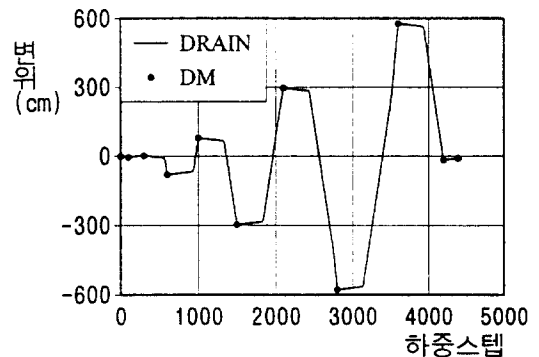
h / E	Direct Method	Drain-2D
	$U_{5y}$	$U_{5y}$
1	-0.2098	-0.2098
0.1	-0.7164	-0.7164
0.01	-5.7794	-5.7794



(a) h/k=1.0



(b) h/k=0.1



(c) h/k=0.01

그림 9. 트러스 구조물의 절점 5의 수직변위

으로 하여 총 하중단계를 4400개 사용하여 해석하였다. 하중단계를 줄이기 위하여 여러번에 걸친 해석을 반복하는 것이 가능하나 본 연구에서는 동일한 하중증분을 사용하였다. 그림 9에서 절점5에서의 수직변위를 비교하였는데 직접해석법에서는 최대하중에 해당하는 응답만을 직접 구하므로 점으로 나타나게 된다.

표 2에서 절점 5의 최대수직변위를 비교하였는데 두 방법에 의한 해석이 동일한 결과를 보여주지만, DRAIN-2D를 사용한 해석에서 하중단계를 4400개를 사용한 것에 반하여 직접해석법의 경우에는 10개의 하중스텝만을 사용하였다. 또한, DRAIN-2D의 경우에는 하중증분을 적절히 정하기 위하여 몇 차례의 예비해석이 필요하였으나 직접해석법의 경우는 하중증분을 사용하지 않으므로 예비해석이 불필요하였다. 이러한 차이는 대형 구조물의 경우에는 더욱 커지게 된다.

#### 4.2 2경간 골조 구조물의 비탄성해석

그림 10과 같은 10층 1경간의 골조구조물에 대하여 직접해석법과 DRAIN-2D로 각각 해석하였다. 해석에 사용된 자료는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E &= 2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2, & I &= 0.01666 \text{ m} \\
 A &= 0.36 \text{ m}, & k_{sp} &= 10^6 EI \\
 M_y &= 250 \text{ t} \cdot \text{m}, & h &= 10^{-3} EI
 \end{aligned}$$

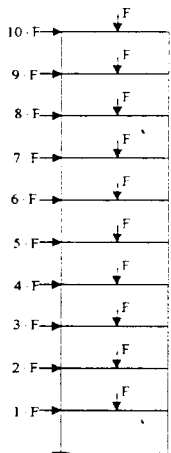


그림 10. 2경간 골조 구조물

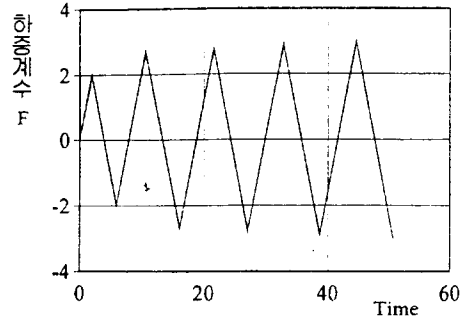


그림 11. 10층 1경간 골조구조물의 하중이력

그림 11과 같은 반복하중을 그림 10과 같은 방향으로 가하였을 때 10층의 최대수평변위를 비교한 것이 표 2이다. 그림 12는 최상층 변위를 시간에 따라 도시한 것이다. 두 방법에 의한 해석결과의 차이는 최대 0.3% 정도로 만족할 만한 일치성을 보여주고 있으나 DRAIN-2D에서는 해석효율 면에서는 큰 차이를 보인다.

표 3. 최상층 수평변위 비교(단위 : m)

하중계수 F	Direct Method	Drain-2D
	U <sub>x</sub>	U <sub>x</sub>
2	0.03509	0.03509
2.7	0.051119	0.051117
2.8	0.072198	0.071929
2.9	0.011971	0.11863
3.0	0.40608	0.40466

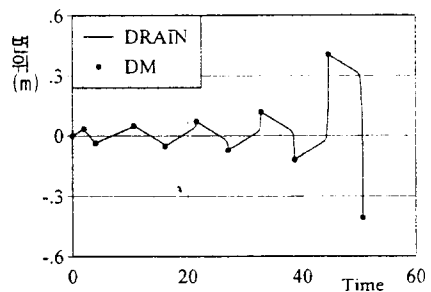


그림 12. 최상층의 수평변위이력

## 5. 결 론

본 연구에서 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 임의의 반복하중에 대한 비탄성해석에 직접



해석법을 적용하였다.

2. 직접해석법을 적용하기 위한 비탄성 골조요소의 정식화를 유도하였다.
3. 직접해석법은 하중증분을 사용하지 않으므로 하중증분의 크기에 따른 해의 불안정성이 없다.
4. 해석의 효율면에서 직접해석법은 반복하중의 각 단계에 대한 최종응답을 직접 구하지만 단계별해석은 여러 개로 나뉘어진 해석을 통하여 각각의 응답을 누적하여 해석하므로 많은 시간이 소요된다.
5. 단계별해석은 하중증분을 적절히 정하기 위하여 몇 차례의 예비해석이 필요하므로 비효율적일 뿐만아니라 해석의 경형이나 지식이 많이 요구된다.

연구되어야 할 부분은 다음과 같다.

1. 정적 반복하중에 대한 Shakedown Analysis
2. 극한 하중에 대한 Limit Analysis(붕괴하중계수 계산)
3. 동적 하중에 대한 비탄성해석

### 참 고 문 헌

1. Zarka, J., Frelat, J., Inglebert, G., and Kasmaï-Navidi, P., *A New Approach to Inelastic Analysis of Structures*, Martinus Nijhoff Publishers, 1988.
2. Allahabadi, R., and Powell, G.H., *DRAIN-2DX User Guide*, EERC 73-6, UC Berkeley, April, 1973.
3. Kanaan, A.E., and Powell, G.H., *General Purpose Computer Program for Inelastic Dynamic Response of Plane Structures*, EERC 73-6, University of California, Berkeley, April, 1973.
4. 윤태호, 이상호, 정일영, "평면골조의 비탄성해석을 위한 Direct Method의 적용에 관한 연구", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제8권, 1집, 1995.
5. Lee, S.H., *Simplified Dynamic Analysis of inelastic Structures*, thesis, The Ecole Nationale des Pontset Chaussées, 1989.
6. Moy, S.S.J., *Plastic Method for Steel and Concrete Structures*, Macmillan Press, 1981.

7. Owen, D.R.J., and Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Ltd, 1980.

### 부록 A 정적 반복하중에서의 직접해석법

#### A.1 탄소성상태의 결정

정적탄성부재력  $f^{el}$ 을 ELAS를 사용하여 구한 후, 다음과 같은 계산이 구조물의 각 탄소성스프링마다 수행된다.

$f_y$ 를 탄소성스프링의 탄성한계라 할 때,

i)  $F(f^{el}-Y) < 0$  이면, 이 점은 탄성영역에 있으므로 소성변형도는 0으로 가정한다.

ii)  $F(f^{el}-Y) \geq 0$  이면, 이 점은 소성영역에 있고  $Y$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$Y = f^{el} - f_y \quad \text{if } f^{el} > Y$$

$$Y = f^{el} + f_y \quad \text{if } f^{el} < Y$$

#### A.2 해석의 절차

0) 초기화  $t=0$

i) 순수탄성응답

$$ELAS(V, S_f, S_u, X^d, f_i^d, u_j^d, e_l^d, k)$$

$$\Rightarrow U_{t+\Delta t}^{el} = K^{-1} F_{t+\Delta t} \Rightarrow e_{t+\Delta t}^{el} = B U_{t+\Delta t}^{el}$$

$$\Rightarrow f_{t+\Delta t}^{el} = k(e_{t+\Delta t}^{el} - e_t)$$

ii) 비탄성응답

a. Local

(a) 초기화

$$Y_{t+\Delta t}^{(0)} = Y_t; e_{t+\Delta t}^{p(w)} = e_t; i = 0$$

(b)  $i=i+1$

(c) 탄성영역과 소성영역의 결정 :

$$f(f_{t+\Delta t}^{el} - Y_{t+\Delta t}^{(i-1)}) \leq 0 \Rightarrow V_c, V_p$$

구조물의 모든 점이 plastically admissible하면 goto iii), 그렇지 않으면 goto (d)

$$U_{t+\Delta t}^{ine} = U_{t+\Delta t}^{ine(i-1)}; e_{t+\Delta t}^{ine} = e_{t+\Delta t}^{ine(i-1)}$$

$$f_{t+\Delta t}^f = f_{t+\Delta t}^f(i-1)$$

(d) Projection

기 호

$$\begin{cases} e_{t+\Delta t}^p = 0 \text{ in } V_e \\ Y_{t+\Delta t}^{(i)} = \begin{cases} f_{t+\Delta t}^{el} - f_y & \text{if } f_{t+\Delta t}^{el} > Y_{t+\Delta t}^{(i-1)} \\ f_{t+\Delta t}^{el} + f_y & \text{if } f_{t+\Delta t}^{el} < Y_{t+\Delta t}^{(i-1)} \end{cases} \text{ in } V_p \end{cases}$$

b. Global

(a) 접선강성행렬

$$K_t^{(i)} = \sum_{V_e} B^T k B + \sum_{V_p} B^T k_t B$$

(b) 내부하중 벡터

$$F^{(i)} = \int_{V_e} B^T k e^{p(i)} dV + \int_{V_p} B^T k_t (h^{-1} Y^{(i)}) dV$$

(c) 비탄성변위벡터

$$U_{t+\Delta t}^{ine(i)} = K_t^{(i)-1} F^{(i)}$$

c. Local

(a) 비탄성변형

$$e_{t+\Delta t}^{ine(i)} = B U_{t+\Delta t}^{ine(i)}$$

(b) 잔류응력, 구조변환파라메타, 내부파라메타

$$\begin{cases} f_{t+\Delta t}^r(i) = k(e_{t+\Delta t}^{ine(i)} - e_{t+\Delta t}^p(i)) \\ \Rightarrow Y_{t+\Delta t}^{(i)} = h e_{t+\Delta t}^{ine(i)} - f_{t+\Delta t}^r(i) \text{ in } V_e \\ f_{t+\Delta t}^r(i) = k_t(e_{t+\Delta t}^{ine(i)} - h^{-1} Y_{t+\Delta t}^{(i)}) \\ \Rightarrow e_{t+\Delta t}^p(i) = h^{-1}(Y_{t+\Delta t}^{(i)} + f_{t+\Delta t}^r(i)) \text{ in } V_p \end{cases}$$

iii) 실제 응답

$$U_{t+\Delta t} = U_{t+\Delta t}^{el} + U_{t+\Delta t}^{ine}; e_{t+\Delta t} = e_{t+\Delta t}^{el} + e_{t+\Delta t}^{ine}; f_{t+\Delta t} = f_{t+\Delta t}^{el} + f_{t+\Delta t}^{ine}$$

\* 탄성응답이 알려진다면, 비탄성응답(비탄성 변위, 변형, 잔류부재력 등)을 구할 수 있다.

B : 변형-절점변위변환행렬

B<sub>p</sub> : 축변형-절점변위변환행렬

B<sub>b</sub> : 휨변형-절점변위변환행렬

e(t), e<sup>el</sup>(t), e<sup>ine</sup>(t) : 각각 변형도, 탄성변형도, 비탄성변형도

e<sup>d</sup> : 주어진 변형(initial deformation)

e<sup>p</sup> : 소성변형(plastic deformation)

f(t), f<sup>el</sup>(t), f<sup>r</sup>(t) : 각각 부재력, 탄성부재력, 잔류부재력

f<sup>s</sup>(t) : 표면력(surface forces)

F<sub>eb</sub> : 탄성보의 유연도행렬

F<sub>sp</sub> : 탄소성스프링의 유연도행렬

h : 경화강성

k : 탄성강성

k<sub>t</sub> : 접선강성(=  $\frac{kh}{k+h}$ )

K<sub>p</sub> : 축강성

K<sub>b</sub> : 휨강성

M(t), M<sup>el</sup>(t), M<sup>r</sup>(t) : 각각 모멘트, 탄성모멘트, 잔류모멘트

S<sub>f</sub> : 표면력이 가해지는 표면(surface)

S<sub>u</sub> : 변위가 가해지는 표면

u(t), u<sup>el</sup>(t), u<sup>ine</sup>(t) : 각각 변위, 탄성변위, 비탄성변위

u<sup>d</sup> : 주어진 변위(initial displacement)

V : 부피(volume)

V<sub>e</sub> : 탄성영역(즉, 탄성인 스프링)

V<sub>p</sub> : 소성영역(즉, 소성인 스프링)

X<sup>d</sup>(t) : 물체력(body forces)

y : 내부파라메타(=he<sub>p</sub>)

Y : 변환파라메타

(접수일자 : 1995. 4. 26)